රිච්මන්ඩ් විද්‍යාලය Richmond College
Assignment for Vacation -2020
සංයුක්ත ගණිතය

Name / Index No.. Grade 12

A කොටස

සියළුම ප්‍රශ්ණ වලට පිළිතුරු සපයන්න

(1) g ශ්‍රිතය $f: R \to R$ හා $g(x) = \frac{2x+1}{x-5}$; $x \neq 5$ ලෙසට අර්ථ දක්වයි. (i) ශ්‍රිතයේ පරාසය

(ii) g ශ්‍රිතයේ ප්‍රතිලෝමය (iii) $g \circ g(x)$ සොයන්න.

(2) $f(x) \equiv ax^3 + 2bx - c$ බහුපදය $(x-1), (x+1)$ හා $(x-2)$ බෙදූ විට ලැබෙන ශේෂයන් පිළිවෙළින් $-9, 1$ හා 4 වේ නම් a, b හා c සොයන්න

(3) $P \equiv (2,5)$ හා $Q \equiv (-4,-2)$ වේ.

(i) PQ රේඛා ඛණ්ඩය $2:3$ අනුපාතයට අභ්‍යන්තරව බෙදන R ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

(ii) $\frac{PM}{MQ} = 2$ වන පරිදි වූ M ලක්ෂ්‍යයේ පථය සොයන්න.

(4) $\lim_{x\to 0} \frac{\cos px - \cos qx}{\cos mx - \cos nx} = \frac{p^2 - q^2}{m^2 - n^2}$ බව පෙන්වන්න.

(5) $\frac{2x^2-1}{(x+1)(x^2-x-2)}$ හි භින්න භාග සොයන්න.

(6) $\frac{1-\cos 2\theta}{1+\cos 2\theta} = tan^2\theta$ බව පෙන්වා ඒ නයින් පහත ප්‍රතිඵල අපෝහනය කරන්න.

(i) $\tan\frac{\pi}{12} = 2 - \sqrt{3}$ (ii) $\frac{1-\sin 2\theta}{1+\sin 2\theta} = tan^2\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right)$

(7) $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ නිශ්ශූන්‍ය දෛශික දෙකක් සඳහා $\underline{a} \cdot \underline{b}$ අදිශ ගුණිතය අර්ථ දක්වන්න.

$\boldsymbol{a} \cdot (\boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{b}) = 0$ සහ $|\boldsymbol{a}| = |\boldsymbol{b}|$ වේ නම් $\boldsymbol{a}$ හා $\boldsymbol{b}$ අතර කෝණය සොයන්න.

(8) පොළවේ සිට $300\, m$ ඉහළින් බැලූනයක් $60\, ms^{-1}$ ඒකාකාර වේගයෙන් සිරස්ව,
(i)ඉහළට යමින් සිටියදී (ii) පහළට යමින් සිටියදී
බැලූනයේ සිට ගලක් බිමට හෙලනු ලැබේ. එක් එක් අවස්ථාවේදී ගල බිමට වැටීමට ගතවන කාලයන් චලිත සමීකරණ භාවිතයෙන් පමණක් සොයන්න.

(9) $OACB$ යනු සමාන්තරාස්‍රයකි. A හා B ලක්ෂ්‍ය වල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් $\boldsymbol{a}$ හා $\boldsymbol{b}$ වේ. L යනු AC පාදයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය වේ. M මගින් BC පාදය $3:2$ අනුපාතයට බෙදේ. OL සහ AM රේඛා E දී ඡේදනය වේ. $\overrightarrow{OE} = \frac{5}{6}\left(\boldsymbol{a} + \frac{1}{2}\boldsymbol{b}\right)$ බව සාධනය කරන්න.

(10) ගැට්ට තිරස් වනසේ සවිකර ඇති අරය a වන සුමට අර්ධ ගෝලීය පාත්‍රයක් තුල AB ඒකාකාර දණ්ඩක් සමතුලිතව තිබෙන්නේ A කෙළවර පාත්‍රය තුලද, B කෙලවර පාත්‍රයට පිටතින්ද පිහිටමින් AB තිරසට β කෝණයක් ආනත වන සේය. දණ්ඩේ දිග සොයන්න. දණ්ඩේ බර W නම්, පාත්‍රය මගින් දණ්ඩ මත ඇතිකරන ප්‍රතික්‍රියා ද සොයන්න.

B කොටස

ප්‍රශ්ණ 5 ට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න

(11) (i) $0 < k < 1$ නම් $4kx^2 - 4(k+1)x + k^2 - 2k + 5 = 0$ යන වර්ගජ සමීකරණයේ මූල තාත්වික බවද, මූල දෙකම එකට වඩා විශාල බවද පෙන්වන්න.

(ii) α හා β යනු $x^2 + ax + b = 0$ වර්ගජ සමීකරණයේ මූල වේ නම්, α^2 හා β^2 මූල වූ වර්ගජ සමීකරණය ලබාගන්න. එනයින් $\alpha(\alpha + 2\beta)$ හා $\beta(\beta + 2\alpha)$ මූල සහිත වර්ගජ සමීකරණය අපෝහනය කරන්න.

(iii) $f(x) = (\mu + 1)x^2 + (\mu + 1)x + \mu$ හා $g(x) = (\mu - 2)x^2 + 8\mu x + 4(\mu - 2)$ ලෙස x හි බහුපද දෙකක් අර්ථ දක්වා ඇත. මෙහි $\mu \in R$.

(a) $f(x) = 0$ සමීකරණයේ මූල තාත්වික වීමට μ හි අගය පරාසය සොයන්න.

(b) $g(x) = 0$ සමීකරණයේ මූල තාත්වික වීමට μ හි අගය පරාසය සොයන්න.

(c) $f(x) - \mu$ බහුපදයේත්, $3\mu + 10 + g(x)$ බහුපදයේත්, $(x + 1)$ පොදු සාධකයක් බව පෙන්වන්න.

(12)(i) $ax^4 + bx^3 - x^2 + 2x + 3$ යන්න, $x^2 + x - 2$ න් බෙදූ විට ශේෂය $4x + 3$ වේ නම්, a හා b නියතවල අගයන් සොයන්න. ඒනයින් $x^4 + 2x^3 - x^2 - 2x$ හි සාධක අපෝහනය කරන්න.

(ii) $f(x) \equiv 2x^4 + 3x^3 + ax^2 + bx + c$ බහුපදය, $(x - 2)(x + 3)$ න් බෙදූවිට ශේෂය $(-5x + 2)$ වේ. $6a = -64 - c = 6b$ බව පෙන්වන්න. එම බහුපදය $(x - 1)$ න් බෙදූවිට ලැබෙන ශේෂය a ඇසුරින් පමණක් ලබාගන්න.

(iii) $y = 2|x + 1| - 3$ සහ $y = x + 2|x - 2|$ හි ප්‍රස්ථාරවල දළ සටහන් එකම සටහනක අඳින්න. එමගින් $2|x - 2| + x - 3 > 2|x + 1|$ සපුරාලන x හි අගය කුලකය සොයන්න.

(13) (i) $\log_2 4 + 2\log_2 x - \log_2(2x-1) = 2$ විසඳන්න.

(ii) සාධාරණ විසඳුම් සොයන්න. (a) $2sin^2x + \sqrt{3}\ \sin 2x = 2\sin x$

(b) $\cos 3x \cos^3 x + \sin 3x\, sin^3 x = 0$

(iii) $11\cos^2 x + 16\sin x\cos x - sin^2 x$ යන්න $a + b\cos(2x-\theta)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න. මෙහි a හා b නියත වන අතර θ යනු සුළු කෝණයකි. a, b හා θ සොයන්න.

තවද $\frac{1}{11\cos^2 x + 16\sin x\cos x - sin^2 x + 3}$ හි උපරිම හා අවම අගය සොයන්න.

(14) (a) පහත දැක්වෙන ත්‍රිකෝණමිතික සම්බන්ධතා සාධනය කරන්න.

(i) $\frac{1}{\tan 3A - \tan A} - \frac{1}{\cot 3A - \cot A} = \cot 2A$ (ii) $3 - 4\cos 2\theta + \cos 4\theta = 8\, sin^4\theta$

(b) සුපුරුදු අංකනය අනුව ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සයින් නීතිය හා කෝසයින් නීතිය ප්‍රකාශ කරන්න.

(i) $\frac{a^2+b^2-ab\ \cos C}{a\ \sin A + b\ \sin B + c\ \sin C} = \frac{a}{2\sin A}$ බව පෙන්වන්න.

(ii) ABC ත්‍රිකෝණයක BC, CA, AB පාදවල දිග සමාන්තර ශ්‍රේණියක පද අනුක්‍රමයක වේ. $BC = a,\ AB = a + 2d$ ද වේ. දිගම පාදය AB වේ. $\cos C = \frac{1}{2} - \frac{3d}{2a}$ බව පෙන්වන්න.

(15) P හා Q දුම්රිය දෙකක් M දුම්රිය පොළක් හරහා එකවිට චලිත වන අතර එවිට ඒවායේ වේග පිළිවෙළින් u සහ $v (u > v)$ වෙයි. P සහ Q දුම්රිය සමාන්තර මාර්ගවල එකම දිශාවට පිළිවෙළින් f සහ $3f$ නියත ත්වරණ සහිතව චලිත වේ. P හා Q හි උපරිම වේග පිළිවෙළින් $2v$ සහ $2u$ වන අතර දුම්රිය දෙක එකම වේලාවේදී උපරිම වේග ලබා ගනී. උපරිම වේග ලබාගත් පසු දුම්රිය එකම වේග සහිතව චලිත වේ. P සහ Q දුම්රිය සඳහා එකම සටහනේ ප්‍රවේග -කාල ප්‍රස්තාර නිරූපනය කරන්න.

(i) $v = \frac{5u}{7}$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $\frac{2u}{7f}$ කාලයකට පසු දුම්රිය දෙක එකම ස්ථානයක් හරහා චලිත වෙමින් පවතින බව සාධනය කරන්න.

(iii) දුම්රිය දෙකේ ප්‍රවේග සමාන වන මොහොතේ ඒවා අතර පරතරය $\frac{u^2}{49f}$ බව පෙන්වන්න .

(iv) දුම්රිය දෙක ඒවායේ උපරිම වේග ලබා ගන්නා මොහොතේදී P ට වඩා $\frac{3u^2}{49f}$ දුරක් ඉදිරියෙන් Q පවතින බව පෙන්වන්න.

(16)(a) O, A, B හා C යනු O, A හා B ඒක රේඛීය නොවන පරිදි වූ ලක්ෂ්‍ය තුනකි. මෙහි $\overrightarrow{OA} = \boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{OB} = \boldsymbol{b}$ සහ $5\overrightarrow{OC} = 2\boldsymbol{a} + 3\boldsymbol{b}$ වේ. D ලක්ෂ්‍යය $\overrightarrow{OA} = \mu\,\boldsymbol{a}$ සහ $\overrightarrow{DC} = \beta\boldsymbol{b}$ වන පරිදි තෝරාගෙන ඇත්නම් μ හා β අගයන් සොයන්න. A, B හා C ඒක රේඛීය වන බව පෙන්වන්න. C ලක්ෂ්‍යය, A සහ B අතර පිහිටා ඇත්නම් $AC: CB = 3: 2$බව පෙන්වන්න. $5\overrightarrow{OE} = 2\boldsymbol{a} + 5\boldsymbol{b}$ වේ නම් $ODEB$ සමාන්තරාස්‍රයක් බව පෙන්වන්න.

(b)$ABCDEF$ යනු පාදයක දිග a වූ සවිධි ෂඩස්‍රයකි. විශාලත්වය නිව්ටන් $P, 2P, Q, Q, 2P$ හා P වූ ඒකතල බල පද්ධතියක් AB, BC, CD, DE, EF හා FA ඔස්සේ ක්‍රියා කරයි. බල පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්ත බලය E හරහා යයි නම්, එය C හරහාද යන බව සාධනය කරන්න . එහි විශාලත්වය නිව්ටන් $8\sqrt{3}\,P$ බවද පෙන්වන්න. දැන් මෙම බල පද්ධතියට එම තලයේම ක්‍රියා කරන BAF අතට වූ ඝූර්ණය නිව්ටන් මීටර $4\sqrt{3}\,P\,a$ වූ බල යුග්මයක් යොදනු ලැබේ. එවිට බල පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තයත් , එහි ක්‍රියා රේඛාව මගින් AB කපන ලක්ෂ්‍යයත් සොයන්න.

(17)(a) සුපුරුදු අංකනයෙන් A, B, C ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික $4\boldsymbol{i} + \boldsymbol{j}$, $\gamma\boldsymbol{i} + \mu\boldsymbol{j}$ සහ $\boldsymbol{i} + 5\boldsymbol{j}$ වේ. γ, μ යනු ධන නියත වේ. OABC චතුරස්‍රයෙහි විකර්ණ දිගින් සමාන වන අතර ඒවා එකිනෙකට ලම්බක වේ. $\boldsymbol{i}$ හා $\boldsymbol{j}$ මගින් $\overrightarrow{AC}$ දක්වන්න. දෛශික අදිශ ගුණිතය භාවිතා කර $\gamma = 4$ සහ $\mu = 3$ බව පෙන්වන්න.

(b)ඍජු කෝණාස්‍ර අක්ෂ පද්ධතියක OX, OY දිශාවේ ඒකක දෛශික $\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{j}$ වේ. A, B හා C ලක්ෂ්‍ය තුනක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{i} + 6\boldsymbol{j}$, $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{i} + 3\boldsymbol{j}$, $\boldsymbol{c} = -2\boldsymbol{i} + \boldsymbol{j}$ වේ. $5\sqrt{10}\ N$ විශාලත්වයෙන් යුත් P බලයක්, $\overrightarrow{BA}$ ඔස්සේ ක්‍රියා කරයි. $4\sqrt{29}\ N$විශාලත්වයෙන් යුත් Q බලයක් $\overrightarrow{BC}$ ඔස්සේ ක්‍රියා කරයි. R තුන් වෙනි බලයක් D ලක්ෂ්‍යය ඔස්සේ ක්‍රියා කරයි. P, Q බල $X\boldsymbol{i} + Y\boldsymbol{j}$ ආකාරයෙන් දක්වන්න.

(i) බල පද්ධතිය යුග්මයකට ඌනනය වේ නම් R බලය, $X\boldsymbol{i} + Y\boldsymbol{j}$ ආකාරයෙන් සොයන්න.

(ii) බල පද්ධතිය සමතුලිත වන විට R බලය $D \equiv (x_0, y_0)$ දී ක්‍රියා කරයි නම් R හි ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

(iii) බල පද්ධතිය $(1, -2)$ ලක්ෂ්‍යයේදී ක්‍රියා කරන $4\boldsymbol{i} + 3\boldsymbol{j}$ තනි සම්ප්‍රයුක්ත බලයකට ඌනනය වනවිට, R බලය, $X\boldsymbol{i} + Y\boldsymbol{j}$ ආකාරයෙන් සොයන්න. එවිට R බලයෙහි ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.