

**නව/පැරණි නිර්දේශය - புதிய/பழைய பாடத்திட்டம் - New/Old Syllabus**

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව  
 இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம்  
 Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka

**NEW/OLD**

**අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2019 අගෝස්තු**  
**கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2019 ஓகஸ்ட்**  
**General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2019**

**උසස් ගණිතය I**  
**உயர் கணிதம் I**  
**Higher Mathematics I**

**11 S I**

**2019.08.28 / 0830 - 1140**

**පැය තුනයි**  
**மூன்று மணித்தியாலம்**  
**Three hours**

**අමතර කියවීමේ කාලය - මිනිත්තු 10 යි**  
**மேலதிக வாசிப்பு நேரம் - 10 நிமிடங்கள்**  
**Additional Reading Time - 10 minutes**

අමතර කියවීමේ කාලය ප්‍රශ්න පත්‍රය කියවා ප්‍රශ්න තෝරා ගැනීමටත් පිළිතුරු ලිවීමේදී ප්‍රමුඛත්වය දෙක ප්‍රශ්න සංවිධානය කර ගැනීමටත් යොදාගන්න.

**උපදෙස්:**

**විභාග අංකය**

- \* මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ;  
**A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ B කොටස (ප්‍රශ්න 11 - 17).**
- \* **A කොටස**  
 සියලුම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකි ය.
- \* **B කොටස**  
 ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
- \* නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු **A කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රය **B කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
- \* ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි **B කොටස පමණක්** විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙනයාමට ඔබට අවසර ඇත.

**පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.**

(11) උසස් ගණිතය I		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	

**එකතුව**

ඉලක්කමෙන්	
අකුරෙන්	

**ගංගේග අංක**

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක	
පරීක්ෂා කළේ:	1
	2
අධීක්ෂණය කළේ:	











**නව/පැරණි නිර්දේශය - புதிய/பழைய பாடத்திட்டம் - New/Old Syllabus**

**NEW/OLD**  
 இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம்  
 Department of Examinations, Sri Lanka  
 இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம்  
 Department of Examinations, Sri Lanka

**අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2019 අගෝස්තු**  
**கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2019 ஓகஸ்ட்**  
**General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2019**

උසස් ගණිතය	I
உயர் கணிதம்	I
Higher Mathematics	I



**B කොටස**

\* ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11. (a)  $A, B$  හා  $C$  යනු  $S$  සර්වත්‍ර කුලකයක උපකුලක යැයි ගනිමු. ඔබ භාවිත කරන කුලක විෂයෙහි ඕනෑම ප්‍රතිඵලයක් පැහැදිලිව ප්‍රකාශ කරමින්,

- (i)  $A \cap (B \setminus C) = (A \cap B) \setminus (A \cap C)$ ,
- (ii)  $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$

බව පෙන්වන්න.

උදාහරණයක් භාවිතයෙන්,  $A \setminus (B \cup C) \neq (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$  බව පෙන්වන්න.

(b) තරගයක දී, පාසලක් පහත දැක්වෙන පරිදි ප්‍රභේද තුනක් සඳහා පදක්කම් ප්‍රදානය කළේ ය.

- නැවුම් සඳහා පදක්කම් 45 ක් ප්‍රදානය කරන ලදී.
- ගායනා සඳහා පදක්කම් 21 ක් ප්‍රදානය කරන ලදී.
- ක්‍රීඩා සඳහා පදක්කම් 27 ක් ප්‍රදානය කරන ලදී.

මුළු පදක්කම්ලාභීන් සංඛ්‍යාව 54 නම් හා පුද්ගලයින් 13 දෙනෙකුට පමණක් වර්ග තුනෙන්ම පදක්කම් ලැබුණේ නම්, කීදෙනෙකුට හරියටම වර්ග දෙකකින් පදක්කම් ලැබුණේ ද?

12. (a)  $a, b, c \in \mathbb{R}^+$  යැයි ගනිමු.

සමාන්තර මධ්‍යන්‍යය - ගුණෝත්තර මධ්‍යන්‍යය අසමානතාව භාවිතයෙන්,  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$  බව පෙන්වන්න. ඒ හරිත්.

- (i)  $\frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} + \frac{a+b}{c} \geq 6$ ,
- (ii)  $x^2(1+y^2) + y^2(1+z^2) + z^2(1+x^2) \geq 6xyz$

බව පෙන්වන්න.

(b)  $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  පරිණාමනය මගින්  $xy$ -තලයේ ලක්ෂ්‍ය  $x'y'$ -තලයේ ලක්ෂ්‍ය බවට අනුරූපණය වේ.

ඉහත පරිණාමනය යටතේ,  $y = mx + c$ , ( $m \neq \frac{2}{3}$  හා  $c \neq 0$ ) රේඛාව අච්චලක වන පරිදි  $m$  හි අගය සොයන්න.  $A \equiv (c, 0)$  හා  $B \equiv (0, c)$  යනු  $xy$ -තලයේ ලක්ෂ්‍ය දෙකක් යැයි ගනිමු. මෙම පරිණාමනය යටතේ ඒවායේ ප්‍රතිවිමබ වූ  $A'$  හා  $B'$  හි බණ්ඩාංක සොයා,  $A'$  හා  $B'$  ලක්ෂ්‍ය  $x' + y' = c$  රේඛාව මත පිහිටන බව සත්‍යාපනය කරන්න.

13. ධන නිඛිලමය දර්ශකයක් සඳහා ද මූලාවර් ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කර සාධනය කරන්න.

ද මූලාවර් ප්‍රමේයය භාවිතයෙන්,

(i)  $\cos 5\theta = \cos^5 \theta - 10 \cos^3 \theta \sin^2 \theta + 5 \cos \theta \sin^4 \theta$  හා

(ii)  $\sin 5\theta = \sin^5 \theta - 10 \cos^2 \theta \sin^3 \theta + 5 \cos^4 \theta \sin \theta$

බව පෙන්වන්න.

$$\tan 5\theta = \frac{\tan \theta (\tan^4 \theta - 10 \tan^2 \theta + 5)}{(1 - 10 \tan^2 \theta + 5 \tan^4 \theta)}$$
 බව අපෝහනය කරන්න.

$0 < \theta < \frac{\pi}{2}$  සඳහා  $\tan 5\theta = 0$  සමීකරණය විසඳා,  $x^2 - 10x + 5 = 0$  සමීකරණයේ මූල  $\tan^2\left(\frac{\pi}{5}\right)$  හා  $\tan^2\left(\frac{2\pi}{5}\right)$  බව පෙන්වන්න.

එ නිසින්,  $\sec^2\left(\frac{\pi}{5}\right) + \sec^2\left(\frac{2\pi}{5}\right) = 12$  බව පෙන්වන්න.

14. (a)  $C_1$  හා  $C_2$  යනු  $x \in \mathbb{R}$  සඳහා,  $y = \frac{4x}{1+x}$  හා  $y = \frac{2}{3}x^2$  මගින් දෙනු ලබන වක්‍ර යැයි ගනිමු.  $C_1$  හා  $C_2$  හි ඡේදන ලක්ෂ්‍යවල බණ්ඩාංක සොයන්න.

ස්පර්ශෝන්මුඛ හා හැරුම් ලක්ෂ්‍ය (ඇත්නම්) පැහැදිලිව පෙන්වමින්,  $C_1$  හා  $C_2$  හි ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන් එකම රූපයක අඳින්න.  $C_1$  හා  $C_2$  මගින් ආවෘත වර්ගඵලය සොයන්න.

$C_1$  හා  $C_2$  වක්‍ර මගින් ආවෘත වර්ගඵලය,  $x$ -අක්ෂය වටා සෘජුකෝණ 4 කින් පරිභ්‍රමණය කිරීමෙන් ජනනය වන ඝනයේ පරිමාවක් සොයන්න.

(b)  $2x^2 \frac{dy}{dx} - 2xy + y^2 = 0$  අවකල සමීකරණය විසඳන්න.

15. (a)  $I_n = \int_0^{2\pi} \sin^n(x+\alpha) dx$  යැයි ගනිමු; මෙහි  $\alpha$  යනු තාත්වික නියතයක් ද,  $n$  යනු  $n \geq 2$  වන පරිදි වූ නිඛිලයක් ද වේ.

$n \geq 2$  සඳහා,  $n I_n = (n-1) I_{n-2}$  බව පෙන්වන්න.

එ නිසින්,  $\int_0^{2\pi} (\sqrt{3} \sin x + \cos x)^6 dx$  හි අගය සොයන්න.

(b)  $y = \tan(e^{2x} - 1)$  යැයි ගනිමු.

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = 2 \frac{dy}{dx} (1 + ye^{2x})$$
 බව පෙන්වන්න.

එ නිසින්,  $y$  හි මැක්ලෝරින් ශ්‍රේණි ප්‍රසාරණය  $x^4$  අඩංගු පදය දක්වා, එයත් ඇතුළත්ව සොයන්න.



**නව/පැරණි නිර්දේශය - புதிய/பழைய பாடத்திட்டம் - New/Old Syllabus**

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව  
 இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம்  
 Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka  
 இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம்  
 Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka

**NEW/OLD**

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2019 අගෝස්තු  
 கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2019 ஓகஸ்ட்  
 General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2019

උසස් ගණිතය I  
 உயர் கணிதம் I  
 Higher Mathematics I

**11 S I**

**B කොටස**

\* ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11. (a)  $A, B$  හා  $C$  යනු  $S$  සර්වත්‍ර කුලකයක උපකුලක යැයි ගනිමු. ඔබ භාවිත කරන කුලක විෂයෙහි ඕනෑම ප්‍රතිඵලයක් පැහැදිලිව ප්‍රකාශ කරමින්,

- (i)  $A \cap (B \setminus C) = (A \cap B) \setminus (A \cap C)$ ,
- (ii)  $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$

බව පෙන්වන්න.

උදාහරණයක් භාවිතයෙන්,  $A \setminus (B \cup C) \neq (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$  බව පෙන්වන්න.

(b) තරගයක දී, පාසලක් පහත දැක්වෙන පරිදි ප්‍රශ්ද තුනක් සඳහා පදක්කම් ප්‍රදානය කළේ ය.

- නැටුම් සඳහා පදක්කම් 45 ක් ප්‍රදානය කරන ලදී.
- ගායනා සඳහා පදක්කම් 21 ක් ප්‍රදානය කරන ලදී.
- ක්‍රීඩා සඳහා පදක්කම් 27 ක් ප්‍රදානය කරන ලදී.

මුළු පදක්කම්ලාභීන් සංඛ්‍යාව 54 නම් හා පුද්ගලයින් 13 දෙනෙකුට පමණක් වර්ග තුනෙන්ම පදක්කම් ලැබුණේ නම්, කීදෙනෙකුට හරියටම වර්ග දෙකකින් පදක්කම් ලැබුණේ ද?

12. (a)  $a, b, c \in \mathbb{R}^+$  යැයි ගනිමු.

සමාන්තර මධ්‍යන්‍යය - ගුණෝත්තර මධ්‍යන්‍යය අසමානතාව භාවිතයෙන්,  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$  බව පෙන්වන්න.

ඒ නගින්න.

- (i)  $\frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} + \frac{a+b}{c} \geq 6$ ,
- (ii)  $x^2(1+y^2) + y^2(1+z^2) + z^2(1+x^2) \geq 6xyz$

බව පෙන්වන්න.

(b)  $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  පරිණාමනය මගින්  $xy$ -තලයේ ලක්ෂ්‍ය  $x'y'$ -තලයේ ලක්ෂ්‍ය බවට අනුරූපණය වේ.

ඉහත පරිණාමනය යටතේ,  $y = mx + c$ , ( $m \neq \frac{2}{3}$  හා  $c \neq 0$ ) රේඛාව අවිචලක වන පරිදි  $m$  හි අගය සොයන්න.  
 $A \equiv (c, 0)$  හා  $B \equiv (0, c)$  යනු  $xy$ -තලයේ ලක්ෂ්‍ය දෙකක් යැයි ගනිමු. මෙම පරිණාමනය යටතේ ඒවායේ ප්‍රතිබිම්බ වූ  $A'$  හා  $B'$  හි බණ්ඩාංක සොයා,  $A'$  හා  $B'$  ලක්ෂ්‍ය  $x' + y' = c$  රේඛාව මත පිහිටන බව සත්‍යාපනය කරන්න.

13. ධන නිඛිලමය දර්ශකයක් සඳහා ද මූලාවර් ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කර සාධනය කරන්න.

ද මූලාවර් ප්‍රමේයය භාවිතයෙන්,

(i)  $\cos 5\theta = \cos^5 \theta - 10 \cos^3 \theta \sin^2 \theta + 5 \cos \theta \sin^4 \theta$  හා

(ii)  $\sin 5\theta = \sin^5 \theta - 10 \cos^2 \theta \sin^3 \theta + 5 \cos^4 \theta \sin \theta$

බව පෙන්වන්න.

$$\tan 5\theta = \frac{\tan \theta (\tan^4 \theta - 10 \tan^2 \theta + 5)}{(1 - 10 \tan^2 \theta + 5 \tan^4 \theta)} \text{ බව අපෝහනය කරන්න.}$$

$0 < \theta < \frac{\pi}{2}$  සඳහා  $\tan 5\theta = 0$  සමීකරණය විසඳා,  $x^2 - 10x + 5 = 0$  සමීකරණයේ මූල  $\tan^2\left(\frac{\pi}{5}\right)$  හා  $\tan^2\left(\frac{2\pi}{5}\right)$  බව පෙන්වන්න.

ඒ නිසින්,  $\sec^2\left(\frac{\pi}{5}\right) + \sec^2\left(\frac{2\pi}{5}\right) = 12$  බව පෙන්වන්න.

14. (a)  $C_1$  හා  $C_2$  යනු  $x \in \mathbb{R}$  සඳහා,  $y = \frac{4x}{1+x}$  හා  $y = \frac{2}{3}x^2$  මගින් දෙනු ලබන වක්‍ර යැයි ගනිමු.  $C_1$  හා  $C_2$  හි ඡේදන ලක්ෂ්‍යවල බණ්ඩාංක සොයන්න.

ස්පර්ශෝන්මුඛ හා හැරුම් ලක්ෂ්‍ය (ඇත්නම්) පැහැදිලිව පෙන්වමින්,  $C_1$  හා  $C_2$  හි ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන් එකම රූපයක අඳින්න.  $C_1$  හා  $C_2$  මගින් ආවෘත වර්ගඵලය සොයන්න.

$C_1$  හා  $C_2$  වක්‍ර මගින් ආවෘත වර්ගඵලය,  $x$ -අක්ෂය වටා සෘජුකෝණ 4 කින් පරිභ්‍රමණය කිරීමෙන් ජනනය වන ඝනයේ පරිමාවක් සොයන්න.

(b)  $2x^2 \frac{dy}{dx} - 2xy + y^2 = 0$  අවකල සමීකරණය විසඳන්න.

15. (a)  $I_n = \int_0^{2\pi} \sin^n(x+\alpha) dx$  යැයි ගනිමු; මෙහි  $\alpha$  යනු තාත්වික නියතයක් ද,  $n$  යනු  $n \geq 2$  වන පරිදි වූ නිඛිලයක් ද වේ.

$n \geq 2$  සඳහා,  $n I_n = (n-1) I_{n-2}$  බව පෙන්වන්න.

ඒ නිසින්,  $\int_0^{2\pi} (\sqrt{3} \sin x + \cos x)^6 dx$  හි අගය සොයන්න.

(b)  $y = \tan(e^{2x} - 1)$  යැයි ගනිමු.

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = 2 \frac{dy}{dx} (1 + ye^{2x}) \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

ඒ නිසින්,  $y$  හි මැක්ලෝරින් ශ්‍රේණි ප්‍රසාරණය  $x^4$  අඩංගු පදය දක්වා, එයත් ඇතුළත්ව සොයන්න.

16.  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ඉලිප්සයෙහි  $(x_1, y_1)$  ලක්ෂ්‍යයෙහි දී ස්පර්ශකයේ සමීකරණය  $\frac{xx_1}{a^2} + \frac{yy_1}{b^2} = 1$  බව පෙන්වන්න.

ඉලිප්සයට විකේන්ද්‍රික කෝණය  $\theta$  වූ  $P$  ලක්ෂ්‍යයෙහි දී ස්පර්ශකයේ සමීකරණය අපෝහනය කර,  $P$  හි දී ඉලිප්සයට අභිලම්භය,  $(a \sec \theta)x - (b \operatorname{cosec} \theta)y = a^2 - b^2$  මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

$T$  හා  $T'$  යනු ස්පර්ශකයට පිළිවෙළින්  $OX$  හා  $OY$  අක්ෂ හමුවන ලක්ෂ්‍ය යැයි ද  $N$  හා  $N'$  යනු අභිලම්භයට  $OX$  හා  $OY$  අක්ෂ හමුවන ලක්ෂ්‍ය යැයි ද ගනිමු.

(i)  $\theta$  විචලනය වන විට  $NN'$  හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයේ පථයෙහි සමීකරණය  $4(a^2x^2 + b^2y^2) = (a^2 - b^2)^2$  බව පෙන්වන්න.

(ii)  $TT'$  හා  $NN'$  රේඛා ඛණ්ඩාංක අක්ෂවලට සමාන්තව ආනත වන විට  $\theta$   $\left(0 < \theta < \frac{\pi}{2}\right)$  විකේන්ද්‍රික කෝණයෙහි

අගය සොයන්න. මෙම අවස්ථාවේ දී,  $a$  හා  $b$  ඇසුරෙන්  $(TT')$   $(NN')$  සොයන්න.

17.(a)  $x \in \mathbb{R}$  සඳහා  $f(x) = \frac{\sin 2x}{2 + \cos 2x}$  යැයි ගනිමු.

(i)  $x \in \mathbb{R}$  සඳහා  $-\frac{1}{\sqrt{3}} \leq f(x) \leq \frac{1}{\sqrt{3}}$  බව පෙන්වන්න.

(ii)  $0 \leq x \leq \pi$  සඳහා  $y = f(x)$  හි ප්‍රස්තාරයෙහි දළ සටහනක් අඳින්න.

(b) පහත දැක්වෙන වගුවේ දී ඇති  $e^{-x^2}$  හි අගයන් සහිතව සීමිත නිඛිල භාවිතයෙන්,  $\int_0^1 e^{-x^2} dx$  සඳහා ආසන්න අගයක් සොයන්න.

$x$	0	0.25	0.50	0.75	1
$e^{-x^2}$	1	0.9394	0.7788	0.5698	0.3679

$\int_0^1 e^{(\ln 2 - 9x^2)} dx$  සඳහා ආසන්න අගයක් අපෝහනය කරන්න.

\*\*\*
















නව/පැරණි නිර්දේශය - புதிய/பழைய பாடத்திட்டம் - New/Old Syllabus


 Department of Examinations, Sri Lanka  
 இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம், Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka  
 இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம், இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம், இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம்

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2019 අගෝස්තු  
 கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2019 ஓகஸ்ட்  
 General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2019

උසස් ගණිතය II  
 உயர் கணிதம் II  
 Higher Mathematics II

11 S II

B කොටස

\* ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11. O මූලයකට අනුබද්ධයෙන් පහත වගුවේ දී ඇති පරිදි පිහිටුම් දෛශික සහිත ලක්ෂ්‍යවල දී ක්‍රියාකරන බල තුනකින් පද්ධතියක් සමන්විත වේ.

ලක්ෂ්‍යය	පිහිටුම් දෛශිකය	බලය
A <sub>1</sub>	r <sub>1</sub> = 2i - 4j	F <sub>1</sub> = i + 4j - k
A <sub>2</sub>	r <sub>2</sub> = j - 3k	F <sub>2</sub> = -3i + j - 2k
A <sub>3</sub>	r <sub>3</sub> = 2i - j + k	F <sub>3</sub> = -i - j + 2k

O මූලයෙහි දී, ±F<sub>s</sub>, s = 1, 2, 3 බල ඇතුළු කිරීමෙන් දෙන ලද පද්ධතිය O මූලයෙහි දී ක්‍රියාකරන  $R = \sum_{s=1}^3 F_s$  තනි බලයක් සමග දෛශික ඝූර්ණය  $G = \sum_{s=1}^3 r_s \times F_s$  චූ යුග්මයකට උභ්‍යන්තය කළ හැකි බව පෙන්වන්න.

R හා G දෛශික, i, j හා k ඇසුරෙන් සොයන්න.

පද්ධතිය විශාලත්වය  $\sqrt{26}$  චූ R තනි සම්ප්‍රයුක්ත බලයකට තුල්‍ය බව අපෝහනය කරන්න.

F<sub>1</sub> හා F<sub>2</sub> හි ක්‍රියා රේඛා r<sub>0</sub> පිහිටුම් දෛශිකය සහිත එක්තරා A<sub>0</sub> ලක්ෂ්‍යයක දී හමුවන බව පෙන්වන්න; මෙහි r<sub>0</sub> යන්න නිර්ණය කළ යුතු වේ. F<sub>3</sub> හි ක්‍රියා රේඛාවක් A<sub>0</sub> ලක්ෂ්‍යය හරහා යන බව සත්‍යාපනය කරන්න.

R තනි සම්ප්‍රයුක්ත බලයෙහි ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය r = r<sub>0</sub> + γR ආකාරයෙන් ලියා දක්වන්න.

මෙම රේඛාවට xy-තලය හමුවන ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටුම් දෛශිකය සොයන්න.

ඒ නමින්, R සම්ප්‍රයුක්ත බලයෙහි ක්‍රියා රේඛාවේ කාටිසිය සමීකරණ  $\frac{x-6}{3} = \frac{y+4}{-4} = \frac{z}{1}$  ලෙස ලබාගත හැකි බව පෙන්වන්න.

දෙන ලද බල පද්ධතිය පිහිටන තලයේ කාටිසිය සමීකරණය x + 3z = 0 ලෙස ලබාගත හැකි බව කවදුරටක් පෙන්වන්න.

12. AB යන්න DC ට සමාන්තර ද AB = 3a, DC = a හා  $\hat{BAD} = \hat{ABC} = \frac{\pi}{4}$  ද චූ ABCD ත්‍රැපීසියමක ආකාරයෙන් චූ ආස්තරයක් සමජාතීය ද්‍රවයක, AB ද්‍රවයේ නිදහස් පෘෂ්ඨය මත වන පරිදි සිරස්ව හිල්වනු ලැබේ. ABCD ආස්තරයෙහි පිඩන කේන්ද්‍රය AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය චූ E සිට  $\frac{3a}{5}$  දුරක් සිරස්ව පහළින් ඇති බව පෙන්වන්න.

ඉහත ABCD ආස්තරයේ හැඩය ඇති දොරක් AB සිරස්ව ද CD යන්න AB ට පහළින් ද ඇතිව වැංකියක සිරස් පැත්තක් මත සාදනු ලැබේ. දොර, CD දිගේ සුමටව අසඹී කර ඇත. ඝනත්වය ρ වන සමජාතීය ද්‍රවයකින් AB හි මට්ටමට වැංකිය පුරවනු ලැබේ. ද්‍රවය වැංකිය තුළම රැඳෙන පරිදි දොර වසා තැබීමට E හි දී යෙදිය යුතු අඩුතම බලය සොයන්න.

13. එන්ජම මගින් සෘජු තිරස් මාර්ගයක් දිගේ ප්‍රතිරෝධයකට එරෙහිව දුම්‍රියක් ඇදගෙන යන අතර, ඕනෑම වේලාවක ප්‍රතිරෝධය දුම්‍රියේ ගමාතාව මෙන්  $k$  ගුණයක් වේ; මෙහි  $k$  නියතයකි. එන්ජම  $9Mkv_0^2$  නියත ජවයකින් ක්‍රියා කරයි; මෙහි  $M$  යනු එන්ජමේ හා දුම්‍රියේ මුළු ස්කන්ධයයි.

- (i) දුම්‍රියට ලබාගත හැකි උපරිම වේගය  $3v_0$  බවත්
- (ii) වේගය  $v_0$  සිට  $2v_0$  දක්වා වැඩි කර ගැනීමට දුම්‍රිය ගන්නා කාලය  $\frac{1}{2k} \ln\left(\frac{8}{5}\right)$  බවත් පෙන්වන්න.

දුම්‍රිය  $U$  වේගයෙන් චලනය වන විට එහි ජවය විසන්ධි කරනු ලබන අතර, ඉහත ප්‍රතිරෝධයට අමතරව  $F$  නියත රෝධක බලයක් යොදනු ලැබේ. ජවය විසන්ධි කිරීමෙන්  $\frac{1}{k} \ln\left(\frac{F+MkU}{F}\right)$  කාලයකට පසු දුම්‍රිය නවතින බව පෙන්වන්න.

14. සුමට තිරස් මේසයක් මත නිසලව තිබෙන ස්කන්ධය  $m$  වූ  $P$  අංශුවක්, ස්වභාවික දිග  $a$  හා ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය  $mg$  වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක් මගින් මේසය මත  $O$  අවල ලක්ෂ්‍යයකට සම්බන්ධ කර ඇත. කාලය  $t = 0$  වන විට  $P$  අංශුව  $O$  සිට  $a$  දුරකින්, තන්තුව යම්තම් නොබුරුල්ව ඇති අතර,  $P$  අංශුව, තන්තුවේ ආරම්භක රේඛාවට ලම්බ දිශාවකට විශාලත්වය  $U = 2\sqrt{\frac{ga}{3}}$  වූ ප්‍රවේගයකින් මේසය දිගේ ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ.

ශක්ති සංස්ථිති මූලධර්මය හා  $O$  වටා කෝණික ගමාතා සංස්ථිති මූලධර්මය යෙදීමෙන්

$$\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 = U^2 \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) - \frac{g}{a}(r-a)^2$$

බව පෙන්වන්න.

- (i) තන්තුවේ උපරිම දිග  $2a$  බව හා මෙම මොහොතේ දී තන්තුවේ ආතතිය  $mg$  බව ද
- (ii) මෙම මොහොතේ දී අංශුවේ වේගය  $\frac{U}{2}$  බව ද අපෝහනය කරන්න.

$\frac{dr}{dt} \neq 0$  වන විට,  $r$  හා  $a$  ඇසුරෙන්  $\frac{d^2r}{dt^2}$  සොයන්න.

15. (i) ස්කන්ධය  $M$  හා අරය  $a$  වූ ඒකාකාර කුහර වෘත්තාකාර සිලින්ඩරයක එහි අක්ෂය වටා අවස්ථිති ඝූර්ණය  $Ma^2$  බව ද

(ii) ස්කන්ධය  $m$  හා අරය  $a$  වූ ඒකාකාර වෘත්තාකාර තැටියක, කේන්ද්‍රය හරහා යන, එහි තලයට ලම්බ අක්ෂය වටා අවස්ථිති ඝූර්ණය  $\frac{1}{2}ma^2$  බව ද පෙන්වන්න.

අරය  $a$  හා දිග  $3a$  වූ සෘජු වෘත්තාකාර කුහර සිලින්ඩරයක දෙකෙළවරට එක එකක අරය  $a$  වූ ඒකාකාර වෘත්තාකාර තැටි දෙකක් සවි කිරීමෙන් සංවෘත  $C$  භාජනයක්, තුනී ඒකාකාර ලෝහ තහඩුවකින් සාදා ඇත.  $C$  භාජනයෙහි අක්ෂය වටා විභ්‍රමණ අරය  $k$  යන්න,  $k^2 = \frac{7}{8}a^2$  මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

භාජනය, තිරසර ආනතිය  $\alpha$  වූ රළු තලයක උපරිම බෑවුම් රේඛාවලට ලම්බව අක්ෂය තිරස්ව ඇතිව තලයේ පහළට, ලිස්සීමකින් තොරව පෙරළී යයි.

මෙම වලිතයේ දී  $C$  භාජනයේ  $f$  ක්වරණය  $f = \frac{8}{15}g \sin \alpha$  මගින් දෙනු ලබන බවත්,

භාජනය හා තලය අතර සර්ෂණ සංගුණකය  $\mu$  යන්න,  $\mu > \frac{8}{15} \tan \alpha$  වන පරිදි විය යුතු බවත් පෙන්වන්න.

- 16.(a)  $X$  යනු මිනිත්තු පහක ප්‍රාන්තරයක දී එක්තරා රථ ගාලකින් ඉවතට යන රථ සංඛ්‍යාව යැයි ගනිමු.  $X$  ට පහත දැක්වෙන සම්භාවිතා ව්‍යාප්තිය ඇතුළු කිරීම.

$x$	1	2	3	4	5	6
$P(X=x)$	$p$	$2p$	$3p$	$3p$	$2p$	$p$

$p$  හි අගය හා  $X$  හි අපේක්ෂිත අගය  $E(X)$  සොයන්න.

$X$  හි සම්මත අපගමනය  $\frac{\sqrt{7}}{2}$  බව පෙන්වන්න.

$Y$  යන සම්භාවි විචල්‍යය  $Y = 2X + 3$  මගින් අර්ථ දැක්වේ.  $Y$  හි අපේක්ෂිත අගය  $E(Y)$  හා  $Y$  හි සම්මත අපගමනය සොයන්න.

තව ද  $P(Y \geq E(Y))$  හි අගය ද සොයන්න.

- (b) සියුම් සැත්කමකින් රෝගියකු සුව වීමේ සම්භාවිතාව  $\frac{2}{5}$  ක් වේ. මෙම සැත්කමට භාජනය වූ රෝගීන් 5 දෙනෙකු අහඹු ලෙස අධීක්ෂණය කරන ලදී.

(i) අඩුතම වශයෙන් 3 දෙනෙකු සුව වීමේ

(ii) හරියටම 2 දෙනෙකු සුව වීමේ

(iii) කිසි කෙනෙකු සුව නොවීමේ

සම්භාවිතාව සොයන්න.

- 17.(a) එක්තරා වර්ගයක විදුලි පහනක ආයු කාලය, පැය  $T$ ,

$$f(t) = \begin{cases} \frac{1}{a} e^{-\left(\frac{1}{b}\right)t} & , t \geq 0 \\ 0 & , \text{එසේ නොවන විට,} \end{cases}$$

සම්භාවිතා ඝනත්ව ශ්‍රිතයෙන් ආදර්ශනය කළ හැකි ය; මෙහි  $a$  හා  $b$  ධන නියත වේ.

$a = b$  බව පෙන්වන්න.

එම වර්ගයේ විදුලි පහන්වලින් 40% ක ආයු කාලය පැය 2000 කට වැඩි බව දී ඇත.  $a$  හා  $b$  හි පොදු අගය සොයන්න.

$T$  හි ව්‍යාප්ති ශ්‍රිතය සොයා, ඒ නිසි,  $P(T > t + c | T > c) = P(T > t)$  බව පෙන්වන්න; මෙහි  $t \geq 0$  හා  $c$  ධන නියතයක් වේ.

- (b) අධිවේගී මාර්ගයක එක්තරා  $A$  ලක්ෂ්‍යයක් පසු කර යන වාහනවල වේග ප්‍රමාණ ලෙස ව්‍යාප්ත වී ඇති බවට සැලකිය හැකි ය.  $A$  ලක්ෂ්‍යය පසු කර යන වාහනවලින් 95% ක්  $85 \text{ km h}^{-1}$  ට අඩු වේගයෙන් ගමන් කරන බවත්, 10% ක්  $55 \text{ km h}^{-1}$  ට අඩු වේගයෙන් ගමන් කරන බවත් නිරීක්ෂණ පෙන්වුම් කරයි.

(i)  $A$  ලක්ෂ්‍යය පසු කර යන වාහනවල මධ්‍යක වේගය සොයන්න.

(ii)  $70 \text{ km h}^{-1}$  ට වැඩි වේගයෙන් ගමන් කරන වාහනවල ප්‍රතිශතය සොයන්න.

\*\*\*