විශාඛා විද්‍යාලය කොළඹ - 05

දෙවන වාර පරීක්ෂණය - මාර්තු 2016
Second Term Test – March 2016

සංයුක්ත ගණිතය- I
Combined Mathematics -I

10	S	I

E 01

13 ශ්‍රේණිය A/L 2016
Grade 13 A/L 2016

- A කොටසේ ප්‍රශ්න සියල්ලටම පිළිතුරු සැපයිය යුතු අතර B කොටසේ තෝරා ගත් ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

නම .... පන්තිය ....

පරීක්ෂකගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි

ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
මුළු ලකුණු	

ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
11	
12	
13	
14	
15	
16	
17	
මුළු ලකුණු	

පළමු පත්‍රය	ලකුණු
A කොටස	
B කොටස	
මුළු ලකුණු	

Scanned by CamScanner

A කොටස

01. ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය භාවිතයෙන් සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා

$$1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n-1)^2 = \frac{n}{3}(2n-1)(2n+1)$$

බව සාධනය කරන්න.

02. $y = |(1-x)(2-x)|$ සහ $y = 2(1-x)$ හි ප්‍රස්තාර එකම බණ්ඩාංක තලයක අඳින්න.
ඒ නයින්, $|(1-x)(2-x)| > 2(1-x)$ අසමානතාව විසඳන්න.

Scanned by CamScanner

03. විසඳන්න. $4^{x^2+2} - 9.2^{x^2+2} + 8 = 0$

04. $\underset{x \to 2}{\text{සීමා}} \dfrac{\sqrt{1+\sqrt{2+x}} - \sqrt{3}}{x-2} = \dfrac{1}{8\sqrt{3}}$ බව පෙන්වන්න.

Scanned by CamScanner

05. $y = x(x^2 + 1)$ මඟින් දෙනු ලබන වක්‍රයට $x = 1$ ලක්ෂ්‍යයේදී ඇඳි අභිලම්බය $x -$ අක්ෂය හමුවන ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක ලබාගන්න.

06. $y = x^2 - 2x$ වක්‍රයෙනුත් $x -$ අක්ෂයෙනුත් වටවූ වර්ගඵලය ගණනය කරන්න.

Scanned by CamScanner

07. (x_0, y_0)ලක්ෂ්‍යය හරහා යන සරල රේඛාවක සමීකරණය $\frac{x-x_0}{\ell} = \frac{y-y_0}{m} = t$; $t \in \mathbb{R}$ මඟින් දී ඇත.

මෙහි ℓ සහ m නිශ්ශුන්‍ය නියත වේ.

$\ell^2 + m^2 = 1$ නම් |t| යනු (x_0, y_0) ලක්ෂ්‍යයේ සිට (x, y) ලක්ෂ්‍යයට රේඛාව දිගේ මනින ලද දිග බව පෙන්වන්න.

08. $y = ax + b$ සරල රේඛාව $y = mx$ සහ $y = m^1x$ රේඛා පිළිවෙලින්A සහB හිදී ඡේදනය කරයි.
මෙහි a සහ b නිශ්ශුන්‍ය නියත වේ .C ලක්ෂ්‍යය OACB සමාන්තරාස්‍රයක් වන පරිදි වේ. O යනු මූල ලක්ෂ්‍යයි.
Cහි ඛණ්ඩාංක a,b,m සහ m^1 ඇසුරින් ලබාගන්න.

Scanned by CamScanner

09. A සහ B යනු $x^2 + y^2 - 4x - 9 = 0$ සහ $x^2 + y^2 - 6x - 9 = 0$ වෘත්ත වල ඡේදන ලක්ෂ්‍ය වේ. A සහ B හරහා යන කුඩාතම වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

10. $2\tan^{-1} x + \tan^{-1} y = \pi/2$ නම් $(x + y)^2 = 1 + y^2$ බව පෙන්වන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

Scanned by CamScanner

B කොටස E 01

11. (a) $f(x) = x^4 - 12x^2 + 8x + 3$ යැයි ගනිමු. $x^2 + kx + 1$ යන්න $f(x)$ හි සාධකයක් වේ නම්, $f(x)$ හි අනෙක් සාධකය k ඇසුරින් සොයන්න.
එනයින් $x^4 - 12x^2 + 8x + 3 = 0$ හි මූල සොයන්න.

(b) $g(x) = 2x^3 + 3x^2 - 3x + q$ මෙහි $\in \mathbb{Z}$ වේ.
$(x - q)$ යන්න $g(x)$ හි සාධකයක් නම් q හි අගය සොයන්න.
q එම අගය ගන්නා විට $g(x)$ හි සාධක සොයන්න.
$g(x) = (x + a)(x + 1)(2x + 1) + bx + c$ වේ නම්,
a,b,c සඳහා ගත හැකි අගයයන් මොනවාද?

12. (a) සමස්ථ ලංකා තරගයක් සඳහා බස්නාහිර පළාත නියෝජනය කිරීමට සාමාජිකයන් 4 දෙනෙකුගෙන් යුත් කණ්ඩායමක් සෑදීමට කොළඹ දිස්ත්‍රික්කයෙන් ළමුන් 5 දෙනෙක්ද, ගම්පහ දිස්ත්‍රික්කයෙන් ළමුන් 6 දෙනෙක්ද කළුතර දිස්ත්‍රික්කයෙන් ළමුන් 5 දෙනෙක්ද වනසේ නම් යෝජනා වී ඇත්තේ පහත වගුවෙහි දැක්වෙන පරිදිය.

	කොළඹ	ගම්පහ	කළුතර
ශිෂ්‍යාවන් ගණන	3	3	2
ශිෂ්‍යයින් ගණන	2	3	3

ඉහත කණ්ඩායමෙහි නායකයා අනිවාර්යයෙන්ම පිරිමි ළමයෙකු විය යුතු අතර එම දිස්ත්‍රික්කයේ අනෙකුත් පිරිමි ළමුන් කණ්ඩායමට ඇතුලත් විය නොහැකි නම් පහත එක් එක් ආකාර යටතේ කණ්ඩායම් තෝරාගත හැකි වෙනස් ආකාර ගණන සොයන්න.

i. ගැහැණු ළමුන් එක් අයකු පමණක් කණ්ඩායමට ඇතුලත් විය යුතු නම්.
ii. කණ්ඩායමේ නායකයා කොළඹ දිස්ත්‍රික්කයෙන් විය යුතු අතර කණ්ඩායම දිස්ත්‍රික්ක තුනම නියෝජනය කල යුතු නම්

(b) අපරිමිත ශ්‍රේණියක r වන පදය $U_r = \dfrac{r^2 + 3r + 1}{r^2 (r+1)^2}$ වේ.

$f(r) = \dfrac{\lambda r + \mu}{(r+1)^2}$ ලෙස ගෙන $f(r) - f(r-1) = u_r$ වන සේ λ, μ අගයයන් සොයන්න.

එනයින් හෝ අන් ක්‍රමයකින් $\sum_{r=1}^{n} U_r = 2 - \dfrac{n+2}{(n+1)^2}$ බව පෙන්වන්න.

$V_r = \dfrac{1 + 3r - 2r^3 - r^4}{r^2 (r+1)^2}$ යැයි ගනිමු.

ඉහත ප්‍රතිඵලය භාවිතයෙන් $\sum_{r=1}^{n} V_r$ හි අගය සොයන්න

$\sum_{r=1}^{\infty} u_r$ හා $\sum_{r=1}^{\infty} V_r$ අභිසාරී වේද? ඔබේ පිළිතුරු තහවුරු කරන්න.

04

Scanned by CamScanner

13.

i. θ පරාමිතියක් වන විට වක්‍රයක් $x = a(\theta + sin\theta)$ හා $y = a(1 - cos\theta)$ මගින් දෙනු ලැබේ.

$4a\frac{d^2y}{dx^2} = \left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^2$ බව පෙන්වන්න.මෙහි a යනු නියතයකි.

ii. $12Kmh^{-1}$ ක වේගයෙන් උතුරු දිශාවට යාත්‍රා කරන නැවක් එයට හරි ඉදිරියෙන් හා 15Km ක දුරින් තවත් නැවක් දකියි.දෙවන නැව $9Kmh^{-1}$ ක වේගයකින් නැගෙනහිර දිශාවට යාත්‍රා කරමින් තිබුණි. t කාලයේදී නැව් 2 අතර දුර සඳහා ප්‍රකාශයක් t ඇසුරින් ලබා ගන්න.
එනයින් හා පළමු අවකලන සංගුණකය පමණක් භාවිතයෙන් නැව් දෙක අතර ඇතිවිය හැකි කෙටිතම දුර සොයන්න.

iii. $x \neq 2$ සඳහා $f(x) = \frac{x-1}{(x-2)^2}$ යැයි ගනිමු

$x \neq 2$ සඳහා $f'(x)$ගණනය කරන්න.එනයින් හැරුම් ලක්ෂ්‍ය හා ස්පර්ශෝන්මුඛ රේඛා පැහැදිලිව දක්වමින් $y=f(x)$හි ප්‍රස්තාරයෙහි දළ සටහනක් අඳින්න.

14.

i. $\int_0^a f(x)dx = \int_0^a f(a-x)dx$ බව සාධනය කරන්න.

එනයින් $\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\cot x}}{\sqrt{\cot x}+\sqrt{\tan x}} dx$ අගයන්න.

ii. කොටස් වශයෙන් අනුකලන ක්‍රමය භාවිතයෙන් $\int x\ell n(1+x)dx$ අගයන්න.

iii. $\frac{1}{x^4+x^2+1}$ භින්න භාග ඇසුරින් ප්‍රකාශ කරන්න.එනයින් $\int \frac{dx}{x^4+x^2+1}$ අගයන්න

15. $x^2 + y^2 + 2g_1x + 2f_1y + c_1 = 0$සහ $x^2 + y^2 + 2g_2x + 2f_2y + c_2 = 0$යන වෘත්ත යුගලය ප්‍රලම්භව ඡේදනය වේ නම් $2g_1g_2 + 2f_1f_2 = c_1 + c_2$ බව පෙන්වන්න
$s_1 \equiv x^2 + y^2 - 10x = 0$ සහ $s_2 \equiv x^2 + y^2 - 4x - 8y - 30 = 0$ යැයි ගනිමු.
මෙම s_1 සහ S_2 වෘත්ත යුගලය ප්‍රභින්න ලක්ෂ්‍ය දෙකකදී ඡේදනය වන බව පෙන්වන්න.
එම ඡේදන ලක්ෂ්‍ය දෙක A සහ B යැයි ගනිමු.
A සහ B හරහා යමින් s_2 වෘත්තය ප්‍රලම්භව ඡේදනය කරන වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.
ඉහත වෘත්ත තුනෙහි පොදු ජ්‍යාය s_1 වෘත්තයේ විශ්කම්භයක් වන බවද පෙන්වන්න.

16. (a) $tan3x = \frac{3t-t^3}{1-3t^2}$ බව සාධනය කරන්න.මෙහි $t = tanx$වේ

එමගින් $tan\frac{\pi}{12}$ හි අගය සොයන්න

$\tan\frac{\pi}{24} = (\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{2}-1)$ බවද පෙන්වන්න.

$tanx = 2+\sqrt{3}$ වන පරිදි $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ ප්‍රාන්තරයේ වූ xඅගයද ලබාගන්න.

(b) A+B+C $=\pi$ සහ $\frac{a}{sinA} = \frac{b}{sinB} = \frac{c}{sinC}$ නම්$CosA = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$ බව පෙන්වන්න .

$a^2 + c^2 = 2b^2$ නම් එවිට cotA +cotC= 2cotB බව පෙන්වන්න.

Scanned by CamScanner

විශාඛා විද්‍යාලය කොළඹ - 05

දෙවන වාර පරීක්ෂණය - මාර්තු 2016
Second Term Test – March 2016

සංයුක්ත ගණිතය- II
Combined Mathematics -II

E01

10	S	II

13 ශ්‍රේණිය A/L 2016
Grade 13 A/L 2016

- A කොටසේ ප්‍රශ්න සියල්ලටම පිළිතුරු සැපයිය යුතු අතර B කොටසේ තෝරා ගත් ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

නම .... පන්තිය ....

පරීක්ෂකගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි

ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
මුළු ලකුණු	

ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
11	
12	
13	
14	
15	
16	
17	
මුළු ලකුණු	

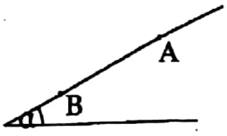
පළමු පත්‍රය	ලකුණු
A කොටස	
B කොටස	
මුළු ලකුණු	

Scanned by CamScanner

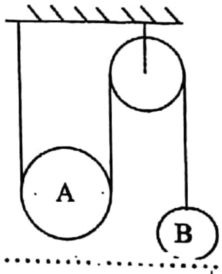
13 වසර - සංයුක්ත ගණිතය II

A කොටස

01. තිරසට α කෝණයකින් ආනත වූ තලයක A හි තබා ඇති තුවක්කුවකින් තලයට ලම්බකව u ප්‍රවේගයකින් තිකුත් වන වෙඩි උණ්ඩයක් B හිදී තලයේ වදී නම් $AB = \frac{2u^2}{g} \tan\alpha \sec\alpha$ බව පෙන්වන්න.



02. රූපයේ දැක්වෙන්නේ එක් කෙළවරක් සීලිමකට සවිකරන ලද සැහැල්ලු තන්තුවක් ස්කන්ධය M වූ සචල කප්පියක් යටින් ගොස් අචල කප්පියක් උඩින් යමින් අනෙක් කෙළවරේ ස්කන්ධය 2M වූ B අංශුවක් දරා සිටින අයුරු වේ. ආරම්භයේදී B අංශුව පොළව මට්ටමේ සිට 3m ක් ඉහළින් වන පරිදි නිසලතාවයෙන් මුදාහරී නම් A අංශුව ඉහළට ගමන් කරන උස සොයන්න.



Scanned by CamScanner

03. 840kg ක ස්කන්ධයක් සහිත මෝටර් රථයක් 120ට 1ක ආනතියක් සහිත මාර්ගයක් ඔස්සේ පහළට තිදැල්ලේ 20 kmh^{-1} ක ඒකාකාර වේගයෙන් ගමන් කරයි. මාර්ගයේ ප්‍රතිරෝධය ගණනය කරන්න. වාහනයට ඉහත ප්‍රවේගය තිරස ඔස්සේ පවත්වා ගැනීමට අවශ්‍ය ක්ෂමතාව සොයන්න.

04. ස්කන්ධ පිළිවෙළින් 2m සහ 3m වූ සමාන අරයන් සහිත P සහ Q සුමට ගෝල දෙකක් සුමට තිරස් මේසයක් මත සරල රේඛීය ලෙස එකිනෙක දෙසට 7u සහ 3u වේගවලින් චලනය වෙමින් ගැටුමකට භාජනය වේ. ගෝල අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e නම් ගැටුමේදී ඇතිවන ආවේගී බලයේ විශාලත්වය 12mu(1+e) බව පෙන්වන්න.
ගැටුම නිසා P ගෝලය නිසලතාවයට පත් වූයේ නම් e හි අගය නිර්ණය කරන්න.

Scanned by CamScanner

ලැබේ. ශක්ති සංස්ථිති මූල ධර්මය යොදා ගනිමින් තන්තුවේ උපරිම දිග නිර්ණය කරන්න.

06. අරය a වන ඝන අර්ධ ගෝලයක් එහි වක්‍ර පෘෂ්ඨය සිරස් රළු බිත්තියක් හා තිරස් රළු තලයක් ස්පර්ශ වනසේ සීමාකාරී සමතුලිතතාවයේ ඇත. ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍ය දෙකේම ඝර්ෂණ සංගුණකය μ නම්, අර්ධ ගෝලයෙහි තල පෘෂ්ඨයේ තිරසට ආනතිය සොයන්න.

Scanned by CamScanner

07. දිග l වූ AB දණ්ඩක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය G වන අතර $AG = l/3$ වේ. මෙම දණ්ඩ තිරසට ආනතිය α වූ සුමට තල 2ක් මත සිරස් තලයක සමතුලිතතාවයේ ඇති අතර තල දෙක හමුවන රේඛාව දණ්ඩට ලම්බක වේ. දණ්ඩෙහි ආනතිය තිරසට β කෝණයක් සාදයි නම්, $3\tan\alpha \tan\beta = 1$ බව පෙන්වන්න.

....

08. ABC සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයක $\hat{B} = \hat{C}$ වේ. $\overrightarrow{BC} = \underline{a}$ ද $\overrightarrow{BA} = \underline{b}$ ද ලෙස ගෙන $AD \perp BC$ බව පෙන්වන්න. මෙහි D යනු BC හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයයි.

....

07

Scanned by CamScanner

09. A සහ B යනු S නියැදි අවකාශයේ [illegible]
සොයන්න.
C යනු A සහ C ස්වායත්ත වූ සහ P (C) = ½ වන පරිදි වූ S අවකාශයේ තුන්වන සිද්ධියකි P(A∪B) සොයා P(A'∩B')
සොයන්න.

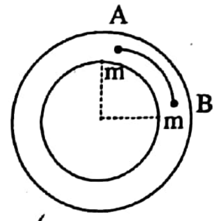
10. A සහ B යනු $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ සහ $P(A) = P(A|B') = \frac{5}{12}$ වන පරිදි වූ සසම්භාවී සිද්ධි දෙකකි.
(i) P(B) (ii) P(A∪B) සොයන්න.
A සහ B සිද්ධි ස්වායත්ත වේද? ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

Scanned by CamScanner

11. (a) X ලක්ෂ්‍යයක සිට ගමන් අරඹන මෝටර් රථයක් fms^{-2} ඒකාකාර ත්වරණයකින් යුතුව චලනය වී $U\,kmh^{-1}$ උපරිම ප්‍රවේගයක් ලබාගනී. මෝටර් රථය u නියත ප්‍රවේගයෙන් වික දුරක් ගමන් කර ඉන්පසු $3fms^{-2}$ ඒකාකාර මන්දනයකින් යුතුව චලනය වී y ලක්ෂ්‍යයකදී $Vkmh^{-1}$ වේගයක් ලබාගනී. $XY > 25/1944f\,(4U^2-V^2)$ නම් පමණක් ඉහත ආකාරයට චලිතය පැවතිය හැකි බව පෙන්වන්න.

(b) සමාන්තර ඉවුරු සහිත පළල a m වූ ගඟක් Ums^{-1} ඒකාකාර වේගයෙන් ගලයි. X හා Y යනු ප්‍රතිවිරුද්ධ ඉවුරු මත එකිනෙකට හරි කෙළින් පිහිටි ලක්ෂ්‍ය දෙකකි. නිසල ජලයේ $V(<u)\ ms^{-1}$ වේගයෙන් පිහිනිය හැකි ළමයකු දිය පහරෙහි ඉහළ සමග α කෝණයක් සාදන දිශාවකට x සිට පිහිනයි. ළමයා දිය පහරේ පහළට ගොස් විරුද්ධ ඉවුරේ z නම් ලක්ෂ්‍යයකට පැමිණේ. ඉන්පසු ඔහු z සිට y දක්වා wms^{-1} වේගයෙන් ඉවුර දිගේ දුවයි. y දක්වා යාමට කාලය $\frac{a}{vw}$ $[(u + w)\operatorname{cosec}\alpha - v\cot\alpha]$ බව පෙන්වන්න.

12. (a) සුමට සිහින් වෘත්තාකාර අරය 2a වන නලයක් සිරස්තලයක අචලව සවිකර ඇත. $\frac{\pi a}{2}$ දිග අවිතන්‍ය තන්තුව දෙකෙළවර m ස්කන්ධය ඇති A හා B අංශු දෙකක් සවිකර රූපයේ ආකාරයට තබා මුදාහරිනු ලැබේ.



t කාලයේදී OA උඩු සිරසට ආනතිය θ විට, තන්තුව ඇදී ඇත්නම්, $4a\dot{\theta}^2 = g(\sin\theta+\cos\theta)$ බව පෙන්වන්න. එවිට තන්තුවේ ආතතිය $\frac{mg}{2}(\cos\theta-\sin\theta)$ බව පෙන්වා තන්තුව හැකිලෙන විට, A අංශුව ආරම්භයේ සිට ගමන් කළ දුර සොයන්න.

(b) තිරසට ආනතිය α වන සුමට තලයක් මත ස්කන්ධය m හා කෝණය α වූ කුඤ්ඤයක් තබා ඇත්තේ එහි ඉහළ මුහුණත තිරස් වන පරිදිය. මෙම තිරස් මුහුණත මත ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් තබා පද්ධතිය නිසලතාවයෙන් මුදාහරිනු ලැබේ. m අංශුවෙහි ත්වරණය හා තලය සහ කුඤ්ඤය අතර ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.

13. ස්වභාවික දිග l සහ ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය λ වන ලුහු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරකට m ස්කන්ධයෙන් යුත් P අංශුවක් අමුණා ඇති අතර එහි අනෙක් කෙළවර O අචල ලක්ෂ්‍යයකට සම්බන්ධ කර ඇත. l දිගින් යුත් ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවක එක් කෙළවරකට ස්කන්ධය m වූ Q අංශුවක්ද එහි අනෙක් කෙළවර P අංශුවට ගැට ගසා ඇත.
t=0 වේලාවේදී සිරස් සරල රේඛාවක OPQ පිහිටන පරිදි ද OQ හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය P වන පරිදි ද l ස්වභාවික දිගක් PO ට පවතින පරිදි ද පද්ධතිය නිසලව තබා මුදා හරිනු ලැබේ. t = t වේලාවේදී OP දිග $(l+x)$ වේ.
P අංශුව සඳහාත් Q අංශුව සඳහාත් චලිත සමීකරණ ලියා දක්වන්න.
එමගින්

$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 (x-g/w^2) = 0$ බව පෙන්වන්න.

මෙහි $w^2 = \lambda/2ml$ වේ.
ඉහත සමීකරණයේ විසඳුම
$x = g/w^2 + A\cos\omega t+ B\sin\omega t$ ලෙස
උපකල්පනය කර A සහ B නියතවල අගයයන් සොයන්න.
ඒ නයින් පසුව එළැඹෙන චලිතයේදී OP තන්තුවේ දිග කිසිවිටෙක l ට අඩුනොවන බවද PQ තන්තුවේ ආතතිය $2mg\sin^2 \omega t/2$ බවද පෙන්වන්න.

14. (a) O මූල ලක්ෂ්‍යයකට අනුබද්ධව A හා B ලක්ෂ්‍යය දෙක පිහිටුම් දෛශික $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ වේ. α හා β අදිශ වන විට α+β=1 වේ නම් $\alpha\underline{a}+\beta\underline{b}$ දෛශිකයෙන් නිරූපණය වන C ලක්ෂ්‍යය AB රේඛාව මත වන බව පෙන්වන්න.

α, β, γ හා δ අදිශ වන අතර $\alpha+ \beta+ \gamma+ \delta = 0$ $\alpha\underline{a}+\beta\underline{b}+ \gamma\underline{c}\ \delta\underline{d} = \underline{0}$ වන පරිදි $\underline{a}$, $\underline{b}$, $\underline{c}$ හා $\underline{d}$ පිහිටුම් දෛශික සහිත ලක්ෂ්‍යයන් ඒකතලවන බව පෙන්වන්න.

(b) Oxy සෘජුකෝණාස්‍ර අක්ෂ පද්ධතියකට සාපේක්ෂව A හා B සහ C ලක්ෂ්‍යවල ඛණ්ඩාංක A≡(4,1) B≡(2, -2) හා C≡(3, 5) වේ. ඒකතල බල පද්ධතියක් $\overrightarrow{AO}$, $2\overrightarrow{OB}$, $K\overrightarrow{BC}$ සහ $3\overrightarrow{AC}$ ඔස්සේ විශාලත්වයෙන් හා දිශාවෙන් නිරූපණය වේ. OX සහ OY ඔස්සේ ඒකක දෛශික i හා j ලෙස ගනිමින් ඉහත එක් එක් බලයන් i හා j මගින් දෛශික ඇසුරින් ලබාගන්න. එනයින්

Scanned by CamScanner

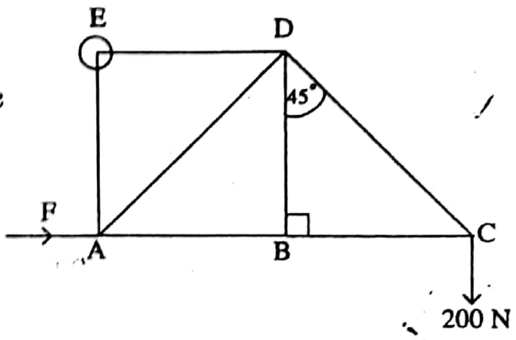
(i) මෙම බල පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තය හා එහි ක්‍රියාරේඛාවේ සමීකරණය ලබාගන්න.
(ii) k හි සියලු අගයන් සඳහා සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාව අචල ලක්ෂ්‍යයක් හරහා ගමන් කරන බව පෙන්වා.
(iii) k=2 විට සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය හා එහි ක්‍රියා රේඛාව සොයන්න.

15. (a) ඒකාකාර දඬු පහක් එකිනෙක ඒවායේ අන්තයන් A, B, C, D හා E හිදී සුමටව සන්ධි කිරීමෙන් ABCDE නම් පංචාශ්‍රය සාදා ඇත. එහි CD=DE =a වන අතර BC=EA=b වේ. මෙය සාදා ඇති දණ්ඩේ ඒකක දිගක බර w වන අතර $A\hat{B}C = B\hat{A}E = 120^\circ$ හා $B\hat{C}D = A\hat{E}D = 90^\circ$ වන පරිදි මෙම පද්ධතිය AB තිරස් බිමක් මත තබා එහි හැඩය පවත්වා ගෙන ඇත්තේ BC හා AE දඬුවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයන් යාකර ඇති සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් මගින් රාමුව D ඉහළින්ම වන පරිදි සිරස් තලයක සමතුලිතව තිබේ නම්,

(i) AB ආධාරකය මත තිරස් බිමෙන් ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.
(ii) තන්තුවේ ආතතිය $(5a+b)\frac{w}{\sqrt{3}}$ බව පෙන්වන්න.
(iii) C හා D සන්ධිවල ප්‍රතික්‍රියා සොයන්න.

(b) AB, BC, CD, DE, EA, AD හා DB යන සැහැල්ලු දඬු 7ක් ඒවායේ අන්තයන් සුමටව සන්ධි කිරීමෙන් රාමු සැකිල්ලක් රූපයේ අයුරු සාදා ඇත. එහි ABDE සමචතුරස්‍රයක් වන අතර BCD යනු සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයකි. එහි $C\hat{D}B = 45^\circ$ වේ. පද්ධතිය E සන්ධියෙන් අසව් කර ඇති අතර C අන්තයෙන් සිරස්ව 200N බලයක් ක්‍රියා කරයි. පද්ධතිය සමතුලිතව ඇත්තේ A දී යොදනු ලබන නිච්චත් F වූ තිරස් බලයකිනි.

(a) F = 400N බව පෙන්වන්න.
(b) E අසව්වේ යෙදෙන ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.
(c) බෝ අංකනය යොදා ගනිමින් AD හා ABCD දඬුවල ප්‍රත්‍යාබලයන් සොයා ඒවා ආතති හෝ තෙරපුම් වේදැයි දක්වන්න.



16. (i) අරය a වූ ඒකාකාර කුහර අර්ධ ගෝලීය කබොලක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය ගෝලයේ කේන්ද්‍රයේ සිට a/2 දුරින් වන බව පෙන්වන්න.
එනයින් අරය r වූ ඒකාකාර ඝණ අර්ධ ගෝලයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයේ පිහිටීම ලබාගන්න.

(ii) අරය b හා කේන්ද්‍රය O වූ ඒකාකාර ඝණ අර්ධ ගෝලයකින් කේන්ද්‍රය O හා අරය a වූ කුඩා අර්ධ ගෝලයක් කපා ඉවත් කරනු ලැබේ. ඉතිරි වන කබොලේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය G වේ නම්

$$OG = \frac{3(a+b)(a^2+b^2)}{8(b^2+ab+a^2)}$$ බව පෙන්වන්න.

b = 3a වන විට දී මෙම වස්තුව තිරසට α ආනත වූ රළු ආනත තලයක තබා ඇත්තේ එහි වක්‍ර පෘෂ්ඨය තලය ස්පර්ශ වන සේය. OG තිරස් වන අයුරු මෙම වස්තුව සමතුලිතතාවේ පවතී නම් එවිට $\cos\alpha = \frac{12}{13}$ විය යුතු බව පෙන්වන්න.

මෙවිට වස්තුව නොලිස්සීමට වස්තුව හා ආනත තලය අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය μ නම් μ ට තිබිය යුතු අවම අගය නිර්ණය කරන්න.

Scanned by CamScanner