වයඹ පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව
Provincial Department of Education - NWP

10 S I

දෙවන වාර පරීක්ෂණය - 12 ශ්‍රේණිය - 2020

Second Term Test - Grade 12 - 2020

විභාග අංකය .... සංයුක්ත ගණිතය I කාලය පැය තුනයි

උපදෙස්

- **මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ.**
  A කොටස (ප්‍රශ්න 1-10) දක්වා B කොටස (ප්‍රශ්න 11-17)
- **A කොටස**
  සියලුම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න.
  වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම් ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකිය.
- **B කොටස**
  ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.
- **නියමිත** කාලය අවසන් වූ පසු A කොටස B කොටසට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට **භාර දෙන්න.**
- **ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි** B කොටස පමණක් විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙනයාමට ඔබට අවසර ඇත.

පරීක්ෂකගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි

සංයුක්ත ගණිතය I		
කොටස	**ප්‍රශ්න අංකය**	**ලකුණු**
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	එකතුව	
	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	
මුළු එකතුව		
ප්‍රතිශතය		

පත්‍රය I	
පත්‍රය II	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	

අවසාන ලකුණු

ඉලක්කමෙන්	
අකුරෙන්	

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක		
පරීක්ෂා කළේ	1	
	2	
අධීක්ෂණය		

සංයුක්ත ගණිතය 12 - I (A කොටස)

01) $0 < k < 1$ නම් $(1-k)x^2 + x + k = 0$ සමීකරණයේ මූල සෑම විටම තාත්විකද සෘණ ද බව පෙන්වන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

02) $3-|x+1| < x^2$ අසමානතාව සපුරාලන x හි සියලු තාත්වික අගයන් සොයන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

03) $3^{2x+1} - 3^{x+4} + 3^3 = 3^x$ විසඳන්න.

04) $\lim_{x \to 0} \frac{\sin(\pi \cos^2 x)}{x^2} = \pi$ බව පෙන්වන්න.

05) $log_3\, x \;+\; log_3\, y \;=\; 3$ සහ $log_y\, x \;=\; 2$ යන සමගාමී සමීකරණ විසඳන්න.

06) x^3+ax^2+b සහ ax^3+bx^2+x-a බහුපද දෙකටම පොදු ඒකජ සාධකයක් පවතී නම් එම පොදු ඒකජ සාධකය $(b-a^2)x^2+x-a(1+b)$ බහු පදයේ ද සාධකයක් බව පෙන්වන්න.

07) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+2}}$; $x \geq -2$ හා $g(x) = 2x + 1$ ලෙස අර්ථ දක්වා ඇත.

(i) $\frac{f}{g}$ ශ්‍රිතයේ වසම සොයන්න.

(ii) $\left(\frac{f}{g}\right)(0)$ හි අගය ලබා ගන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

08) $x^2 - 6ax + 2 - 2a + 9a^2 = 0$ සමීකරණයේ මූල දෙකම 3 ට වඩා විශාල නම්, $a > \frac{11}{9}$ බව පෙන්වන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

09) $\sec\theta + \tan\theta = P$ නම් $\tan\theta = \frac{P^2-1}{2P}$ බව අපෝහනය කරන්න. P යනු නිශ්ශූන්‍ය තාත්වික නියතයකි.

10) $sin^{-1}\left(\frac{5}{x}\right) + sin^{-1}\left(\frac{12}{x}\right) = \frac{\pi}{2}$ හි විසඳුම සොයන්න.

සංයුක්ත ගණිතය 12 - I (B කොටස)

<u>ප්‍රශ්න හතෙන් පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.</u>

11) a) $f(x) = x^4 + Px^2 + r$ යැයි ගනිමු. $f(1) = -9$, $f(0) = -8$ නම්, p හා r සොයන්න. $f(x)$ යන්න $(ax^2 + b)^2 + c$ ආකාරයට ප්‍රකාශ කල හැකි නම් a, b හා c තාත්වික නියත වල අගයන් සොයන්න. මෙහි $a > 0$ වේ. ඒනයින් $f(x) = 0$ හි තාත්වික මූල සොයන්න.

b) $(p-1)x^2 - 4x + p - 1$ ප්‍රකාශණය x හි සියලු තාත්වික අගයන්ට ධන වීමට p ට තිබිය යුතු අගය පරාසය සොයන්න.

c) α, β යනු $ax^2 + bx + c = 0$ හි මූල නම් $cx^2 - 2bx + 4a = 0$ හි මූල α, β මගින් සොයන්න.

d) $\frac{x^2-1}{x^2\,(2x+1)}$ භින්න භාග වෙන් කර දක්වන්න.

12) a) $y = 2|x+1| - 3$ හා $y = x + 2\,|x-1|$ හි ප්‍රස්ථාර එකම සටහනක අඳින්න.
එනයින්,

$x + 2\,|x-1| = 2\,|x+1| - 3$ සමීකරණය විසඳන්න.

$x + 2\,|x-1| > 2\,|x+1| - 3$ අසමානතාව සපුරාලන x හි අගය කුලකය සොයන්න.

b) n ධන තාත්වික සංඛ්‍යාවක් සඳහා $a = \log_{2n} n$, $b = \log_{3n} 2n$ සහ $C\ \log_{4n} 3n$ වේ.
$1 + abc = 2bc$ බව සාධනය කරන්න.

c) $a^x = b^y = c^z = d^w$ නම්, $x\left(\frac{1}{y} + \frac{1}{z} + \frac{1}{w}\right) = \log_a \mathrm{bcd}$
බව ලබා ගන්න.

13) a) $f : \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$ ලෙස අර්ථ දැක්වෙන ශ්‍රිතය

$$f(x) = \begin{Bmatrix} -x^2 + 4\ ;\ x < 1 \\ -2x\ ;\ x \geq 1 \end{Bmatrix}$$ ලෙසගනිමු.

(i) f(x) හි දළ ප්‍රස්ථාරය අඳින්න.

(ii) $\lim_{x\to 1^-} f(x)$ හා $\lim_{x\to 1^+} f(x)$ අගයන්න.

(iii) $x = 1$ දී ශ්‍රිතය සන්තතික වේද? පැහැදිලි කරන්න.

(iv) $\lim_{x\to 1} f(x)$ පවතී නම් සොයන්න.

b) $\lim_{\theta \to o} \frac{\sin\theta}{\theta} = 1$ බව සාධනය කරන්න.

පහත සීමා සොයන්න.

(i) $\lim_{x \to 3} \frac{\sqrt{2x-1} - \sqrt{5}}{\sin(x-3)}$

(ii) $\lim_{x \to 0} \frac{\left(\sqrt{4+x^2}-2\right)(1-\cos 2x)}{x^4}$

14) a) $a, b, c \in \mathcal{R}$ ද $a \neq 0$ ද වූ $ax^2 + bx + c = 0$ සමීකරණයේ මූල තාත්වික හා ධන වීම සඳහා තෘප්ත කළ යුතු අවශ්‍යතා ලියන්න. එම අවශ්‍යතා සපිරේ නම්,

$a^2x^2 + a(3b-2c)x + (2b-c)(b-c) + ac = 0$ සමීකරණයේ මූල ද තාත්වික සහ ධන බව පෙන්වන්න. දෙවනුව දී ඇති සමීකරණයේ මූල α හා β නම් $\frac{1}{\alpha}$ හා $\frac{1}{\beta}$ මූල වන වර්ගජ සමීකරණය සුදුසු පරිණාමනයක් යෙදීමෙන් ලබා ගන්න.

b) (i) $(k, 2)$ හා $(3,4)$ ලක්ෂ්‍ය 2 ක් අතර දුර ඒකක 8 නම් k සොයන්න.

(ii) $(1,0)$, $(6,1)$, $(5,6)$ පිළිවෙලින් සමචතුරස්‍රයක ශීර්ෂ වන පරිදි ඉතිරි ශිර්ෂයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

(iii) $A(1,3)$, $B(5,3)$ ලක්ෂ්‍ය මගින් දැක්වෙන ABC ත්‍රිකෝණයේ කේන්ද්‍රකයේ ඛණ්ඩාංක $\left(\frac{10}{3}, 4\right)$ නම් C හි ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

15) a) බහුපද පිළිබඳ සාධක ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කර සාධනය කරන්න.

$f(x) = x^4 + ax^3 + bx + c$ යන x හි බහුපද ශ්‍රිතය $(x-1)(x+1)(x-2)$ න් හරියටම බෙදේ නම්, a, b හා c සොයා ඉතිරි සාධකය ද සොයන්න.

$2f(x+1) = x^2 + x - 2$ සමීකරණයේ විසඳුම් සොයන්න.

b) $\frac{x^2}{(x-a)(x-b)}$ යන පරිමේය ශ්‍රිතය a හා b ඇසුරින් භින්න භාග ලෙස වෙන් කරන්න.

ඒනයින් $\frac{4x^2}{4x^2-1}$ හි භින්න භාග ලබා ගන්න.

c) $\lim_{x \to \infty} \left(\sqrt{x^2 + ax + a^2} - \sqrt{x^2 + a^2}\right)$ අගයන්න.

16) a) $\sin(A+B)$ භාවිතයෙන්, $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ බව පෙන්වන්න.
ඒනයින් $\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ බව අපෝහනය කරන්න.

b) $\alpha + \beta - \gamma = \pi$ නම්, $sin^2\alpha + sin^2\beta - sin^2\gamma = 2\sin\alpha\sin\beta\cos\gamma$ බව සාධනය කරන්න.

c) $2\,cos^2 x + \sqrt{3}\sin x + 1 = 0$ සමීකරණයේ සාධාරණ විසඳුම සොයන්න.

d) $\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{\pi}{4}$ බව ලබා ගන්න.

17) ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සයින් නීතිය ප්‍රකාශ කරන්න.

a) $\frac{a^2+b^2}{a^2+c^2} = \frac{1+\cos(A-B)\cos C}{1+\cos(A-C)\cos B}$ බව සාධනය කරන්න.

b) ABC ත්‍රිකෝණයේ BC පාදයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය D වේ. සම්මත අංකනය අනුව

$AD = \frac{\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}}{2}$ බව ද,

$B\hat{A}D = \beta$ නම්,
$\sin\beta = \frac{a\sin B}{\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}}$ බව ද,

$A\hat{D}C = \theta$ නම්,
$\sin\theta = \frac{2b\sin C}{\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}}$ බව ද, පෙන්වන්න.

වයඹ පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව
Provincial Department of Education - NWP

10 S II

දෙවන වාර පරීක්ෂණය - 12 ශ්‍රේණිය - 2020
Second Term Test - Grade 12 - 2020

විභාග අංකය .... සංයුක්ත ගණිතය II කාලය පැය තුනයි

උපදෙස්

- මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ.
  A කොටස (ප්‍රශ්න 1-10) දක්වා B කොටස (ප්‍රශ්න 11-17)
- **A කොටස**
  සියලුම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න.
  වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම් ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකිය.
- **B කොටස**
  ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.
- **නියමිත කාලය** අවසන් වූ පසු A කොටස B කොටසට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට **භාර දෙන්න.**
- **ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි** B කොටස පමණක් විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙනයාමට ඔබට අවසර ඇත.

පරීක්ෂකගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි

සංයුක්ත ගණිතය II		
කොටස	**ප්‍රශ්න අංකය**	**ලකුණු**
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	එකතුව	
	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	
මුළු එකතුව		
ප්‍රතිශතය		

පත්‍රය I	
පත්‍රය II	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	

අවසාන ලකුණු

ඉලක්කමෙන්	
අකුරෙන්	

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක		
පරීක්ෂා කළේ	1	
	2	
අධීක්ෂණය		

(A කොටස)

1) විශාලත්වය P හා $2P$ වන බල දෙකක සම්ප්‍රයුක්ත බලය $\sqrt{3}\,P$ වේ. එම බල දෙක අතර කෝණය සොයන්න. සම්ප්‍රයුක්ත බලය හා පළමු බලය අතර කෝණය සොයන්න.

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

2) තිරසට 30^0 ක කෝණයකින් ආනත සුමට අචල තලයක් මත ඇති ස්කන්ධය $5\,kg$ වූ ලක්ෂ්‍යයාකාර වස්තුවක් සමතුලිතව තැබීම සඳහා ආනත තලයට සමාන්තරව යෙදිය යුතු බලයේ අගය ද ආනත තලය හා වස්තුව අතර ප්‍රතික්‍රියාව ද සොයන්න.

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

3) O අචල ලක්ෂ්‍යයක් අනුබද්ධයෙන් A, B හා C ලක්ෂ්‍ය වල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $\underline{a}$, $\underline{b}$ හා $\underline{c}$ වේ. $3\underline{a} + 5\underline{b} = 8\underline{c}$ නම්, A, B හා C ලක්ෂ්‍ය ඒක රේඛීය වන බව පෙන්වන්න. $AC : CB$ අනුපාතය සොයන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

4) $6N$ බර අංශුවක් සැහැල්ලු තන්තු දෙකක් මගින් එල්ලෙමින් සමතුලිතව තිබේ. තන්තුවල ආතති $3N, 3\sqrt{3}\,N$ වේ නම් තන්තු දෙක සිරස සමඟ සාදන කෝණ සොයන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

5) අවකාශයේ වූ O ලක්ෂ්‍යයක සිට P අංශුවක් $2u$ ප්‍රවේගයෙන් සිරස්ව ඉහළට ප්‍රක්ශේපණය කරනු ලැබේ. එම මොහොතේම O ලක්ෂ්‍යයේ සිට Q අංශුවක් u ප්‍රවේගයෙන් සිරස්ව පහළට ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. අංශු දෙකම ගුරුත්වය යටතේ චලිත වේ. P හා Q අංශුවල චලිත සඳහා ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්ථාර එකම රූප සටහනක ඇඳ P අංශුව එහි උරිම උසට ළඟා වන විට Q අංශුවේ ප්‍රවේගය $3u$ වන බව පෙන්වන්න.

6) පොළොව මත වූ O ලක්ෂ්‍යයක සිය සිරස්ව ඉහළට ප්‍රක්ෂේපණය කළ අංශුවක් h සිරස් උසකින් වූ ලක්ෂ්‍යයක් පසුකර ඉහළට හා පහළට චලනය වීමට ගතවන කාලයන් t_1 හා t_2 නම්, $h = \frac{1}{2}gt_1t_2$ බව පෙන්වන්න.

7) $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ යනු ඒකක දෛශික දෙකක් වන අතර දෛශික දෙක අතර කෝණය θ වේ. $\sin\frac{\theta}{2} = \frac{1}{2}\left|\underline{a} - \underline{b}\right|$ බව පෙන්වන්න.

8) ස්කන්ධය $4kg$ හා දිග $24m$ වූ ඒකාකාර නොවූ දණ්ඩක දෙකෙළවර A හා B වේ. එකිනෙකට $8m$ ඇතින් පිහිටි පිහි තුඩු දෙකක් මත දණ්ඩ තිරස්ව සමතුලිතව ඇත්තේ A සිට කිට්ටුම පිහිතුඩට ඇති දුර $4m$ වන සේය. දණ්ඩේ B කෙළවරින් $6N$ ක බරක් එල්ලූ විට පිහි තුඩු මගින් දණ්ඩ මත යෙදෙන ප්‍රතික්‍රියා එක හා සමාන වේ. දණ්ඩ මත ඇතිවන ප්‍රතික්‍රියාවල විශාලත්ව සොයන්න. දණ්ඩේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයට A සිට ඇති දුර ද සොයන්න.

9) $-4\underline{i}+3\,\underline{j}$, $6\underline{i}-7\,\underline{j}$, $-2\underline{i}+4\,\underline{j}$ වූ බල පිළිවෙලින් $2\underline{i}-\underline{j}$, $-3\underline{i}+\underline{j}$, $4\,\underline{j}$ ලක්ෂ්‍ය වලදී ක්‍රියා කරයි. බල පද්ධතිය යුග්මයකට ඌණනය වන බව පෙන්වා යුග්මයේ විශාලත්වය සොයන්න.

10) එකම සරල රේඛීය මාර්ගයක එකිනෙක දෙසට ළඟාවන මෝටර් රථ දෙකක් v හා u ඒකාකාර ප්‍රවේගවලින් ගමන් කරයි. මෝටර් රථ දෙක අතර පරතරය d වූ විට මෝටර් රථ දෙක ගැටෙන බව වැටහීමෙන් රථ දෙකම එකම අවස්ථාවේ තිරිංග තද කිරීම හේතුවෙන් පිළිවෙලින් f_1 හා f_2 මන්දනයන් රථ දෙකට ලැබී ගැටුම යන්තමින් වළක්වා ගනී. චලිතය සඳහා ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්ථාරය අඳින්න. $d=\frac{u^2}{2f_2}+\frac{v^2}{2f_1}$ බව පෙන්වන්න.

සංයුක්ත ගණිතය 12 - II (B කොටස)

<u>ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.</u>

11) a) $40\ kmh^{-1}$ ක ප්‍රවේගයෙන් A නම් දුම්රිය ස්ථානයක් පසු කර දුම්රියක් $7\ km$ ක දුරක් එම ප්‍රවේගයෙන්ම ගමන් කර A ට $8.5\ km$ දුරින් වූ B දුම්රිය ස්ථානයේ දී නැවැත්වීම සඳහා ඒකාකාර මන්දනයකින් ගමන් කරයි. පළමු දුම්රිය A දුම්රිය ස්ථානය පසුකරනවාත් සමඟම දෙවෙනි දුම්රියක් A සිට නිශ්චලතාවයෙන් ගමන් අරඹා ඒකාකාර ත්වරණයකින් ගමන් කර අනතුරුව ඒකාකකාර මන්දනයක් යටතේ පළමු දුම්රිය B වෙත ළඟාවනවාත් සමඟම B දුම්රියපළට ළඟා වේ.

(i) ගමන සඳහාගත වූ මුළු කාලය සොයන්න.

(ii) දෙවෙනි දුම්රිය ලබාගත් උපරිම ප්‍රවේගය සොයන්න.

b) $t = 0$ අවස්ථාවේදී නිශ්චලතාවයෙන් ආරම්භ වන x නම් මෝටර් රථයක් f ඒකාකාකර ත්වරණයකින් චලනය වේ. $t = T$ අවස්ථාවේ දී y නම් මෝටර් රථයක් එම ලක්ෂ්‍යයෙන්ම u ප්‍රවේගයෙන් ආරම්භ වී $2f$ ඒකාකාර මන්දනයක් යටතේ චලනය වේ. මෝටර් රථ යාන්තමින් එකිනෙක හමුවෙයි නම්, $2fT(u + fT) = u^2$ බව පෙන්වන්න.

12) a) දෛශික ආකලන නියමය භාවිතයෙන් $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ දෛශික දෙකක ඓක්‍යය හා අන්තරය, අදාල සමාන්තරාස්‍රයේ විකර්ණ දෙක මගින් ලැබෙන බව පෙන්වන්න.
$\underline{a}$ හා $\underline{b}$ යනු ඒකක දෛශික දෙකක් වේ. ඒවායේ ඓක්‍යය ද ඒකක දෛශිකයක් වන පරිදි වෙයි නම් එම දෛශික දෙකේ අන්තරයේ විශාලත්වය $\sqrt{3}$ වන බව පෙන්වන්න.

b) O මූලයට සාපේක්ෂව A, B, C ලක්ෂ්‍ය තුනක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $4\underline{i} + 2\underline{j}$, $\underline{i} + \underline{j}$ හා $(k+1)\,\underline{i} + 6\underline{j}$ වේ. $A\hat{B}C = 45^0$ වන පරිදි $k\ (k < 0)$ හි අගය සොයන්න.

c) $OACB$ සමාන්තරාස්‍රයේ D හා E යනු පිළිවලින් $BD\!:\!DC = 1\!:\!2$ හා $AE : EC = 2\!:\!1$ වන පරිදි BC හා AC මත වන ලක්ෂ්‍ය දෙකක් වේ. F යනු OD හා BE රේඛාවල ඡේදන ලක්ෂ්‍යය වේ. O අනුබද්ධයෙන් A හා B හි පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ වෙයි. $\overrightarrow{OF} = \frac{3}{10}\left(\underline{a} + 3\underline{b}\right)$ බව පෙන්වන්න.
P හිදී OB හා CF ඡේදනය වෙයි නම් $OP\!:\!PB$ අනුපාතය සොයන්න.

13) a) OAB යනු පාදයක දිග $2a$ වන සමපාද ත්‍රිකෝණයකි. C යනු OA පාදයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය වේ. $4P$, P සහ P යන බල පිළිවෙලින් OB, BA, AO පාද ඔස්සේ එම අක්ෂර අනුපිළිවලට ගන්නා දිශාව ඔස්සේ ක්‍රියාකරයි. OA හා OY (CB ට සමාන්තරව) පිළිවෙලින් x හා y අක්ෂ ලෙස ගෙන සෑම බලයක්ම $x\underline{i} + y\underline{j}$ ආකාරයට ප්‍රකාශ කරන්න. මෙහි $\underline{i}$ හා $\underline{j}$ යනු පිළිවෙලින් OX, OY ඔස්සේ වූ ඒකක දෛශික වේ.
එම බල පද්ධතිය $3P$ නම් තනි බලයකට ඌනනය කළ හැකි බව පෙන්වන්න.

එකී තනි බලය ත්‍රිකෝණයේ කේන්ද්‍රය ඔස්සේ ක්‍රියා කරන එකී සජාතීය සමාන්තර බලයකට හා $2\sqrt{3}\,ap$ විශාලත්වයෙන් යුත් බල යුග්මයකට ඌනනය කළ හැකි බව ද පෙන්වන්න.

b) $OABC$ ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙලින් (0,0) (2,0) (2,1) , (0,1) වේ. P, Q, R බල පිළිවෙලින් OA, AB, BC පාද ඔස්සේ ක්‍රියා කරයි. මෙම බල පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්ත බලය x+2y = 7 ඔස්සේ පිහිටයි නම්,

i) සම්ප්‍රයුක්ත බලය P ඇසුරෙන් සොයන්න.

ii) සම්ප්‍රයුක්ත බලය $x + 2y = 9$ රේඛාවට සංක්‍රමණය කරන බල යුග්මයේ ඝූර්ණය සොයන්න.

14) a) O අචල ලක්ෂ්‍යයක් අනුබද්ධයෙන් A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙකෙහි පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ වෙයි. C හා D ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙලින් OB හා OA මත පිහිටා ඇත්තේ $OC:CB = 5:2$ හා $OD:DA = 3:2$ වන පරිදිය. AC හා BD රේඛා E හිදී ඡේදනය වේ. $\overrightarrow{OE} = \underline{b} + \lambda\left[\frac{3}{5}\,\underline{a} - \underline{b}\right]$ ලෙස ලිවිය හැකි බව පෙන්වන්න. මෙහි λ නියතයකි.

$\overrightarrow{OE}$ සඳහා තවත් මෙවැනිම ප්‍රකාශනයක් ලබා ගන්න. එනයින් E ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටුම් දෛශිකය $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ ඇසුරින් සොයන්න.

b) O ලක්ෂ්‍යයක් අනුබන්ධයෙන් A, B, C ලක්ෂ්‍ය තුනක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $\underline{a}$, $\underline{b}$ හා $\underline{c}$ වෙයි. BC රේඛාව මත P ලක්ෂයය පිහිටා ඇති අතර $\overrightarrow{PC} = \frac{1}{10}\ \overrightarrow{BC}$ බව දී ඇත.

(i) $\overrightarrow{OP}$ දෛශිකය $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ ඇසුරින් සොයන්න.

(ii) AP හා BC ලම්භක බව දී ඇත්නම්, $(9\underline{c} + \underline{b}).(\underline{c} - \underline{b}) = 10\underline{a}\,.(\underline{c} - \underline{b})$ බව පෙන්වන්න.

b) ඉහත ප්‍රතිඵලය භාවිතයෙන් හෝ අන් අයුරකින් OA, OB හා OC අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් ලම්භක වේ නම් $(3\underline{c} - \underline{b}).(3\,\underline{c} + \underline{b}) = 0$ වන බවද පෙන්වන්න.

15) a) $AB = 6a$ ද, $BC = 2\sqrt{3}\,a$ ද වන ඍජුකෝණාස්‍රයක AB , BC , CD හා DA පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙලින් P, Q, R හා S වේ. විශාලත්ව $15N$, $\lambda\,N$, $5N$, $10\,N$, $\mu\,N$ හා $30\sqrt{3}$ වන බල හයක්, අකුරුවල පටිපාටියෙන් දැක්වෙන දිශා ඔස්සේ පිළිවෙලින් PQ, QR, RS, SP, AD හා CD දිගේ ක්‍රියා කරයි. මෙම බල පද්ධතිය,

(i) සමතුලිත විය **නොහැකි** බවත්,

(ii) යුග්මයකට ඌණනය වේ නම්, එවිට $\lambda = -40$ සහ $\mu = 20$ බවත්,

(iii) AD දිශාවට $10\,N$ බලයකට ඌනනය වේ නම්, එවිට $\lambda = -40$ සහ $\mu = 30$ බවත් පෙන්වන්න.

b) එකිනෙකට $1m$ දුරින් එකම මට්ටමේ වූ A , B ලක්ෂ්‍ය දෙකකට $2m$ දිග තන්තුවක් සම්බන්ධ කර ඇත. තන්තුවට රිංගවා ඇති $10N$ බර සුමට මුදුවක් කෙරෙහි ක්‍රියා කරන P තිරස් බලයක් හේතුකොටගෙන එම මුදුව B ට සිරස් ලෙස යටින් සමතුලිතතව ඇත. තන්තුවේ ආතතියක් P බලයේ විශාලත්වයත් සොයන්න.

16) a) $ABCD$ සෘජුකෝණාස්‍රයේ $AB = 4cm$ හා $BC = 3m$ වේ. විශාලත්ව නිව්ටන් 8,7,3,2,8,7 බල පිළිවලින් $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{AC}$ හා $\overrightarrow{DB}$ පාද ඔස්සේ ක්‍රියා කරයි. R සම්ප්‍රයුක්තයේ තිරස් හා සිරස් සංරචක සොයන්න.

එනයින්, සමුප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාව AB කපන ස්ථානයට A සිට දුර සොයන්න.

දැන් පද්ධතියට $9\ Nm$ වූ බල යුග්මයක් $ABCD$ අතට එකතු කරනු ලැබේ. නව සම්ප්‍රයුක්ත බලයේ ක්‍රියා රේඛාව A සිට $2m$ ක් දුරින් AB පාදය කපන බව පෙන්වන්න.

b) ලක්ෂ්‍යයක දී ක්‍රියා කරන බල තුනක සමතුලිතතාවය සඳහා ලාමි ප්‍රමේය ප්‍රකාශ කරන්න.

$ABCD$ යනු සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකි. එය එකම මට්ටමේ පිහිටි A හා D යන අචල ලක්ෂ්‍ය දෙකකට ගැට ගසා ඇති අතර බර W_1 හා W_2 වූ අංශුන් පිළිවෙලින් B හා C ලක්ෂ්‍ය වලින් එල්ලා තිබේ. සමතුලිතතා පිහිටීමේ දී C ට උඩින් B තිබෙන අතර AB, BC හා CD තන්තු කොටස් සිරස සමඟ පිළිවෙලින් α, β, γ සුළු කෝණ සාදයි.

$\frac{W_1}{W_2} = \frac{\sin\gamma \ \ \sin(\beta-\alpha)}{\sin\alpha \ \ \sin(\beta+\gamma)}$ බව පෙන්වන්න.

17) a) u ආරම්භක ප්‍රවේගයෙන් චලිතය අරඹන වස්තුවක් ඒකාකාර a ත්වරණයකින් t කාලයක් ගමන් කිරීමෙන් s විස්ථාපනයක් සහිතව v අවසාන ප්‍රවේගයක් ලබා ගනී. වස්තුවේ චලිතය සඳහා වූ ප්‍රවේග ලබා ගනී. වස්තුවේ චලිතය සඳහා වූ ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්ථාරය භාතවියෙන්,
$v = u + at$, $S = \left(\frac{u+v}{2}\right)t$, $s = ut + \frac{1}{2}at^2$ හා $v^2 = u^2 + 2as$ යන ප්‍රගතික සමීකරණ ව්‍යුත්පන්න කරන්න.

b) වස්තුවක් $u\ ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් සිරස්ව ඉහළට ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. ඊට t කාලයකට පසුව එම ලක්ෂ්‍යයේම සිට එම ප්‍රවේගයෙන්ම තවත් සමාන අංශුවක් සිරස්ව ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ.

(i) අංශු දෙක එකිනෙක හමුවීමට ගතවන කාලය $\left(\frac{t}{2} + \frac{u}{g}\right)$බවත්,

(ii) අංශුන් හමුවන ලක්ෂ්‍යයට ආරම්භක ලක්ෂ්‍යයේ සිට ඇති සිරස් උස $\frac{4u^2 - g^2t^2}{8g}$ බවත් පෙන්වන්න.

c) ඒකාකාර කාල ප්‍රාන්තර වල දී කරාමයකින් ජල බිංදු කාන්දුවන බව නිරීක්ෂණය කරන ලදී, එක් ජල බිංදුවක් කරාමයෙන් මුදා හැරෙන මොහොතෙහි කලින් ගිළිහුණු ජල බිංදුව $\frac{1}{4}\ m$ දුරක් ඇද හැලී තිබුණි. ජල බිංදු දෙක අතර දුර $\frac{3}{4}\ m$ දක්වා වැඩිවන විට මුලින් වැටුණ ජල බිංදුවකොපමණ දුරක් පහළට ගමන් කොට තිබේද? (g = $10\ ms^{-2}$)

1) $(1-k)x^2 + x + k = 0$

Consider,

$\Delta_x = b^2 - 4ac,$

$= 1 - 4(1-k)k$ 5

$= 4k^2 - 4k + 1$

$= 4\left\{\left(k-\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{15}{4}\right\} > 0$ 5

Roots of the eq^n α and β,

$\alpha + \beta = \frac{-1}{1-k}$

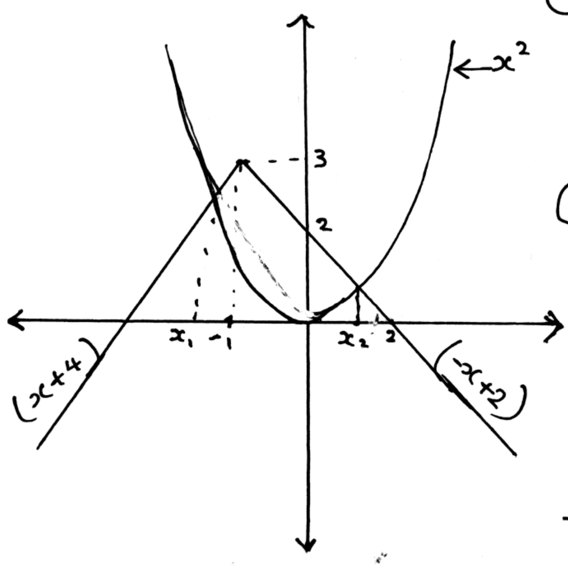
5 $= \frac{1}{k-1} < 0 \quad (\because 0 < k < 1)$

25

$\alpha\beta = \frac{k}{1-k} > 0$ 5

Therfore, eq^n has negative real roots. 5

2) $3 - |x+1| < x^2$



5 x_1

$x^2 = x+4$

$x^2 - x - 4 = 0$

$x = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{2}$

5 $\therefore x_1 = \frac{1-\sqrt{17}}{2}$

x_2 5

$x^2 = 2 - x$

$x^2 + x - 2 = 0$

$(x+2)(x-1) = 0$

$x_2 = 1 \; ; x_2 \neq -2$

5

solution.

$x < \frac{1-\sqrt{17}}{2}$ or $x > 1$

25

5

03) $3^{2x+1} - 3^{x+4} + 3^3 = 3^x$

$3(3^x)^2 - 3^4(3^x) - 3^x + 3^3 = 0$

$3 \cdot (3^x)^2 - 82(3^x) + 27 = 0$ 5

Let $3^x = t$,

5 $3t^2 - 82t + 27 = 0$

$(t^2 - 2)(3t - 1) = 0$ 5

$t = 27$ or $t = 1/3$

$3^x = 27$, $3^x = 3^{-1}$

$\underline{\underline{x = 3}}$ 5 $\underline{\underline{x = -1}}$ 5

25

04) $\lim_{x \to 0} \dfrac{\sin(\pi \cos^2 x)}{x^2}$

$\lim_{x \to 0} \dfrac{\sin[\pi(1 - \sin^2 x)]}{x^2}$ 5

$\lim_{x \to 0} \dfrac{\sin \pi \sin^2 x}{x^2}$ 5

$\lim_{x \to 0} \dfrac{\sin \pi \sin^2 x}{\pi \sin^2 x} \times \dfrac{\pi \sin^2 x}{x^2}$ 5

$= \lim_{x \to 0} \dfrac{\sin \pi \sin^2 x}{\pi \sin^2 x} \times \pi \lim_{x \to 0} \dfrac{\sin^2 x}{x^2}$

$= 1 \times \pi \times (1)^2$ 5

$= \underline{\underline{\pi}}$ 5

25

05. $\log_3 x + \log_3 y = 3$ —— (1)

$\log_y x = 2$ —— (2)

From (1),

$\log_3 xy = 3$ 5

$xy = 27$ —— (3)

From (2);

$x = y^2$ —— (4) 5

(3) and (4), 5

$y^3 = 27$

$\underline{\underline{y = 3}}$ 5 $\quad \underline{\underline{x = 9}}$ 5

25

06. Let; $f(x) = x^3 + ax^2 + b$

$g(x) = ax^3 + bx^2 + x - a$

Let, $(x-\alpha)$, common factor of $f(x)$ and $g(x)$

$\alpha^3 + a\alpha^2 + b = 0$ —— (1) 5

$a\alpha^3 + b\alpha^2 + \alpha - a = 0$ —— (2) 5

$a \times (1) - (2) \Rightarrow$

5 $(a^2 - b)\alpha^2 - \alpha + ab + a = 0$

$(b - a^2)\alpha^2 + \alpha - a(1+b) = 0$ 5

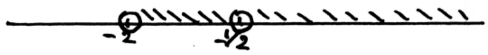
$\Rightarrow (b-a^2)x^2 + x - a(1+b)$ has common linear factor $(x-\alpha)$. 5

25

2

07). $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x+2}}$; $x \geq -2$ $\quad g(x) = 2x+1$,

(i) $\dfrac{f}{g} = \dfrac{1}{\sqrt{x+2}\,(2x+1)}$ (5)



(5)

Domain of $\dfrac{f}{g}$; $(-2, -\tfrac{1}{2}) \cup (-\tfrac{1}{2}, \infty)$ (5)

ii). $\left(\dfrac{f}{g}\right)(0) = \dfrac{1}{\sqrt{0+2}\,(2\times0+1)}$ (5) $= \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ (5)

25

08). $x^2 - 6ax + 2 - 2a + 9a^2 = 0 \; \Big\langle \begin{matrix} \alpha \\ \beta \end{matrix}$

roots of the eq^n,

$$x = \frac{6a \pm \sqrt{36a^2 - 4(2 - 2a + 9a^2)}}{2}$$ (5)

$$x = \frac{6a \pm \sqrt{8a - 8}}{2}$$

$$= 3a \pm \sqrt{2a-2}$$ (5)

But, $\alpha, \beta > 3$ $\qquad \alpha + \beta > 6$,

$a > 1$

$\therefore \; 3a - \sqrt{2a-2} > 3$ (5)

$3(a-1) > \sqrt{2a-2}$

$9(a-1)^2 > 2a-2$

$9a^2 - 20a + 11 > 0$

(5) $(9a-11)(a+1) > 0$

$(9a-11) > 0$

$a > 11/9$ (5)

25

9. $\sec\alpha + \tan\alpha = p$

5 $\tan\alpha = p - \sec\alpha$

$\Longrightarrow \tan^2\alpha = (p - \sec\alpha)^2$ 5

$(\tan\alpha - p)^2 = 1 + \tan^2\alpha$ 5

5

$\cancel{\tan^2\alpha} - 2p\tan\alpha + p^2 = 1 + \cancel{\tan^2\alpha}$

$\tan\alpha = \dfrac{p^2 - 1}{2p}$ 5

25

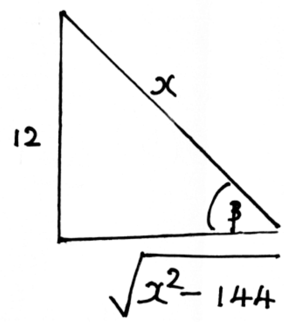
10. $\sin^{-1}\left(\frac{5}{x}\right) + \sin^{-1}\left(\frac{12}{x}\right) = \frac{\pi}{2}$

Let,

$\alpha = \sin^{-1}\left(\frac{5}{x}\right)$, $\beta = \sin^{-1}\left(\frac{12}{x}\right)$, γ

5

$\sin\alpha = \frac{5}{x}$ $\sin\beta = \frac{12}{x}$



Then, $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$

$\alpha = \frac{\pi}{2} - \beta$ 5

$\sin\alpha = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right)$

$\sin\alpha = \cos\beta$ 5

$\frac{5}{x} = \frac{\sqrt{x^2 - 144}}{x}$; $x \neq 0$,

25

$x^2 - 144 = 25$ $x = \pm 13$ $(\alpha, \beta < \pi/2)$

5

solution $x = 13$ 5

3

PART - B

(11). a). $f(x) = x^4 + px^2 + r$; $f(1) = -9$, $f(0) = -8$

$f(1) = 1 + p + r = -9$

$f(0) = \underline{\underline{r = -8}}$ (5)

$\underline{\underline{p = -2}}$ (5)

$$x^4 - 2x^2 - 8 \equiv (ax^2+b)^2 + c$$

$$= a^2x^4 + 2abx^2 + b^2 + c$$

Equating coefficients

$(a > 0)$

$x^4 \longrightarrow \quad 1 = a^2$ — (1)

$x^2 \longrightarrow \quad 0 = 2ab$

$ab = -1$ — (2) (10)

$-8 = b^2 + c$ — (3)

(5) $\underline{a=1}$ $\quad \underline{\underline{b = -1}}$ (5) $\quad \underline{\underline{c = -9}}$ (5)

$$\therefore f(x) = (x^2-1)^2 - 9$$

$$= (x^2-1)^2 - 3^2 \quad (5)$$

$$= (x^2-1-3)(x^2-1+3)$$

$$= (x^2-4)(x^2+2) \quad (5)$$

$$= (x-2)(x+2)(x^2+2)$$

55

Hence; real roots of the eq^n $\underline{\underline{x = 2}}$ $\underline{\underline{x = -2}}$ (5) (5)

11

b). Let $h(x) = (p-1)x^2 - 4x + p - 1$

$\forall\, x \in \mathbb{R}, \quad h(x) > 0;$

$(p-1) > 0$ 5 and $\Delta x < 0$ 5

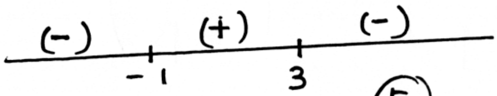
$\Delta x = 16 - 4(p-1)(p-1) < 0$

$4 - (p-1)^2 < 0$ 5

$(2-p+1)(2+p-1) < 0$

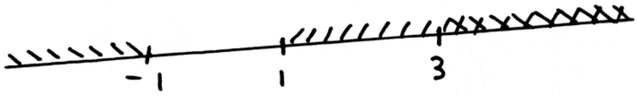
5 $(3-p)(p+1) < 0$

30



5

Then,



$\therefore \quad p > 3$ 5

c). $ax^2+bx+c=0 \left\langle \begin{matrix} \alpha \\ \beta \end{matrix} \right.$ 5 $\quad \alpha+\beta = -b/a$, $\quad \alpha\beta = c/a$

$cx^2 - 2bx + 4a = 0 \left\langle \begin{matrix} \lambda \\ \mu \end{matrix} \right.$.

$$x = \frac{2b \pm \sqrt{4b^2 - 4.c.4a}}{2c} = \frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{c}$$ 5

$$x = \frac{b}{c} \pm \sqrt{\frac{b^2}{c^2} - 4\frac{a}{c}}$$

$$= -\left(\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}\right)^2 - \frac{4}{\alpha\beta}} \quad (10)$$

$$= -\left(\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}\right) \pm \sqrt{\frac{(\alpha+\beta)^2 - 4\alpha\beta}{\alpha\beta}} \quad (5)$$

$$= -\left(\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}\right) \pm \left(\frac{\alpha-\beta}{\alpha\beta}\right)$$

(5)

$$\therefore \lambda = -\left(\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}\right) + \left(\frac{\alpha-\beta}{\alpha\beta}\right)$$

$$\lambda = \frac{-2}{\alpha} \quad (5)$$

$$\mu = \frac{-2}{\beta} \quad (5)$$

40

d). $$\frac{x^2-1}{x^2(2x+1)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{(2x+1)} \quad (10)$$

$$x^2-1 = Ax(2x+1) + B(2x+1) + Cx^2$$

$x = -\frac{1}{2}$ $\quad \frac{1}{4} - 1 = \frac{C}{4}$ $\qquad$ $x = 0$ $\quad -1 = B$ (5)

(5) $C = -3$

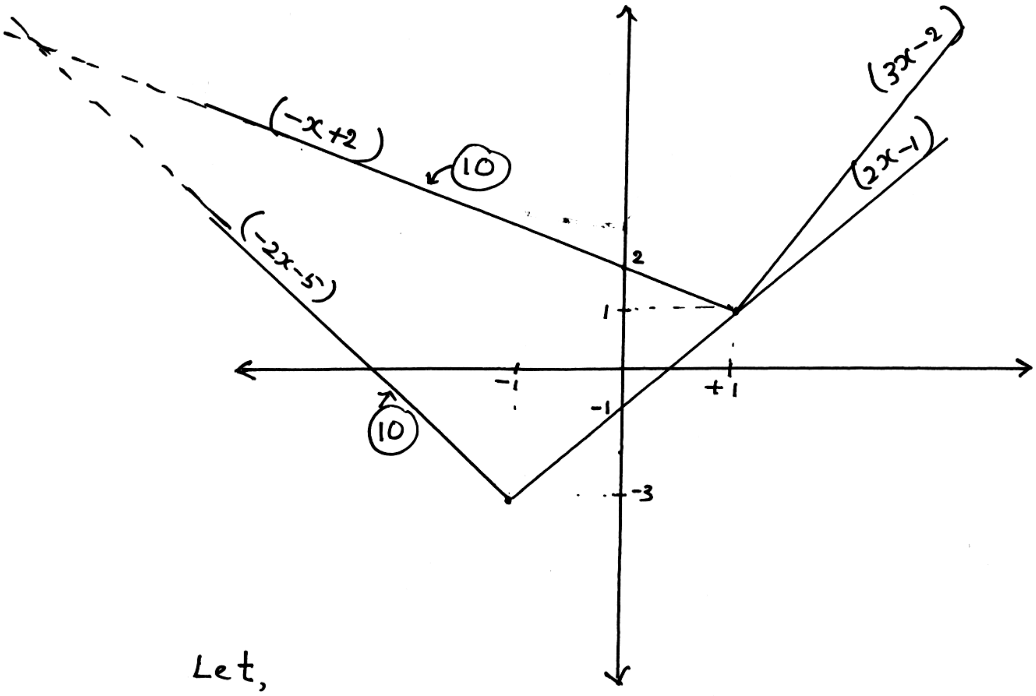
$x = 1$ $\quad 0 = A(3) - 1(3) - 3 \qquad A = 2$

25

$$\therefore \frac{x^2-1}{x^2(2x+1)} = \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2} - \frac{3}{(2x+1)} \quad (5)$$

12. a). $y = 2|x+1| - 3$ $\qquad\qquad$ $y = x + 2|x-1|$

$$y = \begin{cases} 2(x+1)-3 \;;\; x \geq -1 \\ 2x-1 \\ -2(x+1)-3 \;;\; x<-1 \\ -2x-5 \end{cases} \quad 5 \qquad\qquad y = \begin{cases} x+2(x-1) \;;\; x \geq 1 \\ 3x-2 \\ x-2(x-1) \;;\; x<1 \\ -x+2 \end{cases} \quad 5$$



Let,

$x + 2|x-1| = 2|x+1| - 3$;

$\underline{\underline{x = 1}}$ 5 $\qquad$ $-x+2 = -2x-5$

$\underline{x = -7}$ 5

Let,

$x + 2|x-1| > 2|x+1| - 3$;

5 $\underline{x > -7}$; $x \neq 1$ 5

50

5

b). $a = \log_{2n} n \qquad b = \log_{3n} 2n \qquad c = \log_{4n} 3n$

Considering;

$1+abc = 1 + \log_{2n} n \cdot \log_{3n} 2n \, \log_{4n} 3n$ (5)

$= 1 + \dfrac{\log n}{\cancel{\log 2n}} \times \dfrac{\cancel{\log 2n}}{\cancel{\log 3n}} \times \dfrac{\cancel{\log 3n}}{\log 4n}$ (10)

$= 1 + \dfrac{\log n}{\log 4n}$ (5)

$= 1 + \log_{4n} n$

$= \log_{4n} 4n + \log_{4n} n$ (5)

$= \log_{4n} 4n^2$ (5) $= \log_{4n} (2n)^2$ (5)

$= 2 \log_{4n} 2n$ (5)

$= 2 \log_{3n} 2n \times \log_{4n} 3n$ (5)

$\underline{\underline{1+abc = 2bc}}$ (5)

50

12)

e) $a^x = b^y = c^z = d^w = t$ (5) + (5)

$x\left(\frac{1}{y}+\frac{1}{z}+\frac{1}{w}\right) = \log_a bcd$

Considering;

$x\left(\frac{1}{y}+\frac{1}{z}+\frac{1}{w}\right)$

$= \log_a t \left(\frac{1}{\log_b t} + \frac{1}{\log_c t} + \frac{1}{\log_d t}\right)$ (10)

(5)

$= \log_a t \; \log_t (bcd)$ (10)

$= \cancel{\log_a t} \; \dfrac{\log_a bcd}{\cancel{\log_a t}}$ (10)

$= \log_a bcd$

(5)

$\therefore \; x\left(\frac{1}{y}+\frac{1}{z}+\frac{1}{w}\right) = \log_a bcd$

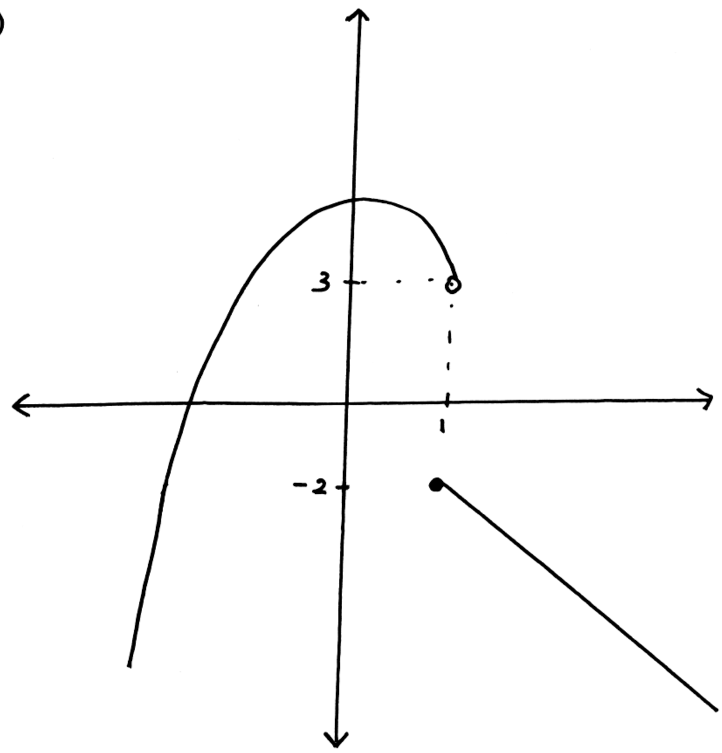
50

6

13) $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} -x^2+4 \; ; & x<1 \\ -2x \; ; & x \geq 1 \end{cases}$$

i)



20

ii). $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = 3$ 5 $\qquad \lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = -2$ 5

iii). $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) \neq \lim\limits_{x \to 1^+} f(x)$ 10

5

Therfore, not continuous at the point $x=1$.

iv). $\lim\limits_{x \to 1} f(x)$, does not exist. 10

55

b). $\lim_{a \to 0} \frac{\sin a}{a} = 1$ To proof 40

I). $\lim_{x \to 3} \frac{\sqrt{2x-1} - \sqrt{5}}{\sin(x-3)}$

$= \lim_{x \to 3} \frac{(2x-1-5)}{\sin(x-3)\left(\sqrt{2x-1} + \sqrt{5}\right)}$ 5

$= \lim_{x \to 3} \frac{2(x-3)}{\sin(x-3)\left(\sqrt{2x-1} + \sqrt{5}\right)}$

$= 2 \lim_{x \to 3} \frac{(x-3)}{\sin(x-3)}$ 5 $\lim_{x \to 3} \frac{1}{\left(\sqrt{2x-1} + \sqrt{5}\right)}$

5

$= 2 \times 1 \times \frac{1}{2\sqrt{5}}$ 5

$= \frac{1}{\sqrt{5}}$ 5 25

ii). $\lim_{x \to 0} \dfrac{\left(\sqrt{4+x^2}-2\right)\left(1-\cos 2x\right)}{x^4}$

$= \lim_{x \to 0}$ (5) $\dfrac{(4+x^2-2)}{\left(\sqrt{4+x^2}+2\right)} \quad \dfrac{2\sin^2 x}{x^4}$ (5)

$= 2 \lim_{x \to 0} \left(\dfrac{\sin^2 x}{x^2}\right)$ (5) $\lim_{x \to 0} \dfrac{1}{\left(\sqrt{4+x^2}+2\right)}$ (5)

$= 2 \times (1)^2 \times \dfrac{1}{4}$ (5)

$= \dfrac{1}{2}$ (5)

30

14). (a). $ax^2+bx+c=0 < \begin{matrix}\alpha \\ \beta\end{matrix}$

For positive real roots,

$\Delta x = b^2-4ac \geqslant 0$

$\alpha+\beta > 0$

$\alpha\beta > 0$ (15)

$a^2x^2+a(3b-2c)x+(2b-c)(b-c)+ac=0$

$\Delta x = b^2-4ac \geqslant 0$, — (1) (5)

$\alpha+\beta = -b/a > 0$ — (2) (5) $\alpha\beta = c/a > 0$ — (3) (5)

$$a^2x^2 + a(3b-2c)x + (2b-c)(b-c) + ac = 0 < {}^{\lambda}_{\mu} \quad \text{— (A)}$$

$$\Delta_x = a^2(3b-2c)^2 - 4a^2\{(2b-c)(b-c) + ac\} \quad (10)$$

$$= a^2\{9b^2 - 12bc + 4c^2 - 4(2b^2 - 3bc + c^2 + ac)\}$$

$$= a^2\{b^2 - 4ac\} \geqslant 0 \quad (5) \quad (\text{From } (1))$$

$$\lambda + \mu = \frac{a(2c-3b)}{a^2}$$

$$= \frac{(2c-3b)}{a} \quad (10)$$

$$= 2\left(\frac{c}{a}\right) - 3\left(\frac{b}{a}\right) > 0 \quad ((2) \text{ and } (3))$$

$$\lambda\mu = \frac{(2b-c)(b-c) + ac}{a^2} \quad (5)$$

$$= \frac{2b^2 - 3bc + c^2 + ac}{a^2} \quad (5)$$

$$= 2\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 3\underset{(-)}{\left(\frac{b}{a}\right)}\underset{(+)}{\left(\frac{c}{a}\right)} + \left(\frac{c}{a}\right)^2 + \underset{(+)}{\left(\frac{c}{a}\right)} > 0 \quad (5)$$

Therfore, eq^n (A) has positive (5) real roots. 75

Let, $\frac{1}{\lambda} = y$ (5)

λ, root of (A),

Then, $\frac{1}{x} = y \implies$ (5) $x = \frac{1}{y}$

substituting, $x = \frac{1}{y}$ into (A) $\Rightarrow$

$$a^2\left(\frac{1}{y}\right)^2 + a(3b-2c)\left(\frac{1}{y}\right) + (2b-c)(b-c) + ac = 0$$

(5)

$$\left[(2b-c)(b-c) + ac\right]y^2 + a(3b-2c)y + a^2 = 0$$

$$\underline{\underline{(2b^2-3bc+c^2+ac)y^2 + a(3b-2c)y + a^2 = 0}}$$ (5) 20

b). (i) $A(k,2)$ and $B(3,4)$

$$AB = (k-3)^2 + (4-2)^2 = 64$$

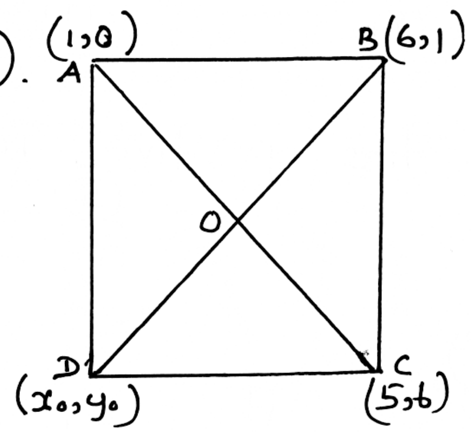
$$(k-3)^2 + 4 = 64$$

$$(k-3)^2 = 60$$

$$k-3 = \pm 2\sqrt{15}$$

$$\underline{\underline{k = 3 \pm 2\sqrt{15}}}$$ (15)

ii).



$O \equiv (3,3)$

$$3 = \frac{x_0+6}{2}, \quad 3 = \frac{y_0+1}{2}$$

$$x_0 = 0, \quad y_0 = 5$$

$$\therefore \underline{\underline{D \equiv (0,5)}}$$ (15)

$$\frac{4x^2}{(4x^2-1)} = \frac{(2x)^2}{(2x-1)(2x+1)}$$

$x \longrightarrow 2x$

$a \longrightarrow 1$ 5

$b \longrightarrow -1$

$$\frac{4x^2}{(4x^2-1)} = 1 + \frac{1}{2(2x-1)} + \frac{1}{(-2)(2x+1)}$$ 10

$$\frac{4x^2}{(4x^2-1)} = 1 + \frac{1}{2(2x-1)} - \frac{1}{2(2x+1)}$$ 5

50

e). $$\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+ax+a^2} - \sqrt{x^2+a^2}\right)$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{\left(\sqrt{x^2+ax+a^2} - \sqrt{x^2+a^2}\right) \times \left(\sqrt{x^2+ax+a^2} + \sqrt{x^2+a^2}\right)}{\left(\sqrt{x^2+ax+a^2} + \sqrt{x^2+a^2}\right)}$$ 5

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{x^2+ax+a^2-x^2-a^2}{\sqrt{x^2+ax+a^2} + \sqrt{x^2+a^2}}$$ 5

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{ax}{\left(\sqrt{x^2+ax+a^2} + \sqrt{x^2+a^2}\right)}$$ 5

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{a}{\left(\sqrt{1+\frac{a}{x}+\frac{a^2}{x^2}} + \sqrt{1+\frac{a^2}{x^2}}\right)}$$ 5

$$= \frac{a}{\sqrt{1}+\sqrt{1}}$$ 5

30

5 $$= \frac{a}{2}$$

(16) a). $\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$ (5)

$$\sin\left(\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{4}\right) = \sin\frac{\pi}{6}\cos\frac{\pi}{4} + \cos\frac{\pi}{6}\sin\frac{\pi}{4}$$ (5)

$$\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right) = \frac{1}{2}\times\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{1}{\sqrt{2}}$$ (5)

$$= \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$$ (5)

$$\underline{\underline{\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}}}$$ (5)

25

Hence,

$$\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) = 1 - 2\sin^2\left(\frac{5\pi}{12}\right)$$ (5)

$$= 1 - 2\left(\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}\right)^2$$ (5)

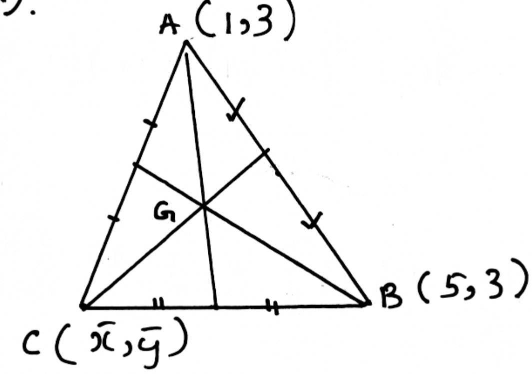
$$= 1 - \frac{1}{8}\left(8 + 2\sqrt{12}\right)$$ (5)

$$= 1 - 1 - \frac{1}{4}\,2\sqrt{3}$$

$$\underline{\underline{\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}}}$$ (5)

20

iii).



$$G \equiv \left(\frac{1+5+\bar{x}}{3} , \frac{3+3+\bar{y}}{3} \right)$$

$$\frac{10}{3} = \frac{6+\bar{x}}{3} \qquad 4 = \frac{6+\bar{y}}{3}$$

$$\bar{x} = 4 \qquad \bar{y} = 6$$

$\therefore$ $\underline{\underline{C(4,6)}}$ 25

55

15 (a). Proof - Factor Theorom 15

$$f(x) = x^4 + ax^3 + bx + c \equiv (x-1)(x+1)(x-2)(x+\lambda)$$ 5

$\underline{x=1}$

$$1+a+b+c = 0$$

$$a+b+c = -1 \text{ ——— } (1)$$ 5

$\underline{x=2}$

$$16+8a+2b+c = 0$$

$$8a+2b+c = -16 \text{ ——— } (2)$$ 5

$\underline{x=-1}$

$$1-a-b+c = 0$$

$$c-a-b = -1 \text{ ——— } (3)$$

$\underline{\underline{a = \frac{-5}{2}}}$ $\underline{\underline{b = \frac{5}{2}}}$ $\underline{\underline{c = -1}}$ $\underline{\underline{\lambda = -\frac{1}{2}}}$ 10

10

$\Rightarrow \underline{\underline{\left(x-\frac{1}{2}\right)}}$ 5 $\quad f(x) = (x^4-1)(x+1)(x-2)\left(x-\frac{1}{2}\right)$

$$2f(x+1) = x^2+x-2$$

$$2\left\{x(x+2)(x-1)\left(x+\frac{1}{2}\right)\right\} = (x+2)(x-1)$$

5

$$(x+2)(x-1)\left\{2x\left(x+\frac{1}{2}\right)-1\right\} = 0$$ 5

$$(x+2)(x-1)(2x^2+x-1) = 0$$

$$(x+2)(x-1)(2x-1)(x+1) = 0$$ 5

solutions are,

$\underline{\underline{x=-2}} \quad \underline{\underline{x=1}} \quad \underline{\underline{x=\frac{1}{2}}} \quad \underline{\underline{x=-1}}$ 10 $\quad$ 55

b).

$$\frac{x^2}{(x-a)(x-b)} = p + \frac{q}{(x-a)} + \frac{r}{(x-b)}$$ 5

$$x^2 = p(x-a)(x-b) + q(x-b) + r(x-a)$$

$x^2 \longrightarrow \quad 1 = p$

$x \longrightarrow \quad 0 = -p(a+b) + q + r$ 10

$x^0 \longrightarrow \quad 0 = abp - bq - ar$

$\underline{\underline{p=1}}$ 5 $\quad \underline{\underline{q = \frac{a^2}{a-b}}}$ 5 $\quad \underline{\underline{r = \frac{b^2}{b-a}}}$ 5

$$\underline{\underline{\frac{x^2}{(x-a)(x-b)} = 1 + \frac{a^2}{(a-b)(x-a)} + \frac{b^2}{(b-a)(x-b)}}}$$

d). $\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) = \pi/4$

Let, $\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ $\beta = \tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$

$\tan\alpha = \frac{1}{2}$ $\tan\beta = \frac{1}{3}$ 5

Then,

$$\alpha + \beta = \frac{\pi}{4}$$ 5

Prove that,

$$\tan(\alpha+\beta) = \tan\frac{\pi}{4} = 1$$ 5

L.H.S. $\tan(\alpha+\beta)$

$$= \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha\tan\beta}$$ 5

$$= \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{6}}$$ 5

$$= \frac{5}{5} = \underline{\underline{1}}$$ 5

$$\therefore \underline{\underline{\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) = \pi/4}}$$

30

12

If,

b). $\alpha+\beta-\gamma = \pi$,

$\sin^2\alpha+\sin^2\beta-\sin^2\gamma = 2\sin\alpha\cos\gamma\sin\beta$

L.H.S $\sin^2\alpha+\sin^2\beta-\sin^2\gamma$

$= \sin^2\alpha + (\sin\beta - \sin\gamma)(\sin\beta+\sin\gamma)$ 5 5

$= \sin^2\alpha + 2\cos\left(\frac{\beta+\gamma}{2}\right)\sin\left(\frac{\beta-\gamma}{2}\right) 2\sin\left(\frac{\beta+\gamma}{2}\right)\cos\left(\frac{\beta-\gamma}{2}\right)$ 5 5

$= \sin^2\alpha + \sin(\beta+\gamma)\sin(\beta-\gamma)$ 5 $\beta-\gamma = \pi-\alpha$

$= \sin^2\alpha + \sin(\beta+\gamma)\sin\alpha$ 5

$= \sin\alpha\,[\sin\alpha + \sin(\beta+\gamma)]$ 5

$\alpha = \pi+\gamma-\beta$

$= \sin\alpha\,(\sin(\beta+\gamma) - \sin(\gamma-\beta)]$ 5

$= \sin\alpha \cdot 2 \cdot \cos\gamma\sin\beta$

$= \underline{\underline{2\sin\alpha\cos\gamma\sin\beta}}$ 5

45

c). $2\cos^2x + \sqrt{3}\sin x + 1 = 0$

$2(1-\sin^2x) + \sqrt{3}\sin x + 1 = 0$ 5

$2\sin^2x - \sqrt{3}\sin x - 3 = 0$ 5

$(2\sin x + \sqrt{3})(\sin x - \sqrt{3}) = 0$

5 5

$\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ or $\sin x \neq \sqrt{3}$

30

$\sin x = \sin(-\pi/3) \Rightarrow \underline{\underline{x = n\pi + (-1)^n(-\pi/3);\ n\in\mathbb{Z}}}$

5 5

(17) To state - Sine Rule. (05)

a). $$\frac{a^2+b^2}{a^2+c^2} = \frac{1+\cos(A-B)\cos C}{1+\cos(A-C)\cos B}$$

L.H.S.

$$= \frac{a^2+b^2}{a^2+c^2}$$

From sine Rule,

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c} = \frac{1}{\lambda}$$ (5)

$$A+B+C = \pi$$ (5)

$$= \frac{\sin^2 A + \sin^2 B}{\sin^2 A + \sin^2 C}$$ (5)

$$= \frac{1-\cos 2A + 1 - \cos 2B}{1-\cos 2A + 1 - \cos 2C}$$ (10)

$$= \frac{2-(\cos 2A + \cos 2B)}{2-(\cos 2A + \cos 2C)}$$

$$= \frac{2 - 2\cos(A+B)\cos(A-B)}{2 - 2\cos(A+C)\cos(A-C)}$$ (10)

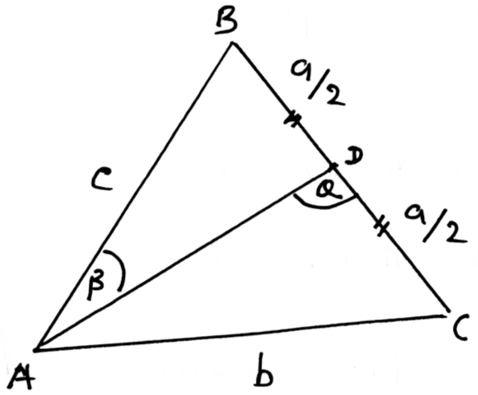
$$= \frac{1+\cos(A-B)\cos C}{1+\cos(A-C)\cos B}$$ (10)

$$\therefore \frac{a^2+b^2}{a^2+c^2} = \frac{1+\cos(A-B)\cos C}{1+\cos(A-C)\cos B}$$

50

13

b)



(10)

ABD Δ, cosine Rule,

$$\cos A\hat{D}B = \frac{AD^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 - c^2}{2AD\cdot\left(\frac{a}{2}\right)} \quad (10) \quad \text{———} (1)$$

ADC Δ, cosine Rule,

$$\cos A\hat{D}C = \cos(\pi - A\hat{D}B) = -\cos A\hat{D}B \quad (5)$$

$$-\cos A\hat{D}B = \frac{AD^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 - b^2}{2AD\cdot\left(\frac{a}{2}\right)} \quad \text{———} (2) \quad (10)$$

From (1) and (2),

$$0 = 2AD^2 + 2\left(\frac{a}{2}\right)^2 - c^2 - b^2 \quad (5)$$

$$2AD^2 = b^2 + c^2 - \frac{a^2}{2}$$

$$AD^2 = \frac{2b^2 + 2c^2 - a^2}{4} \quad (5)$$

$$AD = \frac{\sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}}{2} \quad (5)$$

50

If $B\hat{A}D = \beta$,

$$\frac{\sin\beta}{a/2} = \frac{\sin B}{AD} \quad (10)$$

$$\sin\beta = \frac{a\sin B \times 2}{2\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}} \quad (10)$$

$$\therefore \sin\beta = \frac{a\sin B}{\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}} \quad (5)$$

25

If, $A\hat{D}C = \alpha$,

$$\frac{\sin\alpha}{b} = \frac{\sin C}{AD.} \quad (10)$$

$$\sin\alpha = \frac{b\sin C \times 2}{\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}} \quad (10)$$

$$\sin\alpha = \frac{2b\sin C}{\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}} \quad (5)$$

25

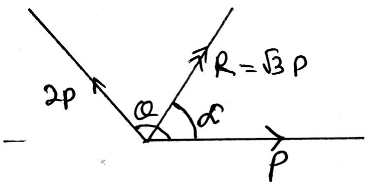
Second Term Test - 2020

Marking Scheme

COMBINED MATHAMATICS – 11 **Grade -12**

---

(1)



$3p^2 = p^2 + 4p^2 + 4p^2\cos\theta$ (5)

$4p^2\cos\theta = -2p^2$

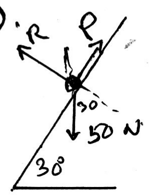
$\cos\theta = -\frac{1}{2}$ (5)

$\theta = \frac{2\pi}{3}$ (5)

$\tan\alpha = \frac{2p\cos 120}{p + 2p\cos 120}$ (5)

$\Rightarrow \alpha = \pi/2$. (5) $\boxed{25}$

(2)



$\frac{P}{\sin 150°} = \frac{R}{\sin 120} = \frac{50}{\sin 90°}$

$\frac{P}{1/2} = \frac{R}{\sqrt{3}/2} = 50 \Rightarrow P = 25\text{ N}.$

$R = 25\sqrt{3}\text{ N}.$

$\boxed{25}$

(3).

$3\underline{a} + 5\underline{b} = 8\underline{c}$

$3\underline{a} + 5\underline{b} = 3\underline{c} + 5\underline{c}$ (5)

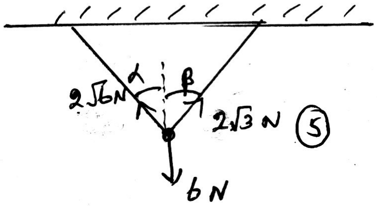
$3\underline{a} - 3\underline{c} = 5\underline{c} - 5\underline{b}$

$3(\underline{a} - \underline{c}) = 5(\underline{c} - \underline{b})$ (5)

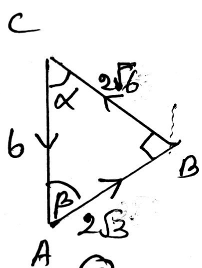
$\therefore 3\overrightarrow{CA} = 5\overrightarrow{BC}$ (5) $\Rightarrow$ A, B, C colinear. (5)

$\frac{AC}{CB} = \frac{5}{3}$ (5) $\boxed{25}$

(4).



(5)



(5)

$(2\sqrt{3})^2 + (2\sqrt{6})^2 = 6^2$

$\Rightarrow$ ABC is a right angled triangle. (5)

$\sin\beta = \frac{2\sqrt{6}}{6} = \sqrt{\frac{2}{3}}$

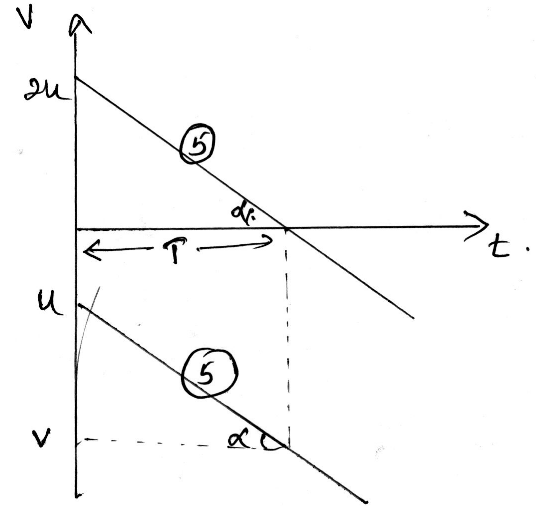
$\beta = \sin^{-1}\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)$ (5)

$\sin\alpha = \frac{2\sqrt{3}}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\alpha = \sin^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ (5)

$\boxed{25}$

5



5

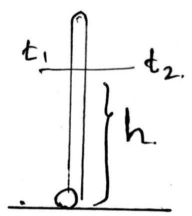
$\tan\alpha = \frac{2u}{T} = \frac{v-u}{T}$

$2u = v - u$ 5

$\underline{v = 3u}$ 5

$\boxed{25}$

6.



$\uparrow \; s = ut + \frac{1}{2}at^2$

$h = ut - \frac{1}{2}gt^2$ 5

$gt^2 = 2ut - 2h$

$gt^2 - 2ut + 2h = 0$ 5 $\to t_1, t_2$

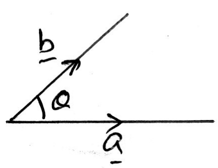
10

$t_1 t_2 = \frac{2h}{g}$

$\underline{h = \frac{g t_1 t_2}{2}}$ 5

$\boxed{25}$

7.



$|a| = 1$

$|b| = 1$

$a \cdot b = |a||b|\cos\theta$

$a \cdot b = \cos\theta$ 5

$|a-b|^2 = (a-b)\cdot(a-b)$ 5

$= a^2 + b^2 - 2a\cdot b$

$= 1 + 1 - 2a\cdot b$

$= 2 - 2(\cos\theta)$ 5

$= 2 - 2[1 - 2\sin^2\theta/2]$ 5

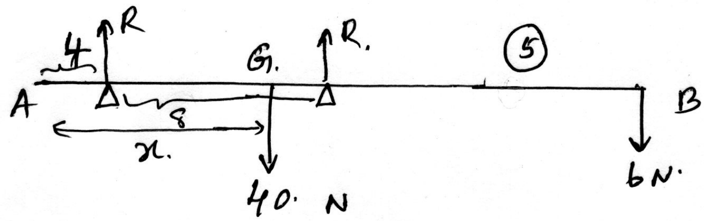
$= 4\sin^2\theta/2$

$\Rightarrow |a+b| = 2\sin\theta/2$ 5

$\sin\theta/2 = \frac{1}{2}|a-b|$

$\boxed{25}$

(8)



5

$\uparrow \quad 2R - 40 - 6 = 0$ 5

$R = 23\text{ N.}$ 5

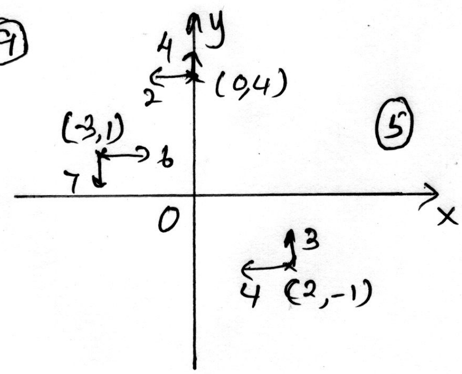
$\overset{\curvearrowleft}{A}) \quad 4 \times R + 8 \times R - 40.x - 24 \times 6 = 0.$ 5

$16R - 144 - 40x = 0.$

$224 - 144 - 40x = 0$

$\underline{\underline{x = \frac{28}{5}\text{ m.}}}$ 5 $\boxed{25}$

(9)



5

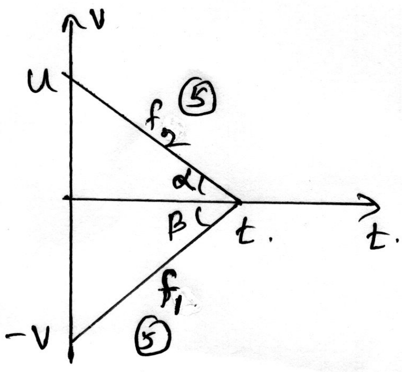
$\rightarrow X = 6 - 4 - 2 = 0$ 5

$\uparrow Y = 4 + 3 - 7 = 0.$ 5

$\overset{\curvearrowleft}{O}) \quad G_{00} = 3 \times 2 + 2 \times 4 - 6 \times 1 + 7 \times 3 - 4 \times 1$ 5

$\underline{\underline{= 25\text{ units.}}}$ 5 $\boxed{25}$

(10)



5 5

$\tan\alpha = \frac{u}{t} = f_2 \qquad \tan\beta = \frac{v}{t} = f_1.$

$d = \frac{1}{2}t \times u + \frac{1}{2}t \times v$ 5

$= \frac{1}{2}\frac{u}{f_2} \cdot u + \frac{1}{2}\left(\frac{v}{f_1}\right)v$ 5

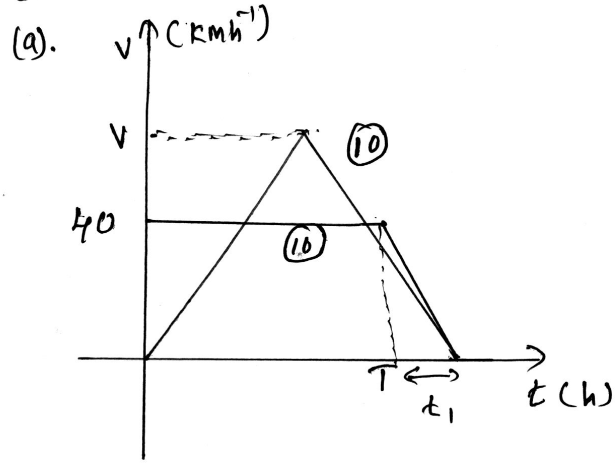
$= \frac{1}{2}\frac{u^2}{f_2} + \frac{1}{2}\frac{v^2}{f_1}$

$d. = \frac{u^2}{2f_2} + \frac{v^2}{2f_1}$ 5

$\boxed{25}$

11

(a).



$40 \times T = 7$ 10

$T = \frac{7}{40}$ hours.

$\frac{1}{2} \times 40 \times t_1 = \frac{3}{2}$ 10

$t_1 = \frac{3}{40}$ hours.

$\therefore$ Total time $= \frac{7}{40} + \frac{3}{40}$ 5

$= \frac{1}{4}$ hours

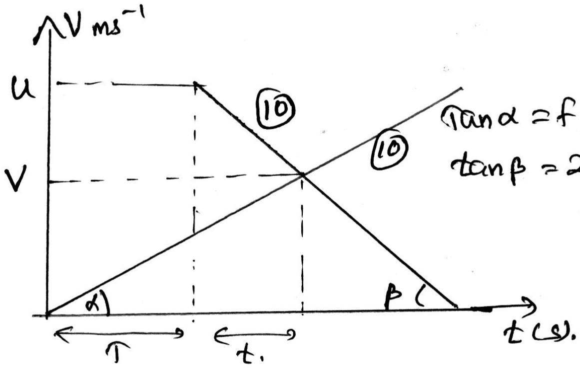
$= 25$ minits. 5

(ii) $\frac{1}{2} \times V \times \frac{1}{4} = 8.5$ 5

$V = 68 \text{ kmh}^{-1}$ 5

60

(b).



$\tan\alpha = f$ 5

$\tan\beta = 2f$ 5

* If vehicles just meets, their displa-cements are equal when their velocities are equal.

10 $\left(\frac{u+V}{2}\right)t = \frac{1}{2}(t+T)V$.

$ut = TV$ — ①

$\tan\alpha = \frac{V}{T+t}$.

$f = \frac{V}{t+T}$ $\Rightarrow$ $V = f(T+t)$ — ② 10

$\tan\beta = \frac{u-V}{t} = 2f \Rightarrow V = u - 2ft$ — ③

10

② = ③

$f(T+t) = u - 2ft$.

$t = \left(\frac{u-fT}{3f}\right)$ 10

from ③ $\Rightarrow$ $V = u - 2f\left[\frac{u-fT}{3f}\right]$

$V = \frac{fu + 2f^2T}{3f}$ // 10

from ① $ut = vT$

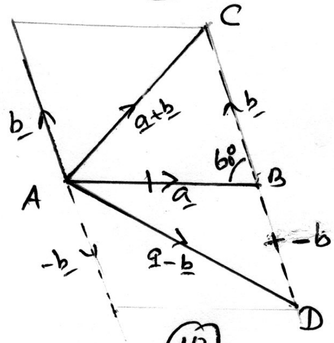
$$u\left(\frac{u-fT}{3f}\right) = \left[\frac{fu+2f^2T}{3f}\right]T \quad (5)$$

$$u^2 - fTu = fTu + 2f^2T^2$$

$$\therefore \underline{\underline{u^2 = 2fT\,[u+fT]}} \quad (5)$$

$\boxed{90}$

(12) (a). Theory - (10) $\boxed{10}$



(10)

$|\underline{a}| = |\underline{b}| = |\underline{a}+\underline{b}| = 1$ (5)

$\Rightarrow$ ABC is an equilateral Δ.

$\therefore A\hat{B}C = 60^\circ$ (5)

$\therefore A\hat{D}C = 30^\circ$

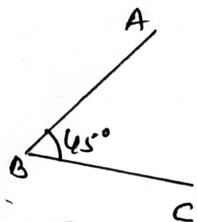
$\therefore$ from ΔABD;

$$\frac{AB}{\sin 30} = \frac{AD}{\sin 120} \quad (5)$$

$AD = \sqrt{3}$

$\underline{\underline{|\underline{a}-\underline{b}| = \sqrt{3}}}$ (5) $\boxed{30}$

(b). $\left.\begin{aligned}\vec{OA} &= 4\underline{i}+2\underline{j}\\ \vec{OB} &= \underline{i}+\underline{j}\\ \vec{OC} &= (k+1)\underline{i}+6\underline{j}\end{aligned}\right\}$ (5)



$\vec{AB} = \underline{b}-\underline{a} = -3\underline{i}-\underline{j}$

$\vec{BC} = \underline{c}-\underline{a} = k\underline{i}+5\underline{j}$ (5) for both.

$\left.\begin{aligned}|\vec{AB}| &= \sqrt{10}\\ |\vec{BC}| &= \sqrt{k^2+25}\end{aligned}\right\}$ (5)

$\vec{AB}\cdot\vec{BC} = |AB|\,|BC|\cos 45^\circ$ (5)

$(-3\underline{i}-\underline{j})\cdot(k\underline{i}+5\underline{j}) = \sqrt{10}\,\sqrt{k^2+25}\times\frac{1}{\sqrt{2}}$

$(-3k-5) = \sqrt{5}\,\sqrt{k^2+25}$ (5)

$9k^2+25+30k = 5k^2+125$

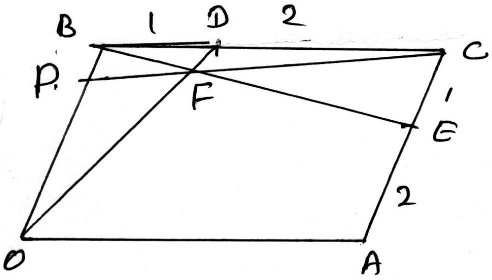
$2k^2+15k-50 = 0$ (5)

$(2k-5)(k+10) = 0$

$\underline{\underline{k = 5/2}}$ (5) $k = -10$ #.

$\boxed{35}$

(e).



$\overrightarrow{OA} = \underline{a}$

$\overrightarrow{OB} = \underline{b}$ 5

$$\overrightarrow{OF} = \lambda \overrightarrow{OD}$$
$$= \lambda [\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BD}] \quad 5$$
$$= \lambda [\overrightarrow{OB} + \tfrac{1}{3}\overrightarrow{BC}]$$
$$\overrightarrow{OF} = \lambda [\underline{b} + \tfrac{1}{3}\underline{a}] \quad 5$$

$$\overrightarrow{OF} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BF}$$
$$= \underline{b} + \mu \overrightarrow{BE} \quad 5$$
$$= \underline{b} + \mu [\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CE}]$$
$$= \underline{b} + \mu [\underline{a} + \tfrac{1}{3}\overrightarrow{CA}]$$
$$\overrightarrow{OF} = \underline{b} + \mu [\underline{a} - \tfrac{1}{3}\underline{b}] \quad 5$$

$$\Longrightarrow \quad \lambda [\underline{b} + \tfrac{1}{3}\underline{a}] = \underline{b} + \mu [\underline{a} - \tfrac{1}{3}\underline{b}] \quad 5$$

$$\lambda = 1 - \tfrac{1}{3}\mu. \quad 5$$

$$\frac{\lambda}{3} = \mu \quad 5$$

$$\therefore \lambda = 3\mu.$$

$$\frac{10\mu}{3} = 1$$

$$\mu = \frac{3}{10} \Longrightarrow \lambda = \frac{9}{10}. \quad 5$$

$$\therefore \overrightarrow{OF} = \frac{9}{10}(\underline{b} + \tfrac{1}{3}\underline{a}) \quad 5$$
$$= \frac{3}{10}(3\underline{b} + \underline{a})$$

Let;

$OP : PB = 1 : K.$

$$\therefore \overrightarrow{OP} = \frac{1}{1+k}\underline{b}. \quad 5$$

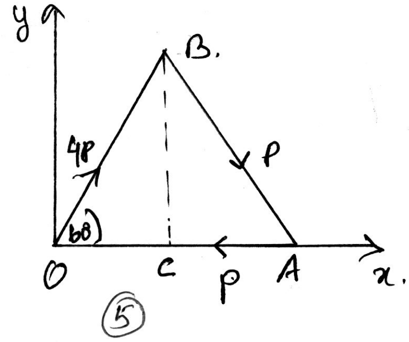
$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OF} + \overrightarrow{FP}$$
$$= \overrightarrow{OF} + \gamma \overrightarrow{CP} \quad 5$$
$$= \overrightarrow{OF} + \gamma [\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BP}]$$
$$\overrightarrow{OP} = \frac{3}{10}(3\underline{b} + \underline{a}) + \gamma \left[-\underline{a} + \frac{k}{1+k}(-\underline{b})\right] \quad 5$$

$\boxed{75}$

$$\therefore \frac{1}{1+k}\underline{b} = \frac{3}{10}(3\underline{b} + \underline{a}) + \gamma \left[-\underline{a} + \frac{k}{1+k}(-\underline{b})\right] \Longrightarrow \gamma = \frac{3}{10};\ k = \tfrac{1}{6} \quad 5$$

$\therefore OP : PB = 1 : 6$ 5

(13)



$4P \Rightarrow 4P\cos 60\, \underline{i} + 4P\sin 60\, \underline{j}$

$= 2P\underline{i} + 2\sqrt{3}P\underline{j}$ (5)

$P \Rightarrow P\cos 60\,\underline{i} - P\cos 30\,\underline{j}$

$= \frac{P}{2}\underline{i} - \frac{\sqrt{3}}{2}P\underline{j}$ (5)

$P \Rightarrow -P\underline{i} + 0\underline{j}$ (5)

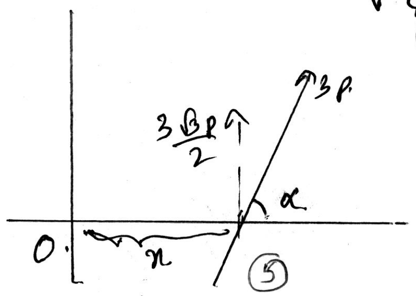
$R = \left(2P + \frac{P}{2} - P\right)\underline{i} + \left(2\sqrt{3}P - \frac{\sqrt{3}}{2}P\right)\underline{j}$ (5) (5)

$R = \left(\frac{3P}{2}\right)\underline{i} + \left(\frac{3\sqrt{3}}{2}P\right)\underline{j}$ (5) (5)

$R = \sqrt{\frac{9P^2}{4} + \frac{27P^2}{4}} = 3P.$ (5) (5)

$\tan\alpha = \dfrac{\frac{3\sqrt{3}P}{2}}{\frac{3P}{2}}$

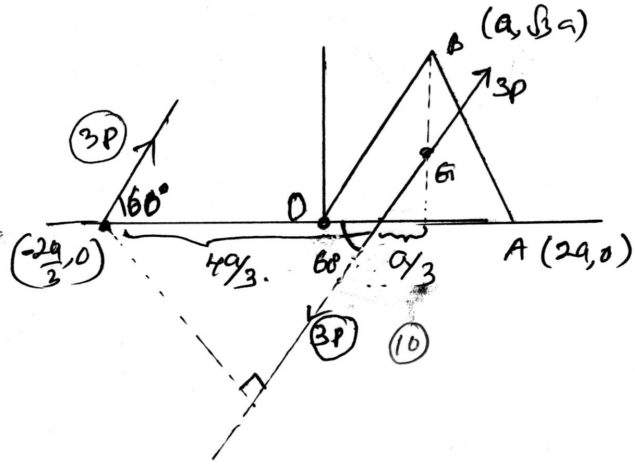
$\alpha = 60^\circ.$



O↺

$\frac{3\sqrt{3}P}{2} \times x = -P\cdot\sin 60 \times 2a.$

$x = -\frac{2a}{3}.$ (5)



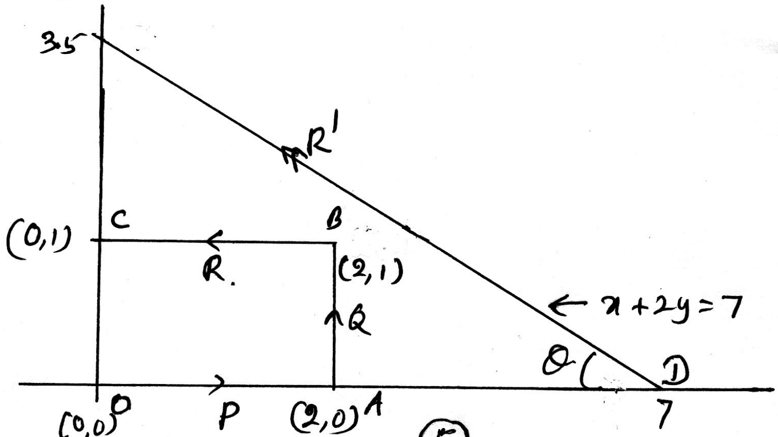
$G \equiv \left[a, \frac{a}{\sqrt{3}}\right]$

$\overset{\curvearrowleft}{M} = 3P \times \frac{4a}{3}\sin 60 =$ (10)

$= 3P \times \frac{4a}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \underline{\underline{2\sqrt{3}Pa}}$ (10)

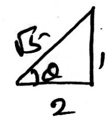
$\boxed{90}$

(13) (b).



(5)

$\tan\theta = \frac{1}{2}$



(5)

$\rightarrow X \Rightarrow P - R = -R'\cos\theta$ —(1) (5)

$\uparrow Y \Rightarrow Q = R'\sin\theta$ —(2) (5)

D) $R \times 1 - Q \times 5 = 0.$

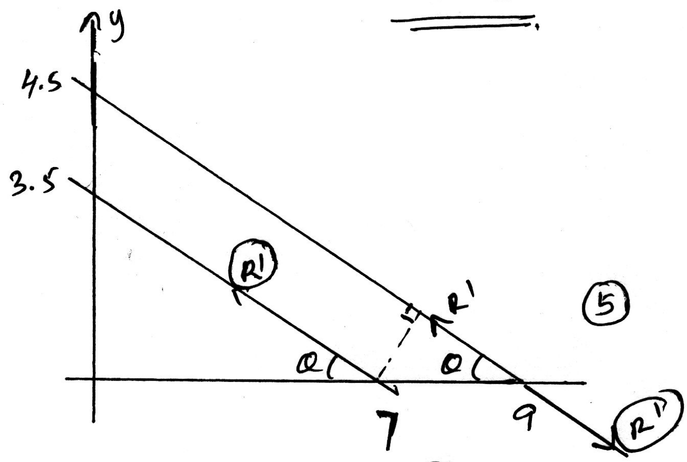
$R = 5Q$ —(3) (5)

from (1), (2), (3) $P - 5R'\sin\theta = -R'\cos\theta$ (5)

$P = R'[5\sin\theta - \cos\theta]$

$= R'\left[5 \times \frac{1}{\sqrt{5}} - \frac{2}{\sqrt{5}}\right]$ (5)

$R' = \frac{\sqrt{5}P}{3}$ (5)



(5)

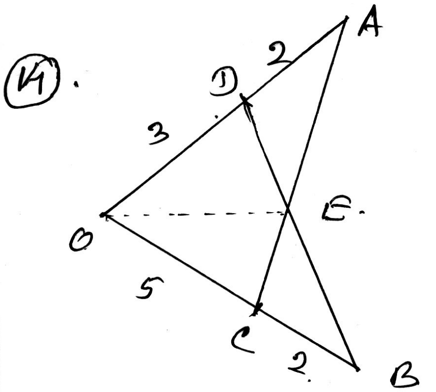
$G = R' \times 2\sin\theta$ (5) (5)

$= \frac{\sqrt{5}P}{3} \times 2 \times \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{2P}{3}.$

(5) 60

$\therefore$ couple should be applied is G $\frac{2P}{3}$. units.

(a).



$\overrightarrow{OA} = \underline{a}$ (5)

$\overrightarrow{OB} = \underline{b}$

$\overrightarrow{OE} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BE}$ (5)

$= \overrightarrow{OB} + \lambda \overrightarrow{BD}$ (5)

$= \overrightarrow{OB} + \lambda [\overrightarrow{BO} + \overrightarrow{OD}]$

$= \overrightarrow{OB} + \lambda (\overrightarrow{BO} + \frac{3}{5}\overrightarrow{OA})$ (5)

$\overrightarrow{OE} = \underline{b} + \lambda [\frac{3}{5}\underline{a} - \underline{b}]$ (5)

$\overrightarrow{OE} = OA + \overrightarrow{AE}$ (5)

$= \overrightarrow{OA} + \mu \overrightarrow{AC}$ (5)

$= \overrightarrow{OA} + \mu (\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OC}]$ (5)

$\overrightarrow{OE} = \underline{a} + \mu [\frac{5}{7}\underline{b} - \underline{a}]$ (5)

$\therefore \underline{a} + \mu [\frac{5}{7}\underline{b} - \underline{a}] = \underline{b} + \lambda [\frac{3}{5}\underline{a} - \underline{b}]$ (10)

$\therefore 1 - \mu = \frac{3}{5}\lambda$ —— (A) $\Rightarrow 7\lambda + 5\mu = 7$ —— (1) (5)

$1 - \lambda = \frac{5}{7}\mu$ —— (B). $\Rightarrow 3\lambda + 5\mu = 5$ —— (2) (5)

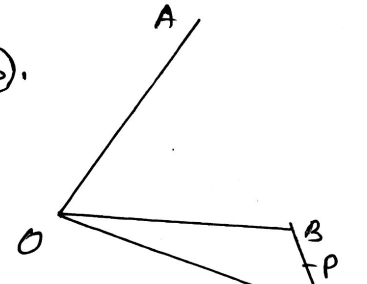
from (1) and (2) $\lambda = 1/2$ (5)

$\therefore \overrightarrow{OE} = \underline{b} + \frac{1}{2}[\frac{3}{5}\underline{a} - \underline{b}]$

$\overrightarrow{OE} = [\frac{\underline{b}}{2} + \frac{3}{10}\underline{a}]$ (5)

$\boxed{75}$

(b).



$\overrightarrow{OA} = \underline{a}$

$\overrightarrow{OB} = \underline{b}$ (5)

$\overrightarrow{OC} = \underline{c}$

$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CP}$ (5)

$= \underline{c} - \frac{1}{10}\overrightarrow{BC}$

$= \underline{c} - \frac{1}{10}(\underline{c} - \underline{b})$ (5)

$\overrightarrow{OP} = \frac{1}{10}(9\underline{c} + \underline{b})$ (5) $\boxed{20}$

(ii). $AP \perp BC \Rightarrow \vec{AP}\cdot\vec{BC}=0$ 5

$\therefore \ (\vec{AO}+\vec{OP})\cdot(\vec{BO}+\vec{OC})=0$ 10

$(-\underline{a}+\underline{p})\cdot(\underline{c}-\underline{b})=0$ 5

$\underline{p}\cdot(\underline{c}-\underline{b})-\underline{a}\cdot(\underline{c}-\underline{b})=0$

5 $\frac{1}{10}(9\underline{c}+\underline{b})\cdot(\underline{c}-\underline{b})=\underline{a}\cdot(\underline{c}-\underline{b})$

$(9\underline{c}+\underline{b})\cdot(\underline{c}-\underline{b})=10\,\underline{a}\cdot(\underline{c}-\underline{b})$. —— (1) 5 $\boxed{30}$

(b). If OA, OB and OC are perpendicular to each other;

$\vec{OA}\cdot\vec{OB}=0$ $\quad\quad$ $\vec{OB}\cdot\vec{OC}=0$ $\quad\quad$ $\vec{OA}\cdot\vec{OC}=0$

$\underline{a}\cdot\underline{b}=0$ 5 $\quad\quad$ $\underline{b}\cdot\underline{c}=0$ 5 $\quad\quad$ $\underline{a}\cdot\underline{c}=0$ 5

From (1); $10(\underline{a}\cdot\underline{c}-\underline{a}\cdot\underline{b})=(9\underline{c}+\underline{b})\cdot(\underline{c}-\underline{b})$

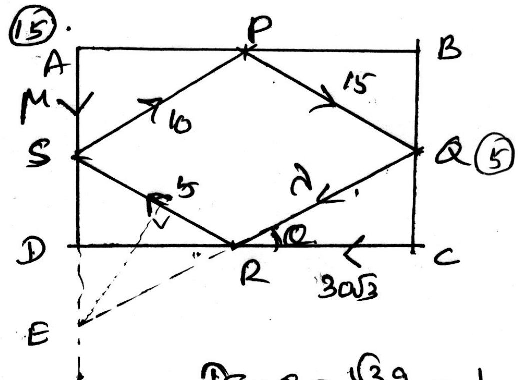
5 $0=(9\underline{c}+\underline{b})\cdot(\underline{c}-\underline{b})$

$\therefore \ 9\underline{c}\cdot\underline{c}-9\underline{c}\cdot\underline{b}+\underline{b}\cdot\underline{c}-\underline{b}\cdot\underline{b}=0$

$9\underline{c}\cdot\underline{c}-\underline{b}\cdot\underline{b}=0$

$(3\underline{c}-\underline{b})\cdot(3\underline{c}+\underline{b})=0$ 5 $\boxed{25}$

15.



$\tan\theta=\frac{\sqrt{3}a}{3a}=\frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \theta=\pi/6$ 5

$\overrightarrow{E} = -30\sqrt{3} \times \sqrt{3}a - 5 \times 2\sqrt{3}a \times \sin\frac{\pi}{3} + 10 \times 2\sqrt{3}a \sin\frac{\pi}{3}$ (10)

$+ 15 \times 4\sqrt{3}a \sin\pi/3$

$= -90a - 15a + 30a + 90a$

$= 15a \neq 0$. (5)

$\therefore$ systym cannot be in eq^{m}. (5)

(ii) If the sy^{m} reduces to a couple;

$X = 0$ (5) and $Y = 0$. (5)

$\rightarrow X = -30\sqrt{3} - 5\cos\pi/6 + 10\cos\frac{\pi}{6} + 15\cos\pi/6 - \lambda\cos\pi/6 = 0$ (10)

$-30\sqrt{3} - 5 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 15 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \lambda \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$

$\underline{\underline{\lambda = -40}}$. (5)

$\uparrow Y = -\mu + 5\sin\frac{\pi}{6} + 10\sin\frac{\pi}{6} - 15\sin\frac{\pi}{6} - \lambda\sin\pi/6 = 0$. (10)

$-\mu - \lambda\sin\frac{\pi}{6} = 0$

$\mu = 40 \times \frac{1}{2} = 20$.

$\underline{\underline{\mu = 20}}$ (5)

(iii) Resolved component along $\overrightarrow{AD} = 10$ N. (5)

Resolved component perpendicular to AD $= 0$ (5)

$\therefore \downarrow \mu + \lambda\sin\pi/6 = 10$ (5) . $\overrightarrow{X} = 0$ (5)

$\mu = 10 - \lambda\sin\pi/6$

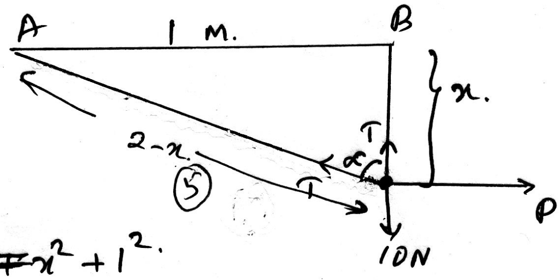
$= 10 + 40 \times \frac{1}{2}$

$\mu = 30$N. (5)

$\underline{\underline{\lambda = -40}}$ (5)

$\boxed{100}$

(15) (b).



$(2-x)^2 = x^2 + 1^2$

$4x = 3$

$x = \frac{3}{4}$ m. (5)

$\therefore 2-x = 2 - \frac{3}{4} = \frac{5}{4}$ m.

$\therefore \cos\alpha = \frac{x}{2-x} = \frac{3}{5}$ (5)

$\sin\alpha = \frac{1}{2-x} = \frac{4}{5}$ (5)

$\uparrow$; $T + T\cos\alpha - 10 = 0$. (10)

$T + T \times \frac{3}{5} = 10$.

$\underline{\underline{T = \frac{50}{8} \text{ N}}}$ (5)

$\rightarrow P = T\sin\alpha$. (10)

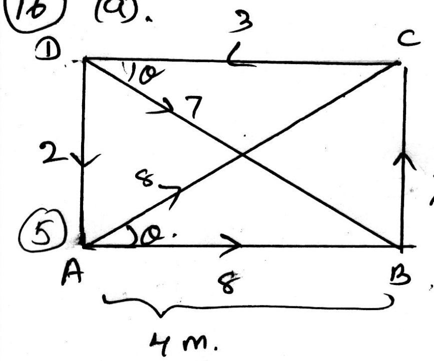
$= \frac{50}{8} \times \frac{4}{5} = 5$ N.

$\underline{\underline{P = 5 \text{ N.}}}$ (5)

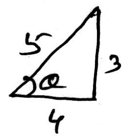
$\boxed{50}$

---

(16) (a).



$\tan\theta = \frac{3}{4}$. (5)



$\rightarrow X = 8 - 3 + 8\cos\theta + 7\cos\theta$ (10)

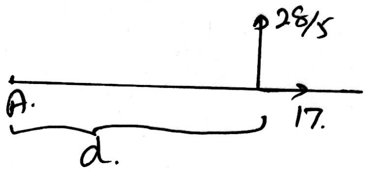
$= 8 - 3 + 15\cos\theta$

$= 8 - 3 + 15 \times \frac{4}{5}$

$\underline{\underline{\vec{X} = 17}}$ (5)

$\uparrow Y = -2 + 7 + 8\sin\theta - 7\sin\theta$ (10)

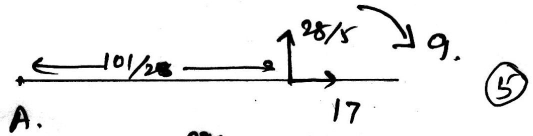
$\underline{\underline{Y = \frac{28}{5}}}$ (5)

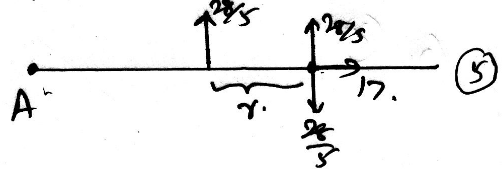


$\overset{\curvearrowleft}{A})\ \frac{28}{5}d = 7\times4 + 3\times3 - 7\cos\theta\times3$ (10)

$= 28 + 9 - 7\times3\times\frac{4}{5}$

$\frac{28d}{5} = \frac{101}{5} \Rightarrow d = \frac{101}{28}$ cm. (5)





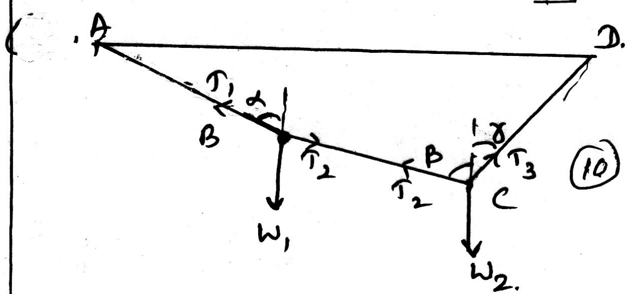
$$\frac{28}{5} \times r = 9 \quad 5$$

$$r = \frac{45}{28} \text{ cm.} \quad 5$$

$\therefore$ distance from A $= \frac{101}{28} - \frac{45}{28} = \underline{\underline{2m}}$ 5

$\boxed{80}$

(b) For the Lami's theorem. $\boxed{10}$



Applying Lami's theorem

at B.

$$\frac{W_1}{\sin(180 - \beta + \alpha)} = \frac{T_2}{\sin(180 - \alpha)} \quad 10$$

$$5 \quad \frac{W_1}{\sin(\beta - \alpha)} = \frac{T_2}{\sin\alpha} \quad 5 \quad —(1)$$

at C.

$$\frac{W_2}{\sin(\beta + \gamma)} = \frac{T_2}{\sin(180 - \gamma)} \quad 10$$

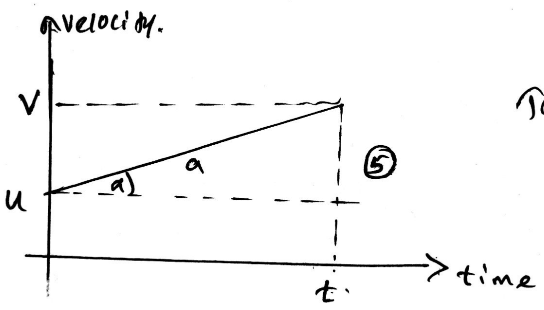
$$5 \quad \frac{W_2}{\sin(\beta + \gamma)} = \frac{T_2}{\sin\gamma} \quad 5 \quad —(2)$$

From (1) and (2);

$$\frac{W_1 \sin\alpha}{\sin(\beta - \alpha)} = \frac{W_2 \sin\gamma}{\sin(\beta + \gamma)} \quad 5$$

$$\frac{W_1}{W_2} = \underline{\underline{\frac{\sin\gamma \, \sin(\beta - \alpha)}{\sin\alpha \, \sin(\beta + \gamma)}}} \quad 5$$

$\boxed{60}$



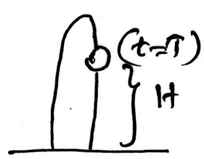
$\tan\alpha = a = \frac{V-u}{t}$ (5)

$S = \left(\frac{u+V}{2}\right)t$. (5)

For the proof of; $V = u + at$, $S = ut + \frac{1}{2}at^2$, $V^2 = u^2 + 2as$. } (15) marks.

$\boxed{30}$

(b).



Let T is the time for meet two particles.

for 2^{nd} particle; $S = ut + \frac{1}{2}at^2$ ↑.

$H = u(T-t) - \frac{1}{2}g(T-t)^2$ (10)

for 1^{st} particle $H = uT - \frac{1}{2}gT^2$. (10)

$\therefore \quad uT - \frac{1}{2}gT^2 = u(T-t) - \frac{1}{2}g(T-t)^2$ (10)

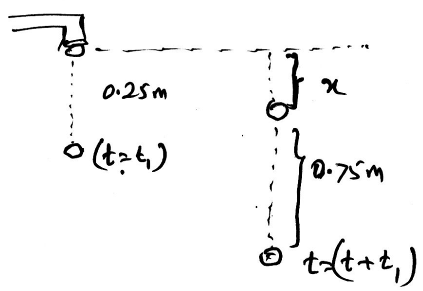
$uT - \frac{1}{2}gT^2 = uT - ut - \frac{1}{2}g.(T^2 + t^2 - 2Tt)$ (10)

$T = \left(\frac{u}{g} + \frac{t}{2}\right)$ (5)

from (1) $\Rightarrow$ $H = u\left[\frac{u}{g} + \frac{t}{2}\right] - \frac{1}{2}\left(\frac{u}{g} + \frac{t}{2}\right)^2 = \left(\frac{4u^2 - g^2t^2}{8g}\right)$ (10) (5)

$\boxed{60}$

(c).



for the 1^{st} water drop;

$S = ut + \frac{1}{2}at^2$ ↓.

(10) $0.25 = \frac{1}{2} \times 10 t_1^2$ —— (1)

$\therefore t_1 = \frac{1}{2\sqrt{5}}$ (5)

for the 1^{st} drop; ↓.

$(x + 0.75) = \frac{1}{2} \times 10(t_1 + t_2)^2$ —— (2). (10)

for the second drop; ↓.

$x = \frac{1}{2} \times 10 t_2^2$ —— (3) (10)

from (2); and (3).

$0.75 = 5(t_1 + t_2)^2 - 5t_2^2$ (10)

$t_2 = \frac{\sqrt{5}}{10}$ sec (5)

from (3) $\Rightarrow$ $x = \frac{1}{2} \times 10 \times \frac{5}{100} = \frac{1}{4}$ m. (5)

$\therefore$ total distance traveled by 1^{st} drop } $= \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1m$ (5)

$\boxed{60}$


LOL.lk
Learn Ordinary Level
විභාග ඉලක්ක
පහසුවෙන් ජයගන්න
පසුගිය විභාග ප්‍රශ්න පත්‍ර
• Past Papers • Model Papers • Resource Books
for G.C.E O/L and A/L Exams
සමනල දැනුම
විභාග ඉලක්ක ජයගන්න
Knowledge Bank
Master Guide
WWW.LOL.LK
CASH ON DELIVERY
HOME DELIVERY
Whatsapp contact
+94 71 777 4440
Website
www.lol.lk
Order via WhatsApp
071 777 4440