AL/2020/11/T-I(NEW/OLD)

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved]

(නව/පැරණි නිර්දේශය – புதிய/பழைய பாடத்திட்டம் – New/Old Syllabus)

NEW/OLD

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2020
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2020
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2020

උසස් ගණිතය I
உயர் கணிதம் I
Higher Mathematics I

11 T I

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

අමතර කියවීම් කාලය - මිනිත්තු 10 යි
மேலதிக வாசிப்பு நேரம் - 10 நிமிடங்கள்
Additional Reading Time - 10 minutes

வினாத்தாளை வாசித்து, வினாக்களைத் தெரிவுசெய்வதற்கும் விடை எழுதும்போது முன்னுரிமை வழங்கும் வினாக்களை ஒழுங்கமைத்துக் கொள்வதற்கும் மேலதிக வாசிப்பு நேரத்தைப் பயன்படுத்துக.

சுட்டெண் | | | | | | | |

அறிவுறுத்தல்கள் :

* இவ்வினாத்தாள் பகுதி **A** (வினாக்கள் 1 - 10), பகுதி **B** (வினாக்கள் 11 - 17) என்னும் இரு பகுதிகளைக் கொண்டது.
* **பகுதி A :**
  எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்குமுரிய உமது விடைகளைத் தரப்பட்டுள்ள இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
* **பகுதி B :**
  ஐந்து வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக. உமது விடைகளைத் தரப்பட்டுள்ள தாள்களில் எழுதுக.
* ஒதுக்கப்பட்டுள்ள நேரம் முடிவடைந்ததும் **பகுதி A** இன் விடைத்தாளானது **பகுதி B** இன் விடைத்தாள்களுக்கு மேலே இருக்கத்தக்கதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
* வினாத்தாளின் பகுதி **B** ஐ மாத்திரம் பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

பரீட்சகர்களின் உபயோகத்திற்கு மாத்திரம்

(11) உயர் கணிதம் I		
பகுதி	வினா எண்	புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	மொத்தம்	

மொத்தம்

இலக்கத்தில்	
எழுத்தில்	

குறியீட்டெண்கள்

விடைத்தாள் பரீட்சகர்		
பரிசீலித்தவர்:	1	
	2	
மேற்பார்வை செய்தவர்		

[பக். 2 ஐப் பார்க்க

பகுதி A

1. காரணிப்படுத்துக: $(a+b-c)(b+c-a)(c+a-b)-8abc$.

2. $a+3b$ ஆனது 4 இனால் வகுபடுமெனின் aRb இனால் நிறைவெண் தொடை $\mathbb{Z}$ மீது வரையறுக்கப்படும் ஒரு தொடர்பு R எனக் கொள்வோம். R ஆனது $\mathbb{Z}$ மீது ஒரு சமவன்மைத் தொடர்பெனக் காட்டி, 0 இன் சமவன்மை வகுப்பை எழுதுக.

0054

3. $x \neq -\frac{1}{2}$ இற்கு $f(x)=\frac{x-1}{2x+1}$ எனக் கொள்வோம்.

$f^{-1}(x)$ ஐக் காண்க. மேலும் $f\left(3f^{-1}(0)\right)$ ஐயும் காண்க.

4. $$\begin{vmatrix} a+p\alpha & b+q\alpha & c+r\alpha \\ a\alpha+p & b\alpha+q & c\alpha+r \\ x & y & z \end{vmatrix} + 3\begin{vmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ x & y & z \end{vmatrix} = 0$$

ஆக இருக்கத்தக்கதாக மாறிலி α இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

[பக். 4 ஐப் பார்க்க

5. $P \equiv (ap^2, 2ap)$, $Q \equiv (aq^2, 2aq)$ என்னும் இரு மாறும் புள்ளிகள் பரவளைவு $y^2 = 4ax$ மீது, PQ உற்பத்தி O இல் ஒரு செங்கோணத்தை எதிரமைக்கத்தக்கதாக, உள்ளன.

$pq = -4$ எனவும் PQ இன் நடுப்புள்ளி பரவளைவு $y^2 = 2a(x - 4a)$ மீது இருக்கின்றது எனவும் காட்டுக.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

6. $a, b \in \mathbb{R}$ எனவும் $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ஆனது

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{a \sin 2x}{x} , & x < 0 \text{ எனின்,} \\ (b-1)x + a , & 0 \le x \le 1 \text{ எனின்,} \\ \dfrac{b(x-1)}{|x-1|} , & 1 < x \text{ எனின்,} \end{cases}$$

இனால் வரையறுக்கப்படும் சார்பு எனவும் கொள்வோம்.

f ஆனது தொடர்ச்சியானதெனின், a, b ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

[பக். 5 ஐப் பார்க்க

7. $$f(x)=\begin{cases} x^2+1, & x\leq 0 \text{ எனின்,} \\ -x^2+1, & 0<x<1 \text{ எனின்,} \\ x-1, & 1\leq x \text{ எனின்} \end{cases}$$

எனக் கொள்வோம். $f(x)$ ஆனது $x=0$ இல் வகையிடத்தக்கது எனவும் $x = 1$ இல் வகையிடப்பட முடியாதது எனவும் காட்டுக.

$x \neq 1$ இற்கு $f'(x)$ ஐ எழுதுக.

8. $x = 0$ ஆக இருக்கும்போது $y=1$ என்னும் நிபந்தனைக்கு உட்பட்டு வகையீட்டுச் சமன்பாடு $\frac{dy}{dx}+2y=x$ ஐத் தீர்க்க.

[பக். 6 ஐப் பார்க்க

9. f என்பது f' ஆனது $[0, 1]$ மீது தொடர்ச்சியாக இருக்குமாறு ஒரு மெய்ப் பெறுமானமுள்ள சார்பெனக் கொள்வோம்.

$x \in [0, 1]$ இற்கு $g(x) = 3x^2 f(x^3) + xf'(x)$ எனவும் கொள்வோம். $\int_0^1 g(x)\,dx = f(1)$ எனக் காட்டுக.

10. $r = \sqrt{3}\cos\theta$, $r = 2\sin\theta - \sqrt{3}\cos\theta$ ஆகியவற்றினால் முனைவுச் சமன்பாடுகள் தரப்படும் வளையிகளை ஒரே வரிப்படத்தில் பருமட்டாக வரைந்து, அவற்றின் வெட்டுப் புள்ளிகளின் முனைவாள்கூறுகளைக் காண்க.

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது /All Rights Reserved]

නව/පැරණි නිර්දේශය – புதிய/பழைய பாடத்திட்டம் – New/Old Syllabus

NEW/OLD

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2020
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2020
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2020

උසස් ගණිතය I
உயர் கணிதம் I
Higher Mathematics I

11 T I

பகுதி B

※ **ஐந்து** வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.

11. (*a*) A, B, C ஆகியன ஓர் அகிலத் தொடை S இன் தொடைப்பிரிவுகளெனக் கொள்வோம். நீர் பயன்படுத்தும் தொடை அட்சரகணித விதிகளைத் தெளிவாகக் குறிப்பிட்டு,

(i) $A' \cup \big((A \cup B) - B\big) = (A \cap B)'$,

(ii) $(A \cup B \cup C) - \big((A - C) - B\big) = B \cup C$

எனக் காட்டுக; இங்கு $A - B$ ஆனது $A \cap B'$ இனால் வரையறுக்கப்படுகின்றது.

(*b*) 100 மாணவர்கள் உள்ள ஒரு சங்கீத வகுப்பில் 85 மாணவர்கள் வயலினை வாசிப்பதற்கும் 20 மாணவர்கள் பியானோவை வாசிப்பதற்கும் 45 மாணவர்கள் கிதாரை வாசிப்பதற்கும் விரும்புகின்றனர். மேலும் 10 மாணவர்கள் வயலினையும் பியானோவையும் 15 மாணவர்கள் பியானோவையும் கிதாரையும் 30 மாணவர்கள் கிதாரையும் வயலினையும் வாசிப்பதற்கு விரும்புகின்றனர். ஒவ்வொரு மாணவனும் இம்மூன்று இசைக்கருவிகளில் குறைந்தபட்சம் ஒன்றையேனும் வாசிப்பதற்கு விரும்புகின்றானெனக் கொண்டு

(i) எல்லா மூன்று இசைக் கருவிகளையும்

(ii) பியானோவைத் தவிர வயலினையும் கிதாரையும்

(iii) வயலினை அல்லது கிதாரை

வாசிப்பதற்கு விரும்பும் மாணவர்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

12. (*a*) $a, b, c > 0$ எனக் கொள்வோம்.

(i) $\dfrac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ எனக் காட்டி, $(a+b)\,(b+c)\,(c+a) \geq 8\,abc$ என உய்த்தறிக.

(ii) $\dfrac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{abc}$ ஐப் பயன்படுத்தி, $a+b+c=2$ எனின், $(1-a)\,(1-b)\,(1-c) \leq \dfrac{1}{27}$ எனக் காட்டுக.

(*b*) உருமாற்றம் $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ ஆனது xy- தளத்தின் புள்ளிகளை $x'y'$-தளத்தின் புள்ளிகளாகப் படமாக்குகின்றது. மேற்குறித்த உருமாற்றத்தின் கீழ் அவற்றின் மீதே படமாக்கப்படும், xy-தளத்தில் உள்ள புள்ளி $(0, 1)$ இனூடாகச் செல்லும் இரு நேர்கோடுகளினதும் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

$A \equiv (1, 1),\ B \equiv (1, 0)$ ஆகியன xy-தளத்தின் இரு புள்ளிகளெனக் கொள்வோம். அவற்றின் விம்பங்கள் $x'y'$-தளத்தில் உள்ள கோடு $2x' - 3y' - 5 = 0$ மீது இருக்கின்றனவெனக் காட்டுக.

[பக். 8 ஐப் பார்க்க

13. ஒரு நேர் நிறைவெண் சுட்டிக்குத் **த மோய்வரின் தேற்றத்தை** எடுத்துரைத்து, நிறுவுக.

த மோய்வரின் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி, $\cos\theta \neq 0$ இற்கு

$\dfrac{\cos 5\theta}{\cos\theta} = 16\cos^4\theta - 20\cos^2\theta + 5$ எனக் காட்டுக.

இப்பேறைப் பயன்படுத்தி,

(i) $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \cos 5\theta \tan\theta \, d\theta$ ஐப் பெறுமானங் கணிக்க.

(ii) இருபடிச் சமன்பாடு $16x^2 - 20x + 5 = 0$ இன் மூலங்கள் $\cos^2\dfrac{\pi}{10}$ எனவும் $\cos^2\dfrac{3\pi}{4}$ எனவும் காட்டுக.

$\sec^2\dfrac{\pi}{10} + \sec^2\dfrac{3\pi}{10} = \dfrac{1}{4}$ என **உய்த்தறிக.**

14.(*a*) C_1 ஆனது நீள்வளையம் $x^2 + 6y^2 = 25$ எனவும் C_2 ஆனது பரவளைவு $y^2 = 4x$ எனவும் கொள்வோம். அவற்றின் வெட்டுப் புள்ளிகளின் ஆள்கூறுகளைக் காட்டி C_1, C_2 ஆகியவற்றின் வரைபுகளின் பரும்படிப் படங்களை ஒரே வரிப்படத்தில் வரைக.

C_1, C_2 ஆகிய வளையிகளினால் வரைப்புற்ற **முதலாம் கால்வட்டத்தில்** இருக்கும் பிரதேசம் R இன் பரப்பளவைக் காண்க.

மேலும் பிரதேசம் R ஐ x-அச்சைப் பற்றி 2π ஆரையன்களினூடாகச் சுழற்றும்போது பிறப்பிக்கப்படும் திண்மத்தின் கனவளவையும் காண்க.

(*b*) ஒரு வளையிக் குடும்பம் வகையீட்டுச் சமன்பாடு $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{2x + 4y - 1}{x + 2y - 3}$ ஐத் திருப்தியாக்குகின்றது.

பிரதியீடு $v = x + 2y$ ஐப் பயன்படுத்தி, தரப்பட்ட வகையீட்டுச் சமன்பாடு $\dfrac{dv}{dx} = \dfrac{5(v-1)}{(v-3)}$ ஆக உருமாற்றப்படுகின்றதெனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து, தரப்பட்ட வளையிக் குடும்பத்தினால் திருப்தியாக்கப்படும் சமன்பாட்டினை x, y ஆகியவற்றில் காண்க.

மேலும், இவ்வளையிக் குடும்பத்தின் நிமிர்கோணக் கடவைகளினால் திருப்தியாக்கப்படும் வகையீட்டுச் சமன்பாட்டினைப் பெறுக.

15.(*a*) $I_n = \displaystyle\int \frac{dx}{(x^2 + a^2)^n}$ எனக் கொள்வோம்; இங்கு $a > 0$.

$n \geq 2$ இற்கு $2(n-1)a^2 I_n = \dfrac{x}{(x^2 + a^2)^{n-1}} + (2n-3)I_{n-1}$ எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து, $\displaystyle\int_0^a \frac{dx}{(x^2 + a^2)^4}$ ஐக் காண்க.

(*b*) f என்பது $(x^2 + 1) f''(x) + 2x f'(x) + f(x) = 0$ ஆகுமாறு உள்ள ஒரு சார்பெனக் கொள்வோம்.

$(x^2 + 1) f'''(x) + 4x f''(x) + 3f'(x) = 0$ எனக் காட்டுக.

$f(0) = 1$ எனவும் $f'(0) = 2$ எனவும் தரப்பட்டுள்ளது.

$f(x)$ இன் மக்குளோரின் தொடரை x இன் ஏறு வலுக்களில் x^3 இடம்பெறும் உறுப்பு (உட்பட) வரைக்கும் காண்க.

இதனைப் பயன்படுத்தி $\displaystyle\int_0^{0.1} f(x)\,dx$ இற்கு ஓர் அண்ணளவுப் பெறுமானத்தைக் காண்க.

[பக். 9 ஐப் பார்க்க

16. S என்பது நீள்வளையம் $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ எனக் கொள்வோம்.

$P\equiv(a\cos\theta, b\sin\theta)$, $Q\equiv(a\cos\phi, b\sin\phi)$ ஆகிய புள்ளிகளைத் தொடுக்கும் நாணின் சமன்பாடு

$\dfrac{x}{a}\cos\left(\dfrac{\theta+\phi}{2}\right)+\dfrac{y}{b}\sin\left(\dfrac{\theta+\phi}{2}\right)=\cos\left(\dfrac{\theta-\phi}{2}\right)$ எனக் காட்டுக.

S இற்கு P இல் வரையப்பட்டுள்ள தொடலியின் சமன்பாட்டினை எழுதுக.

S இற்கு P, Q ஆகிய புள்ளிகளில் வரையப்பட்டுள்ள தொடலிகள் ஒரு புள்ளி R இல் இடைவெட்டுகின்றன.

$R\equiv\left(a\dfrac{\cos\left(\dfrac{\theta+\phi}{2}\right)}{\cos\left(\dfrac{\theta-\phi}{2}\right)},\ b\dfrac{\sin\left(\dfrac{\theta+\phi}{2}\right)}{\cos\left(\dfrac{\theta-\phi}{2}\right)}\right)$ எனக் காட்டுக.

இப்போது S மீது P, Q ஆகிய புள்ளிகள், $\phi=\theta-\dfrac{\pi}{3}$ ஆக இருக்குமாறு, உள்ளனவெனக் கொள்வோம். R ஆனது நீள்வளையம் $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=\dfrac{4}{3}$ மீது இருக்கின்றதெனக் காட்டுக.

S இற்கு P இல் வரையப்பட்டுள்ள தொடலிக்குச் சமாந்தரமாக நீள்வளையம் $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=\dfrac{4}{3}$ இற்கு வரையப்பட்டுள்ள தொடலிகளின் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

17. (*a*) $x\in\mathbb{R}$ இற்கு $f(x)=\dfrac{\cos x}{\sqrt{5}+\sin x}$ எனக் கொள்வோம்.

(i) $x\in\mathbb{R}$ இற்கு $-\dfrac{1}{2}\le f(x)\le\dfrac{1}{2}$ எனக் காட்டுக.

(ii) $0\le x\le\pi$ இற்கு $y=f(x)$ இன் வரைபைப் பரும்படியாக வரைக.

(*b*) பின்வரும் அட்டவணை 0 இற்கும் 6 இற்குமிடையே நீளம் 1 ஆகவுள்ள ஆயிடைகளில் அமைந்த x இன் பெறுமானங்களுக்குச் சார்பு $f(x)=\ln(3+x^2)$ இன் பெறுமானங்களை நான்கு தசம தானங்களுக்குத் திருத்தமாகத் தருகின்றது.

x	0	1	2	3	4	5	6
$f(x)$	1.0986	1.3863	1.9459	2.4849	2.9444	3.3322	3.6636

சிம்சனின் நெறியைப் பயன்படுத்தி, $I=\displaystyle\int_0^6 \ln(3+x^2)\,dx$ இற்கு ஓர் அண்ணளவுப் பெறுமானத்தைக் காண்க.

இதிலிருந்து, $\displaystyle\int_0^6 \ln(3e+ex^2)\,dx$ இற்கு ஓர் அண்ணளவுப் பெறுமானத்தைக் காண்க.

***

AL/2020/11/T-II(NEW/OLD)

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved]

නව/පැරණි නිර්දේශය – புதிய/பழைய பாடத்திட்டம் – New/Old Syllabus

NEW/OLD

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2020
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2020
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2020

උසස් ගණිතය II
உயர் கணிதம் II
Higher Mathematics II

11 T II

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

අමතර කියවීම් කාලය - මිනිත්තු 10 යි
மேலதிக வாசிப்பு நேரம் - 10 நிமிடங்கள்
Additional Reading Time - 10 minutes

வினாத்தாளை வாசித்து, வினாக்களைத் தெரிவுசெய்வதற்கும் விடை எழுதும்போது முன்னுரிமை வழங்கும் வினாக்களை ஒழுங்கமைத்துக் கொள்வதற்கும் மேலதிக வாசிப்பு நேரத்தைப் பயன்படுத்துக.

சுட்டெண்							

அறிவுறுத்தல்கள் :

* இவ்வினாத்தாள் பகுதி **A** (வினாக்கள் 1 - 10), பகுதி **B** (வினாக்கள் 11 - 17) என்னும் இரு பகுதிகளைக் கொண்டது.
* பகுதி **A :**
  எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்குமுரிய உமது விடைகளைத் தரப்பட்டுள்ள இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
* பகுதி **B :**
  ஐந்து வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக. உமது விடைகளைத் தரப்பட்டுள்ள தாள்களில் எழுதுக.
* ஒதுக்கப்பட்டுள்ள நேரம் முடிவடைந்ததும் **பகுதி A** இன் விடைத்தாளானது **பகுதி B** இன் விடைத்தாள்களுக்கு மேலே இருக்கத்தக்கதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
* வினாத்தாளின் **பகுதி B ஐ மாத்திரம்** பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

* புள்ளிவிபர அட்டவணை வழங்கப்படும்.
* g புவியீர்ப்பினாலான ஆர்முடுகலைக் குறிக்கின்றது.

பரீட்சகர்களின் உபயோகத்திற்கு மாத்திரம்

(11) உயர் கணிதம் II		
பகுதி	வினா எண்	புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	மொத்தம்	

மொத்தம்

இலக்கத்தில்	
எழுத்தில்	

குறியீட்டெண்கள்

விடைத்தாள் பரீட்சகர்	
பரிசீலித்தவர்: 1	
2	
மேற்பார்வை செய்தவர்	

பகுதி A

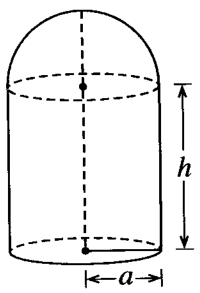
1. ஒரு நிலைத்த உற்பத்தி O பற்றி A, B, C என்னும் மூன்று புள்ளிகளின் தானக் காவிகள் முறையே $\mathbf{i}+\mathbf{j}-\mathbf{k}, 2\mathbf{i}-3\mathbf{j}+\mathbf{k}, \mathbf{i}-2\mathbf{j}+3\mathbf{k}$ எனக் கொள்வோம். $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$ ஐக் கண்டு, **இதிலிருந்து**, முக்கோணி ABC இன் பரப்பளவைக் காண்க.

2. ஒரு விசைத் தொகுதி, இரண்டும் உற்பத்தி O இல் தாக்கும் $\mathbf{F}_1 = 2\mathbf{i}+3\mathbf{j}-\mathbf{k}$, $\mathbf{F}_2 = \mathbf{i}-\mathbf{j}+\mathbf{k}$, புள்ளி $(1, 0, 1)$ இல் தாக்கும் $\mathbf{F}_3 = -3\mathbf{i}-2\mathbf{j}$ என்னும் விசைகளைக் கொண்டுள்ளது. விசைத் தொகுதி ஓர் இணையாக ஒடுங்குகின்றதெனக் காட்டி, அதன் காவித் திருப்பத்தைக் காண்க.

[பக். 3 ஐப் பார்க்க

0054

3. ஆரை a ஐயும் அடர்த்தி ρ ஐயும் உடைய ஒரு சீரான அரைக்கோளத்தை ஆரை a ஐயும் உயரம் h ஐயும் அடர்த்தி 2ρ ஐயும் உடைய ஒரு சீரான செவ்வட்ட உருளையில் உருவில் காட்டியுள்ளவாறு விறைப்பாகப் பொருத்துவதன் மூலம் ஒரு திண்மப் பொருள் S ஆக்கப்பட்டுள்ளது. S ஆனது அடர்த்தி ρ_1 ஐ உடைய ஓர் ஏகவினத் திரவத்தில், அதன் அச்சு நிலைக்குத்தாக இருக்குமாறு, அமிழ்த்தப்பட்டுள்ளது. உருளை அரைக்கோளத்திற்கு மேலே இருக்கும்போது அது அரைக்கோளம் மாத்திரம் திரவத்தில் முற்றாக அமிழ்ந்தும் அரைக்கோளம் உருளைக்கு மேலே இருக்கும்போது அது உருளை மாத்திரம் திரவத்தில் முற்றாக அமிழ்ந்தும் இருக்குமாறு மிதக்கின்றது.



$h = \dfrac{2a}{3}$ எனவும் $\rho_1 = 3\rho$ எனவும் காட்டுக.

4. நேரம் t இல் ஒரு துணிக்கை P இன் தானக் காவி $\mathbf{r} = t\mathbf{i} + 2\cos t\mathbf{j} - 2\sin t\mathbf{k}$ இனால் தரப்படுகின்றது. நேரம் t இல் P இன் வேகத்தையும் கதியையும் கண்டு, வேகம் x–அச்சுடன் ஒரு மாறாக் கோணத்தை ஆக்குகின்றதெனக் காட்டுக.

மேலும், நேரம் t இல் P இன் ஆர்முடுகலைக் காண்க.

5. ஓர் ஒப்பமான கிடை நிலத்தின் மீது இயங்கும் திணிவு m ஐ உடைய ஓர் ஒப்பமான சீரான கோளம் A ஆனது ஓர் ஒப்பமான நிலைக்குத்துச் சுவருடன் மோதுகின்றது. மோதுவதற்குச் சற்று முன்னர் A இன் வேகத்தின் பருமன் u ஆக இருக்கும் அதே வேளை அது சுவருடன் கோணம் α ஐ ஆக்குகின்றது. மொத்தலுக்குச் சற்றுப் பின்னர் A இன் வேகம் சுவருடன் கோணம் β ஐ ஆக்குகின்றது. $\tan\beta = e\tan\alpha$ எனக் காட்டுக; இங்கு e ஆனது A இற்கும் சுவருக்குமிடையே உள்ள மீளமைவுக் குணகமாகும்.
மேலும், மோதுகை காரணமாக A இன் இயக்கப்பாட்டுச் சக்தியில் உள்ள இழப்பைக் காண்க.

6. திணிவு m ஐயும் நீளம் $2a$ ஐயும் உடைய ஒரு சீரான கோல் AB இன் புள்ளி B இல் திணிவு m ஐ உடைய ஒரு துணிக்கை நிலைப்படுத்தப்பட்டு அக்கோல் A இனூடாக உள்ள ஓர் ஒப்பமான கிடை அச்சுப் பற்றிச் சிறிய அலைவுகளை ஆற்றுகின்றது. சிறிய அலைவுகளின் ஆவர்த்தன காலம் $\frac{8\pi}{3}\sqrt{\frac{a}{g}}$ எனக் காட்டுக.

7. ஒரு குறித்த குழு ஒரு போட்டியில் வெல்வதற்கான நிகழ்தகவு 0.4 ஆகும். இக்குழு 5 போட்டிகளில்

(i) செப்பமாக 4 போட்டிகளில்

(ii) 4 இலும் குறைந்த போட்டிகளில்

வெல்வதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

8. ஒரு குறித்த காப்புறுதிக் கம்பனிக்குச் சராசரியாக ஒரு நாளுக்கு 2 கோரிக்கைகள் கிடைப்பதாக அறிவிக்கப்பட்டுள்ளது. ஒரு நாளுக்குக் கிடைக்கும் கோரிக்கைகளின் எண்ணிக்கை ஒரு புவசோன் பரம்பலைப் பின்பற்றுகின்றதெனக் கொண்டு ஓர் எழுமாற்றாகத் தெரிந்தெடுத்த நாளில் கம்பனிக்கு

(i) செப்பமாக 2 கோரிக்கைகள்

(ii) குறைந்தபட்சம் 1 கோரிக்கையேனும்

கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

[பக். 6 ஐப் பார்க்க

9. ஒரு தொடர் எழுமாற்று மாறி X இன் நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு $f(x)$ ஆனது

$$f(x) = \begin{cases} ax - bx^2 & , \ 0 \le x \le 2 \text{ இற்கு,} \\ 0 & , \text{ அவ்வாறு இல்லாவிட்டால்} \end{cases}$$

இனால் தரப்படுகின்றது; இங்கு a, b ஆகியன மாறிலிகள். $E(X) = \frac{1}{3}$ எனத் தரப்பட்டுள்ளது. a, b ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

10. பொம்மைக் கார்களை உற்பத்தி செய்யும் கம்பனி ஒன்றினால் நடத்தப்பட்ட ஒரு தரக் கட்டுப்பாட்டுச் செயன்முறையிலிருந்து 30 நாட்களுக்குச் சேகரிக்கப்பட்ட தரவுகள் பின்வருமாறு பொழிப்பாக்கப்பட்டுள்ளன.

நிராகரிக்கப்பட்ட பொம்மைக் கார்களின் எண்ணிக்கை	0	1	2	3	4
நாட்களின் எண்ணிக்கை	4	6	7	10	3

ஓர் எழுமாற்றாகத் தெரிந்தெடுத்த நாளில் நிராகரிக்கப்பட்ட பொம்மைக் கார்களின் எண்ணிக்கை X எனக் கொள்வோம். X இன் நிகழ்தகவுத் திணிவுச் சார்பைப் பெற்று, **இதிலிருந்து**, $E(X)$ ஐயும் $\mathrm{Var}(X)$ ஐயும் காண்க.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

* *

[பக். 7 ஐப் பார்க்க

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව | முழுப் பதிப்புரிமையுடையது | All Rights Reserved

නව/පැරණි නිර්දේශය – புதிய/பழைய பாடத்திட்டம் – New/Old Syllabus

NEW/OLD

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2020
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2020
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2020

උසස් ගණිතය II
உயர் கணிதம் II
Higher Mathematics II

11 T II

பகுதி B

※ **ஐந்து** வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.

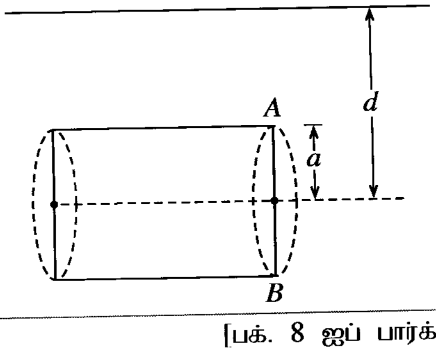
11. முறையே $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3$ என்னும் தானக் காவிகளைக் கொண்ட புள்ளிகளில் தாக்கும் $\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2, \mathbf{F}_3$ என்னும் மூன்று விசைகள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன:

தாக்கப் புள்ளி	விசை
$\mathbf{r}_1 = \mathbf{i} + \mathbf{k}$	$\mathbf{F}_1 = \mathbf{j} - \mathbf{k}$
$\mathbf{r}_2 = \mathbf{i} + \mathbf{j}$	$\mathbf{F}_2 = -\mathbf{i} + \mathbf{k}$
$\mathbf{r}_3 = \mathbf{j} + \mathbf{k}$	$\mathbf{F}_3 = \mathbf{i} - \mathbf{j}$

இவ்விசைத் தொகுதி ஓர் இணைக்குச் சமவலுவுள்ளதெனக் காட்டி, அதன் காவித் திருப்பத்தைக் காண்க.
இப்போது விசை $\mathbf{F}_3$ ஆனது ஒரு விசை $\mathbf{F}_4$ இனால், $\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2, \mathbf{F}_4$ ஆகியவற்றைக் கொண்ட விசைத் தொகுதி நாப்பத்தில் இருக்குமாறு, பிரதிவைக்கப்படுகின்றது. $\mathbf{F}_4$ ஐயும் வடிவம் $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \lambda \mathbf{F}$ இல் அதன் தாக்கக் கோட்டினையும் காண்க; இங்கு $\mathbf{r}_0$, $\mathbf{F}$ ஆகியன துணியப்படவேண்டும்; λ ஒரு பரமானம்.
மேலும், உற்பத்தி O இல் ஒடுக்கப்படும்போது முறையே $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3$ ஆகியவற்றில் தாக்கும் $\mathbf{F}_1, 2\mathbf{F}_2, 3\mathbf{F}_3$ ஆகியவற்றைக் கொண்ட விசைத் தொகுதி ஒரு தனி விசை $\mathbf{R}$ உடன் காவித் திருப்பம் $\mathbf{G}$ ஐ உடைய ஓர் இணையாக ஒடுங்குகின்றது. $\mathbf{R}, \mathbf{G}$ ஆகியவற்றைக் காண்க.
இதிலிருந்து, இத்தொகுதி ஒரு தனி விளையுள் விசையாக ஒடுங்குகின்றதெனக் காட்டுக.

12. ஆரை a ஐ உடைய ஒரு வட்ட அடர் ஓர் ஏகவினத் திரவத்தில், அதன் மையம் திரவத்தின் சுயாதீன மேற்பரப்பிற்குக் கீழே ஆழம் $h(> a)$ இல் இருக்குமாறு, அமிழ்த்தப்படுகின்றது. அடரின் அமுக்க மையம் அதன் நிலைக்குத்து விட்டத்தின் மீது மையத்திற்குக் கீழே தூரம் $\frac{a^2}{4h}$ இல் உள்ளதெனக் காட்டுக.
ஆரை a ஐ உடைய ஒரு வட்ட மூடியின் பரிதி மீது இருக்கும் ஒரு புள்ளி A இல் ஒப்பமாகப் பிணைக்கப்பட்ட, அம்மூடியைக் கொண்ட ஆரை a ஐ உடைய ஒரு செவ்வட்ட உருளைத் தாங்கியில் அடர்த்தி ρ ஐ உடைய ஓர் ஏகவினத் திரவம் நிரப்பப்பட்டு, A இற்கு விட்டமுறை எதிராக உள்ள புள்ளி B இல் ஓர் ஒப்பமான பூட்டினால் அடைக்கப்பட்டு, வைக்கப்படுகின்றது. இத்தாங்கி அடர்த்தி $\frac{\rho}{2}$ ஐ உடைய ஓர் ஏகவினத் திரவத்தில், AB நிலைக்குத்தாகவும் B இற்கு மேலே A உம் அதன் அச்சு கிடையாகவும் திரவத்தின் சுயாதீன மேற்பரப்பிலிருந்து ஆழம் $d(> a)$ இலும் இருக்குமாறு, அமிழ்த்தப்படுகின்றது (உருவைப் பார்க்க).
இப்போது பூட்டு விடுவிக்கப்படுகின்றது.

$d > \frac{9a}{4}$ எனின், மூடி அடைக்கப்பட்டிருக்குமெனக் காட்டுக.



[பக். 8 ஐப் பார்க்க

13. திணிவு m உடைய ஒரு துணிக்கை P ஆனது ஒரு புள்ளி O இலிருந்து நிலைக்குத்தாக மேல்நோக்கிக் கதி u உடன் எறியப்படுகின்றது. அது பருமன் mkv^2 ஐ உடைய ஒரு தடுக்கும் விசைக்கு உட்படுகின்றது; இங்கு v ஆனது துணிக்கையின் கதியாகும்.

P இன் மேன்முக இயக்கத்திற்கு $\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}+g+kv^2=0$ எனக் காட்டுக.

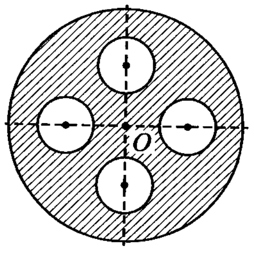
துணிக்கை P ஆனது O இற்கு மேலே அதன் ஆகவுங் கூடிய உயரம் H ஐ அடைவதற்கு எடுக்கும் நேரம் $\frac{1}{\sqrt{gk}}\tan^{-1}\left(\sqrt{\frac{k}{g}}u\right)$ எனவும் $H=\frac{1}{2k}\ln\left(1+\frac{ku^2}{g}\right)$ எனவும் காட்டுக.

மேலும், P ஆனது O இற்குத் திரும்பி வரும்போது அதன் வேகத்தை u, k, g ஆகியவற்றில் காண்க.

14. ஓர் ஒப்பமான கிடை நிலத்தின் மீது இயங்கும் சம திணிவும் சம ஆரையும் உள்ள A, B என்னும் இரு ஒப்பமான சீரான கோளங்கள் ஒன்றோடொன்று மோதுகின்றன. மோதுவதற்குச் சற்று முன்னர் A, B ஆகியவற்றின் வேகங்கள் முறையே $u(3\mathbf{i}+4\mathbf{j}), u(-\mathbf{i}+\frac{1}{2}\mathbf{j})$ ஆக இருக்கும் அதே வேளை A, B ஆகியவற்றின் மையங்களைத் தொடுக்கும் கோடு $\mathbf{i}$ இற்குச் சமாந்தரமாகும். A இற்கும் B இற்குமிடையே உள்ள மீளமைவுக் குணகம் $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ஆகும். மொத்தலுக்குச் சற்றுப் பின்னர் A, B ஆகியவற்றின் வேகங்களைக் கண்டு அவை ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தானவையெனக் காட்டுக.

மேலும், A இலிருந்து B மீது உள்ள கணத்தாக்கத்தையும் மோதுகை காரணமாக இயக்கப்பாட்டுச் சக்தியில் உள்ள இழப்பையும் காண்க.

15. ஒரு சீரான சில்லானது மையம் O ஐயும் ஆரை a ஐயும் உடைய ஒரு தட்டிலிருந்து ஆரை $\frac{a}{4}$ ஐ உடைய நான்கு சிறிய சர்வசமத் தட்டுகளை நீக்கிப் பெற்ற வடிவத்தைக் கொண்டுள்ளது. நான்கு சிறிய தட்டுகளினதும் மையங்கள் சில்லின் இரு செங்குத்தான விட்டங்களின் மீது O இலிருந்து தூரம் $\frac{a}{2}$ இல் உருவில் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு உள்ளன.



O இனூடாகச் சில்லின் தளத்திற்குச் செங்குத்தாக உள்ள அச்சுப் பற்றிச் சில்லின் சடத்துவத் திருப்பம் $\frac{55}{96}Ma^2$ எனக் காட்டுக; இங்கு M ஆனது சில்லின் திணிவாகும்.

சில்லு ஒரு கரடான கிடை நிலத்தின் மீது வைக்கப்பட்டு, அது கோணக் கதி இல்லாமல் கதி u உடன் வழுக்கிச் செல்லத் தொடங்குமாறு, அதற்கு ஒரு கிடைக் கணத்தாக்கு தரப்படுகின்றது.

சில்லு நேரம் T இற்கு வழுக்கிக் கொண்டும் உருண்டு கொண்டும் சென்று பின்னர் முற்றாக உருளத் தொடங்குகின்றது. T ஐ u, g, μ ஆகியவற்றிற் காண்க; இங்கு μ ஆனது சில்லுக்கும் நிலத்திற்குமிடையே உள்ள உராய்வுக் குணகமாகும்.

16. ஒரு பின்னக எழுமாற்று மாறி X கீழே தரப்பட்டுள்ள நிகழ்தகவுப் பரம்பலைக் கொண்டுள்ளது:

x	0	1	2	3	4
$P(X=x)$	p	q	r	0.2	0.1

இங்கு p, q, r ஆகியன மாறிலிகள்.

$E(X) = 1.5$ எனவும் $E(X^2) = 4.1$ எனவும் தரப்பட்டுள்ளது.

பின்வரும் ஒவ்வொன்றையும் காண்க:

(i) p, q, r ஆகியவற்றின் பெறுமானங்கள்

(ii) $P\left(\frac{1}{2}<X<\frac{7}{2}\right)$

(iii) $\mathrm{Var}(X)$

(iv) $E(3-2X)$ உம் $\mathrm{Var}(3-2X)$ உம்

[பக். 9 ஐப் பார்க்க

X_1, X_2 ஆகியன மேலே தரப்பட்டவாறு X இன் அதே நிகழ்தகவுப் பரம்பலைக் கொண்ட இரு சாராப் பின்னக எழுமாற்று மாறிகள் எனவும் $Y = X_1 + 2X_2$ எனவும் கொள்வோம்.

(v) $k = 0, 1, 2, 3, 4$ இற்கு $P(Y = k)$ ஐக் கண்டு, **இதிலிருந்து**, $P(Y \geq 5)$ ஐக் காண்க.

(vi) $E(Y)$ இன் பெறுமானத்தை எழுதுக.

17. (*a*) ஒரு தொடர் எழுமாற்று மாறி X ஆனது

$$f(x) = \begin{cases} \frac{15}{2}x^2(1-x^2) & , \quad 0 \leq x \leq 1 \text{ இற்கு} \\ 0 & , \text{ அவ்வாறு இல்லாதபோது} \end{cases}$$

இனால் தரப்படும் நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு $f(x)$ ஐ உடையது. $E(X), Var(X)$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

மேலும், $P\left(\frac{1}{2} < X < 1\right)$ ஐயும் காண்க.

Y ஆனது $Y = 3X - 2$ இனால் வரையறுக்கப்படும் எழுமாற்று மாறியெனக் கொள்வோம்.

$E(Y), Var(Y)$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

(*b*) ஒரு குறித்த கம்பனியின் ஊழியர்களின் உயரங்கள் இடை 160 cm உடனும் நியம விலகல் 5 cm உடனும் செவ்வனாகப் பரம்பியுள்ளன.

(i) ஓர் எழுமாற்றாகத் தெரிந்தெடுக்கப்படும் ஊழியரின் உயரம் 165 cm இலும் கூடியதாகவும் 170 cm இலும் குறைந்ததாகவும் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

(ii) ஓர் எழுமாற்றாகத் தெரிந்தெடுக்கப்படும் ஊழியரின் உயரம் 165 cm இலும் கூடியதெனத் தரப்படும் போது அவருடைய உயரம் 170 cm இலும் கூடியதாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு யாது?

* * *