Visakha Vidyalaya – Colombo 05

විශාඛා විද්‍යාලය - කොළඹ 5

10	S	

සංයුක්ත ගණිතය I

Combined Mathematics I

කාලය : පැය 3 යි

Time : 3 hours

නම / Name : ....

12 ශ්‍රේණිය, දෙවන වාර පරීක්ෂණය – මාර්තු 2015 [අප්‍රේල්]

- A කොටසේ ප්‍රශ්න සියල්ලටම හා B කොටසෙන් ප්‍රශ්න 5 කට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

For marking examiner's use only

Part A

Question Number	Marks
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
Total	

Part B

Question Number	Marks
11	
12	
13	
14	
15	
16	
Total	

	Marks
Part A	
Part B	
Total	

(4)

Scanned by CamScanner

A කොටස

(01) $ax^2 + bx + c = 0$ වර්ග සමීකරණයේ මූලයන් α, β වන විට $\alpha + \beta = \frac{-b}{a}$ හා $\alpha\beta = \frac{c}{a}$ බව පෙන්වන්න. එමගින් එක් මූලයක් අනෙක මෙන් 5 ගුණයක් වීමට තිබිය යුතු අවශ්‍යතාවය ලබාගන්න.

(02) $f(x) \equiv 2x^3 + x^2 + ax - 1$ යන බහුපදයේ $x - 1$ සාධකයක් බව දී ඇත. සංස්ලේෂණ බෙදීම මගින් a හි අගය සොයන්න. තවද $f(x) = 0$ සමීකරණයේ විසඳුම් සොයන්න.

Scanned by CamScanner

භින්න භාගයක් ලෙස ප්‍රකාශ කරන්න.

$$\frac{x^2+4x-11}{(2x+1)(x^2+4)}$$

(04) $\frac{x}{2x-1} \geq \frac{1}{2+x}$ යන අසමානතාව තෘප්ත කරන x හි අගය කුලකය සොයන්න.

Scanned by CamScanner

(05) සීමාවන් සොයන්න.

(i) $\lim_{x \to 1} \frac{x^3 - 4x^2 + 3x}{\sqrt{8+x} - 3(x^2+1)}$

6) ABC ත්‍රිකෝණයක BC, CA හා AB පාදවල මධ්‍යලක්ෂ්‍යයන් D, E හා F වේ. D ≡ (-1, 5) E≡ (3 , −1) F≡ (7, 9) වේ. AB පාදයේ සමීකරණය සොයන්න. තවද DEF ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය සොයා එමගින් ABC Δ යේ වර්ගඵලය නිර්ණය කරන්න.

Scanned by CamScanner

ථසාම්‍ය සාධනය කරන්න.

(i) $\dfrac{\cot\theta}{1-\tan\theta} - \dfrac{\tan\theta}{\cot\theta - 1} = \sec\theta \operatorname{cosec}\theta + 1$

(ii) $\dfrac{1+\sin 2\theta+\cos 2\theta}{1+\sin 2\theta-\cos 2\theta} = \cot\theta$

(08) සමීකරණය සඳහා සාධාරණ විසඳුම් සොයන්න.

(i) $\tan^2\theta - (1-\sqrt{3})\tan\theta = \sqrt{3}$

(i) $\cos 3\theta + \sin 2\theta = 0$

Scanned by CamScanner

(09) $\underline{a} = 4\underline{i} + 5\underline{j}$ හා $\underline{b} = \underline{i} - 2\underline{j}$ දෛශික දෙකකි. $\lambda\underline{a} + 2\underline{b}$ යන දෛශිකය $5\underline{i} + 3\underline{j}$ දෛශිකයට සමාන්තර වේ නම් λ නියතයේ අගය සොයන්න.

(10) වස්තුවක් සරල රේඛීය මාර්ගයක ගමන් කරන්නේ එහි t කාලයේදී විස්ථාපනය S යන්න $S = 2t^2 + t - 1$ මගිනි.
වස්තුවේ මුල් තත්පර 4 තුළදී සාමාන්‍ය ප්‍රවේගය සොයන්න.
$t = 3$ විට එහි ක්ෂණික ප්‍රවේගය නිර්ණය කරන්න.

Scanned by CamScanner

B කොටස

(11) (a) (i) $ax^2 + bx + c = 0$ වර්ගජ සමීකරණයේ මූලයන් තාත්වික වීමට අවශ්‍යතාවය $b^2 - 4ac \geq 0$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $kx^2 + 2x + 2 = k$ යන වර්ගජ සමීකරණයේ k හි සියලු තාත්වික අගයන් සඳහා මූල තාත්වික බව පෙන්වන්න.

(iii) ඉහත වර්ග සමීකරණයේ මූල අතර වෙනස 2 වන විටදී k හි අගය සොයන්න.

(b) $y = x^2 + 2x - 3$ යන ශ්‍රිතයට x හි තාත්වික අගයන් සඳහා අවමයක් ඇති බව පෙන්වන්න එම අවම අගය සොයන්න.
ශ්‍රිතයේ දළ ප්‍රස්තාරය අඳින්න. එනයින් $x^2 + (2 - m)x - 4 = 0$ සඳහා සියලුම පරිමිත m අගයන්ට තාත්වික් ප්‍රභින්න විසඳුම් 2 ක් ඇති බව අපෝහනය කරන්න.

(12) (a) (i) බහුපද ශ්‍රිත සඳහා ශේෂ ප්‍රමේය ප්‍රකාශ කර එය සාධනය කරන්න.

(ii) $f(x)$ යනු මාත්‍රය 3 ට වැඩි වූ බහුපද ශ්‍රිතයකි. එහි $f(1) = a$, $f(2) = b$ හා $f(0) = c$ වේ නම් $f(x)$ බහු පදය $x^3 - 3x^2 + 2x$ මගින් බෙදූවිට ලැබෙන ශේෂය සොයන්න.

(b) සුදුසු ආදේශයක් යොදා ගනිමින් $2e^{3x} + e^{2x} + 2 = 5e^x$ සමීකරණය විසඳන්න.

(13) (a) (i) $l_1 = a_1x + b_1y + c_1 = 0$ හා $l_2 = a_2x + b_2y + c_2 = 0$ යන රේඛා දෙකෙහි ඡේදන ලක්ෂ්‍යය හරහා යන්නාවූ ඕනෑම රේඛාවක සමීකරණය $l_1 + \lambda l_2 = 0$ බව පෙන්වන්න. මෙහි λ යනු පරාමිතියකි.(තවද $a_1b_2 \neq b_1a_2$)

(ii) OABC සමාන්තරාශ්‍රයක AB හා BC පාද වල සමීකරණ පිළිවෙළින් $a_1x + b_1y + c = 0$ හා $a_2x + b_2y + c = 0$ වේ. O මූල ලක්ෂ්‍යය වන විට අනෙක් පාදවල සමීකරණ සොයන්න. ඉහත ප්‍රතිඵලය භාවිතයෙන් හෝ අන් අයුරකින් OB හා AC විකර්ණවල සමීකරණ ලබාගන්න.

එමගින් $a_1^2 + b_1^2 = a_2^2 + b_2^2$ නම් සමාන්තරාස්‍රය රොම්බසයක් වන බව පෙන්වන්න. තවද ඉහත සමාන්තරාස්‍රය සමචතුරස්‍රයක් වීමට තිබිය යුතු අවශ්‍යතා සොයන්න.

(14) (a) ABC සුළු කෝණී ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සයින් නීතිය ප්‍රකාශ කර එය සාධනය කරන්න.

එමගින් (i) $b \operatorname{cosec} \frac{B}{2} = (a + c) \operatorname{cosec} (\frac{B}{2} + A)$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $(b + c - a)(\cot \frac{C}{2} + \cot \frac{B}{2}) = 2a \cot \frac{A}{2}$

(b) $f(\theta) = 8\sin^2 \theta + 6 \sin \theta \cos \theta + 3$ යන්න $A \sin (2\theta - \alpha) + B$ ආකාරයට ප්‍රකාශ කරන්න. මෙහි $A(1)$, B නියත වන අතර α සුළු කෝණයකි. θ හි සියලු අගයන් සඳහා $f(\theta)$ හි උපරිම හා අවම අගයන් සොයන්න.

Scanned by CamScanner

(15) (a) ලක්ෂයයක් ක්‍රියා කරන ඒකතල බල පද්ධතියක් 9N, $24\sqrt{3}\,N$, 6N, $9\sqrt{2}\,N$, $9N$ හා $6\sqrt{3}\,N$ බලවලින් සමන්විතය. පළමු බලය තිරස්ය. ඉතිරි බල පිළිවෙලින් තිරසට 60^0, 150^0, 225^0, 270^0 හා 300^0 යන කෝණවලින් ආනත වේ. මෙම බල පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය හා එය තිරස සමඟ සාදන කෝණය සොයන්න.

(b) ලාමිගේ ප්‍රමේය ප්‍රකාශ කරන්න.

ABCD සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක A හා D එකම තිරස් මට්ටමේ ඇති ලක්ෂ්‍ය දෙකකට සම්බන්ධ කර ඇත. B හා C ලක්ෂ්‍යවලදී 60kg හා wkg භාරයන් එල්ලා ඇත. BC තිරස්ව ඇති විට AB හා CD තන්තු කොටස් තිරසට 30^0 හා 45^0 ආනත වෙමින් පද්ධතිය සමතුලිතව ඇත.

(i) BC තන්තුවේ ආතතිය සොයන්න.

(ii) W හි අගය සොයන්න.

(iii) තවද AB හා CD තන්තු කොටස්වලද ආතතිය සොයන්න.

(16) (a) (i) $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ නිශ්ශුන්‍ය දෛශික දෙකක් සඳහා අදිශ ගුණිතය අර්ථ දක්වන්න.

A, B, C, D ලක්ෂ්‍යය 4 ක O මූල ලක්ෂ්‍යයට සාපේක්ෂව පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $2\underline{i} + 7\underline{i}$, $7\underline{j} + \underline{j}$, $10\underline{i} + 5\underline{j}$ හා $5\underline{i} + \alpha\underline{j}$ වේ. $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BD}$ ට ලම්භක වේ නම් α හි අගය සායන්න.

(ii) $\overrightarrow{OB}$ හා $\overrightarrow{BC}$ දෛශික දෙක අතර කෝණයේ අගයද සොයන්න.

(b) වස්තුවක් ඒකාකාර මන්දනයක් යටතේ චලිතවෙමින් AB සරල රේඛාවේ ගමන් කරයි. AB රේඛාව මත A හා B අතර P, Q, R අනුයාත ලක්ෂ්‍ය 3 ක් $PQ = QR = l$ මීටර් වන සේ පිහිටා ඇත. A සිට පිළිවෙලින් P, Q, R ලක්ෂ්‍ය දක්වා ගමන් කිරීමට ගන්නා කාලයන් T , 2T හා 6T තත්පර වලින් ලබාදේ. වස්තුව B ලක්ෂ්‍යයේදී නිශ්චලතාවයට පත් වේ.

(i) වස්තුවේ මන්දනය $= \frac{3l}{10T^2}\,ms^{-2}$ බවද

(ii) A හා P අතර දුර $= \frac{13l}{10}$ බවත්

(iii) R හා B අතර දුර හා

(iv) A හා R අතර චලිතයේදී එහි සාමාන්‍ය ප්‍රවේගය ද සොයන්න.

Scanned by CamScanner