

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි/முழுப் பதிப்புரிமையுடையது/All Rights Reserved

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
 இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம்
 Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka
 இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம்
 Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2021(2022)
 கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2021(2022)
 General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2021(2022)

සංයුක්ත ගණිතය I
 இணைந்த கணிதம் I
 Combined Mathematics I

10 S I

B කොටස

* ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11. (a) $k > 1$ යැයි ගනිමු. $x^2 - 2(k+1)x + (k-3)^2 = 0$ සමීකරණයට තාත්වික ප්‍රතිත්ත මූල ඇති බව පෙන්වන්න.
 මෙම මූල α හා β යැයි ගනිමු. k ඇසුරෙන් $\alpha + \beta$ හා $\alpha\beta$ ලියා දක්වා, α හා β දෙකම ධන වන පරිදි වූ k හි අගයන් සොයන්න.

දැන්, $1 < k < 3$ යැයි ගනිමු. k ඇසුරෙන්, $\frac{1}{\alpha}$ හා $\frac{1}{\beta}$ මූල වන වර්ගේ සමීකරණය සොයන්න.

(b) $f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + 1$ හා $g(x) = x^3 + cx^2 + ax + 1$ යැයි ගනිමු; මෙහි $a, b, c \in \mathbb{R}$ වේ. $(x-1)$ මගින් $f(x)$ බෙදූ විට ශේෂය 5 බව හා $x^2 + x - 2$ මගින් $g(x)$ බෙදූ විට ශේෂය $x + 1$ බව දී ඇත. a, b හා c හි අගයන් සොයන්න.
 තවද, a, b හා c සඳහා මෙම අගයන් සහිත ව, සියලු $x \in \mathbb{R}$ සඳහා $f(x) - 2g(x) \leq \frac{13}{12}$ බව පෙන්වන්න.

12. (a) පහත දී ඇති සංඛ්‍යාංක 10 න් ගනු ලබන සංඛ්‍යාංක 4 කින් සමන්විත, සංඛ්‍යාංක 4 ක සංඛ්‍යාවක් සෑදීමට අවශ්‍යව ඇත:

- 1, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 5, 5

- (i) තෝරා ගනු ලබන සංඛ්‍යාංක 4 ම වෙනස් නම්,
- (ii) ඕනෑම සංඛ්‍යාංක 4 ක් තෝරාගත හැකි නම්,

සෑදිය හැකි එවැනි වෙනස් සංඛ්‍යාංක 4 ක සංඛ්‍යා ගණන සොයන්න.

(b) $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $U_r = \frac{-16r^3 + 12r^2 + 40r + 9}{5(2r+1)^2(2r-1)^2}$ යැයි ගනිමු.

$r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $U_r = \frac{A(r-1)}{(2r+1)^2} - \frac{(r-B)}{(2r-1)^2}$ වන පරිදි A හා B තාත්වික නියතයන් හි අගයන් සොයන්න.

එ හෙයින්, $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\frac{1}{5^{r-1}} U_r = f(r) - f(r-1)$ වන පරිදි $f(r)$ සොයා,

$n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\sum_{r=1}^n \frac{1}{5^{r-1}} U_r = 1 + \frac{n-1}{5^n(2n+1)^2}$ බව පෙන්වන්න.

$\sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{5^{r-1}} U_r$ අපරිමිත ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව අපෝහනය කර එහි ඵලකය සොයන්න.

13.(a) $A = \begin{pmatrix} a & 0 & 3 \\ 0 & a & 1 \end{pmatrix}$ හා $B = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ යැයි ගනිමු; මෙහි $a \in \mathbb{R}$ වේ.

$C = AB^T$ යැයි ද ගනිමු. a ඇසුරෙන් C සොයා, සියලු $a \neq 0$ සඳහා C^{-1} පවතින බව පෙන්වන්න. a ඇසුරෙන් C^{-1} , එය පවතින විට, ලියා දක්වන්න.

$C^{-1} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \frac{1}{8} \begin{pmatrix} 9 \\ -11 \end{pmatrix}$ නම්, $a = 2$ බව පෙන්වන්න.

a සඳහා මෙම අගය සහිතව, $DC - C^T C = 8I$ වන පරිදි D න්‍යාසය සොයන්න; මෙහි I යනු ගණය 2 වන ඒකක න්‍යාසය වේ.

(b) $z_1 = 1 + \sqrt{3}i$ හා $z_2 = 1 + i$ යැයි ගනිමු. $\frac{z_1}{z_2}$ යන්න $x + iy$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න; මෙහි $x, y \in \mathbb{R}$.

තවද, z_1 හා z_2 සංකීර්ණ සංඛ්‍යා $r > 0$ හා $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ වන $r(\cos \theta + i \sin \theta)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කර,

ඒ නගින්න, $\frac{z_1}{z_2} = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12} \right)$ බව පෙන්වන්න.

$\cos \left(\frac{\pi}{12} \right) = \frac{1 + \sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$ බව අපෝහනය කරන්න.

(c) $n \in \mathbb{Z}^+$ ද $k \in \mathbb{Z}$ සඳහා $\theta \neq 2k\pi \pm \frac{\pi}{2}$ යැයි ද ගනිමු.

ද මූලාවර් ප්‍රමේයය භාවිතයෙන්, $(1 + i \tan \theta)^n = \sec^n \theta (\cos \theta + i \sin \theta)^n$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නගින්න, $(1 - i \tan \theta)^n$ සඳහා එවැනි ප්‍රකාශනයක් ලබා ගෙන

$(1 + i \tan \theta)^n + (1 - i \tan \theta)^n = 2 \sec^n \theta \cos n\theta$ බව පෙන්වන්න.

$z = i \tan \left(\frac{\pi}{10} \right)$ යන්න $(1+z)^{25} + (1-z)^{25} = 0$ හි විසඳුමක් බව අපෝහනය කරන්න.

14.(a) $x \neq 0, 2$ සඳහා $f(x) = \frac{4x+1}{x(x-2)}$ යැයි ගනිමු.

$x \neq 0, 2$ සඳහා $f(x)$ හි ව්‍යුත්පන්නය, $f'(x)$ යන්න $f'(x) = -\frac{2(2x-1)(x+1)}{x^2(x-2)^2}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

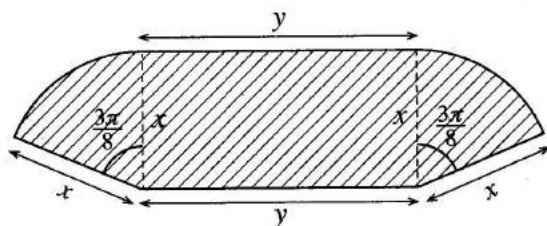
ඒ නගින්න, $f(x)$ වැඩි වන ප්‍රාන්තර හා $f(x)$ අඩු වන ප්‍රාන්තර සොයන්න.

ස්පර්ශකෝණයක්, x -අන්තඃකෝණය හා නැරඹී ලක්ෂ්‍ය දක්වමින් $y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

මෙම ප්‍රස්තාරය භාවිතයෙන්, $f(x) + |f(x)| > 0$ අසමානතාව තෘප්ත කරන x හි සියලුම තාත්කලීය අගයන් සොයන්න.

(b) යාබද රූපයෙහි අඳුරු කළ S පෙදෙසින්

සෘජුකෝණාස්‍රයකින් හා කේන්ද්‍රයෙහි $\frac{3\pi}{8}$ ක කෝණයක් ආපාතනය කරන වෘත්තයක කේන්ද්‍රික බණ්ඩ දෙකකින් සමන්විත ගෙවත්තක් දැක්වේ. එහි මාන, මීටරවලින්, රූපයෙහි දක්වා ඇත. S හි වර්ගඵලය 36 m^2 බව දී ඇත. S හි පරිමිතිය $p \text{ m}$ යන්න $x > 0$ සඳහා $p = 2x + \frac{72}{x}$ මගින් දෙනු ලබන බව ද, $x = 6$ විට p අවම වන බව ද පෙන්වන්න.



15. (a) සියලු $x \in \mathbb{R}$ සඳහා $x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 3x + 1 = A(x^2 + 1)^2 + Bx(x^2 + 1) + Cx^2$ වන පරිදි A, B හා C නියතයන් හි අගයන් සොයන්න.

ඒ නඟින්, $\frac{x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 3x + 1}{x(x^2 + 1)^2}$ යන්න හින්න භාගවලින් ලියා දක්වා,

$$\int \frac{x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 3x + 1}{x(x^2 + 1)^2} dx \text{ සොයන්න.}$$

(b) $I = \int_0^{\frac{1}{4}} \sin^{-1}(\sqrt{x}) dx$ යැයි ගනිමු. $I = \frac{\pi}{24} - \frac{1}{2} \int_0^{\frac{1}{4}} \sqrt{\frac{x}{1-x}} dx$ බව පෙන්වා ඒ නඟින්, I අගයන්න.

(c) $\frac{d}{dx}(x \ln(x^2 + 1) + 2 \tan^{-1} x - 2x) = \ln(x^2 + 1)$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නඟින්, $\int \ln(x^2 + 1) dx$ සොයා, $\int_0^1 \ln(x^2 + 1) dx = \frac{1}{2}(\ln 4 + \pi - 4)$ බව පෙන්වන්න.

a නියතයක් වන $\int_0^a f(x) dx = \int_0^a f(a-x) dx$ ප්‍රතිඵලය භාවිතයෙන්

$$\int_0^1 \ln[(x^2 + 1)(x^2 - 2x + 2)] dx \text{ හි අගය සොයන්න.}$$

16. $P \equiv (x_1, y_1)$ ද l යනු $ax + by + c = 0$ මගින් දෙනු ලබන සරල රේඛාව ද යැයි ගනිමු. P ලක්ෂ්‍යය හරහා යන හා l ට ලම්බ වූ රේඛාව මත ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක ඛණ්ඩාංක $(x_1 + at, y_1 + bt)$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න; මෙහි $t \in \mathbb{R}$ වේ.

P හි සිට l ට ලම්බ දුර $\frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ බව අපෝහනය කරන්න.

l යනු $x + y - 2 = 0$ සරල රේඛාව යැයි ගනිමු. $A \equiv (0, 6)$ හා $B \equiv (3, -3)$ ලක්ෂ්‍ය l හි දෙපස පිහිටන බව පෙන්වන්න.

l හා AB රේඛාව අතර සුළු කෝණය සොයන්න.

l ස්පර්ශ කරන, පිළිවෙලින් A හා B කේන්ද්‍ර සහිත S_1 හා S_2 වෘත්තවල සමීකරණ සොයන්න.

l හා AB රේඛාවේ ඡේදන ලක්ෂ්‍යය C යැයි ගනිමු. C හි ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

S_1 හා S_2 ට C හරහා වූ අනෙක් පොදු ස්පර්ශකයේ සමීකරණය ද සොයන්න.

මූල ලක්ෂ්‍යය හරහා යන, S_1 හි පරිධිය සමච්ඡේද කරන හා S_2 ට ප්‍රලම්බ වූ වෘත්තයේ සමීකරණය

$$3x^2 + 3y^2 - 38x - 22y = 0 \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

17. (a) $\cos A, \cos B, \sin A$ හා $\sin B$ ඇසුරෙන් $\cos(A+B)$ හා $\cos(A-B)$ ලියා දක්වන්න.

ඒ නමින්, $\cos C + \cos D = 2 \cos\left(\frac{C+D}{2}\right) \cos\left(\frac{C-D}{2}\right)$ බව පෙන්වන්න.

$\cos C - \cos D = -2 \sin\left(\frac{C+D}{2}\right) \sin\left(\frac{C-D}{2}\right)$ බව අපෝහනය කරන්න.

$\cos 9x + \cos 7x + \cot x (\cos 9x - \cos 7x) = 0$ සමීකරණය විසඳන්න.

(b) සුපුරුදු අංකනයෙන්, ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා කෝසයින නීතිය ප්‍රකාශ කර සාධනය කරන්න.

$n \in \mathbb{Z}$ සඳහා $x \neq n\pi + \frac{\pi}{2}$ යැයි ගනිමු. $\sin 2x = \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x}$ බව පෙන්වන්න.

ABC ත්‍රිකෝණයක $AB = 20$ cm, $BC = 10$ cm හා $\sin 2B = \frac{24}{25}$ බව දී ඇත.

එවැනි වෙනස් ත්‍රිකෝණ දෙකක් තිබෙන බව පෙන්වා, ඒ එක එකක් සඳහා AC හි දිග සොයන්න.

(c) $\sin^{-1}\left[(1+e^{-2x})^{-\frac{1}{2}}\right] + \tan^{-1}(e^x) = \tan^{-1}(2)$ සමීකරණය විසඳන්න.

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
 இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம்
 Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka
 இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரīட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரīட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரīட்சைத் திணைக்களம்
 Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2021(2022)
 கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2021(2022)
 General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2021(2022)

සංයුක්ත ගණිතය II
 இணைந்த கணிதம் II
 Combined Mathematics II

10 S II

B කොටස

* ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

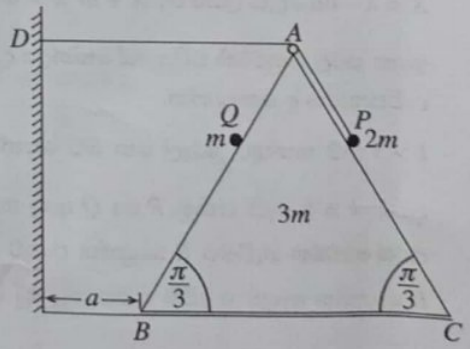
(මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි g මගින් ගුරුත්වජ ත්වරණය දැක්වෙයි.)

11. (a) P අංශුවක් O ලක්ෂ්‍යයක සිට සිරස්ව උඩු අතට $u \text{ m s}^{-1}$ ප්‍රවේගයකින් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබ තත්පර 4 කට පසුව A ලක්ෂ්‍යයක් වෙත ළඟා වන අතර, තවත් තත්පර 2 කට පසුව නැවත A වෙත පැමිණෙයි. P අංශුව දෙවනවරට A හි ඇති මොහොතේදී තවත් Q අංශුවක් O හි සිට සිරස්ව උඩු අතට එම $u \text{ m s}^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන්ම ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. එකම රූපසටහනක, P හා Q හි චලිත සඳහා ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන් අඳින්න.
 ඒ නයින්, g ඇසුරෙන් u හි අගය ද OA හි උස ද, P සමග ගැටීමට Q ගන්නා කාලය ද සොයන්න.

(b) S නැවක් පොළොවට සාපේක්ෂව $u \text{ km h}^{-1}$ ඒකාකාර වේගයෙන් උතුරු දෙසට යාත්‍රා කරයි. එක්තරා මොහොතකදී, S වලින් $d \text{ km}$ දුරක් නැගෙනහිරින් P බෝට්ටුවක් පිහිටන අතර S වලින් $\sqrt{3} d \text{ km}$ දුරක් දකුණෙන් වෙතත් Q බෝට්ටුවක් පිහිටයි. P බෝට්ටුව, පොළොවට සාපේක්ෂව $2u \text{ km h}^{-1}$ ක ඒකාකාර වේගයෙන් සරල රේඛීය පෙතක, S අල්ලා ගැනීමේ අපේක්ෂාවෙන් ගමන් කරන අතර Q බෝට්ටුව පොළොවට සාපේක්ෂව $3u \text{ km h}^{-1}$ ඒකාකාර වේගයෙන් සරල රේඛීය පෙතක P අල්ලා ගැනීමේ අපේක්ෂාවෙන් ගමන් කරයි.

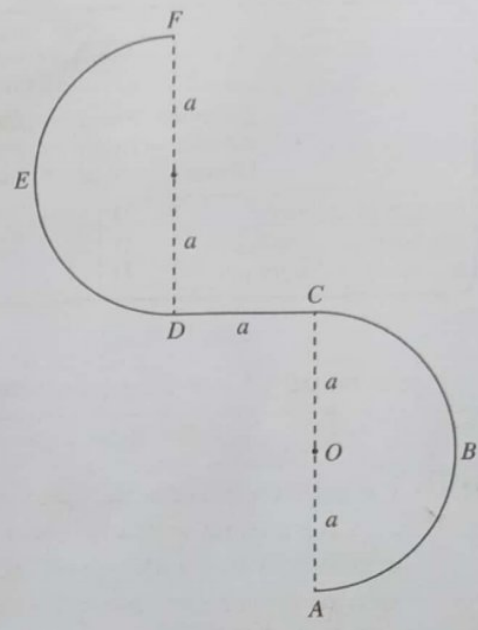
- (i) P බෝට්ටුවට, S නැව අල්ලා ගැනීමට ගතවන කාලය $\frac{d}{\sqrt{3}u} \text{ h}$ බව ද
- (ii) Q බෝට්ටුව P බෝට්ටුව අල්ලා ගැනීමට පෙර P බෝට්ටුව S නැව අල්ලා ගන්නා බව ද පෙන්වන්න.

12. (a) රූපයෙහි ABC සමපාද ත්‍රිකෝණය, $AB = BC = AC = 6a$ ද වන, BC අඩංගු මුහුණත සුමට තිරස් ගෙබිමක් මත තබන ලද ස්කන්ධය $3m$ වන සුමට ඒකාකාර කුඤ්ඤයක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය තුළින් වූ සිරස් හරස්කඩ වේ. AB හා AC රේඛා, ඒවා අඩංගු මුහුණත්වල උපරිම බැවුම් රේඛා වේ. D ලක්ෂ්‍යය, AD තිරස් වන පරිදි ABC තලයෙහි කුඤ්ඤයෙහි B ලක්ෂ්‍යයෙහි සිට a දුරකින් වූ සිරස් බිත්තිය මත වූ අවල ලක්ෂ්‍යයකි. A හි සවිකර ඇති කුඩා සුමට කප්පියක් මතින් යන දිග $5a$ වූ සැහැල්ලු අවිභ්‍රතය තන්තුවක එක් කෙළවරක් AC මත තැබූ ස්කන්ධය $2m$ වූ P අංශුවකට ඇඳා ඇති අතර අනෙක් කෙළවර බිත්තිය මත වූ අවල D ලක්ෂ්‍යයට සවිකර ඇත. ස්කන්ධය m වූ Q අංශුවක් AB මත අල්ලා තබා ඇත. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි, $AP = AQ = a$ ලෙස ඇතිව, පද්ධතිය නිශ්චලතාවයෙන් මුදා හරිනු ලැබේ. කුඤ්ඤය බිත්තියෙහි ගැටෙන මොහොතෙහිදී කුඤ්ඤයට සාපේක්ෂව Q හි ප්‍රවේගය නිර්ණය කිරීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලබාගන්න.



[අවලැබී පිටුව බලන්න.

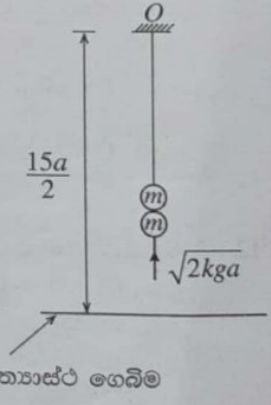
(b) රූපයේ දැක්වෙන පරිදි, $ABCDEF$ තුනී කම්බියක් සිරස් තලයක සවි කර ඇත. ABC කොටස, කේන්ද්‍රය O හා අරය a වූ තුනී සුමට අර්ධ වෘත්තාකාර කම්බියක් වේ. CD කොටස, දිග a වූ තුනී රළු තිරස් කම්බියක් වේ. DEF කොටස ද අරය a වූ තුනී සුමට අර්ධ වෘත්තාකාර කම්බියක් වේ. AC හා DF විෂ්කම්භ සිරස් වේ. ස්කන්ධය m වූ කුඩා සුමට P පබලුවක් A හි තබා තිරස්ව u ($>3\sqrt{ag}$) ප්‍රවේගයක් දෙනු ලබන අතර එය කම්බිය දිගේ චලිතය ආරම්භ කරයි. පබලුවෙහි C සිට D දක්වා චලිතය තුළ පබලුව මත කම්බිය මගින් ඇති කරන සර්ඡණ බලයේ විශාලත්වය $\frac{1}{2}mg$ බව දී ඇත. P පබලුවෙහි A සිට C දක්වා චලිතය තුළ \vec{OA} සමඟ θ ($0 \leq \theta \leq \pi$) කෝණයක් \vec{OP} සාදන විට එහි v වේගය $v^2 = u^2 - 2ag(1 - \cos \theta)$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.



F හිදී කම්බිය හැරයාමට මොහොතකට පෙර P පබලුවේ w වේගය $w^2 = u^2 - 9ag$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වා, එම මොහොතේදී කම්බිය මගින් P පබලුව මත ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.

13. ස්වභාවික දිග $4a$ වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් අචල O ලක්ෂ්‍යයකට ද අනෙක් කෙළවර ස්කන්ධය m වූ P අංශුවකට ද ඇඳා ඇත. අංශුව O ට $5a$ දුරක් පහළින් සමතුලිතතාවයේ එල්ලෙයි. තන්තුවේ ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය $4mg$ බව පෙන්වන්න.

දැන්, ස්කන්ධය m වූ වෙනත් Q අංශුවක් සිරස්ව ඉහළට ගමන් කර P සමඟ ගැටී හාවී R සංයුක්ත අංශුවක් සාදයි. P අංශුව සමඟ ගැටීමට මොහොතකට පෙර Q අංශුවේ වේගය $\sqrt{2kga}$ වේ. R චලිතවීමට පටන් ගන්නා ප්‍රවේගය සොයන්න. තන්තුව නොබුරුල්ව ඇතිව පසුව සිදුවන චලිතයේදී R සංයුක්ත අංශුවට O සිට දුර වන x යන්න $\ddot{x} + \frac{g}{2a}(x - 6a) = 0$ සමීකරණය තෘප්ත කරන බව පෙන්වන්න. $X = x - 6a$ ලෙස ලියමින්, $\ddot{X} + \omega^2 X = 0$ බව පෙන්වන්න; මෙහි $\omega = \sqrt{\frac{g}{2a}}$ වේ. ඉහත සරල අනුවර්තී චලිතයේ කේන්ද්‍රය ද, $\dot{X}^2 = \omega^2(c^2 - X^2)$ සූත්‍රය භාවිතයෙන් c විස්තාරය ද සොයන්න.



$k > 3$ නම් තන්තුව බුරුල් වන බව පෙන්වන්න.

දැන්, $k = 8$ යැයි ගනිමු. P හා Q අංශු හා වූ මොහොතේ සිට O ලක්ෂ්‍යයට $\frac{15}{2}a$ දුරක් පහළින් වූ අප්‍රත්‍යාස්ථ තිරස් ගෙඩීමක ගැටීමට R සංයුක්ත අංශුව ගන්නා කාලය සොයන්න.

R සංයුක්ත අංශුව ගෙඩීම සමඟ ගැටුණු පසු ළඟා වන උපරිම උස ද සොයන්න.

14. (a) \mathbf{a} හා \mathbf{b} ශුන්‍ය නොවන හා සමාන්තර නොවන දෛශික යැයි ද $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ යැයි ද ගනිමු.

$\lambda \mathbf{a} + \mu \mathbf{b} = \mathbf{0}$ නම්, $\lambda = 0$ හා $\mu = 0$ බව පෙන්වන්න.

ABC ත්‍රිකෝණයක් යැයි ගනිමු. AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය D ද CD හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය E ද වේ. AE (දික්කළ) හා

BC රේඛා F හි දී හමුවේ. $\vec{AB} = \mathbf{a}$ හා $\vec{AC} = \mathbf{b}$ යැයි ගනිමු. ත්‍රිකෝණ ආකලන නියමය භාවිතයෙන්

$$\vec{AE} = \frac{\mathbf{a} + 2\mathbf{b}}{4} \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

$\vec{AF} = \alpha \vec{AE}$ හා $\vec{CF} = \beta \vec{CB}$ වන්නේ ඇයි දැයි පැහැදිලි කරන්න; මෙහි $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ වේ.

ACF ත්‍රිකෝණය සැලකීමෙන් $(\alpha - 4\beta)\mathbf{a} + 2(\alpha + 2\beta - 2)\mathbf{b} = \mathbf{0}$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නගිත්, α හා β හි අගයන් සොයන්න.

(b) ABC යනු පැත්තක දිග $2a$ වූ සමපාද ත්‍රිකෝණයක් යැයි ද D, E, F යනු පිළිවෙළින් AB, BC හා AC හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය යැයි ද ගනිමු. විශාලත්ව $2P, \sqrt{3}P, 2\sqrt{3}P$ හා aP වූ බල පිළිවෙළින් $\vec{AB}, \vec{AE}, \vec{DC}$ හා \vec{BC} දිගේ ක්‍රියාකරයි. මෙම බල පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තය, \vec{AC} ට සමාන්තරව ක්‍රියාකරන බව දී ඇත. α හි අගය සොයන්න.

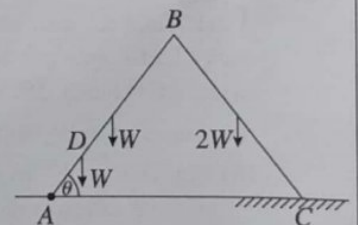
බල පද්ධතිය, A හරහා ක්‍රියාකරන විශාලත්වය R වූ තනි බලයකට හා විශාලත්වය G වූ යුග්මයක් සමගින් තුල්‍ය වේ. R හා G හි අගයන් සොයන්න.

මෙම බල පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්ත බලයේ විශාලත්වය හා දිශාව ලියා දක්වා

සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාව AB හමුවන ලක්ෂ්‍යයට A හි සිට ඇති දුර සොයන්න.

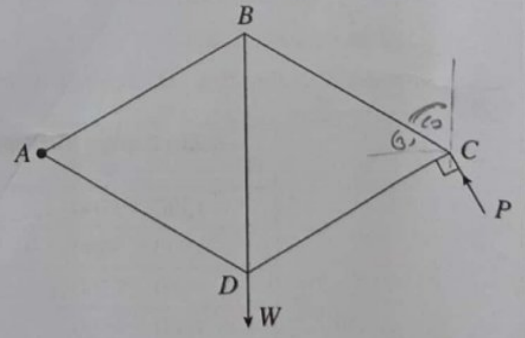
දැන්, විශාලත්වය H වූ යුග්මයක් පද්ධතියට එකතු කරනු ලැබේ. මෙම අලුත් පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තය B ලක්ෂ්‍ය හරහා ක්‍රියාකරයි. H හි අගය හා මෙම යුග්මය ක්‍රියාකරන අත සොයන්න.

15. (a) එක එකෙහි දිග $2a$ වන AB හා BC ඒකාකාර දඬු දෙකක් B අන්තයේදී සුමට ලෙස සන්ධි කර ඇත. AB හා BC දඬුවල බර පිළිවෙළින් W හා $2W$ වේ. A කෙළවර තිරස් ගෙබිමක් මත අවල ලක්ෂ්‍යයකට සුමට ලෙස අසව කර ඇත. $AD = \frac{a}{2}$ වන පරිදි AB දණ්ඩ මත වූ D ලක්ෂ්‍යයට බර W වූ අංශුවක් සවි කර ඇත. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි, පද්ධතිය සිරස් තලයක සමතුලිතව ඇත්තේ $\angle BAC = \theta$ ද BC දණ්ඩේ C කෙළවර ඉහත තිරස් ගෙබිමෙහි රළු කොටසක ද තිබෙන පරිදි ය. BC දණ්ඩ හා ගෙබිම අතර සර්ඡණ සංගුණකය μ වේ. $\cot \theta \leq \frac{15}{7}\mu$ බව පෙන්වන්න.



CB මගින් AB මත B සන්ධියෙහි දී ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාව ද සොයන්න.

(b) රූපයේ දැක්වෙන රාමු සැකිල්ල, ඒවායේ අන්තවලදී සුමට ලෙස සන්ධි කළ සමාන දිගින් යුත් AB, BC, CD, DA හා DB සැහැල්ලු දඬු පහකින් සමන්විත වේ. W භාරයක් D සන්ධියෙන් එල්ලා ඇති අතර රාමු සැකිල්ල A හි දී අවල ලක්ෂ්‍යයකට සුමට ලෙස සන්ධි කර සිරස් තලයක BD සිරස්ව සමතුලිතව තබා ඇත්තේ එයට C සන්ධියෙහි දී CD දණ්ඩට ලම්බව රූපයෙහි පෙන්වා ඇති දිශාවට යෙදූ P බලයක් මගිනි.



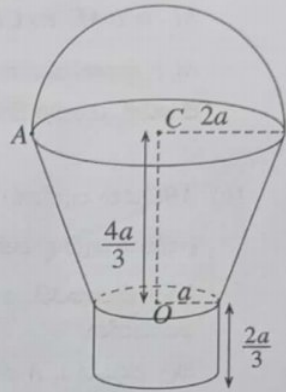
- (i) P හි අගය සොයන්න.
 - (ii) බෝ අංකනය භාවිතයෙන්, C, B හා D සන්ධි සඳහා ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් අඳින්න.
- ඒ නගිත්, දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල ආතති ද තෙරපුම් ද යන්න ප්‍රකාශ කරමින් ඒවා සොයන්න.

[ලඟවති පිටුව බලන්න.

16. (i) අරය a වූ අර්ධ වෘත්තාකාර වාපයක හැඩයෙන් යුත් තුනී ඒකාකාර කම්බියක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{2a}{\pi}$ දුරකින් ද,
 (ii) උස h වූ ඒකාකාර කුහර සෘජු වෘත්තාකාර කේතුවක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි පතුලේ කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{1}{3}h$ දුරකින් ද,

පිහිටන බව පෙන්වන්න.

රූපයේ දැක්වෙන පරිදි, උඩින් හා යටින් වෘත්තාකාර ගැටිවල අරයන් පිළිවෙළින් $2a$ හා a වූ ද උස $\frac{4a}{3}$ වූ ද කුහර සෘජු වෘත්තාකාර කේත ජ්නනයක හැඩයෙන් යුත් ඒකාකාර තුනී කබොලකට, පහත දැක්වෙන කොටස් එක එකක් මෙම කබොල හමුවන ස්ථානවලදී දෘඪ ලෙස සවි කිරීමෙන් බාල්දියක් සාදා ඇත.



- අරය a හා කේන්ද්‍රය O වූ ඒකාකාර තුනී වෘත්තාකාර තැටියක්,
- අරය a හා උස $\frac{2a}{3}$ වූ කුහර සෘජු වෘත්තාකාර සිලින්ඩරයක හැඩයෙන් යුත් ඒකාකාර තුනී කබොලක්,
- අරය $2a$ හා කේන්ද්‍රය C වූ අර්ධ වෘත්තයක හැඩයෙන් යුත් ඒකාකාර තුනී කම්බියක්

ජ්නනයක, තැටියේ හා සිලින්ඩරයේ ඒකක වර්ගඵලයක ස්කන්ධය σ ද කම්බියේ ඒකක දිගක ස්කන්ධය $11a\sigma$ ද වේ.

බාල්දියෙහි ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයට O සිට දුර $(10\pi + 27)\frac{a}{9\pi}$ බව පෙන්වන්න.

කම්බිය, ජ්නනයේ උඩින් ගැටිය හමුවන A ලක්ෂ්‍යයෙන් බාල්දිය සිරස් තන්තුවකින් නිදහසේ ඵල්ලනු ලැබූ විට සමතුලිත පිහිටීමේදී OC යටි අත් සිරස සමග සාදන කෝණය සොයන්න.

17. (a) A හා B සර්වසම පෙට්ටි එක එකක, පාටින් හැර අන් සෑම අයුරකින්ම සර්වසම බෝල 10 බැගින් අඩංගු වේ. A පෙට්ටියේ සුදු පාට බෝල 6 ක් ද රතු පාට බෝල 4 ක් ද, B පෙට්ටියේ සුදු පාට බෝල 8 ක් ද රතු පාට බෝල 2 ක් ද අඩංගු වේ. පෙට්ටියක් සසම්භාවී ලෙස තෝරාගෙන, එම පෙට්ටියෙන් එකකට පසු අනෙක ලෙස, ප්‍රතිස්ථාපන රහිතව සසම්භාවී ලෙස බෝල 3 ක් ඉවතට ගනු ලබයි.

- රතු පාට බෝල දෙකක් හා සුදු පාට බෝලයක් ඉවතට ගැනීමේ
- රතු පාට බෝල දෙකක් හා සුදු පාට බෝලයක් ඉවතට ගත් බව දී ඇති විට A පෙට්ටිය තෝරාගෙන තිබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

- (b) \bar{x} හා σ_x යනු පිළිවෙළින් $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ දත්ත කුලකයේ මධ්‍යන්‍ය හා සම්මත අපගමනය යැයි ද $i = 1, 2, \dots, n$ සඳහා $y_i = \frac{x_i - \alpha}{\beta}$ යැයි ද ගනිමු; මෙහි α හා $\beta (> 0)$ තාත්ත්වික නියත වේ. $\bar{y} = \frac{\bar{x} - \alpha}{\beta}$ හා $\sigma_y = \frac{\sigma_x}{\beta}$ බව පෙන්වන්න; මෙහි \bar{y} හා σ_y යනු පිළිවෙළින් $\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ දත්ත කුලකයේ මධ්‍යන්‍ය හා සම්මත අපගමනය වේ.

සමාගමක සේවකයින් 100 දෙනෙකුගේ රක්ෂණ සැලැස්මක් සඳහා මාසික වාරික පහත සංඛ්‍යාත වගුවෙන් දෙනු ලැබේ.

මාසික වාරිකය (රුපියල්) x	සේවකයින් ගණන
1500 - 3500	30
3500 - 5500	40
5500 - 7500	20
7500 - 9500	10

$y = \frac{x - 500}{1000}$ පරිණාමනය භාවිතයෙන්, y හි මධ්‍යන්‍ය හා සම්මත අපගමනය ද, $\frac{3(\text{මධ්‍යන්‍ය} - \text{මධ්‍යස්ථය})}{\text{සම්මත අපගමනය}}$

මගින් අර්ථ දැක්වෙන y හි කුවිකතා සංගුණකය ද නිමානය කරන්න.

ඒ නගිත්, x හි මධ්‍යන්‍ය, සම්මත අපගමනය හා කුවිකතා සංගුණකය නිමානය කරන්න.
