



# வணிகப் புள்ளிவிபரவியல்

## ஆசிரியர் வழிகாட்டி

### தரம் - 12

(2017 ஆம் ஆண்டு முதல் நடைமுறைப்படுத்துவதற்கானது)

வணிகத் துறை  
தேசிய கல்வி நிறுவகம்  
மகரகம  
[www.nie.lk](http://www.nie.lk)

**வணிகப்  
புள்ளிவிபரவியல்**

**ஆசிரியர் வழிகாட்டி**

**தரம் - 12**

**வணிகத் துறை  
விஞ்ஞான தொழினுட்பப் பீடம்  
தேசிய கல்வி நிறுவகம்  
மகரகம**

வணிகப் புள்ளிவிபரவியல் - தரம் 12  
ஆசிரியர் வழிகாட்டி

© தேசிய கல்வி நிறுவகம், மகரகம்.  
முதலாம் பதிப்பு 2017

ISBN:

வணிகக் கல்வித் துறை  
விஞ்ஞான தொழினுட்பப் பீடம்  
தேசிய கல்வி நிறுவகம்

அச்சுப்பதிப்பு:

## உள்ளடக்கம்

	பக்கம்
பணிப்பாளர் நாயகம் அவர்களின் செய்தி	iv
பிரதிப் பணிப்பாளர் நாயகம் அவர்களின் செய்தி	v
கலைத்திட்டக் குழு	vi - viii
ஆசிரியர் வழிகாட்டியைப் பரிசீலனை செய்வதற்கான ஆலோசனைகள்	ix
கற்றற் பேறுகளும் மாதிரிச் செயற்பாடுகளும்	1 - 253

## பணிப்பாளர் நாயகம் அவர்களின் செய்தி

2007 ஆம் ஆண்டு நடைமுறையிலிருந்து உள்ளடக்கத்தை அடிப்படையாகக் கொண்ட பாட விதானத்தை நவீனப்படுத்தி, தேசிய கல்வி நிறுவகம், ஆரம்ப, இடைநிலைக் கல்விப் பரப்புக்களின் எட்டு வருட சுழற்சி முறையான, புதிய தேசியமட்டப் பாடவிதானத்தின் முதல் பாகத்தினை அறிமுகப்படுத்தியது. தேசிய கல்வி ஆணைக்குழுவினால் முன்மொழியப் பட்ட தேசிய கல்வி இலக்குகளை அடிப்படை நோக்காகக் கொண்டு, இது செயற்படுத்தப்பட்ட துடன் பொதுத் தேர்ச்சிகளை விருத்தி செய்து வந்தது.

பல்வேறுபட்ட கல்வியாளர்களால் மேற்கொள்ளப்பட்ட ஆய்வுகளினதும், கருத்துக்களினதும் பொருத்தப்பாட்டுடன் பகுத்தறிவு வாதத்தினை அடிப்படையாகக் கொண்டு பாடவிதானம் நடைமுறைப்படுத்தப்பட்டது. அதன் தொடர்ச்சியாகப் பாடவிதானச் சுழற்சியின் இரண்டாம் பாகம் 2015 ஆம் ஆண்டில் இருந்து கல்வி முறையில் அறிமுகப்படுத்தப்பட்டு வருகின்றது.

இந்தப் பகுத்தறிவுவாத நடைமுறையின் கடைநிலையிலிருந்து உயர்நிலை வரை அனைத்துப் பாடங்களிலும் ஒழுங்குபடுத்தப்பட்ட முறையில் தேர்ச்சிகளை வளர்த்தெடுப்பதற்காக, கீழிருந்து மேல்நோக்கிய நடைமுறைப்படுத்தப்படும் அணுகுமுறை பயன்படுத்தப்படுகிறது. ஒரே பாடத்தின் உள்ளடக்கத்தினை ஏனைய பாடங்களிலும் மீண்டும் பாவிப்பதனைக் குறைப்பதற்காகவும், பாடத்தின் நோக்கங்களை மட்டுப்படுத்துவதற்காகவும், செயற்படுத்தக்கூடியதான மாணவர் மையப் பாடவிதானம் ஒன்றை உருவாக்கும் நோக்கிலும் கிடையான ஒருங்கிணைப்பானது செயற்பட்டு வருகின்றது.

ஆசிரியர்களிற்கு, அவர்களது வகுப்பறைக் கற்பித்தல்களை வழிப்படுத்துவதற்கு அவசியமான வழிகாட்டுதல்களை வழங்குவதற்காகவும், தங்களைக் கற்றல் - கற்பித்தல் செயற்பாடுகளில் பொருத்தப்பாட்டுடன் ஈடுபடுத்திக் கொள்வதற்காகவும், வகுப்பறை அளவீடுகளையும் மதிப்பீடுகளையும் பொருத்தமாகப் பயன்படுத்திக் கொள்வதனை நோக்கமாகக் கொண்டு புதிய ஆசிரிய வழிகாட்டி நூல்கள் அறிமுகப்படுத்தப்படுகிறது. இந்த வழிகாட்டி நூல்கள், ஆசிரியரை ஒரு பொருத்தப்பாடுடைய ஆசிரியராக வகுப்பறையில் செயற்பட வைக்கின்றது. இந்த வழிகாட்டி நூல்களினூடாக, ஆசிரியர்கள் தங்கள் மாணவர்களின் தேர்ச்சிகளை வளர்த்தெடுக்கத் தேவையான தர உள்ளீடுகளையும், செயற்பாடுகளையும் தாங்களாகவே தெரிந்தெடுக்கும் சுதந்திரத்தினையும் பெற்றுக்கொள்கின்றனர். விதந்துரைக்கப்பட்ட பாடப் பரப்புக்களின் பாரிய சமைகள் இல்லாதொழிக்கப்படுகிறது. ஆதலால், இப்புதிய ஆசிரிய வழிகாட்டி நூல்கள் முழுப்பயன்பாடு உடையவையாவதற்கு, கல்வி வெளியீட்டாளர்களினால் வெளியிடப்படும் விதந்துரைக்கப்பட்ட பாட நூல்களின் உச்சப்பயன்பாட்டினைப் பெற்றுக் கொள்வது அவசியமாகின்றது.

இப்புதிய பகுத்தறிவுவாத பாடவிதானத்தினதும், புதிய ஆசிரிய வழிகாட்டி நூல்கள், புதிய பாடநூல்களினதும் அடிப்படைக் குறிக்கோள், மாணவர்களை ஆசிரிய மையக் கல்வியிலிருந்து விடுவித்து, செயற்பாடுகளுடன் கூடிய மாணவர் மையக்கல்வியினை நடைமுறைப்படுத்தக்கூடிய கல்வி முறைமையினால், பூகோள தொழில் சந்தைகளுக்குத் தேவையான தேர்ச்சிகளும் திறன்களும் மிக்க மனித வளத்தினை வழங்கக்கூடிய மாணவர்களின் எண்ணிக்கையினை விருத்தி செய்யக்கூடியதாயிருத்தலேயாகும்.

இந்தச் சந்தர்ப்பத்தில் இந்நிறுவகப் பேரவையின் அங்கத்தவர்களுக்கும், கல்வி அலுவல்கள் சபையின் அங்கத்தவர்களுக்கும், இவ்வாசிரியர் வழிகாட்டி நூல்களின் உருவாக்கத்திற்குப் பங்களிப்புச் செய்த வளவாளர்களுக்கும் மற்றும் இவ்வுயரிய நோக்கத்திற்காக அர்ப்பணிப்புடன் பணியாற்றிய அனைவருக்கும் எனது நன்றிகளையும் வாழ்த்துக்களையும் தெரிவித்துக் கொள்கின்றேன்.

**கலாநிதி. திருமதி. ஜயந்தி குணசேகர**

பணிப்பாளர் நாயகம்

தேசிய கல்வி நிறுவகம்

மகரகம்.

## பிரதிப் பணிப்பாளர் நாயகம் அவர்களின் செய்தி

கடந்த காலந்தொட்டு கல்வியானது தொடர்ந்து மாற்றங்களுக்குட்பட்டு வருகின்றது. அண்மிய யுகத்தில் இம்மாற்றங்களானவை மிக வேகமாக ஏற்பட்டன. கற்றல் முறைகளைப் போன்று தொழில்நுட்பக் கருவிகளின் பாவனை மற்றும் அறிவுத் தோற்றங்கள் தொடர்பாகவும் கடந்த இரு தசாப்தங்களில் கூடியளவு மறுமலர்ச்சி ஏற்பட்டு வருவதனைக் காணக்கூடியதாக இருக்கின்றது. இதற்கமைய, தேசிய கல்வி நிறுவகமும் 2017 ஆம் ஆண்டுக்குரிய கல்வி மறுசீரமைப்பிற்காக எண்ணிலடங்காத பொருத்தமான நடவடிக்கைகளை மேற்கொண்டு வருகின்றது. பூகோளமய ரீதியாக ஏற்படும் மாற்றங்கள் தொடர்பாகச் சிறந்த முறையில் அறிந்து உள்நாட்டுத் தேவைக்கமைய இசைவுபடுத்தி மாணவர் மையக் கற்றல் - கற்பித்தல் முறையை அடிப்படையாகக் கொண்டு புதிய பாடதிட்டம் திட்டமிடப்பட்டு பாடசாலை முறைமையின் முகவர்களாகச் சேவையாற்றும் ஆசிரியர்களாகிய உங்களிடம் இவ்வாசிரியர் வழிகாட்டியை ஒப்படைப்பதில் பெருமகிழ்ச்சியடைகின்றேன்.

இவ்வாறான புதிய வழிகாட்டல் ஆலோசனையை உங்களுக்குப் பெற்றுக் கொடுப்பதன் நோக்கம், அதன் மூலம் சிறந்த பங்களிப்பைப் பெற்றுத் தரமுடியும் என்ற நம்பிக்கையாகும்.

இவ்வாறான ஆசிரியர் வழிகாட்டியானது வகுப்பறைக் கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கின் போது உங்களுக்குக் கைகொடுக்கும் என்பதில் எனக்கு எவ்வித சந்தேகமும் இல்லை. அதேபோன்று இவ்வழிகாட்டியின் துணைகொண்டு நடைமுறை ரீதியான வளங்களையும் பயன்படுத்தி மிகவும் விருத்தி கொண்ட விடயப் பரப்பினூடாக வகுப்பறையில் செயற்படுத்துவதற்கு உங்களுக்கு முழுமையான சுதந்திரமுண்டு.

உங்களுக்கு வழங்கப்படும் இவ்வாசிரியர் வழிகாட்டியைச் சிறந்த முறையில் விளங்கி, மிகச் சிறந்த ஆக்கபூர்வமான மாணவர் சமூகமொன்றை உருவாக்கி, இலங்கையை பொருளாதார மற்றும் சமூக ரீதியில் முன்னேற்றிச் செல்வதற்குப் பொறுப்புடன் செயற்படுவீர்கள் என நான் நம்பிக்கை கொள்கின்றேன்.

இவ்வாசிரியர் வழிகாட்டியானது இப்பாடத்துறையுடன் தொடர்புடைய ஆசிரியர்கள், வளவாளர்கள் என்போர்களின் சிறந்த முயற்சியினாலும் அர்ப்பணிப்பினாலும் உருவாக்கப்பட்டுள்ளது.

கல்வித் துறையின் அபிவிருத்திக்காக இக்கருத்தை மிக உயர்ந்ததாகக் கருதி அர்ப்பணிப்புடன் செயற்பட்ட உங்கள் அனைவருக்கும் எனது மனமார்ந்த நன்றிகளைத் தெரிவித்துக் கொள்கின்றேன்.

**எம். எப். எஸ். பி. ஜயவர்தன**

பிரதிப் பணிப்பாளர் நாயகம்

விஞ்ஞான தொழில்நுட்பப் பீடம்

தேசிய கல்வி நிறுவகம்.

## கலைத்திட்டக் குழு

- ஆலோசனையும் அனுமதியும் : கல்விசார் அலுவல்கள் சபை  
தேசிய கல்வி நிறுவகம்.
- பாட இணைப்பாக்கம் : திருமதி. எஸ்.ஏ. இந்திரா பத்மினி பெரேரா  
சிரேஷ்ட விரிவுரையாளர்  
வணிகத் துறை  
தேசிய கல்வி நிறுவகம்.
- பாடத் திட்ட ஆலோசனைக் குழு:  
திரு. கே.ஆர். பத்மசிரி - பணிப்பாளர்  
வணிகத் துறை  
தேசிய கல்வி நிறுவகம்.
- திருமதி. எம்.ஏ. இந்திரா பத்மினி பெரேரா - சிரேஷ்ட விரிவுரையாளர்  
வணிகத் துறை  
தேசிய கல்வி நிறுவகம்.
- கலாநிதி திரு. எச்.எம்.எல்.கே. ஹேரத் - சிரேஷ்ட விரிவுரையாளர்  
வயம்ப பல்கலைக்கழகம்.
- திரு. கே.ஏ. தர்மசேன - சிரேஷ்ட விரிவுரையாளர்  
சமூக புள்ளிவிபரவியல் கல்வித்துறை  
ஸ்ரீ ஜெயவர்தனபுர பல்கலைக்கழகம்.
- திரு. எஸ்.ஏ.சி. ஸ்டான்லி சில்வா - சிரேஷ்ட விரிவுரையாளர்  
சமூக புள்ளிவிபரவியல் கல்வித்துறை  
ஸ்ரீ ஜெயவர்தனபுர பல்கலைக்கழகம்.
- திருமதி. எம். கமனி பெரேரா - கல்விப் பணிப்பாளர்  
வணிகப் பிரிவு  
கல்வி அமைச்சு.
- திரு. டப்ளியூ.எம்.பி.ஜி. எதிரிசிங்க - ஆசிரியர் சேவை - 1  
கொ/ விசாகா கல்லூரி  
கொழும்பு - 5.
- திருமதி. எச்.எல்.எஸ்.எல். பெரேரா - ஆசிரியர் சேவை - 11  
கொ/ ஆனந்தா கல்லூரி  
கொழும்பு - 10.
- திருமதி. எம். நிரஞ்சன் - ஆசிரியர் சேவை - 11  
கொ/ இராமநாதன் இந்து மகளிர் கல்லூரி  
கொழும்பு - 4.
- திருமதி. கயானி அருணிகா பெரேரா - ஆசிரியர் சேவை - 11  
பாணந்துறை மகளிர் கல்லூரி  
பாணந்துறை.

**பாடத் திட்டக் குழு:**

- திருமதி. எம்.ஏ. இந்திரா பத்மினி பெரேரா - சிரேஷ்ட விரிவுரையாளர்  
வணிகத் துறை  
தேசிய கல்வி நிறுவகம்.
- திரு. எஸ். கே. பிரபாகரன் - விரிவுரையாளர்  
வணிகத் துறை  
தேசிய கல்வி நிறுவகம்.
- திரு. எஸ்.கே. ரத்னசிரி - சிரேஷ்ட விரிவுரையாளர்  
சமூகப் புள்ளிவிபரவியல் கல்வித்துறை  
ஸ்ரீ ஜயவர்தனபுர பல்கலைக்கழகம்.
- திரு. ஹேமாந்த தியானுகல் - சிரேஷ்ட விரிவுரையாளர்  
சமூகப் புள்ளிவிபரவியல் கல்வித்துறை  
ஸ்ரீ ஜயவர்தனபுர பல்கலைக்கழகம்.
- திரு. ஆனந்த மத்துமமே - விரிவுரையாளர்  
வணிகத் துறை  
தேசிய கல்வி நிறுவகம்.
- திரு. எல். சீ. ஆர். அஜித்குமார - விரிவுரையாளர்  
வணிகத் துறை  
தேசிய கல்வி நிறுவகம்.
- திரு. எஸ். ஆர். ரத்னஜீவ - உதவி விரிவுரையாளர்  
வணிகத் துறை  
தேசிய கல்வி நிறுவகம்.
- திரு. எஸ். கே. ரத்னசிரி சில்வா - சிரேஷ்ட விரிவுரையாளர்  
சமூகப் புள்ளிவிபரவியல் கல்வித்துறை  
ஸ்ரீ ஜயவர்தனபுர பல்கலைக்கழகம்.
- வெளியக ரீதியான வளவாளர் பங்களிப்பு:**
- திரு. டப்ளியூ.எம்.பி.ஐ. எதிரிசிங்க - ஆசிரியர் சேவை - 1  
கொ/ விசாகா கல்லூரி  
கொழும்பு - 5.
- திருமதி. எச்.எல்.எஸ்.எல். பெரேரா - ஆசிரியர் சேவை - 11  
கொ/ ஆனந்தா கல்லூரி  
கொழும்பு - 10.
- திரு. டப்ளியூ.எம்.பி. ஜயசிங்க - ஆசிரியர் சேவை (ஓய்வு)  
கொ/ நானந்த கல்லூரி  
கொழும்பு - 10.
- செல்வி. கே.பீ. ஆப்ரு - ஆசிரியர் சேவை (ஓய்வு)  
சாந்த பாமுன மகளிர் கல்லூரி  
பம்பலப்பிட்டிய.



- திருமதி. எப்.ஈ.எம். பெர்ணாந்து - ஆசிரியர் சேவை (ஓய்வு) சாந்த ஜோசப் கல்லூரி, வென்னப்புவ.
- திருமதி. கயானி அருணிகா பெரேரா - ஆசிரியர் சேவை - 11 பாணந்துறை மகளிர் கல்லூரி பாணந்துறை.
- திரு. சி.எல்.எம். நவாஸ் - ஆசிரியர் ஆலோசகர் வலயக் கல்விப் பணிமனை இப்பாகமுவ.
- திரு. எம்.எச்.எம். புஹாரி - ஆசிரியர் ஆலோசகர் (ஓய்வு) வலயக் கல்விப் பணிமனை கேகாலை.

**நெறியாள்கைக் குழு:**

- திருமதி. எம்.ஏ. இந்திரா பத்மினி பெரேரா - சிரேஷ்ட விரிவுரையாளர் வணிகத் துறை தேசிய கல்வி நிறுவகம்.
- கலாநிதி திரு. எச்.எம்.எல்.கே. ஹேரத் - சிரேஷ்ட விரிவுரையாளர் வயம்ப பல்கலைக்கழகம் குளியாப்பிட்டிய.
- திரு. கே.ஏ. தர்மசேன - சிரேஷ்ட விரிவுரையாளர் சமூகப் புள்ளிவிபரவியல் கல்வித்துறை ஸ்ரீ ஜயவர்தனபுர பல்கலைக்கழகம்.
- திரு. எஸ்.ஏ.சி. ஸ்டான்லி சில்வா - சிரேஷ்ட விரிவுரையாளர் சமூகப் புள்ளிவிபரவியல் கல்வித்துறை ஸ்ரீ ஜயவர்தனபுர பல்கலைக்கழகம்.
- திரு. ஹேமாந்த தியனுகல - சிரேஷ்ட விரிவுரையாளர் சமூகப் புள்ளிவிபரவியல் கல்வித்துறை ஸ்ரீ ஜயவர்தனபுர பல்கலைக்கழகம்.

## ஆசிரியர் வழிகாட்டியைப் பரிசீலனை செய்வதற்கான ஆலோசனைகள்

கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர்தர) வணிகப் புள்ளிவிபரவியல் பாடத்திட்டம் எட்டு வருடங்களுக்கொரு முறை நடைமுறைப்படுத்தப்பட்டு வருகின்ற பாடத்திட்ட மறுசீரமைப்புக் கொள்கைக்கமைய நவீனமயப்படுத்தப்பட்டு 2017 ஆம் ஆண்டிலிருந்து நடைமுறைப்படுத்தப்படுகின்றது. முதலாவது தடவையாக 2009 ஆம் ஆண்டின்போது தேர்ச்சிகளை அடிப்படையாகக் கொண்டு அறிமுகப்படுத்தப்பட்ட வணிகக் கல்வித் திட்டம் இற்றைப்படுத்தப்பட்டு தரம் 12, 13 இற்காக 11 தேர்ச்சிகளின் அடிப்படையில் ஒழுங்கமைக்கப்பட்டுள்ளது. தரம் 12 இற்கு ஏற்றவாறு பாடத்திட்டத்தின் முதலாவது தேர்ச்சியிலிருந்து ஆறாவது தேர்ச்சி வரையில் காணப்படுகின்ற தேர்ச்சி மட்டங்கள் 42 இற்காக வகுப்பறையில் செயற்படுத்தக் கூடிய செயல்முறை ரீதியான கற்றல் - கற்பித்தல் செயல்முறையொன்று இங்கு முன்மொழியப்பட்டுள்ளது.

கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர்தர) வணிகப் புள்ளிவிபரவியல் பாடத்திட்டத்தின் தரம் 12 இற்கான சகல தேர்ச்சி மட்டங்களும் உள்ளடங்கும் வகையில் இவ்வாசிரியர் வழிகாட்டி தயாரிக்கப்பட்டுள்ளது. இங்கு குறிப்பிட்ட தேர்ச்சிகள், தேர்ச்சி மட்டங்கள், அத் தேர்ச்சி மட்டங்களுக்காக ஒதுக்கப்பட்டிருக்கும் பாடவேளைகளின் எண்ணிக்கை மற்றும் தேர்ச்சி மட்ட இறுதியின் போது அறிந்து கொள்ள வேண்டிய கற்றல் பேறுகள் என்பன முதலாவதாகச் சுட்டிக் காட்டப்பட்டுள்ளதோடு மேலதிகமாகப் பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்காக முன்மொழியப்படுகின்ற ஆலோசனைகளையும் பாடவிடயங்களையும் தெளிவுபடுத்திக் கொள்வதற்காக வழிகாட்டலொன்றும் இறுதியில் கணிப்பீடு - மதிப்பீடு செய்தலுக்காக முன்மொழிவுகளும் முன்மொழியப்பட்டுள்ளது.

இங்கு உத்தேச பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகளுக்கமைய வணிகப் புள்ளிவிபரவியல் பாடத்திற்குரிய பாடவிடயங்கள் தொடர்பான அறிவு மட்டுமன்றி அது தொடர்பாக மாணவர்களது மனப்பாங்கு, திறன், பலங்களும் விருத்தியடையும் வரையில் வகுப்பறைக் கற்றல் - கற்பித்தல் செயல்முறை திட்டமிடப்பட்டுக் கொள்ளப்படும் என எதிர்பார்க்கப்படுகின்றது. இதற்காகத் தேவையான வழிகாட்டல்களை இவ் ஆசிரியர் வழிகாட்டியின் மூலம் கிடைக்கும் என எதிர்பார்க்கப்படுகின்றது.

இவ்வாறு பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்காக ஆலோசனையின் மீதும் பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்திக் கொள்வதற்கான வழிகாட்டியில் குறிப்பிடப்படுகின்ற விடயங்களைப் பரிசீலனை செய்து வகுப்பறைக் கற்றல் - கற்பித்தல் கருமங்களுக்குத் தேவையான பாடத் திட்டங்கள் தயாரிக்கப்பட்டுச் செயற்பாட்டு ரீதியான கற்றலுக்காக மாணவர்களை ஈடுபடுத்துதல் சகல ஆசிரியர்களினதும் கடப்பாடாக இருக்கின்றது. தரவுப் பகுப்பாய்வு தேவைப்படும் சந்தர்ப்பங்களிலும் கூட கணினித் தொழினுட்ப உபகரணத்தைப் பயன்படுத்தப்படும் என எதிர்பார்க்கப்படுகின்றது.

வணிகப் புள்ளிவிபரவியலானது செயற்பாட்டு ரீதியான பாடமொன்றாக இருப்பதனால் அன்றாடம் வணிகத் துறையில் இடம்பெறும் மாற்றங்கள் தொடர்பாக அவதானத்துடன் இருப்பது மட்டுமன்றி பாடத்திட்டத்திற்குரிய பாட விடயங்களில் ஏற்படும் மாற்றங்கள் தொடர்பாகவும் கவனம் செலுத்தி ஆசிரியர்களினால் பாடத்திட்டங்கள் தயாரிக்கப்படும் என எதிர்பார்க்கப்படுகின்றது.

செயற்றிட்டத் தலைவர்

---

---

**கற்றற் பேறுகளும்  
மாதிரிச் செயற்பாடுகளும்**

---

---

**தேர்ச்சி 1.0:** வணிகப் புள்ளிவிபரவியல் பாடப் பரப்பையும் அதன் தன்மையினையும் அறிந்து கொள்வார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 1.1:** வணிகப் புள்ளிவிபரவியலையும் அதன் வரையறைகளையும் பகுப்பாய்வு செய்வார்.

**பாடவேளைகள்:** 04

**கற்றற் பேறுகள்:**

- புள்ளிவிபரவியல் என்றால் என்ன என்பதற்கு விளக்கம் கூறுவார்.
- வணிகப் புள்ளிவிபரவியலின் தொழிற்பாடுகளை விளக்குவார்.
- விவரண, அனுமானப் புள்ளி விபரங்களுக்கிடையிவான வேறுபாடுகளை அறிந்து கொள்வார்.
- புள்ளிவிபரவியலின் முக்கியத்துவத்தைச் சுட்டிக் காட்டுவார்.
- புள்ளிவிபரவியலின் வரையறைகளைத் தெளிவுபடுத்துவார்.
- புள்ளிவிபரவியலைப் பயன்படுத்த முடியாத சந்தர்ப்பங்களை விளக்குவார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- புள்ளிவிபரம் தொடர்பில் மாணவர்கள் அறிந்த விடயங்களைக் கேட்டவாறு சிந்தனைக்கிளறல் செயற்பாடொன்றில் ஈடுபடவும்.
- பெறப்படும் கருத்துக்களிலிருந்து புள்ளிவிபரவியல் தொடர்பான வரைவிலக்கணமொன்றைக் கட்டியெழுப்புவதற்குத் துணையாக அமையக்கூடிய பதங்கள், கூற்றுகள், சொற்றொடர்கள் போன்றவற்றைக் கரும்பலகையில் குறிப்பிடவும்.
- க.பொ.த.(சா.தர) வகுப்பில் கணிதப்பாடத்துடன் தொடர்புடையதாக மாணவர்கள் கற்ற புள்ளி விபரவியல் பாட விடயங்களைக் கேட்டறியவும், அவற்றையும் கரும்பலகையில் குறித்துக் கொள்ளவும்.
- புள்ளிவிபரவியல் என்றால் என்ன என்பதற்குப் பொருத்தமான வரைவிலக்கணம் ஒன்றை மாணவர்களுடன் இணைந்து கட்டியெழுப்பவும்.
- ஏற்றுக்கொள்ளப்பட்ட வரைவிலக்கணங்கள் தொடர்பாக மாணவர்களுடன் இணைந்து கலந்துரையாடவும்.
- பாடசாலையில் கடந்த வருடத்தில் க.பொ.த (உயர்தரப்) பரீட்சையில் கலைப்பிரிவில் பாடங்கள் சிலவற்றின் பெறுபேறுகளை உள்ளடக்கிய பின்வரும் அட்டவணையை மாணவர்களுக்கு முன்வைக்கவும்.

பாடம்	தோற்றியோர்களின் எண்ணிக்கை	சித்தியடைந்தோரின் எண்ணிக்கை	வீதம் (%)
புள்ளிவிபரவியல்	90	60	67
சிங்களம்	25	20	80
வரலாறு	40	30	75

- பின்வரும் வினாக்களை மாணவர்களிடம் கேட்டறியவும்.
  - கூடிய மாணவர்கள் எப்பாடத்தில் சித்தியடைந்துள்ளனர்.
  - எப்பாடத்தில் குறைந்த மாணவர்கள் சித்தியடைந்துள்ளனர்.

**பின்வரும் விடயங்களை வெளிப்படுத்திக் கலந்துரையாடலொன்றை நெறிப்படுத்தவும்.**

- ஏதாவது துறையொன்று தொடர்பில் விளக்கத்தைப் பெற்றுக்கொள்ள வேண்டுமாயின் அத்துறைக்குரிய தரவுகளைச் சேகரித்தல் வேண்டும்.
- தரவுகளைத் தனித்தனியாக அவதானம் செலுத்துவதன் மூலம் (பொருத்தமான முறையில் ஒப்பிடாது) சரியான தீர்மானங்களுக்கு வரமுடியாது.
- தரவுகளை ஒழுங்கிடுவதற்குத் தரவுகளை ஒழுங்கமைத்தல் வேண்டும்.
- மேல்குறிப்பிடப்பட்ட அட்டவணை தொடர்பில் சரியான தீர்மானத்திற்கு வருவதாயின் தரவுகளைப் பகுப்பாய்வு செய்தல் வேண்டும்.
  - ஒவ்வொரு பாடங்களுக்குமாகத் தோன்றிய மாணவர்களின் எண்ணிக்கையும் அப்பாடத்தில் சித்தியடைந்த மாணவர் எண்ணிக்கை தொடர்பான தரவுகளும் சேகரிக்கப்பட்ட தரவுகளாகும்.
  - புள்ளிவிபரவியல் பாடத்தில் சித்தியடைந்த மாணவர்களின் எண்ணிக்கை 60 பேர்களாக இருப்பதும், சிங்களப் பாடத்தில் சித்தியடைந்த மாணவர்களின் எண்ணிக்கை 20 பேர்களாக இருப்பதும், வரலாறு பாடத்தில் சித்தியடைந்த மாணவர்களின் எண்ணிக்கை 30 பேர்களாக இருப்பதும் என்பன தனித் தீர்வுகளாகும்.
  - குறிப்பிட்ட பாடத்திற்குத் தோற்றிய மாணவர்களின் எண்ணிக்கையையும், அப் பாடத்தில் சித்தியடைந்த மாணவர்களின் எண்ணிக்கையையும் அட்டவணைப் படுத்திக் காட்டுதல் தரவு ஒழுங்கமைத்தல் எனப்படும்.
- புள்ளிவிபரவியலில் சித்தியடைந்த மாணவர்களின் விகிதம்  $66\frac{2}{3}\%$  மாக இருத்தல், சிங்களப் பாடத்தில் சித்தியடைந்த மாணவர்களின் விகிதம் 80% மாக இருத்தல், வரலாறு பாடத்தில் சித்தியடைந்த மாணவர்களின் விகிதம் 75% மாக இருத்தல் என்பன தரவுப் பகுப்பாய்வாகும்.
- இதற்கமைய உயர் பெறுபேறு கிடைக்கப்பெற்ற பாடம் சிங்கள பாடம் என்பதை தீர்மானிப்பதானது தீர்மானத்திற்கு வருதலைக் குறிக்கும்.
- மேலுள்ள அட்டவணைக்கேற்ப ஒவ்வொரு பாடத்திற்கும் தோற்றிய மாணவர்களின் எண்ணிக்கை, அப்பாடத்தில் சித்தியடைந்த மாணவர்களின் எண்ணிக்கை என்பன தொடர்பான தரவுகள் திரட்டப்பட்ட தரவுகளாகும்.
- இதற்கேற்ப புள்ளிவிபரவியலின் படிமுறைகளைத் தெளிவுப்படுத்தவும்.
- **பின்வரும் கூற்றுக்கள் ஒவ்வொன்றையும் முன்வைத்துப் புள்ளிவிபரவியலின் தொழிற்பாடுகளையும் அவற்றின் வரையறைகளையும் வெளிப்படுத்திக் காட்டவும்.**
  - 2014 ஆம் ஆண்டை விட 2015 ஆம் ஆண்டில் வணிகத்தின் இலாபம் அதிகரித்துள்ளது.
  - 2014 ஆம் ஆண்டை விட 2015 ஆம் ஆண்டில் வணிகத்தின் இலாபம் ரூபா 50 000த்தினால் உயர்வடைந்துள்ளது.
  - பாடசாலைப் புத்தகப் பைகளை உற்பத்தி செய்யும் நிறுவனமொன்றின் ஐந்து நாட்களுக்கான உற்பத்தி அலகுகளின் எண்ணிக்கை முறையே 58, 42, 70, 66, 44 ஆகும்.
  - பாடசாலைப் புத்தகப் பைகளை உற்பத்தி செய்யும் நிறுவனமொன்றின் நாளாந்தச் சராசரி உற்பத்தி 56 அலகுகளாகும்.
  - லாவித்தியா உணவகத்தின் ஊழியர்கள் நேர்மையானவர்கள்.
  - நீலாவின் நிறை 60 kg களாவதுடன், அவளின் உயரம் 166 cm களாகும். அவளின் மாதாந்தச் சம்பளம் ரூபா 40 000 ஆகும்.
  - கட்டளை இடப்பட்ட மூலப்பொருட்களின் இருப்பொன்று உரிய தினத்தில் கிடைப்பது தொடர்பான நம்பகத்தன்மை 90% மாதிரமாகும்.

- மேற்காட்டிய கூற்றுகளினூடாகப் புள்ளிவிபரவியலின் தொழிற்பாடுகளையும் வரையறைகளையும் விளக்கவும்.
- புள்ளிவிபரவியலின் முக்கியத்துவம் தொடர்பாக மாணவர்களுடன் கலந்துரையாடவும்.
- விவரணப் புள்ளிவிபரவியலையும் அனுமானப்புள்ளிவிபரவியலையும் விளக்குவதற்குப் பின்வரும் தரவுகளைப் பயன்படுத்தவும்.
- பாடசாலை உணவகத்தில் உணவுகளைக் கொள்வனவு செய்த 10 மாணவர்களை எழுமாற்றாக எடுத்து அம்மாணவர்கள் செலவிட்ட தொகைகள் (ரூபாவில்) கீழே தரப்பட்டுள்ளது.  
25, 30, 40, 50, 60, 40, 20, 22, 28, 40
- மேலே குறிப்பிடப்பட்ட தரவுகளை ஏறுவரிசைப்படுத்துக.
- தரவுகளின் இடை, ஆகாரம், இடையம் என்பவற்றைக் கணிக்கவும்.
- இப்பாடசாலை மாணவரொருவர் நாளொன்றிற்கு உணவு குடிபானத்திற்காகச் செலவிடும் தொகை எவ்வளவு என்பதை உங்களால் அனுமானிக்க முடியுமா?
- 10 மாணவர்களுக்கான உணவு குடிபானங்களுக்காக மேற்கொள்ளப்பட்ட செலவுகளை கேட்டறிதல் தரவு சேகரிப்பு எனவும், அத்தரவுகளை ஏறுவரிசைப்படி ஒழுங்குபடுத்து தலை தரவு ஒழுங்கமைப்பு எனவும், இவற்றின் இடை, இடையம், ஆகாரம் என்பவற்றைக் கணிப்பிடல் தரவுப் பகுப்பாய்வு எனவும் விளக்கவும்.
- அவ்வாறான மாதிரியொன்றை விரிவாக அறிந்து கொள்வது விபரண ரீதியான புள்ளி விபரம் எனச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- மேற்காட்டிய 10 மாணவர்களினால் செலவிடப்பட்ட தொகையினை அறிந்து கொள்வதன் மூலம் பாடசாலை மாணவரொருவர் உணவு குடிபானங்களுக்காக நாளொன்றிற்கு செலவிடும் தொகையினை அனுமானித்தல் புள்ளி விபர அனுமானம் என விளக்கவும்.
- புள்ளிவிபரவியலைப் பயன்படுத்த முடியாத சந்தர்ப்பங்களை விளக்கவும்.

#### **பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:**

- எண்கணிதத் தரவுகளைக் கணிப்பிடப்பட்ட அவதானிப்பினை அடிப்படையாகக் கொண்டு நிச்சயமற்ற நிலைமைகளின்போது தீர்மானம் எடுத்தல் முறையே புள்ளிவிபரவியலாகும்.  
"Statistics is a method of decision making in the face of uncertainty on the basis of numerical data and calculated data."

*Prof. Ya-Lum-Chow*

- எண்கணிதத் தரவுகளைச் சேகரித்தல், முன்வைத்தல், பகுப்பாய்வு செய்தல், விமர்சனம் செய்தல் புள்ளிவிபரவியல் எனப்படும்.  
"Statistics may be defined as the collection, presentation, analysis and interpretation of numerical data."

*Croxton and Cowden*

- புள்ளிவிபரவியல் என்பது ஏதாவது சமூகமொன்றினை முழுமை எனக் கருத்திற் கொண்டு விஞ்ஞான ரீதியிலான அனைத்துக் கோணங்கள் தொடர்பான அளவீடு செய்யும் விஞ்ஞானமாகும்.  
"Statistics is the science of measurement of social organism regarded as a whole in all its manifestations."

*- Bowley*

- இதற்கேற்ப, புள்ளிவிபரவியல் என்பது பல்வேறு பாடங்கள் தொடர்பில் தரவுகளைச் சேகரித்தல், அவற்றை ஒழுங்கமைத்தல், தரவுகளை முன்வைத்தல் அவற்றைப் பகுப்பாய்வு செய்து அதனுடாகத் தீர்மானத்திற்கு வரும் நுட்ப முறை தொடர்பிலான விளக்கத்தைப் பெறுதலாகும்.
- **புள்ளிவிபரவியல் பாடத்தின் படிமுறைகள் பின்வருமாறு:**
  - உரிய தரவுகளைச் சேகரித்தல்
  - ஒழுங்கமைத்து முன்வைத்தல்
  - தரவுப் பகுப்பாய்வும் விளக்குதலும்
  - தீர்மானத்திற்கு வருதல்
- **புள்ளிவிபரவியலின் தொழிற்பாடுகள்:**
  - விடயங்களை உரிய முறையில் முன்வைத்தல்.
  - சிக்கலான தரவுகளை விளக்கம் பெறுவதற்கு ஏற்றவாறு எளிமையாகக் காட்டுதல்.
  - ஒப்பிடும் நுட்ப முறையொன்றாக இருத்தல்.
  - தனிநபரொருவரின் அனுபவங்களை விரிவாகவும் விஞ்ஞான ரீதியாகவும் பகுப்பாய்வு செய்தல்.
  - கொள்கைகளை உருவாக்குவதற்கு வழிகாட்டுதல்.
  - ஏதாவது விடயமொன்றின் பருமனை அளவிடக்கூடியதாக இருத்தல்.
  - காரண விளைவு தொடர்புகளை வெளிப்படுத்திக் காட்டுவதற்கு உதவுதல்.
- **புள்ளிவிபரவியலின் வரையறைகள்:**
  - அளவு ரீதியான தரவுகளை மாத்திரம் பயன்படுத்துதல்.
  - தனித் தரவுடன் மாத்திரம் கருமமாற்றாதிருத்தல்.
  - பொதுவானதும், சராசரி நிலைமைகளின் கீழ் மாத்திரம் புள்ளிவிபரப் பெறுபேறுகள் உண்மையாயிருத்தல்.
  - கவனயீனம், அறியாமை என்பவற்றின் காரணமாகப் புள்ளிவிபரத் தரவுகளைப் பயன்படுத்தாதிருத்தல்.
  - புள்ளிவிபரத்தினால் சகல விடயங்களையும் உறுதிப்படுத்த முடியாதிருத்தல்.
  - புள்ளிவிபர முடிவுகளில் நிச்சயமற்ற தன்மை காணப்படல்.
  - புள்ளிவிபரக் கல்வியின் பெறுபேறு எக்காலத்திற்கும் செல்லுபடியற்றதாக இருத்தல்.
- **புள்ளிவிபரவியலின் முக்கியத்துவம்:**
  - நிச்சயமற்ற நிலைமைகளின்போது சிறந்த தீர்மானம் எடுப்பதற்கு வழிகாட்டுதல்.
  - மாதிரியொன்றை அறிந்து அதன் முழுமை தொடர்பில் சிறந்த தீர்மானத்திற்கு வரமுடிதல்.
  - மாறியொன்றின் எதிர்கால நடத்தையினை எதிர்வு கூறக்கூடியதாக இருத்தல்.
  - மாறிகளுக்கிடையிலான தொடர்பினை இனங்காண முடிதல்.
  - பல்வேறு மாறிகளின் ஒப்பீட்டு ரீதியான முக்கியத்துவத்தை இனங்காண முடிதல்.
  - சிக்கலான தொகுதியொன்றிலிருந்து எளிமையாகப் பகுப்பாய்வு செய்ய முடிதல்.

- தரவு சேகரித்தல், ஒழுங்கமைத்தல், முன்வைத்தல், தரவுப்பகுப்பாய்வு செய்தல் என்பன விபரணப் புள்ளிவிபரவியலாகும்.
- மாதிரி ஆய்வொன்றின் பெறுபேற்றினைப் பயன்படுத்தி முழுமை தொடர்பிலான கருத்துக்களை வெளிப்படுத்துவது அனுமானப் புள்ளிவிபரவியலாகும்.
- புள்ளிவிபரவியல் முறையற்றதாகப் பயன்படுத்தப்படுகின்ற சந்தர்ப்பங்கள் பின்வருமாறு:
  - பகுப்பாய்வின் விளைவுகளைப் பிழையான முறையில் விளங்கிக் கொள்ளல்.  
**உதாரணம்:-** பாடசாலையொன்றில் க.பொ.த. (உயர்தரம்) பரீட்சைக்குத் தோற்றிய மூன்று மாணவர்களில் இரு மாணவர்கள் பல்கலைக்கழக அனுமதி பெறும் சந்தர்ப்பத்தின்போது அப்பாடசாலை மாணவர்களுள் 66%த்திற்கும் மேற்பட்ட தொகையினர் பல்கலைக்கழக அனுமதியினைப் பெறுவர் எனக் கூறுதல்.
- பொருத்தமற்ற தரவுகளை ஒப்பீடு செய்வதற்காகப் பயன்படுத்துதல்.  
**உதாரணம்:-** A கம்பனியின் இலாபம் ரூபா 100 000. B கம்பனியின் இலாபம் ரூபா 150 000 ஆகவும் இருக்கும்பொழுது A கம்பனியின் இலாபமானது B கம்பனியின் இலாபத்தை விடக் குறைவானது என இரு கம்பனிகளினதும் பருமனை அறியாது ஒப்பீடு செய்தல்.
- புள்ளிவிபரப் பெறுபேறு தொடர்பில் பக்கச் சார்பாக விளக்கம் கூறல்.  
**உதாரணம்:-** ஏதேனும் தேர்தல் தொகுதியொன்றின் அபேட்சகர் ஒருவருக்குக் கூடிய அனுகூலமுடைய பிரதேசமொன்றிலிருந்து தெரிவு செய்யப்பட்ட மாதிரியொன்றின் பெறுபேற்றினூடாக அந்த அபேட்சகர் குழுத் தேர்தலிலும் வெற்றி பெறுவார் என எதிர்வு கூறல்.
- அளவுரீதியானதும் நியாயமானதுமான விடயமொன்றைப் பயன்படுத்தாது அங்கீகாரங்களை வழங்கல்.  
**உதாரணம்:-** ஐந்து வைத்தியர்களின் நான்கு வைத்தியர்களால் முன்மொழியப்பட்ட மருந்து வகையொன்றினை 80% வைத்தியர்கள் முன்மொழிந்த மருந்து வகையாகக் குறிப்பிடுதல்.
- மாதிரியொன்றைப் பக்கச் சார்பாகத் தெரிவு செய்தல்.  
**உதாரணம்:-** மாதிரியொன்றினைத் தெரிவு செய்பவர்களின் விருப்பத்திற்கேற்ப மாதிரிக்கான அலகுகள் தெரிவு செய்து சேகரித்த தரவுகளைப் பகுப்பாய்வு செய்தல்.



**தேர்ச்சி 1.0:** வணிகப் புள்ளிவிபரவியல் பாடப் பரப்பையும் அதன் தன்மையினையும் அறிந்து கொள்வார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 1.2:** வணிகத்துறையில் புள்ளிவிபரவியலின் பங்களிப்பினைப் பகுப்பாய்வு செய்வார்.

**பாடவேளைகள்:** 04

**கற்றற் பேறுகள்:**

- வணிகத்துறையில் புள்ளிவிபரவியல் பாடம் பயன்படுத்தப்படும் சந்தர்ப்பங்களை வெளிப்படுத்திக் காட்டுவார்.
- புள்ளிவிபரவியலில் பயன்படுத்தப்படும் பல்வேறு நுட்ப முறைகளைப் பட்டியல் படுத்துவார்.
- அந்நுட்ப முறைகளை வணிகத்துறையின் பல்வேறு சந்தர்ப்பங்களுக்குப் பயன்படுத்திக் கொள்ளக்கூடிய முறையினை விளக்குவார்.
- ஏனைய பாடத் துறைகளுக்குப் புள்ளிவிபரவியல் வழங்கும் பங்களிப்பினை மதிப்பார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- ஒரு வகை வணிக நிறுவனமொன்று தொடர்பில் முன்வைக்கப்பட்டுள்ள பின்வரும் கூற்றுக்களை வகுப்பறையில் முன்வைக்கவும்.
  - 2010 ஆம் ஆண்டு நடத்தப்பட்ட நேர்முகப் பரீட்சைப் பெறுபேறுகளின்படி அதி உயர் புள்ளிகளைப் பெற்ற பத்து விண்ணப்பதாரிகள் சேவைக்கு இணைத்துக் கொள்ளப்பட்டனர்.
  - 2014 ஆம் ஆண்டுடன் ஒப்பிடும்பொழுது 2015 ஆம் ஆண்டில் இலாபமானது 10% த்தினால் உயர்வடைந்துள்ளது.
  - அம்பாறை நகரத்தில் புதிய கிளையொன்றினை ஆரம்பிப்பதற்கான பொருத்தப் பாட்டினைப் பரீட்சிக்க வேண்டிய தேவை ஏற்பட்டுள்ளது.
  - கட்டளை இடப்பட்ட மூலப்பொருள் இருப்பில் உத்தேச தர மட்டம் காணப்படாமையினால் அது நிராகரிக்கப்பட்டது.
- ஒவ்வொரு கூற்றுக்களையும் முன்வைத்து அவற்றின் மூலம் வெளிப்படுத்தப்படுகின்ற வணிகத்துறைகளைக் குறிப்பிட்டுக் காட்டவும்.
- ஒவ்வொரு கூற்றுக்களின் மூலமும் பயன்படுத்தப்பட்டுள்ளது எனக் கருதக்கூடிய புள்ளி விபர நுட்ப முறைகள்:
  - (1) நேர்முகப் பரீட்சையில் பல்வேறு நியதிகளினடிப்படையில் புள்ளி வழங்கல், அப்புள்ளிகளைக் கூட்டுதல், அவற்றில் தீர்மானிக்கப்பட்ட சராசரிப் புள்ளியினை அடிப்படையாகக் கொண்டு பத்து ஊழியர்களைத் தெரிவு செய்யும் பொழுது தரவுப் பகுப்பாய்வு நுட்ப முறைகளாகிய இடை, வீச்சு, நிறையளிக்கப்பட்ட இடை என்பன பயன்படுத்தப்பட்டுள்ளன.
  - (2) 2014 இல் தேறிய இலாபத்தைக் கணிப்பிடல், 2015 இல் தேறிய இலாபத்தைக் கணிப்பிடல், 2014 உடன் ஒப்பிடும்பொழுது 2015 இன் இலாபத்தின் அதிகரிப்பைக் கணிப்பிடுதல், இலாப அதிகரிப்பின் வீதத்தினைக் கணிப்பிடுவதற்காக சுட்டெண்கள் பயன்படுத்தப்பட்டுள்ளன.

- (3) புதிய கிளையொன்றைத் திறப்பதற்கு முன்னர் அவை நடைமுறைக்குச் சாத்தியமானதா என்பதனைப் பரிசீலிப்பதற்கு மாதிரி ஆய்வு, எதிர்வு கூறல், கருதுகோள் சோதனை, புள்ளிவிபர மாதிரி, பிற்செலவுப் பகுப்பாய்வு, இணைவுக் குணகப் பகுப்பாய்வு, நிகழ்தகவு போன்ற நுட்ப முறைகள் பயன்படுத்தப்படும்.
- (4) கட்டளை இடப்பட்ட மூலப்பொருள் இருப்பினை நிராகரிக்கும்பொழுது மூலப்பொருளொன்றின் மாதிரியொன்றைப் பெற்றுக் கொள்ளல், உத்தேச நியமத்துக்கு ஏற்புடையாதல் என்பதனைத் தீர்மானித்தல் போன்ற புள்ளிவிபரத் தரக் கட்டுப்பாட்டு நுட்ப முறைகள் பயன்படுத்தப்படும்.
- இதற்கமையப் புள்ளிவிபரவியலில் பயன்படுத்தப்படும் நுட்ப முறைகளை விளக்கவும்.
  - வணிகத்துறை தவிர்ந்த ஏனைய துறைகளிலும் புள்ளிவிபரவியல் பயன்படுத்தப்படும் என்பதனைச் சுட்டிக் காட்டவும்.

#### **பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:**

- வணிகத்துறையில் பின்வரும் சந்தர்ப்பங்களின்போது தீர்மானமெடுப்பதற்காகப் புள்ளிவிபர நுட்ப முறைகள் பயன்படுத்தப்படும்.
  - தொழிற்சாலையொன்றை நிர்மாணிப்பதற்கான இடஅமைவைத் தெரிவு செய்யும் பொழுது
  - பொருட்கள், சேவைகளின் உற்பத்தியின்போது
  - உற்பத்தித் திட்டத்தைத் தயாரிக்கும்பொழுது
  - சந்தை ஆய்வின்போது
  - உற்பத்திக் கட்டுப்பாட்டின்போது
  - மனித வள நிர்வாகத்தின்போது
  - நிதித் திட்டத்தினைத் தயாரிக்கும்பொழுது
- பின்வரும் புள்ளிவிபரவியல் நுட்பமுறைகள் தீர்மானமெடுத்தலின்போது பயன்படுத்தப்படும்.
  - நிகழ்தகவு
  - மாதிரி ஆய்வு
  - பிற்செலவும் இணைவுக்குணகமும்
  - காலத்தொடர் பகுப்பாய்வு
  - புள்ளிவிபரத் தரக் கட்டுப்பாடு
  - மதிப்பீடு
  - சுட்டெண்
  - கருதுகோள் சோதனை
- வணிகத்துறையில் பின்வரும் விசேட சந்தர்ப்பங்களின்போது புள்ளிவிபர நுட்ப முறைகள் பயன்படுத்தப்படும்.
  - உற்பத்தி முகாமையின்போது
    - தொழிற்சாலையொன்றை நிறுவுவதற்கு முன்னர் பிரதேசத்தின் பொருத்தப்பாட்டினை தேடியறிவதற்காக நடைமுறைச் சாத்தியப்பாட்டினைத் தேடியறிதல்.
    - உற்பத்திப் பொருள், சேவைகளின் தரத்தினைச் சோதனை செய்வதற்காகப் புள்ளி விபரத் தரக் கட்டுப்பாட்டினைப் பயன்படுத்தல்.

- சந்தைப்படுத்தல் முகாமையின்போது
  - நுகர்வோனின் சுவையைத் தேடியறிவதற்காக மாதிரி ஆய்வு நுட்ப முறையைப் பயன்படுத்த முடிதல்.
  - விற்பனையின் கால ரீதியாக இடம்பெறும் மாறிகளை அறிந்து கொள்வதற்கு காலத்தொடர் பகுப்பாய்வினைப் பயன்படுத்த முடியும்.
- மனித வள முகாமைத்துவத்தின்போது
  - நிறுவனத்திற்கு ஊழியர்களை இணைத்துக் கொள்ளும்பொழுது வாழ்தன்மைத் தரவுகளைப் பகுப்பாய்வு செய்வதற்காக தரவுப் பகுப்பாய்வு முறைகள் பயன்படுத்தல்.
  - சம்பளத்தின் மீது ஊழியர் விளைதிறன் தங்கியிருக்கின்றதா என்பதனைத் தீர்மானிப்பதற்குக் கருதுகோள் சோதனையைப் பயன்படுத்த முடிதல்.
- நிதி முகாமையின்போது
  - செயற்றிட்டத்திற்கமைய எதிர்காலக் காசுப்பாய்ச்சலை மதிப்பீடு செய்வதற்கு சுட்டெண்கள் பயன்படுத்த முடிதல்.
  - எதிர்கால இலாபத்தை மதிப்பீடு செய்வதற்குப் பிற்செலவையும் இணைவுக் குணகத்தினையும் பயன்படுத்த முடிதல்.
- வணிகத்துறை தவிர்ந்த ஏனைய துறைகளிலும் புள்ளிவிபர நுட்பமுறைகள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன.
  - வைத்தியத் துறையில் நோயினை இனங்காண்பதற்கும் அவற்றிற்கான சிகிச்சை முறைகளையும் கண்டுபிடிப்பதற்கும், பொறியியல் துறையில் பல்வேறு ஆய்வு நடவடிக்கைகளில் ஈடுபடுவதற்கும்,
  - பொறியியல் துறையின் பல்வேறு ஆய்வுகளின்போது,
  - விவசாயத் துறையின் ஆய்வுகளுக்கானது. உதாரணமாக இயற்கைப் பசளைகளின் பயன்பாட்டின் விளைதிறன் தொடர்பான ஆய்வு.
  - பொருளியலில் சந்தைக் கேள்விக்கும் விலைக்குமிடையிலான தொடர்பினை அறிவதற்கும், மாற்று உற்பத்தி முறைகளில் சிறந்த உற்பத்தி முறையினைத் தெரிவு செய்வதற்கும்,
  - உற்பத்தி முகாமையின்போது மாற்று உற்பத்திச் சந்தர்ப்பங்களில் சிறந்த உற்பத்தி சந்தர்ப்பங்களைத் தெரிவு செய்வதற்கும்,
  - கல்வித் துறையில் பரீட்சைப் புள்ளிகளின் பகுப்பாய்விற்கும், மாணவர்களின் உளச்சார்புத் திறனை அளவீடு செய்வதற்கும், பரீட்சை புள்ளிகளை நியமம் படுத்தலும் (“Z” Score) போன்றவற்றிற்கும்,
  - காலநிலை நடவடிக்கைகளின்போது எதிர்வு கூறலை மேற்கொள்வதற்கு,
  - சமூக விஞ்ஞானம், உளவியல் போன்ற துறைகளில் சமூக நிகழ்வுகளைப் பகுப்பாய்வு செய்வதற்கும், தனிநபர் நடத்தைகளை இனங்காண்பதற்கும்,
  - பல்வேறு ஆய்வுக் கருமங்களுக்கும் புள்ளிவிபர நுட்ப முறைகள் பயன்படுத்தப்படும்.

**தேர்ச்சி 2.0:** வணிகத் தரவுகளை ஒழுங்கமைத்து முன்வைப்பார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 2.1:** தரவு சேகரிப்பின் பல்வேறு மூலங்களை அறிந்து கொள்வார்.

**பாடவேளைகள்:** 06

**கற்றற் பேறுகள்:**

- புள்ளி விபரத் தரவுகளை அறிந்து கொள்வார்.
- புள்ளிவிபரவியலைக் கற்பதற்குத் தரவுகளின் தேவைப்பாட்டினை விளக்குவார்.
- குடியென்றால் என்ன என்பதை அறிந்து கொள்வார்.
- மாதிரியென்றால் என்ன என்பதை அறிந்து கொள்வார்.
- அளவுரீதியான தரவுகளை அறிமுகப்படுத்தி உதாரணங்களை முன்வைப்பார்.
- பண்புரீதியான தரவுகளை அறிமுகப்படுத்தி உதாரணங்களை முன்வைப்பார்.
- அகரீதியான தரவுகளை அறிமுகப்படுத்தி அதற்கான உதாரணங்களை முன்வைப்பார்.
- புறரீதியான தரவுகளை அறிமுகப்படுத்தி அதற்கான உதாரணங்களை முன்வைப்பார்.
- அக, புறரீதியான தரவுகளின் மூலங்களுக்கான உதாரணங்களை முன்வைப்பார்.
- முதல் நிலை, இரண்டாம் நிலைத் தரவுகளுக்கான மூலங்களை அறிமுகப்படுத்தி, அவற்றின் வேறுபாடுகளை விளக்குவார்.
- முதல் நிலைத் தரவுகளின் மூலங்களின் நம்பகத்தன்மையினைச் சுட்டிக் காட்டுவார்.
- முதல் நிலைத் தரவுகளின் மூலங்களின் அனுசூலங்கள் பிரதிகூலங்களைச் சுட்டிக் காட்டவார்.
- இரண்டாம் நிலைத் தரவுகளின் மூலங்களைப் பட்டியல்படுத்துவார்.
- இரண்டாம் நிலைத் தரவு மூலங்களின் அனுசூலங்கள், பிரதிகூலங்களைச் சுட்டிக் காட்டுவார்.
- அளவீட்டின் பருமனுக்கமையத் தரவுகளை வகைப்படுத்துவார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- வகுப்பிலுள்ள சில மாணவர்களின் நிறை, உயரம் என்பவற்றைக் கேட்டறிந்து அவற்றைக் கரும்பலகையில் குறிக்கவும்.
- இவை வகுப்பு மாணவர்களின் நிறை, உயரம் என்பன தொடர்பான தரவுகளாகும் என்பதை விளக்கவும்.
- அதற்கேற்ப மாறிகளையும், பண்புகளையும் விளக்கவும்.
- பாடசாலை மாணவர்கள் பாடசாலைக்குச் சமூகமளிக்கும் முறை தொடர்பிலான தரவுகளைப் பெற்றுக் கொள்ளக்கூடிய முறைகள் தொடர்பில் மாணவர்களிடம் கேட்டறியவும்.
- இதற்காகப் பாடசாலையின் அனைத்து மாணவர்களும் பாடசாலைக்குச் சமூகமளிக்கும் முறையினை அல்லது தெரிவு செய்யப்பட்ட மாணவர்களில் சிலரிடம் இது தொடர்பில் கேட்டறிய முடியும் என்பதை உறுதிப்படுத்தவும்.
- இதற்கமைய குடியையும் மாதிரியையும் விளக்கவும்.
- மாதிரியானது குடியினைச் சரியாக வெளிப்படுத்தக்கூடியதாக இருக்க வேண்டுமென்பதை உதாரணமொன்றின் மூலம் விளக்கவும்.
- க.பொ.த. (சா/த) பரீட்சையில் வகுப்பு மாணவர்கள் கணிதப் பாடத்தில் பெற்றுக் கொண்ட தரங்களைக் கேட்டறிந்து அவற்றைக் கரும்பலகையில் குறிக்கவும்.

- வகுப்பிலுள்ள நேர்மையான மாணவர்களின் எண்ணிக்கை, பணிவுள்ள மாணவர்களின் எண்ணிக்கை, சிறந்த மாணவர்களின் எண்ணிக்கை, திறமையான மாணவர்களின் எண்ணிக்கை என்பவற்றைக் கேட்டறியவும்.
- புள்ளிவிபரவியலில் பெற்றுக் கொள்ளும் தரவுகளை அளவீர்தியான, பண்புர்தியான தரவுகளாக வகைப்படுத்த முடியும் என்பதை விளக்கவும்.
- மாணவர்கள் மேலதிக வகுப்புக்களில் பங்குபற்றுவதன் மூலம் பரீட்சையின் பெறுபேற்றினை அதிகரித்துக் கொள்ள முடியுமா என்பது தொடர்பான தரவுகள் தேவையெனக் கருதுவோம். இதற்காக,
  - பாடசாலை மாணவர்களிடம் கேட்டுத் தரவுகளைப் பெற்றுக் கொள்ளல்
  - ஏனைய பாடசாலை மாணவர்களிடம் கேட்டுத் தரவுகளைப் பெற்றுக் கொள்ளல்
  - பெற்றோர்களிடம் கேட்டுத் தரவுகளைப் பெற்றுக் கொள்ளல்
  - பாடசாலை ஆசிரியர்களிடம் கேட்டுத் தரவுகளைப் பெற்றுக் கொள்ளல்
  - மேலதிக வகுப்புக்களை நடத்தும் ஆசிரியர்களிடம் கேட்டுத் தரவுகளைப் பெற்றுக் கொள்ளல் போன்ற பல்வேறு முறைகளில் பெற்றுக் கொள்ளலாம்.
- இதற்கேற்ப அகரீதியான தரவுகள், புறரீதியான தரவுகளை விளக்கவும்.
- வகுப்பிலுள்ள மாணவர்களின் க.பொ.த. (சா.த) பெறுபேறு தேவைப்படுகின்றது எனக் கருதுவோம்.
- இதற்காக வகுப்பு மாணவர்களிடம் கேட்டு, பெறுபேறு தொடர்பான தரவுகளைப் பெற்றுக் கொள்ள முடியும்.
- அவ்வாறின்றி பாடசாலை அலுவலகத்திலுள்ள ஆவணங்களிலிருந்து மாணவர்களின் பெறுபேறு தொடர்பான தரவுகளைப் பெற்றுக் கொள்ளலாம்.
- இதற்கேற்ப முதலாம் நிலைத் தரவுகள், இரண்டாம் நிலைத் தரவுகள் என்றால் என்ன என்பதை விளக்கவும்.
- கிராமப் பகுதியொன்றின் கல்வி மட்டம் தொடர்பிலான தரவுகள் தேவையானதெனக் கருதுவோம்.
- இதற்கு அப்பிரதேசத்தின் ஆசிரியர்கள், பெற்றோர்கள் பௌதிக வளங்களை அவதானித்தல் போன்ற முறைகளினூடாகத் தரவுகளைப் பெற்றுக் கொள்ள முடியும் எனச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- இத்தரவுகளைப் பெற்றுக் கொள்ளும் முறையானது முதலாம் நிலைத் தரவு மூலம் என விளக்கவும்.
- வருடங்கள் பலவற்றிற்கான குடித்தொகை தொடர்பான தரவுகள் தேவைப்படுகின்றது எனக் கருதுவோம்.
- இதற்கான தரவுகளைப் பெற்றுக் கொள்ளக்கூடிய மூலங்களை மாணவர்களிடம் கேட்டறிந்து, அவற்றைக் கரும்பலகையில் குறித்துக் கொள்ளவும்.
- இதற்கான தரவுகளைப் பெற்றுக் கொள்ளக்கூடிய மூலங்களாக,
  - மத்திய வங்கியின் ஆண்டறிக்கை
  - சனத்தொகை புள்ளிவிபரவியல் திணைக்களத்தின் அறிக்கை
  - சஞ்சிகைகள் / பத்திரிகைகள் / வலைப்பின்னல் என்பவற்றைக் குறிப்பிட்டுக் காட்ட முடியும் என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும். இவை இரண்டாம் நிலைத் தரவு மூலங்கள் என விளக்கவும்.
- முதலாம் நிலைத் தரவுகளின் அனுகூலம், பிரதிகூலம் என்பவற்றை விளக்கவும்.
- இரண்டாம் நிலைத் தரவுகளின் அனுகூலங்கள், பிரதிகூலங்களை விளக்கவும்.

**செயற்பாடு:**

கீழே தரப்பட்டுள்ள மாறிகளுக்கான புள்ளிவிபர ரீதியிலான பெறுமானங்கள் காட்டப்பட்டிருக்கும் முறைக்கமைய,

- பெயரளவிலான அளவீடு
- தர வரிசை அளவீடு
- வகுப்பாயிடை அளவீடு / இடை வேறுபாட்டுப் பிரதேசம்
- விகித அளவீடு என வகைப்படுத்திச் செய்யவும்.

வயது, ஆண் பெண் தன்மை, கல்வி மட்டம், பொருளொன்றிற்கான நுகர்வோனின் சுவை, சமூக மட்டம், தோலின் நிறம், பொருளொன்றின் விலைமட்டங்கள், பொருளொன்றின் நிறை, கொழும்பு நகரின் வெப்பநிலை, தொலைக்காட்சி நிகழ்ச்சித் திட்டத்திற்கு வாசகர்கள் காட்டும் விருப்பு, தொழிற்சாலையொன்றின் ஊழியர்கள் பெற்றுக் கொள்ளும் லீவு.

**விடை:**

பெயரளவிலான அளவீடு	தர வரிசை அளவீடு	வகுப்பாயிடை அளவீடு	விகித அளவீடு
<ul style="list-style-type: none"> <li>• ஆண், பெண் தன்மை</li> <li>• தோலின் நிறம்</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• கல்வி மட்டம்</li> <li>• சமூக மட்டம்</li> <li>• தொலைக்காட்சி நிகழ்ச்சிக்கு வாசகர்கள் காட்டும் விருப்பு.</li> <li>• பொருளொன்றிற்கான நுகர்வோன் சுவை.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• கொழும்பு நகரின் வெப்ப நிலை</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• வயது</li> <li>• பொருளொன்றின் விலை மட்டங்கள்.</li> <li>• பொருளொன்றின் நிறை</li> <li>• ஊழியர் லீவு</li> </ul>

- பின்வரும் விடய ஆய்வினை வகுப்பில் முன்வைத்து அப்பாடப் பிரவேசத்தின் மூலம் விளங்கிக் கொள்ளச் செய்யவும்.

ஜெயதேவன் வித்தியாலயத்தின் அதிபர் புள்ளிவிபரவியல் பாடத்தைப் பாடசாலையில் கற்பிக்கும் பானுமதி ஆசிரியையை அழைத்துப் பாடசாலைக்கு நாளாந்தம் தாமதமாக சமூகமளிக்கும் மாணவர்கள் தொடர்பில் கவனம் செலுத்தி, அது தொடர்பிலான அறிக்கையொன்றைச் சமர்ப்பிக்கும் பொறுப்பு அவருக்கு ஒப்படைக்கப்பட்டது.

அந்த ஆசிரியை முதலாவதாகத் தாமதமாக வருகை தரும் மாணவர்கள் தொடர்பாக அறிந்து கொள்வதற்கான அப்பொறுப்பு வழங்கப்பட்டுள்ள மாணவர் தலைவர் தலைவிகளையும் அழைத்து அவர்களின் களப்பதிவுகளைப் பரிசீலித்ததன் மூலம் பின்வரும் விபரங்களை அவரால் பெற்றுக் கொள்ள முடிந்தது.

கடந்த மாதத்தில் ஒவ்வொரு நாளும் தாமதமாக  
சமூகமளித்த மாணவர்களின் எண்ணிக்கை

	வாரங்கள்			
	முதலாம் வாரம்	இரண்டாம் வாரம்	மூன்றாம் வாரம்	நான்காம் வாரம்
திங்கள்	38	40	36	42
செவ்வாய்	25	24	23	26
புதன்	27	26	25	21
வியாழன்	28	22	25	21
வெள்ளி	22	26	24	22

தாமதமாக வரும் மாணவர்களுடன் கலந்துரையாடிய பின்னர் பின்வரும் விடயங்கள் வெளிப்படுத்தப்பட்டன.

- (1) சில மாணவர்கள் பொதுவான பாடசாலைச் சேவை பேருந்துகளில் பாடசாலைக்கு வருகை தருகின்றமை.
  - (2) பொதுவாக திங்கள் கிழமையில் பாரிய வாகன நெரிசல்கள் காணப்படுவதனால் மாணவர்கள் கூடுதலாகத் தாமதமாகி வருகை தருகின்றனர்.
  - (3) பெற்றோர்களின் அன்றாட நடவடிக்கைகளுக்கு உதவுவதனால் சில மாணவர்கள் பாடசாலைக்கு வருகை தருவதில் தாமதமேற்படல்.
  - (4) 15 km ஐ விடக் கூடுதலான தூரத்திலிருந்து சாதாரண பிரயாணிகள் போக்குவரத்துப் பேருந்துகளில் சமூகமளிக்கும் மாணவர்களில் 5 பேர் தொடர்ந்தும் தாமதமாக சமூகமளிக்கின்றமை.
- பின்னர் பானுமதி ஆசிரியை 15 km ஐ விடக்கூடிய தூரத்திலிருந்து தொடர்ச்சியாகச் சமூகமளிக்கும் மாணவர்களின் பெற்றோர்களை அழைத்து கலந்துரையாடியபோது பின்வரும் தகவல்களைப் பெறக்கூடியதாக இருந்தது.
    - தனியார் பாடசாலைப் பேருந்துக்கு மாதாந்தம் ரூபா 3 000 த்திற்கும் 5 000 இற்குமிடையிலான தொகையினை செலுத்துவது சிரமமானது எனவும், மாதாந்தப் பருவ காலச் சீட்டுக்கு ரூபா 100 ஐ விடவும் குறைவான தொகையே செலுத்த வேண்டி ஏற்படும் என
    - பின்னர் தமது பெற்றோர்களின் அன்றாடக் கருமங்களுக்கு உதவி செய்வதன் காரணமாகத் தாமதமாகச் சமூகமளிக்கும் இரு மாணவர்களின் பெற்றோர்களைச் சந்தித்த பானுமதி ஆசிரியர் பின்வரும் தகவல்களை அறிந்து கொண்டார்.
      - மேய்ச்சலுக்காக மாடுகளை கட்டுதல், வயல் நிலங்களுக்கு நீர் பாய்ச்சுதல், இளைய சகோதர சகோதரிகளுக்கு உதவுதல் போன்ற காரணங்களுக்கு முகங்கொடுக்க வேண்டியிருப்பதனால் இவர்கள் பாடசாலைக்குத் தாமதமாகி வருகின்றனர்.

மேற்காட்டிய விடய ஆய்வு தொடர்பில் சிறந்த விளக்கத்தினைப் பெற்றுக் கொள்வதற்குத் தேவையான காலத்தைப் பெற்றுக் கொடுத்த பின்னர் பின்வரும் வினாக்களை மாணவர் களுக்கு முன்வைத்து அவர்களின் துலங்கல்களைக் கரும்பலகையில் குறிக்கவும்.

- பாடசாலைச் சூழலில் இருந்து பெற்றுக் கொள்ளக்கூடிய தரவுகள் எவை?
- பாடசாலைச் சூழலுக்கு வெளியிலிருந்து பெற்றுக் கொள்ளக்கூடிய தரவுகள் எவை?
- இத்தரவுகளில் புள்ளிவிபரத் தரவுகளாகக் கருதக்கூடியவை எவை?
- இத்தரவுகளில் காணப்படும் பண்புரீதியான தரவுகள் எவை?
- இவ்விடய ஆய்வினூடாகப் பெற்றுக் கொண்ட முதலாம் நிலைத் தரவுகள் எவை?
- இத்தரவுகளிலிருந்து பெற்றுக் கொள்ளக்கூடிய இரண்டாம் நிலைத் தரவுகள் எவை?

**பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:**

- ஏதேனும் ஆய்வொன்றில் யாதேனும் நபரொருவர் ஏதேனும் பொருளொன்று அல்லது ஏதேனும் இயற்கை நிலைமையொன்றுடன் தொடர்புடைய பண்பானது, பண்புரீதியான தொன்று என அழைக்கலாம்.

உதாரணம்:

- மின்குமிழ் ஒன்றின் ஆயுள்காலம்
- ஆண் பெண் தன்மை
- வகுப்பொன்றின் மாணவரொருவரின் உயரம் / நிறை
- வகுப்பு மாணவர் புள்ளிவிபரப் பாடத்தில் பெற்றுக் கொண்ட புள்ளி
- வகுப்பு மாணவரொருவர் ஒவ்வொரு பாடத்திலும் காட்டும் விருப்பு.
- வகுப்பு மாணவரொருவரின் தோலின் நிறம்.
- குறிப்பிட்ட பண்பொன்றிற்காக புள்ளிவிபர ரீதியான பெறுமானமொன்றை எடுக்க முடியாதிருப்பின் அது துணைப் பண்பொன்றன்று என அழைக்கப்படும்.
  - ஆண் பெண் தன்மை
  - உற்பத்தியொன்றின் பழுதடைந்த, பழுதடையாத நிலை
- அவ்வாறான பண்பு ரீதியானதொன்று அல்லது துணைப் பண்பொன்று தொடர்பில் பெற்றுக் கொள்ளப்படுவது அளவீட்டுத் தரவு (data) எனப்படும்.
- அவ்வாறான பண்பு ரீதியானதொன்று தொடர்பில் பெற்றுக் கொள்ளும் புள்ளிவிபரவியல் ரீதியான பெறுமானங்களுடன் வெளிப்படுத்தக் கூடியதாக இருப்பதனால், அவை அளவை நிறுவை மற்றும் கணித்தல் மூலம் பெற்றுக் கொள்ள முடியும்.

உதாரணம்:

- பாடசாலையில் ஒவ்வொரு வகுப்புக்களிலும் இருக்கும் மாணவர்களின் எண்ணிக்கை
- வகுப்பு மாணவர்களின் உயரம்
- தொழிற்சாலையொன்றில் அன்றாடம் உற்பத்தி செய்யும் அலகுகளின் எண்ணிக்கை
- மாணவரொருவர் புள்ளிவிபரவியல் பாடத்தில் பெற்றுக் கொண்ட புள்ளி
- துணைப் பண்பொன்று தொடர்பாகப் பெற்றுக் கொள்ளும் தரவின் மூலம் புள்ளிவிபரவியல் ரீதியான பெறுமானத்தை பெற்றுக் கொள்ள முடியாதிருப்பதனால் அவை பண்பு ரீதியான தரவாக இருப்பதுடன், அவை எண்ணுதல், அளவிடுதல் நிறுவையின் மூலம் அன்றி அவதானிப்பின் மூலமே பெற்றுக் கொள்ளப்படும்.

உதாரணம்:-

- (i) வகுப்பு மாணவரொருவர் ஒவ்வொரு பாடத்திலும் காட்டும் நாட்டம்.
- (ii) வகுப்பு மாணவர்களின் தோலின் நிறம்.



- புள்ளிவிபரவியல் ரீதியான கற்கைகளுக்கு அளவு ரீதியான தரவுகள் மட்டுமே பயன்படுத்தப்படும்.
- புள்ளிவிபரக் கல்வியில் அதற்குரிய சகல அலகுகளையும் உள்ளடக்கிய தொடை குடி என அழைக்கப்படும்.  
உதாரணம்:-  
- பாடசாலையின் 5 ஆம் தர மாணவர்களின் நிறை தொடர்பான ஆய்வில் அப்பாடசாலையின் 5 ஆம் தரச் சகல மாணவர்களையும் பயன்படுத்துதல்.  
- நூல் நிலையமொன்றின் புத்தகம் தொடர்பான கணிப்பீட்டின்போது அந்நூல் நிலையத்தின் அனைத்துப் புத்தகங்களும்
- ஆய்வின்போது ஆய்வுக்குட்படுத்தப்படுவதற்குக் குடியிலிருந்து தெரிவு செய்யப்பட்ட பகுதி மாதிரி எனப்படும்.  
உதாரணம்:- பாடசாலையின் 5 ஆம் தர மாணவர்களிலிருந்து தெரிவு செய்யப்படுகின்ற 30 மாணவர்கள்.
- ஆய்வுக்கு உட்படுத்தப்படும் குடி தொடர்பில் மிகச் சரியான முடிவுக்கு வருவதற்கு பிரதிநிதித்துவ மாதிரியொன்று தெரிவு செய்தல் வேண்டும்.
- யாதேனும் நிறுவனமொன்றில் சேகரிக்கப்படும் அல்லது பேணிச் செல்லும் தரவுகள் அகத்தரவுகளாகும்.  
உதாரணம்:- யாதேனும் நிறுவனமொன்றில் சேவை புரியும் ஊழியர்கள் தொடர்பான தரவுகள், கணக்கறிக்கைகள், சம்பள அறிக்கை போன்ற தரவுகளைப் பெற்றுப் கொள்ளவும்.
- யாதேனும் ஆய்வொன்றிற்காக நிறுவனமொன்றில் சேகரிக்கப்படும் தரவுகளுக்கு மேலதிகமாகத் தரவுகள் பிற நிறுவனங்களிலிருந்து அல்லது பிற நபர்களிடமிருந்து பெற்றுக் கொள்ளப்படும் தரவுகள் புறத்தரவுகள் எனப்படும். அவற்றை முதல் நிலை, இரண்டாம் நிலைத் தரவுகள் என்றவாறு வகைப்படுத்த முடியும்.
- புள்ளிவிபர ஆய்விற்காக முதல் முறையாகச் சேகரிக்கப்படும் தரவு முதலாம் நிலைத் தரவுகள் என்றழைக்கப்படும்.  
உதாரணம்:-  
- பசளை வகைகளின் விலை மட்டங்கள் தொடர்பாக விவசாயிகளிடம் கருத்துக்களைக் கேட்டல்.  
- குடிசனப் புள்ளிவிபரத் திணைக்களத்தின் மூலம் சேகரிக்கப்படும் தரவு.
- யாதேனும் நிறுவனமொன்று அல்லது நபரொருவர் ஏதேனும் ஆய்வொன்றிற்காகச் சேகரிக்கப்பட்ட தரவுகள் வேறேதும் ஆய்வொன்றிற்காக பயன்படுத்தப்படுமாயின் அவை இரண்டாம் நிலைத் தரவுகள் என அழைக்கப்படும்.  
உதாரணம்:- மழைவீழ்ச்சி தொடர்பான தரவுகளை, காலநிலை அவதான நிலையத் தினால் வெளியிடப்படுகின்ற கூற்றிலிருந்து பெற்றுக் கொள்ளல்.
- குடிசனப் புள்ளிவிபரத் திணைக்களத்தின் அறிக்கை, மத்திய வங்கி ஆண்டறிக்கை, பத்திரிகை, புத்தகங்கள், சஞ்சிகைகள், வலையமைப்புகள், வெப் தலைகள், நிறுவன நிதியறிக்கைகள் என்பன இரண்டாம் நிலைத் தரவு மூலங்களுக்கான உதாரணங்களாகும்

முதலாம் நிலைத் தரவுகளின் அனுகூலங்கள் சில பின்வருமாறு:

- தரவுகளில் உயர் நம்பகத்தன்மை காணப்படல்.
- சரியான தன்மையினைக் கொண்டிருத்தல்.
- ஆய்வின் நோக்கத்திற்கு ஏற்புடையதாக இருத்தல்.
- இற்றைபடுத்தக்கூடியதாக இருத்தல்.

முதலாம் நிலைத் தரவுகளின் பிரதிகூலங்கள் சில பின்வருமாறு:

- செலவு கூடுதலாகக் காணப்படல்.
- தரவு சேகரிப்பதற்குக் கூடுதலான காலம் எடுத்தல்.
- ஆய்வொன்றை மேற்கொள்வதற்குச் சிரமமான நிலையின்போது முதலாம் நிலைத் தரவுகளைச் சேகரிக்க முடியாதிருத்தல்.

இரண்டாம் நிலைத் தரவுகளினால் கிடைக்கப் பெறும் நன்மைகள் பின்வருமாறு:

- குறைந்த செலவில் தரவுகளைப் பெற முடிதல்.
  - குறுகிய காலத்தில் ஆய்வை முடிக்கக்கூடியதாயிருத்தல்.
- இரண்டாம் நிலைத் தரவுகளைப் பயன்படுத்துவதன் மூலம் கிடைக்கும் பிரதிகூலங்கள் பின்வருமாறு:
    - ஆய்வின் நோக்கத்திற்குப் பொருத்தமற்றிருத்தல்.
    - காலம் கடந்த தரவுகளாகக் காணப்படல்.
    - அத்தரவுகள் பல்வேறு நிபந்தனைகளின் அடிப்படையில் சேகரிக்கப்பட்டிருத்தல்.
    - முதலாம் நிலைத் தரவுகளுக்காகப் பல்வேறு திருத்தங்கள், மாற்றங்கள் செய்யப் பட்டிருத்தல்.
1. பெயர் அளவு (Nominal Scale)
  2. தரவரிசைப்பாட்டு அளவீடு (Ordinal Scale)
  3. ஆயிடை அளவீடு (Interval Scale)
  4. வீத அளவீடு (Ratio Scale)

**பெயர் அளவு கொண்ட தரவுகள்:**

- பல்வேறு வகை கொண்ட மாறியொன்றிற்குரிய துணைப் பண்புகள் பெயர்கள் எனும் வகையில் காணப்படும்பொழுது அத்துணைப் பண்புகளின் வகைப்படுத்தல்களை மேற்கொள்வதற்காக (வேறுபடுத்தி இனங்காண்பதற்காக) விருப்பின் அடிப்படையில் அடையாளங்கள் பிரயோகிக்கப்படும். அவ்வாறு சேகரிக்கப்படும் தரவு பெயர் அளவுடைய தரவு என்றழைக்கப்படும்.
- இவ்வடையாளங்கள் ரீதியிலான எண்ணிக்கையின் அடிப்படையில் கணித ரீதியாக கணிப்பீடு செய்ய முடியாது.
- இவ்வாறு பெறப்படும் தரவுகள் பெயர் அடைவு ரீதியான தரவுகளாக இருப்பதுடன் இதன் மூலம் துணைப் பண்புகள் ரீதியாக வேறுபடுத்தி இனங்காணப்படுதல் மட்டும் இடம்பெறும்.

உதாரணம்:-

- ஆண் பெண் தன்மையினை அறிந்து கொள்ளல். உரிய அடையாளத்தை சட்டகத்தில் அடையாளப்படுத்தவும்.

\* பெண் - F, ஆண் - M

\* பெண் - 1, ஆண் - 2

\* பெண் - G, ஆண் - B

- குறிப்பிட்ட சட்டகத்துள் “ X ” எனும் அடையாளத்தை இடவும்.

\* பெண்  ஆண்

- வதிவிட மாவட்டத்தை அறிந்து கொள்ளல்.
- \* கொழும்பு - C கம்பஹா - G களுத்துறை - K
- \* கொழும்பு - 1 கம்பஹா - 2 களுத்துறை - 3
- குறிப்பிட்ட சட்டகத்துள் “x” எனும் அடையாளத்தை இடவும்.
- \* கொழும்பு:  கம்பஹா:  களுத்துறை:

#### தர வரிசைப்பாட்டு அளவீட்டுத் தரவு

- பல்வேறு வகைப்படுத்தல்கள் கொண்ட மாறியொன்றிற்குரிய துணைப் பண்புகளின் அடிப்படையில் வகைப்படுத்தல்களைப் போன்று ஒப்பீடு செய்யக்கூடியவாறு கருத்துள்ளதாகக் காட்டப்படும் அடையாளங்கள் தர வரிசைப்பாட்டு அளவீடு என்றழைக்கப் படுவதுடன் அத்தரவுகள் தர வரிசைப்பாட்டு அளவீட்டுத் தரவாகும்.
- இத்தர வரிசைப்பாட்டிற்கிடையே நிலையான அளவீடொன்று பேணப்படாதிருக்கும்.
- இதன் மூலம் மாறியை இனங்காண்பதனைப் போன்று அதன் பருமன் தொடர்பாகவும் விளக்கமொன்று பெறப்படும்.

உதாரணம்:

கணித பாடத்திற்காக மாணவரொருவரின் விருப்பினை அறிந்து கொள்ளல்.  
உங்களது நிரலுக்குரிய அடையாளத்தைச் சட்டகத்தில் இடவும்.

- மிக விருப்புடையது - 4  
விருப்புடையது - 3  
விருப்பமின்மை - 2  
எவ்வாறாயினும் விருப்பமின்மை - 1
- மிக விருப்புடையது -   
விருப்புடையது -   
விருப்பமின்மை -   
எவ்வாறாயினும் விருப்பமின்மை -
- மிக விருப்புடையது - A  
விருப்புடையது - B  
விருப்பமின்மை - C  
எவ்வாறாயினும் விருப்பமின்மை - D

#### வகுப்பாயிடை அளவீட்டுத் தரவு / ஆயிடை அளவீட்டுத் தரவு

பூச்சிய நிலையில் காணப்படுவதும் ஆயினும் உண்மைப் பூச்சியமொன்றற்ற ஒப்பீட்டு ரீதியாக ஒழுங்கு முறையாக இருப்பதைப் போன்றே சமமான இடைவெளிகள் காணப்படுவதும் கணித ரீதியாகக் கணிப்பீடு செய்யக்கூடிய தரவு அளவீட்டு எல்லைத் தரவுகளாகும். இங்கு மாறியை இனங்காணவும் பருமனைச் சுட்டிக் காட்டுதல் என்பன போன்று நிலையான ஆயிடை காணப்படும்.

உதாரணம்:

- வெப்பநிலையை அளவிடுவதற்காகப் பயன்படுத்தப்படும் செல்சியஸ் பாகை ( $C^0$ ) யையும் பரனைற் பாகையையும் ( $F^0$ ) குறிப்பிட்டுக் காட்டலாம்.
- இவ்வளவீட்டு அளவீடுகள் இரண்டிலும் பூச்சியமொன்று (0) காணப்படும். ஆயினும் இது உண்மையான பூச்சியமொன்றன்று.

$$0C^0 = 32F^0$$

$$0F^0 = -17.7746C^0$$

ஓர் அலகொன்றின் தொடர்ச்சியான அலகுகளுக்கிடையே ஆயிடை சமமானதாகும்.

$$34C^0 - 33C^0 = 2C^0 - 1C^0 \text{ அல்லது}$$

$$98F^0 - 97F^0 = 2F^0 - 1F^0 \text{ ஆயினும்}$$

$$2F^0 - 1F^0 \neq 2C^0 - 1C^0$$

#### வீத அளவீட்டுத் தரவு

உண்மைப் பூச்சியமொன்று காணப்படும் வகுப்பாயிடைகளுக்கிடையிலான பருமன் சமமாக அமையும் இரு எண்ணிக்கைகளுக்கிடையே வீதமானது கருத்துள்ளதாக அமையுமாறு சகல கணித ரீதியாக கணிப்பிடக்கூடிய தரவு அளவீட்டு எல்லையின் தரவாகக் கருதப்படும். இவ்வளவீட்டின் வகைப்படுத்தப்பட்ட மாறிகளை இனங்காண பருமனைச் சுட்டிக் காட்டுதல், நிலையான ஆயிடை காணப்படல் ஆகிய பண்புகளைக் காணமுடியும்.

உதாரணம்:

- அடையாளம்
- உயரம்
- நிறை
- வயது / ஆயுட்காலம்
- வருமானங்கள் / செலவுகள்

**தேர்ச்சி 2.0:** வணிகத் தரவுகளை ஒழுங்கமைத்து முன்வைப்பார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 2.2:** தரவுகளைச் சேகரிப்பதற்குத் தேவையான உபகரணங்களை உருவாக்குவார்.

**பாடவேளைகள்:** 10

**கற்றற் பேறுகள்:**

- தரவுகள் சேகரிக்கும் முறையினை அறிமுகப்படுத்துவார்.
- நேர்முக உரையாடல் முறையினை விளக்குவார்.
- நேர்முக உரையாடலின் அனுகூலங்கள், பிரதிகூலங்களைச் சுட்டிக் காட்டுவார்.
- சுய கணிப்பீடு செய்தலை விளக்குவார்.
- சுய கணிப்பீடு செய்தலின் அனுகூலம், பிரதிகூலங்களைச் சுட்டிக் காட்டுவார்.
- தொலைபேசிக் கலந்துரையாடல் முறையினை அறிமுகப்படுத்துவார்.
- தொலைபேசிக் கலந்துரையாடலின் அனுகூலம், பிரதிகூலங்களைச் சுட்டிக் காட்டுவார்.
- நேர் அவதானிப்பு முறை மூலம் தரவு சேகரிப்பு முறையினை விளக்குவார்.
- நேர் அவதானிப்பு முறையின் அனுகூலங்கள், பிரதிகூலங்களைச் சுட்டிக் காட்டுவார்.
- இலத்திரனியல் தரவு சேகரிப்பு முறையினை விளக்குவார்.
- குவிவாக்கப்பட்ட குழு முறை மூலம் தரவுகளைச் சேகரிக்கும் முறையினை விளக்குவார்.
- தரவு சேகரிக்கும் பல்வேறு கருவிகளை ஒப்பீட்டு ரீதியில் பகுப்பாய்வு செய்வார்.
- வினாக்கொத்து, துணைப்பட்டியல் என்பனவற்றைத் தயாரிக்கும்போது கவனத்தில் கொள்ளவேண்டிய விடயங்களை விளக்குவார்.
- முழுமையான சோதனை என்றால் என்ன என்பதை விளக்குவார்.
- தரவு நெறிப்படுத்தலை அறிமுகப்படுத்தி அதன் முக்கியத்துவத்தை விளக்குவார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- நீங்கள் வாழும் பிரதேசத்தில் மக்களின் தொழில், வருமானம் என்பவை தொடர்பி லான தரவு சேகரிக்கும் முறைகள் தொடர்பில் வகுப்பு மாணவர்களிடம் கேட்டறியவும்.
- மாணவர்களினால் குறிப்பிடப்படுகின்ற முறைகளைக் கரும்பலகையில் குறித்துக் கொள்ளவும்.
- அம்முறைகளின் உதவியுடன், முதலாம் நிலைத் தரவு சேகரிக்கும் முறையினைப் பட்டியல்படுத்தவும்.
- பின்வரும் ஆய்விற்குத் தேவையான தரவுகளைச் சேகரிப்பதற்குப் பொருத்தமான முறைகளைப் பெயரிடுமாறு மாணவர்களுக்குக் கூறி, அவ்வாறு பெயரிடுவதற்கான காரணங்களைக் கேட்டறியவும்.
  - மாவட்டத்தின் பாடசாலைகளில் உயர்தர மாணவர்களின் வாசிப்பதிலுள்ள விருப்புத் தொடர்பான ஆய்வு செய்தல்.
  - கிராமப் பகுதியொன்றின் மக்களின் சுகாதாரப் பிரச்சினைகள் தொடர்பாக ஆய்வு செய்தல்.
  - கொழும்புப் பங்குச் சந்தையின் இன்றைய நிலையில் பங்கு விலை மட்டங்கள் தொடர்பாக ஆய்வு செய்தல்.

- அதிவேக வீதியொன்றில் பயணிக்கும் வாகன வகைகள் தொடர்பாக ஆய்வு செய்தல்.
  - புதிய மென்பொருள் ஒன்றின் வினைத்திறன் தொடர்பாக ஆய்வு செய்தல்.
  - நிறுவனமொன்றினால் ஏற்பாடு செய்த பயிற்சிப்பட்டறை வேலைத்திட்டத்தின் வெற்றி தொடர்பான கருத்துக்களை அந்நிகழ்வில் பங்குபற்றியவர்களிடமிருந்து பெற்றுக் கொள்ளல்.
  - தேசிய ரீதியில் பரந்து காணப்படுகின்ற நபர்களின் புதிய உற்பத்திகளின் தரரீதியான பண்புகளைக் கேட்டறிதல்.
- மாணவர்களினால் வழங்கப்பட்ட விடைகளைப் பயன்படுத்தி, அம்முறைகளில் ஒப்பீட்டு ரீதியான அனுகூலங்கள், பிரதிகூலங்களை விளக்கவும்.
  - பின்வரும் வினாக்கொத்தை வகுப்பில் முன்வைத்து, அதனைப் பூரணப்படுத்துவதற்கு மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.
    1. தரம் -
    2. பிறந்த திகதி -
    3. பின்வரும் ஒவ்வொரு உருப்படிகளுக்கும் நீங்கள் ஒரு மாதத்தில் செலவிடப்படும் பணத்தொகை எவ்வளவு?
      - சிற்றுண்டிசாலையிலிருந்து உணவுக் கொள்வனவு
      - போக்குவரத்துச் செலவு
      - ஆடை அணிகள்
      - பென்சில், பேனை, புத்தகம், எழுதுகருவிகள்
      - ஏனையன
    4. நீங்கள் ஒரு வாரத்தில் பாடசாலைக்குச் சமூகமளிக்காத நாட்களின் எண்ணிக்கையாக இருப்பது,
      - 0 -
      - 1 - 2
      - 2 - 3
      - 3ஐ விடக் கூடிய
    5. க.பொ.த. (சா.த)ப் பரீட்சையில் நீங்கள் பெற்றுக் கொண்ட தரங்களின் எண்ணிக்கை எவ்வளவு?
 

• A	• C	• W
• B	• S	
    6. பாடசாலை மட்டக் கணிப்பீட்டுச் செயன்முறையில் நீங்கள் கொண்டுள்ள விருப்பம்,
 

• விருப்பமானது	• விருப்பமில்லை
----------------	-----------------
    7. கடந்த வருடத்தில் நீங்கள் புத்தகத்திற்காக செலவிடப்பட்ட பணத் தொகை எவ்வளவு?  
ரூ.....
    8. தனிப்பட்ட மேலதிக வகுப்புக்கள் தேவையானது என நீங்கள் கருதுகின்றீர்களா?
 

• ஆம்	• இல்லை
• சொல்ல முடியாது	• சிலவேளைகளில் தேவையானது
• எவ்வேளையிலும் தேவையற்றது	

9. தேர்ச்சி விருத்திச் செயற்றிட்டம் தொடர்பிலான உங்களது கருத்துக்களைக் குறிப்பிடவும்.

.....  
.....  
.....

10. நீங்கள் மாதத்திற்குச் சிற்றுண்டிச்சாலையில் உணவு குடிபானங்களுக்காகச் செலவு செய்யும் பணத்தொகையானது உங்களது குடும்ப வருமானத்தில் எத்தனை வீதத்தைக் கொண்டுள்ளது?

11. உங்களது குடும்ப அங்கத்தவர்களின் எண்ணிக்கை

- 1
- 2
- 3
- 4
- 5
- 5 ஐ விட அதிகம்

- வினாக்கொத்தின் உதவியுடன் பின்வருவனவற்றை விளக்கவும்.
  - சிறந்த வினாக்கொத்தொன்றில் இருக்க வேண்டிய பண்புகள்
  - வினாக்கொத்தொன்றில் உள்ளடங்க வேண்டிய வினா வகைகளும் அவற்றின் அனுசூலங்களும் பிரதிகூலங்களும்
  - வினாக்கொத்தொன்றைத் தயாரிக்கும் படிமுறை
  - முழுமையான சோதனை
- மேற்காட்டிய வினாக்கொத்தில் காணப்படுகின்ற பலவீனம் தொடர்பாகப் பின்வரும் விடயங்களின் உதவியுடன் தெளிவுபடுத்தவும்.
  - வினாக்கொத்தின் கட்டமைப்பிலுள்ள குறைபாடுகள்:  
மேற்காட்டிய வினாக்கொத்தில் 1, 2 ஆகிய வினாக்கள் தனிப்பட்ட ரீதியிலான தகவல்கள் தொடர்பில் கேட்கப்பட்டாலும் கூட மீண்டும் 11ம் வினாவில் தனிப்பட்ட ரீதியிலான தகவல்கள் கேட்கப்படுகின்றது. சமமான தகவல்கள் தொடர்பில் கேட்கப் படுகின்ற வினாக்கள் ஒன்றாக இருக்கக்கூடியவாறு வினாக்கள் உள்ளடக்கப்படல் வேண்டும்.
  - விடையளிப்பதற்குச் சிரமமான வினாக்கள் உள்ளடக்கப்பட்டிருத்தல்:  
மேற்காட்டிய வினாக்கொத்தின் 3வது வினாவில் ஆடை அணிகளுக்குச் செலவிடப் பட்ட தொகையினைக் கேட்டல்.
  - கடினமான வினாக்கள் உள்ளடக்கப்பட்டிருத்தல்:  
6வது வினாவானது கடினமான வினாவொன்றாகும். வினாவில் இரு விடைகள் மட்டும் முன்மொழியப்பட்டுள்ளது.
  - சிக்கலான எண்ணுதலை அடிப்படையாகக் கொண்ட வினா உள்ளடக்கப்படல்.
  - 10ம் வினாவானது சிக்கலான எண்ணுதலை உள்ளடக்கப்பட்ட வினாவாகும்.
  - காலம் கடந்த விடயங்கள் தொடர்பில் கேட்கப்படும் வினாக்கள் உள்ளடக்கப்பட்டிருத்தல்.  
7வது வினா அவ்வாறான காலம் கடந்த விடயங்கள் தொடர்பாக வினவப்படும் வினாவொன்றாகும்.

### **பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:**

- முதல் நிலைத் தரவுகளைச் சேகரிக்கும் பல்வேறு முறைகளில் சில பின்வருமாறு:
  - நேரடி அவதானிப்பு
  - சுயகணிப்பீட்டு முறை (வினாக்கொத்து முறை)
  - தொலைபேசிக் கலந்துரையாடல் முறை
  - நேர்முக உரையாடல் முறை
  - இலத்திரனியல் மூலம் தரவுகளைச் சேகரித்தல் முறை
  - குவிவாக்கப்பட்ட குழுக் கலந்துரையாடல் முறை

### **தனிப்பட்ட நேர்முகக் கலந்துரையாடல் முறை**

- தனிநபர்கள் ஒருவரோடொருவர் கலந்துரையாடித் தரவுகளைப் பெற்றுக் கொள்வது தனிப்பட்ட நேர்முகக் கலந்துரையாடல் முறையாகும்.
- இங்கு துலங்கலை வழங்குபவர் ஆய்விற்குட்படுத்துபவரினால் வழங்கும் தரவுகள் துணைப்பட்டியலில் விசாரணை அதிகாரி (ஆய்வு செய்பவரினால்) பரீட்சகரால் பதிவு செய்யப்படும்.
- கிராமப் பிரதேசமொன்றின் மக்களின் வாழ்க்கைத் தரம் தொடர்பான ஆய்வொன்றின் போது தெரிவு செய்த சில குடும்பங்களைச் சந்தித்துக் கலந்துரையாடல் செய்வதன் மூலம் தரவு பெற்றுக் கொள்ளலை உதாரணமாகச் சுட்டிக் காட்ட முடியும்.
- தரவு சேகரிப்பில் நேர்முகக் கலந்துரையாடல் முறையினைப் பயன்படுத்துவதன் ஒப்பீட்டு ரீதியான அனுகூலங்களிற் சில பின்வருமாறு:
  - ஒப்பீட்டு ரீதியில் கூடிய துலங்கல் விகிதமொன்றை எதிர்பார்க்கலாம்.
  - உயர் நம்பிக்கையுடன் கூடிய தரவுகளைப் பெற்றுக் கொள்ளக்கூடியதாக இருத்தல்.
  - துலங்கலைப் பெறுபவர் தரவுகளைப் பெற்றுக் கொள்ளும்போது, அவரின் ஆய்வு தொடர்பில் நம்பிக்கையை உறுதிப்படுத்த முடிதல்.
  - குறைந்த கல்வி மட்டத்தைக் கொண்ட நபர்களிடமிருந்தும் கூடத் தரவுகளைப் பெற்றுக் கொள்ள முடிதல்.
  - துலங்கலை வழங்குபவரினால் பெற்றுக் கொடுக்கும் விடைகளின் உண்மைத் தன்மையினை உறுதிப்படுத்தக்கூடியதாக இருத்தல்.
- நேர்முகக் கலந்துரையாடலில் காணப்படுகின்ற ஒப்பீட்டு ரீதியான பிரதிகூலங்களுட் சில பின்வருமாறு:
  - செலவு கூடிய முறையொன்றாகும்.
  - மற்றொருவர் முன்னிலையில் விடையளிப்பதற்கு விருப்பமற்ற உணர்வுபூர்வமான வினாக்களுக்கு விடைகளைப் பெற்றுக் கொள்வது சிரமமானதாக இருக்கும்.
  - விசாரணை அதிகாரியின் தனிப்பட்ட நிலைமைகள் தரவுகளில் தாக்கத்தை ஏற்படுத்தும்.
- பரீட்சிப்பவரின் பயிற்சி அனுபவம் என்பவற்றிற்கேற்பவே தனிப்பட்ட நேர்முகக் கலந்துரையாடல் முறை கூடிய வினைதிறன் கொண்டதாகக் காணப்படும்.
- **நேர் அவதானிப்பு முறை**
  - தகவலைப் பெறுபவர் உரிய துறை தொடர்பில் நேரடியாகத் தொடர்பை ஏற்படுத்தி அவதானிப்பதன் மூலம் தரவுகளை அறிக்கைப்படுத்துவதே நேர் அவதானிப்பு முறையாகும்.
  - இதற்காகக் கருவிகளையும் உபகரணங்களையும் பயன்படுத்த முடியும்.
  - உதாரணம்:- CCTV கருவி, வேகமானி



- நேர் அவதானிப்பு முறையின் ஒப்பீட்டு ரீதியான அனுகூலங்களுட் சில பின்வருமாறு:
  - உண்மைத் தன்மை உயர் மட்டத்தில் காணப்படும்.
  - துலங்கல் விகிதமும் உயர் மட்டத்தில் காணப்படும்.
  - தரவுகளின் நம்பகத் தன்மை உயர் மட்டத்தில் காணப்படும்.
  - தரவுகளின் செல்லுபடியாகும் தன்மையினை உறுதிப்படுத்துவதற்கு வேறு உறுதிகள் அவசியமில்லை.
- நேர் அவதானிப்பு முறையின் ஒப்பீட்டு ரீதியான பிரதிகூலங்களுட் சில பின்வருமாறு:
  - பாவனை மட்டுப்பட்டிருத்தல்.
  - காலமும் செலவும் உயர்வாகக் காணப்படல்.
  - ஆள் சார்புடையதாகக் காணப்படல்.
  - பயன்படுத்தப்படுகின்ற தொழில் நுட்ப உபகரணங்களின் தர ரீதியான பண்புகளின் அடிப்படையில் பெறுபேறுகள் மாற்றமடைதல்.
- **சுய கணிப்பீட்டு முறை**
  - துலங்கலை வெளிப்படுத்துவதற்கு வினாக்கொத்தொன்றினைப் பெற்றுக் கொள்வதற்கு வழி வகை செய்து, அதற்குரிய விடையினைப் பெற்றுக் கொள்ளுதல் சுய கணிப்பீட்டு முறையாகும்.
  - இங்கு தரவுகள் துலங்கலை வெளிப்படுத்துபவராலேயே / ஆய்விற்குட்படுபவரினாலேயே பதிவு செய்யப்படும்.
  - துலங்கலை வழங்குபவருக்குத் தபால் மூலமோ அல்லது வேறு முறைகளிலோ வினாக்கொத்தைப் பெற்றுக் கொள்ள முடியும்.
- தரவு சேகரித்தலுக்குச் சுய கணிப்பீட்டு முறையினைப் பயன்படுத்துவதனால் கிடைக்கும் ஒப்பீட்டு ரீதியான அனுகூலங்கள் சில பின்வருமாறு:
  - பூகோள ரீதியில் விரிவான பிரதேசத்திலிருந்தும் தனிநபர்களிடமிருந்தும் தரவுகளைச் சேகரிக்க முடியுமாயிருத்தல்.
  - குறைவான செலவில் கூடுதலான பிரிவினரது தரவுகளைப் பெற்றுக் கொள்ள முடிதல்.
  - உணர்வுபூர்வமான வினாக்களுக்கு விடைகளைப் பெற்றுக் கொள்ள முடிதல்.
  - ஆய்வினைக் குறைவான நேரத்தில் பூர்த்தி செய்ய முடிதல்.
- சுய கணிப்பீட்டு முறையில் காணப்படுகின்ற ஒப்பீட்டு ரீதியான பிரதிகூலங்கள் சில பின்வருமாறு,
  - கிடைக்கும் துலங்கல்களின் வீதம் கீழ் மட்டத்தில் காணப்படல்.
  - வழங்கப்படும் தரவுகளின் சரியான தன்மையினை உறுதிப்படுத்திக் கொள்ள முடியாதிருத்தல்.
  - குறைவான நம்பகத்தன்மையுடன் கூடியதாக இருத்தல்.
  - குறைந்த கல்வி மட்டத்துடன் கூடிய தனிநபர்களிடமிருந்து தரவுகளைப் பெற்றுக் கொள்ள முடியாதிருத்தல்.
  - ஆய்வுக்குட்படுபவருக்கு வினாக்கள் தொடர்பில் விளக்கத்தை பெற்றுக் கொள்வதற்குச் சிரமமான சந்தர்ப்பங்களில் அதனை தெளிவுபடுத்திக் கொள்வதற்கு உதவியாளர் ஒருவர் இல்லாதிருத்தல்.

- சுய கணிப்பீட்டு முறையானது சீரான கல்வி மட்டத்தைக் கொண்ட பிரிவினர்களிடமிருந்து தரவுகளைப் பெற்றுக் கொள்ளும் சந்தர்ப்பத்தின் போதே மிகவும் வினைதிறன் கொண்டதாக இருக்கும்.

#### **தொலைபேசிக் கலந்துரையாடல் முறை**

- தொலைபேசிச் செய்தியொன்றை வழங்கி வினாக்களை அதன் மூலம் வினவி தரவுகளைச் சேகரிக்கும் முறையே தொலைபேசிக் கலந்துரையாடல் முறையாகும்.
- பெறப்படும் தரவுகள் பரீட்சகர்களினால் துணைப்பட்டியலொன்றில் பதிவு செய்யப்படும்.
- தொலைபேசிக் கலந்துரையாடலின் ஒப்பீட்டு ரீதியான நன்மைகள் சில பின்வருமாறு:
  - விரைவாகத் தகவல்களைப் பெற்றுக் கொள்ள முடிதல்.
  - தேசிய, சர்வதேச அளவில் இடம்பெறும் ஆய்வுகளின்போது இதனைப் பயன்படுத்தக் கூடியதாக இருத்தல்.
  - நேர்முகக் கலந்துரையாடல் முறையுடன் ஒப்பிடும்போது கிரயம் குறைவாக இருத்தல்.
- தொலைபேசிக் கலந்துரையாடலின் ஒப்பீட்டு ரீதியான பிரதிகூலங்களிற் சில பின்வருமாறு:
  - தரவுகளைச் சேகரிப்பதற்காகத் துலங்கலை வழங்குபவரின் தொலைபேசி இலக்கத்தைப் பெற்றுக் கொள்ளல் கட்டாயமாக இருத்தல்.
  - தொலைபேசி வசதிகள் இல்லாத சந்தர்ப்பங்களின்போது தரவுகளைப் பெற்றுக் கொள்ளும் மாதிரியானது பிரதிநிதித்துவப்படுத்தாத மாதிரியொன்றாகக் காணப்படல்.
  - துலங்கலை வழங்குபவரினால் பெற்றுக் கொடுக்கும் தரவுகளின் உண்மைத் தன்மையினை உறுதிப்படுத்திக் கொள்ள முடியாதிருத்தல்.
  - தொலைபேசி வலையமைப்புக்களில் ஏற்படுகின்ற தொடர்பாடல் தடைகள் காரணமாகத் தரவுகள் திரிவுபடும் நிலை காணப்படல்.
- **இலத்திரனியல் தரவு சேகரிக்கும் முறை**
  - புதிய இலத்திரனியல் தொழில்நுட்ப முறைக் கருவிகளைப் பயன்படுத்தித் தரவு சேகரித்தல் இலத்திரனியல் தரவு சேகரித்தல் முறை எனப்படும். இது E.Research எனவும் அழைக்கப்படும்.
  - இலத்திரனியல் முறையைப் பயன்படுத்தித் தரவு சேகரிப்பதற்குப் பயன்படுத்தக்கூடிய சில முறைகள் பின்வருமாறு:
    - கணினியுடன் தொடர்புடைய கலந்துரையாடல் முறை (CAPI)
    - கணினியுடன் தொடர்புடைய சுய கணிப்பீட்டு முறை (CASE)
    - மின்னஞ்சல் ஆய்வு (இலத்திரனியல் தபால்) (E-mail survey)
    - வலையமைப்பு ஆய்வு (web survey)
- இலத்திரனியல் தரவு சேகரிக்கும் முறைகளின் ஒப்பீட்டு ரீதியான அனுகூலங்களில் சில கீழே தரப்பட்டுள்ளன.
  - பயன்படுத்தத்தல் இலகுவானது.
  - விரைவாகத் தரவுகளைச் சேகரிக்க முடிதல்.
  - செலவு குறைவானது.
  - தரவுகளை ஒழுங்கமைத்தல் இலகுவாக இருத்தல்.
  - சர்வதேச ரீதியாகப் பரவலாக வாழும் தனிநபர்களின் தரவுகளைப் பெற்றுக் கொள்வது இலகுவானது.

- இலத்திரனியல் தரவு சேகரிக்கும் முறைகளில் ஒப்பீட்டு ரீதியிலான பிரதிகூலங்களில் சில பின்வருமாறு:
  - துலங்கல் வீதம் குறைவடையலாம்.
  - நம்பகத்தன்மை குறைவாக இருத்தல்.
  - புதிய தொழில்நுட்ப வசதிகள் இல்லாத சந்தர்ப்பங்களில் பிரதிநிதித்துவப்படுத்தக் கூடிய மாதிரியொன்றைப் பெற்றுக் கொள்ள முடியாதிருத்தல்.
- **குவிமயமாக்கப்பட்ட குழுக் கலந்துரையாடல் முறை**
  - தரவு சேகரிக்கப்பட வேண்டிய துறை தொடர்பாக அறிவு, அனுபவங்கள் என்பவற்றுடன் கூடிய சிறிய தனிநபர் குழுவொன்றுடன் கலந்துரையாடித் தரவு சேகரிக்கும் முறையே குவிமயமாக்கப்பட்ட குழுக் கலந்துரையாடல் முறையாகும்.
  - இங்கு அவதானிப்பவரினால் குறித்த குழுவின் அங்கத்தவர்களுக்கு வழங்கப்பட வேண்டிய தரவுகள் தொடர்பாக ஆலோசனை வழங்கப்படும்.
- குவிமயமாக்கப்பட்ட குழுக் கலந்துரையாடல் முறையின் ஒப்பீட்டு ரீதியான அனுகூலங்களுட் சில பின்வருமாறு:
  - மிக ஆழமான விடயங்களை அறிந்து கொள்வதற்குப் பயன்படுத்தக்கூடியதாக இருத்தல்.
  - மனப்பாங்கு, நம்பிக்கை, அனுபவம் போன்ற பண்பு ரீதியான தரவுகளைப் பெற்றுக் கொள்வதற்கு மிகப் பொருத்தமான முறையொன்றாக இருத்தல்.
  - ஏனைய முறைகளுடன் ஒப்பிடுமிடத்து செலவு குறைவானதாக இருத்தல்.
  - கலந்துரையாடலின்போது கருத்துக்கள் பரிமாறப்படுவதால் துலங்கல் வீதமானது உயர் மட்டத்தில் காணப்படுதல்.
  - தரவுகளின் நம்பகத்தன்மை கூடுதலாகக் காணப்படுதல்.
  - தேவையான அளவு ரீதியான தரவுகளைப் பெற்றுக் கொண்டதன் பின்னர் மேலதிக விரிவான தரவுகளைப் பெற்றுக் கொள்வதற்கான முறையொன்றாகப் பயன்படுத்தக் கூடியதாக இருத்தல்.
  - தனிநபர் நேர்க் கலந்துரையாடல் முறையுடன் ஒப்பிடும்போது குவிமயமாக்கப்பட்ட குழுக் கலந்துரையாடல் முறையின் மாதிரி விசாலமானதாக இருத்தல்.
- குவிமயமாக்கப்பட்ட குழுக் கலந்துரையாடல் முறையின் ஒப்பீட்டு ரீதியான பிரதிகூலங்களுட் சில பின்வருமாறு:
  - குறிப்பிட்ட நோக்கமொன்றிற்கான பல்வேறு கருத்துக்கள் துலங்கல்களாகக் கிடைக்கப் பெறல்.
  - இதன் காரணமாகத் தரவுப் பகுப்பாய்வு செய்தல் சிரமமானதாக இருத்தல்.
  - முடிவுகளுக்கு வருவதில் காலதாமதம் ஏற்படலாம்.
  - புதிய உற்பத்திகள் தொடர்பாக மீள வலுவூட்டலைப் பெற்றுக் கொள்வதற்குச் சந்தைப்படுத்தல் துறையில் இம்முறை கூடுதலாகப் பயன்படுத்தப்படும்.
- சுயகணிப்பீட்டுக்கான வினாக்கொத்தொன்று பயன்படுத்தப்படல் வேண்டும். ஏனைய முறைகளுக்காக துணைப் பட்டியல் பயன்படுத்தப்படும்.
- உருவாக்கப்படும் வினாக்கள் பின்வரும் பண்புகளைக் கொண்டிருத்தல் வேண்டும்.
  - நோக்கத்திற்குப் பொருந்தக்கூடியதாக இருத்தல்.
  - விருப்புக்குரிய, சிக்கலான, பல்கருத்துக்களைக் கொண்டிராதவைகளாக இருத்தல்.
  - சிந்தனையைத் தூண்டக்கூடியதாக இருத்தல்.
  - தெளிவாகவும் இலகுவானதாகவும் இருத்தல்.

- தரவு சேகரிக்கும் உபகரணம் ஒன்றாகிய வினாக்கொத்து பின்வரும் பண்புகளைக் கொண்டிருத்தல் வேண்டும்.
  - வினாக்கொத்தின் நோக்கம் தெளிவுபடுத்தப்பட்டிருத்தல்.
  - வினாக்கொத்து நீண்டு செல்லாதிருத்தல்.
  - வினாக்கள் முறையாக ஒழுங்குபடுத்தப்பட்டிருத்தல்.
  - விடைகளை வழங்குவதற்கான தெளிவான ஆலோசனைகள் உள்ளடக்கப்பட்டிருத்தல்.
  - தெளிவற்ற வினாக்கள் உள்ளடக்கப்படாதிருத்தல்.
  - பல்வேறு கருத்துக்களை உள்ளடக்கிய பதங்களை உட்படுத்தாதிருத்தல்.
  - சிக்கலான எண்ணுதலுடன் கூடிய வினாக்கள் உள்ளடக்காதிருத்தல்.
- வினாக்கொத்தில் பின்வரும் முறைகளில் வினாக்களை உள்ளடக்க முடியும்.
  - இரு தேர்வு வினாக்கள்
  - பல் தேர்வு வினாக்கள்
  - சுயாதீனமாக விடையளிக்கக்கூடிய வினாக்கள்
  - நேரடியான விடையினை எதிர்பார்க்கக்கூடிய வினாக்கள்
- இருதேர்வு, பல்தேர்வு, நேரடி விடையளித்தலை எதிர்பார்க்கும் வினாக்களின் மூலம் விடையளிப்பவர்களின் எண்ணப்படி விடையளிப்பது கடினமாக இருப்பதுடன் சுயாதீனமான வினாக்களுக்கு அவர்களது எண்ணப்படி விடையளிக்க முடியும்.
- சுயாதீனமான விடையினை எதிர்பார்க்கும் வினாக்களுக்குக் கிடைக்கும் விடைகளின் மூலம் புதிய கருத்துக்களைப் பெற்றுக் கொள்ள முடியும்.
- இருதேர்வு, பல்தேர்வு விடைகளைப் பகுப்பாய்வு செய்வது இலகுவானதுடன் சுயாதீனமான விடைகளை எதிர்பார்க்கும் வினாக்களுக்குக் கிடைக்கும் விடைகளைப் பகுப்பாய்வு செய்வது ஒப்பீட்டு ரீதியில் கடினமானது.
- துணைப்பட்டியல் என்பது நேர்முகக் கலந்துரையாடலில் கிடைக்கப் பெறும் தகவல்களை அறிக்கைப்படுத்துவதற்குப் பயன்படுத்தப்படும் பட்டியலொன்றென்பதுடன் அதன் மூலம் ஆய்வாளர்களுக்கு வழிகாட்டலொன்று கிடைக்கப் பெறும்.
- வினாக்கொத்து துணைப்பட்டியல் என்பனவற்றை மாதிரியொன்றின் மூலம் முழுமையாகப் பரீட்சிக்கப்பட்டு குறைபாடுகள் இனங்காணப்பட்டுத் திருத்தங்கள் செய்யப்படல் வேண்டும்.
- வினாக்கொத்தினைத் திருத்திய பின்னர் தரவுகள் பெற்றுக் கொள்ளக்கூடிய மாதிரியினைச் சம்பந்தப்படும் சிறிய பிரிவினருக்கு வழங்கிச் சரியான விடையினைப் பெற்றுக் கொள்ள முடியுமா என்பதனைப் பரிசீலித்தல் வேண்டும். இது முற்சோதனை எனப்படும். இதனூடாகச் சீரமைக்கப்பட்ட வினாக்கொத்தினை மீண்டும் தயாரித்தல் வேண்டும். இது திருத்தியமைத்தல் எனப்படும்.
- எவ்வாறான தரவு சேகரித்தல் முறையின் மூலம் தரவுகள் சேகரிக்கப்பட்டாலும் கூட சேகரிக்கப்பட்ட தரவுகளைப் பகுப்பாய்வு செய்வதற்குப் பயன்படுத்துவதற்கு முன்னர் அதனை உரியவாறு சீரமைத்தல் வேண்டும்.
- பூரணப்படுத்தப்பட்ட வினாக்கொத்தொன்றின் தரவுகள் தெளிவானது, சரியானது, முழுமையானது, பொருத்தமானது என்பவற்றிற்காகச் சீரமைத்தல் செய்யப்படல் வேண்டும்.

- சீரமைத்தலின்போது,
  - தெளிவற்ற விடைகள் வழங்கப்பட்டிருப்பின் அவற்றைத் தெளிவாகக் குறித்துக் கொள்ளல்.
  - பொருத்தமானது என்பதனை பாதுகாத்துக் கொள்வதற்குத் தேவையான சீராக்கங்களை மேற்கொள்ளல்.
    - உதாரணம்:- - நீள அளவினை km என ஒரே அலகுக்குக் கொண்டுவரல்.
    - வழங்கப்பட்ட விடைக்கு ஏற்றுக் கொள்ளப்பட்ட குறியீடுகளை இடல்.
  - கேலியான, நகைச்சுவையான விடைகள் காணப்படின், வேறு துலங்கல்களை வழங்குபவர்களினால் விடைகள் வழங்கப்பட்டிருப்பின் அல்லது விடைகள் வழங்கப்படாதிருப்பின் அவற்றை அகற்றுதல்.

**தேர்ச்சி 2.0:** வணிகத் தரவுகளை ஒழுங்கமைத்து முன்வைப்பார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 2.3:** வணிகத் தரவுகளை ஒழுங்கமைப்பார்.

**பாடவேளைகள்:** 15

**கற்றற் பேறுகள்:**

- பச்சைத் தரவுகளுக்கும், ஒழுங்கமைக்கப்பட்ட தரவுகளுக்குமிடையில் காணப்படுகின்ற வேறுபாடுகளை விளக்குவார்.
- தரவு வலையினைத் தயாரிப்பார்.
- தண்டு, இலை அட்டவணையை கட்டியெழுப்புவார்.
- தரவு வலையின் அனுகூலங்கள், பிரதிகூலங்களைச் சுட்டிக் காட்டுவார்.
- தரவுகளைத் தண்டு, இலை அட்டவணை மூலம் ஒழுங்கமைப்பதன் அனுகூலங்கள், பிரதிகூலங்களைத் தெளிவுபடுத்துவார்.
- முழுமையான அட்டவணையொன்றில் இருக்கவேண்டிய பண்புகளைச் பெயரிட்டுக் காட்டுவார்.
- முழுமையான அட்டவணையொன்றின் மூலம் தரவுகளை முன்வைப்பார்.
- வழங்கப்பட்ட தரவுகளினூடாகக் கூட்டமாக்கப்பட்ட, கூட்டமாக்கப்படாத மீடறன் பரம்பலைக் கட்டியெழுப்புவார்.
- வழங்கப்பட்ட தரவுகளின் உதவியுடன் கூட்டமாக்கப்பட்ட, கூட்டமாக்கப்படாத மீடறன் பரம்பலுக்கான சார்பு மீடறன் பரம்பலையும், திறன் மீடறன் பரம்பலையும் கட்டியெழுப்புவார்.
- சார்பு மீடறன் பரம்பலினூடாகத் திறன் சார்பு மீடறன் பரம்பலைக் கட்டியெழுப்புவார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- உற்பத்தி நிறுவனமொன்றின் 30 ஊழியர்கள் ஒரு மாத காலத்தில் வேலை செய்த மேலதிக நேர வேலை மணித்தியாலங்களின் எண்ணிக்கை தொடர்பான பின்வரும் தகவல்களை மாணவர்களுக்குப் பெற்றுக் கொடுக்கவும்.

12	20	08	15	21	21	09	09	10	15
15	16	23	15	12	08	05	05	24	20
16	10	15	22	16	20	25	15	09	16

- மேற்காட்டிய தரவு வரிசையினைப் பெற்றுக் கொடுத்ததன் பின்னர் பின்வரும் வினாக்களை மாணவர்களிடம் கேட்டறியவும்.
- ஊழியர் ஒருவர் ஒரு மாத காலத்தினுள் பணியாற்றிய அதிகுறைந்த மேலதிக நேர மணித்தியாலங்களின் எண்ணிக்கை எவ்வளவு?
- ஒரு மாதத்தினுள் ஊழியர் ஒருவர் பணியாற்றிய அதிகூடிய மேலதிக நேர மணித்தியாலங்களின் எண்ணிக்கை எவ்வளவு?
- ஒரு மாதத்தினுள் ஊழியர்களில் கூடுதலானோர் செய்துள்ள மேலதிக நேர மணித்தியாலங்களின் எண்ணிக்கை எவ்வளவு?

- மேற்காட்டிய வினாக்களுக்கு விடையினைப் பெற்றுக் கொள்வதற்குப் பெற்றுக் கொண்ட தரவுகள் அதே முறையில் இருப்பதை விட அவற்றைக் குறிப்பிட்ட ஏதாவதொரு முறையில் ஒழுங்கமைத்தல் முக்கியமானது என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- மேற்குறிப்பிட்ட தரவுகளை ஏறுவரிசையில் அல்லது இறங்குவரிசையில் தயாரிப்பதற்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.
- முதலில் மாணவர்களிடம் கேட்ட குறுகிய வினாக்களை மீண்டும் கேட்கும்போது அவற்றிற்கு மாணவர்களினால் இலகுவாக விடையளிக்க முடியுமாயிருக்கும் என்பதை உறுதிப்படுத்தவும்.
- தரவுகளை ஒழுங்கமைப்பதற்குப் பயன்படுத்தக்கூடிய முறைகளை மாணவர்களிடம் கேட்டறிந்து அவற்றைக் கரும்பலகையில் குறிக்கவும்.
- தரவு அட்டவணையை அறிமுகப்படுத்தவும்.
- தரவு அட்டவணையின் மூலம் பயன்பாட்டினைப் பெற்றுக் கொள்ளக்கூடிய மற்றொரு ஒழுங்கமைப்பு முறையொன்றாக தண்டு இலை அட்டவணையை அறிமுகப்படுத்தி அதனைத் தயாரிப்பதற்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.
- மேற்குறிப்பிட்ட தகவல்களுக்குரிய தண்டு இலை அட்டவணை கீழே காட்டப்பட்டுள்ளது.

தண்டு	இலை
0	5, 5, 8, 8, 9, 9, 9
1	0, 0, 2, 2, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 6
2	0, 0, 0, 1, 1, 2, 3, 4, 5

சாவி: 0/5 → 05

- ஒன்றுகளும் பத்துகளும் மாத்திரம் காணப்படுகின்ற எண்ணிக்கைகள் மட்டுமன்றி பல்வேறு தன்மைகளைக் கொண்ட புள்ளி விபரங்களைத் தண்டு இலை அட்டவணையின் மூலம் முன்வைக்க முடியும் என்பதை விளக்கவும்.
- பின்வரும் புள்ளிவிபரத்தை மாணவர்களுக்குப் பெற்றுக் கொடுத்துத் தண்டு இலை அட்டவணையைத் தயாரிப்பதற்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.  
105, 145, 176, 105, 112, 123, 154, 163, 155, 147
- இதற்குரிய தண்டு இலை அட்டவணை பின்வருமாறு:

தண்டு	இலை
10	5.5
11	2
12	3
14	5, 7
15	4, 5
16	3
17	6

சாவி: 10/5 → 105

- தசம எண்கள் கொண்ட எண்ணிக்கைகள் காணப்படும்போதும் கூட தண்டு இலை அட்டவணையினை உருவாக்க முடியும் என்பதைச் சுட்டிக் காட்டுவதற்குப் பின்வரும் தரவுகளைப் பெற்றுக் கொடுக்கவும்.

20.3, 21.2, 20.5, 21.7

- மேற்காட்டிய எண்களுக்குரிய தண்டு இலை அட்டவணை பின்வருமாறு:

தண்டு	இலை
20	3, 5
21	2, 7

சாவி: 20/3 → 20.3

- தண்டு இலை அட்டவணையினூடாகத் தரவுகளை ஒழுங்கமைப்புச் செய்வதன் மூலம் கிடைக்கும் அனுகூலங்கள், பிரதிகூலங்களை மாணவர்களுடன் கலந்துரையாடி அவற்றைக் கரும்பலகையில் குறிக்கவும்.
- பின்வரும் பந்தியினை மாணவர்களுக்குப் பெற்றுக் கொடுக்கவும்.  
பாடசாலையொன்றின் 12 C வகுப்பின் வரவு இடாப்பிலிருந்து ஒரு வாரத்தில் பெற்றுக் கொள்ளப்பட்ட மாணவர்களின் வரவு திங்கள் 25 மாணவிகளும், 15 மாணவர்களுமாக மொத்த மாணவர்களின் எண்ணிக்கை 40 ஆகவும், செவ்வாய் 28 மாணவிகளும், 17 மாணவர்களுமாக மொத்த மாணவர்களின் எண்ணிக்கை 45 ஆகவும், புதன் 30 மாணவிகளும், 20 மாணவர்களும், வியாழன் 30 மாணவிகளும், 16 மாணவர்களும், வெள்ளி 20 மாணவிகளும், 15 மாணவர்களும் இருந்தனர்.
- மாணவர்களின் வரவுகளை மேற்குறிப்பிட்டவாறு பந்தியொன்றில் காட்டுவதன் மூலம் அதனை விளங்கிக் கொள்வது கடினமானது என்பதுடன் அவற்றை ஒழுங்கமைத்து முன்வைத்தல் மிக முக்கியமானது என்பதைச் சுட்டிக் காட்டித் தரவுகளை அட்டவணைப் படுத்துமாறு ஆலோசனை வழங்கவும்.
- மேற்காட்டிய தரவுகளுக்குத் தயாரிக்கப்பட்ட அட்டவணை கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

12 C வகுப்பின் ஒரு வாரத்தில் மாணவர்களின் வருகை

நாள்	வருகை		
	மாணவிகள்	மாணவர்கள்	மொத்தம்
திங்கள்	25	15	40
செவ்வாய்	28	17	45
புதன்	30	20	50
வியாழன்	30	16	46
வெள்ளி	20	15	35

மூலம்:- வகுப்பு வரவு இடாப்பு

- முழுமையான அட்டவணையொன்றில் இருக்கவேண்டிய பண்புகளை மாணவர்களுடன் கலந்துரையாடவும்.
- அவதானிப்பானது கூடுதலான எண்ணிக்கையில் காணப்படும்போதும் ஒரே அவதானிப்பானது கூடுதலான தடவைகள் காணப்படும்போதும் அவற்றை ஒழுங்கமைக்க வேண்டிய முறையினை மாணவர்களிடம் கேட்டறியவும்.



- பின்வரும் தரவுத் தொகுதியை மாணவர்களுக்குப் பெற்றுக் கொடுக்கவும்.  
10, 15, 10, 12, 13, 14, 10, 12, 15, 12  
13, 14, 15, 13, 12, 13, 10, 11, 12, 13
- மேற்காட்டிய அதவாணிப்புத் தொகுதிக்குரிய கூட்டமாக்கப்படாத மீடறன் பரம்பலை மாணவர்களுடன் இணைந்து கட்டியெழுப்பவும்.

அவதாணிப்பு (X)	வரவுக்குறீ	மீடறன் (f)
10	////	4
11	/	1
12	///	5
13	///	5
14	//	2
15	///	3
மொத்த மீடறன்		20

- கூட்டமாக்கப்பட்ட மீடறன் பரம்பலை அறிமுகப்படுத்துவதற்குப் பின்வரும் செயற்பாட்டில் மாணவர்களை ஈடுபடுத்தவும்.
- ஒரு வகுப்பின் 30 மாணவர்கள் தவணைப் பரீட்சையில் புள்ளிவிபரவியல் பாடத்தில் பெற்றுக் கொண்ட புள்ளிகள் எனக் கருதி, இத்தரவுகளைக் கரும்பலகையில் குறிக்கவும்.

02, 49, 23, 19, 75, 99, 65, 39, 45, 62

25, 55, 70, 50, 35, 60, 72, 40, 42, 45

63, 50, 59, 48, 64, 65, 78, 79, 80, 79

- இத் தரவு ஒழுங்கமைப்பிற்குக் கூட்டமாக்கப்படாத மீடறன் பரம்பலானது பொருத்த மற்றுது என்பதை மாணவர்களுடன் கலந்துரையாடிய பின் வெளிப்படுத்தவும்.
- இதற்காகக் கூட்டமாக்கப்பட்ட மீடறன் பரம்பலொன்றைக் கட்டியெழுப்ப ஆலோசனை வழங்கவும்.
- பின்வரும் படிமுறைகளைப் பின்பற்றி கூட்டமாக்கப்பட்ட மீடறன் பரம்பலைக் கட்டியெழுப்பவும்.

$$\text{வீச்சு} = 99 - 2$$

$$= 97$$

வகுப்புக்களின் எண்ணிக்கையினை 5 ஆக எடுத்து அதன் பருமனைத் தீர்மானிப்போம்.

- வகுப்புக்களின் பருமன் 20 ஆகக் கருதி வகுப்பாயிடையினைத் தயாரித்து வரவுக் குறியின் பயன்பாட்டின் மூலம் தரவுக்குரிய வகுப்பாயிடையினை உட்படுத்தவும்.

$$\text{வகுப்பின் பருமன்} = 97 : 5 = 19.4$$

பெற்றுக் கொள்ளப்பட்ட புள்ளிகள்	வரவுக்குறீ	மாணவர்களின் எண்ணிக்கை (f)
1 - 20	//	2
21 - 40	///	5
41 - 60	/// ///	10
61 - 80	/// /// //	12
81 - 100	/	1
மொத்த மீடறன்		30

- சார்பு எனும் கருத்தினை மாணவர்களுடன் கலந்துரையாடி அதன் கருத்து விளங்கி சார்பு மீறன் என்பது வகுப்பு மீறனை மொத்த மீறனுக்கு எடுக்கும் விகிதமாகும் எனத் தெளிவுபடுத்தவும்.
- பின்வரும் மீறன் பரம்பலை வகுப்பில் முன்வைத்து சார்பு மீறன் பரம்பலைக் கட்டியெழுப்புவதற்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.

வகுப்பாயிடை	மீறன்
10 - 20	02
20 - 30	05
30 - 40	09
40 - 50	15
50 - 60	06
60 - 70	03
	<u>40</u>

மேற்காட்டிய பரம்பலுக்கான சார்பு மீறன் பரம்பல் பின்வருமாறு:

வகுப்பாயிடை	மீறன்	சார்பு மீறன்
10 - 20	02	$\frac{2}{40} = 0.050$
20 - 30	05	$\frac{5}{40} = 0.125$
30 - 40	09	$\frac{9}{40} = 0.225$
40 - 50	15	$\frac{15}{40} = 0.375$
50 - 60	06	$\frac{6}{40} = 0.150$
60 - 70	03	$\frac{3}{40} = 0.075$
		<u>1.000</u>

- மேற்காட்டிய சார்பு மீறனை வீதமாக முன்வைக்கும்போது வீத மீறன் எனக் குறிப்பிடப்படும் என்பதை விளக்கவும்.
- திரண்ட எனும் பதத்தின் பொருளை மாணவர்களுடன் கலந்துரையாடி திரண்ட மீறனை அறிமுகப்படுத்தவும்.
- திரண்ட மீறனானது “மிகப் பெரியது”, “மிகச் சிறியது” என்றவாறு இரு முறைகளில் காணப்படுமென்பதை மாணவர்களுக்குத் தெளிவுபடுத்துவதோடு, பின்வரும் பரம்பலைப் பெற்றுக் கொடுத்து மிகக் குறைந்த, மிகக்கூடிய திரள் மீறன் பரம்பலைக் கட்டியெழுப்புவதற்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.

வகுப்பாயிடை	மீடிறன்
21 - 25	02
26 - 30	05
31 - 35	12
36 - 40	04
41 - 45	02

- “மிகக் குறைந்த” திரள் மீடிறன் பரம்பலைத் தயாரிக்கும்பொழுது வழங்கப்பட்ட பரம்பலின் அதிகீழான மீடிறன் பூச்சியமாகும். மற்றோர் சமமான பருமனில் வகுப்பாயிடை யொன்று உள்ளது எனக் கருதுகோளாகக் கொள்ளப்படல் வேண்டும்.
- மேற்காட்டிய பரம்பலுக்கு மிகக் குறைந்த திரள் மீடிறன் பரம்பல் பின்வருமாறு:

வகுப்பாயிடை	மீடிறன்	வகுப்பின் எல்லை	மிகக் குறைந்த திரள் மீடிறன்
15.5 - 20.5	0	20.5 குறைந்த	0
20.5 - 25.5	2	25.5 குறைந்த	2
25.5 - 30.5	5	30.5 குறைந்த	7
30.5 - 35.5	12	35.5 குறைந்த	19
35.5 - 40.5	4	40.5 குறைந்த	23
40.5 - 45.5	2	45.5 குறைந்த	25

- “அல்லது கூடிய” திரள் மீடிறன் பரம்பலைத் தயாரிக்கும் பொழுது வழங்கப்பட்ட பரம்பலில் மேல் வகுப்பிற்கு மேலாக மீடிறன் பூச்சியமாக அமையும் மற்றோர் சமமான பருமனினாலான வகுப்பொன்று இருக்கின்றது எனக் கருதுகோளாகக் கொள்ளப்படல் வேண்டும் எனச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- மேற்காட்டிய பரம்பலுக்கு கூடிய திரண்ட மீடிறன் பரம்பல் பின்வருமாறு:

வகுப்பாயிடை	மீடிறன்	வகுப்பின் எல்லை	மிகக் கூடிய திரள் மீடிறன்
20.5 - 25.5	2	25	20.5 அல்லது கூடிய
25.5 - 30.5	5	23	25.5 அல்லது கூடிய
30.5 - 35.5	12	18	30.5 அல்லது கூடிய
35.5 - 40.5	4	06	35.5 அல்லது கூடிய
40.5 - 45.5	2	02	40.5 அல்லது கூடிய
45.5 - 50.5	0	0	45.5 அல்லது கூடிய

- ஒவ்வொரு வகுப்பு எல்லைக்குமுரிய சார்பு மீடிறனின் மொத்தம் திரண்ட சார்பு மீடிறனாகும் என்பதனை விளக்கி பின்வரும் பரம்பலை மாணவர்களுக்குப் பெற்றுக் கொடுத்து திரண்ட சார்பு மீடிறன் பரம்பலைக் கட்டியெழுப்புவதற்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.

வகுப்பாயிடை	மீடறன்	சார்பு மீடறன்	திரள் சார்பு மீடறன்
15.5 - 20.5	0	0.00	0.00
20.5 - 25.5	2	0.08	0.08
25.5 - 30.5	5	0.20	0.28
30.5 - 35.5	12	0.40	0.76
35.5 - 40.5	4	0.16	0.92
40.5 - 45.5	2	0.08	1.00

**பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:**

- ஆய்வொன்றினூடாகச் சேகரிக்கப்பட்ட ஒழுங்கமைக்கப்படாத தரவுகளின் தன்மையினைக் கொண்டிருக்கும் தரவுகளைப் பச்சைத் தரவுகளாகக் கருதப்படும். (raw data)
- தரவு ஒழுங்கமைப்புக்கு பயன்படுத்தக்கூடிய முறைகளாக,
  - தரவு அட்டவணை
  - தண்டு இலை அட்டவணை
  - கூட்டமாக்கப்படாத மீடறன் பரம்பல்
  - கூட்டமாக்கப்பட்ட மீடறன் பரம்பல்
  - சார்பு மீடறன் பரம்பல்
  - திரண்ட மீடறன் பரம்பல்
  - சார்பு திறன் மீடறன் பரம்பலைச் சுட்டிக் காட்டமுடியும்.
- கூட்டமாக்கப்படாத தரவுகளை ஏறுவரிசைப்படி அல்லது இறங்குவரிசைப்படி தயாரிப்பது தரவு அட்டவணை எனப்படுகின்ற தரவுத் தொடராகும்.
- தரவு அட்டவணையின் அனுகூலங்களுள் சிலவற்றை பின்வருமாறு காட்ட முடியும்.
  - இழிவுப் பெறுமானத்தையும் உச்சப் பெறுமானத்தையும் தெளிவாக இனங்காண முடியும்.
  - ஆகாரம், இடைய அளவீடுகளை இலகுவாகப் பெற்றுக் கொள்ள முடியும்.
  - தரவுகளின் அடையாளத்தை பாதுகாக்க முடிதல்.
- தரவு அட்டவணையின் பிரதிகூலங்களுள் சிலவற்றை குறிப்பிட்டுக் காட்ட முடியும்.
  - அதிக எண்ணிக்கை கொண்ட தரவுகளை ஒழுங்கமைப்பதற்குப் பொருத்தமற்றது.
  - விரிவுபட்ட தரவுகள் உட்படுவதற்கான சந்தர்ப்பம் உண்டு.
  - தரவுகளைச் சுருக்கமாகக் முடியாதிருத்தல்.
- பச்சைத் தரவுகளின் ஒழுங்கமைப்பின் அடிப்படைப் படிமுறையொன்றாக தரவு அட்டவணை அல்லது தண்டு இலை அட்டவணையைப் பயன்படுத்தலாம்.
  - தண்டு இலை அட்டவணையின் அனுகூலங்களில் சில பின்வருமாறு:
    - இழிவுப் பெறுமதி, உச்சப் பெறுமதி, வீச்சு போன்ற பெறுமதிகளை இலகுவாக இனங் காணலாம்
    - ஆகாரம், இடையம் போன்ற அளவீடுகளை இலகுவாக பெற்றுக் கொள்ளல்
    - காலணையினைக் கணிப்பிடுவது இலகுவாகும்
    - பரம்பலின் தன்மையினை இனங்காணமுடியும் போன்றவற்றைக் குறிப்பிடலாம்.

- தண்டு இலை அட்டவணையின் பிரதிகூலங்களாக,
  - தரவுப் பொழிப்பாக்கல் இடம்பெறாமை.
  - கூடிய எண்ணிக்கை கொண்ட தரவுகள் காணப்படும்போது அதனை உருவாக்குவது கடினம் என்பதைக் குறிப்பிடலாம்.
- பூரணமான அட்டவணையொன்றில் காணப்படவேண்டிய பண்புகளாக,
  - அட்டவணை இலக்கம்
  - குறிப்பிட்ட தலைப்பொன்று காணப்படுதல்
  - நிரல்கள், நிறைகள், தலைப்புக்கள், உபதலைப்புக்கள் என்பவற்றை இடல்
  - தரவுகள் முன்வைக்கப்பட்ட அலகுகளைக் காட்டுதல்
  - தேவையான இடங்களில் கூட்டுத்தொகையினையும், மொத்தக் கூட்டுத் தொகையினையும் காட்டுதல்
  - தரவு மூலங்களைக் காட்டுதல்
  - அடிக்குறிப்புக்களை இடுதல் போன்றவற்றைக் குறிப்பிடலாம்.
- அவதானிப்புக்கு ஒத்த மீறன் பரம்பலுடன் ஒழுங்கமைக்கப்பட்ட அட்டவணையே கூட்டமாக்கப்படாத மீறன் பரம்பலென அழைக்கப்படும்.
- குறைவான வீச்சில் தொடர்ச்சியான தரவுகள் கூடுதலாகக் காணப்படுகின்றபோது கூட்டமாக்கப்படாத மீறன் பரம்பலானது மிகப் பொருத்தமானதாகும்.
- அவதானிப்புக்களை வகுப்புக்களாக வேறுபடுத்தி அந்த ஒவ்வொரு வகுப்பிற்குமுரிய மீறனுடன் காட்டும் பரம்பலொன்றை கூட்டமாக்கப்பட்ட மீறன் பரம்பல் என அழைக்கப்படும்.
- தரவுகள் கூடிய வீச்சினைக் கொண்டதாக பரம்பிக் காணப்படுகின்றபோது அதற்கென கூட்டமாக்கப்பட்ட மீறன் பரம்பலொன்றைக் கட்டியெழுப்பும்போது முதலாவதாக வகுப்பாயிடையின் பருமனைத் தீர்மானித்தல் வேண்டும்.
- இதற்காக முதலாவது பரம்பலின் வீச்சினைக் கணித்து அவ்வீச்சு பொருத்தமானதெனக் கருதும் வகுப்புக்களின் எண்ணிக்கையினால் வகுப்பதன் மூலம் வகுப்பாயிடையின் பருமனைக் கணிக்க முடியும்.
- கிடைக்கின்ற வகுப்பாயிடையின் பருமனுக்கமைய சகல அவதானிப்புக்களை உள்ளடக்கக்கூடியவாறு பரம்பலுக்குப் பொருத்தமான வகுப்பாயிடையின் எண்ணிக்கையைத் தீர்மானிக்கலாம். பொதுவாக வகுப்புக்களின் எண்ணிக்கை குறைந்தது 5க்கும் உச்சமாக 20 ஆக இருக்குமாறு பேணல் வேண்டும்.
- அதிக அளவு கொண்ட தரவுகள் கூடுதலான வீச்சினுள் பரம்பிக் காணப்படுகின்றபோது தரவு ஒழுங்கமைப்பிற்குக் கூட்டமாக்கப்பட்ட மீறன் பரம்பல் மிகவும் பொருத்தமானது.
- கூட்டமாக்கப்பட்ட மீறன் பரம்பலொன்று தொடர்பில் வகுப்புக்களின் எல்லை (Class limit) வகுப்பாயிடையின் உண்மை எல்லை (Class boundaries) ஆகிய இரு எண்ணக் கருக்களை உள்ளடக்கியது. கூட்டமாக்கப்பட்ட மீறன் பரம்பலொன்றில் தொடர் வகுப்புக்களின் எல்லையானது வகுப்பாயிடையின் எல்லைக்குச் சமமானதாக அமையும்.
- கூட்டமாக்கப்பட்ட மீறன் பரம்பலொன்றைக் கட்டியெழுப்புவதன் மூலம் தரவுகளின் அடையாளத்தை இனங்காண முடியாது. அதேபோன்று வகுப்பின் புள்ளிக் குரிய சகல அவதானிப்புக்களும் சமமடையும் என கருதுகோளாகக் கொள்ளப்படும். இதன் மூலம் கூட்டமாக்கப்பட்ட வழ அங்கு ஏற்படும்.

- ஏதேனும் வகுப்பொன்றின் மீடறனை மொத்த மீடறனின் வீதமாகக் காட்டும்போது சார்பு மீடறன் பெறப்படும்.
- வகுப்பாயிடையும், மேல் சார்பு மீடறனையும் காட்டும் பரம்பலானது சார்பு மீடறன் பரம்பல் எனப்படும்.
- சார்பு மீடறனை அரைப்பங்காக அல்லது தசம எண்ணிக்கையில் அல்லது வீதமொன்றாகக் காட்டலாம்.
- வீதங்கள் மூலம் சார்பு மீடறனைக் காட்டும்போது அது வீதச் சார்பு மீடறன் என அழைக்கப்படும்.
- திரண்ட மீடறன் பரம்பலொன்றைக் கட்டியெழுப்பும்போது முதலாவதாக வகுப்பின் எல்லையினை (உண்மை எல்லை) ஒழுங்கமைத்துக் கொள்ளல் வேண்டும்.
- திரண்ட மீடறன் “மிகக் குறைந்த”, “மிகக் கூடிய” என இரு வகைப்படும்.
- திரள் மீடறன் பரம்பலைக் கட்டியெழுப்பும்பொழுது பரம்பலின் இரு முனைகளிலும் பூச்சியமான சமமான வகுப்புக்கள் இரண்டு கருதுகோளாகத் கொள்ளப்படும்.
- ஏதேனும் வகுப்பொன்றின் உயர் உண்மை எல்லையை விடக் குறைவான பெறுமான மொன்றை உள்ளடக்கிய வகுப்புக்கள் சகலவற்றினதும் மீடறன்களின் கூட்டுத்தொகையானது மிகக் குறைவான திரண்ட மீடறனாகும்.
- ஏதேனும் வகுப்பொன்றின் கீழ் உண்மை எல்லை அல்லது கூடுதலான பெறுமதியினை உள்ளடக்கிய வகுப்புக்கள் சகலவற்றினதும் மீடறன்களின் கூட்டுத்தொகை அல்லது கூடிய திரள் மீடறனாகக் கருதப்படும்.
- ஒவ்வொரு வகுப்புக்களுக்கும்ேற்ப திரண்ட மீடறனுடன் முன்வைக்கப்படுகின்ற மீடறன் பரம்பலொன்று மிகக் குறைந்த அல்லது கூடிய திரண்ட மீடறன் பரம்பல் என அழைக்கப்படும்.
- ஒவ்வொரு வகுப்பு எல்லைகளும் அதற்கு ஏற்ப திரண்ட சார்பு மீடறனோடு முன்வைக்கப்படுகின்ற பரம்பலொன்றை திரண்ட சார்பு மீடறன் பரம்பல் என அழைக்கப்படும்.

#### **கணிப்பீட்டு மதிப்பீட்டு நியதிகள்:**

- மேற்காட்டிய சகல விடயங்களையும் கலந்துரையாடிய பின்னர் பின்வரும் செயற்பாட்டில் மாணவர்களை ஈடுபடுத்தவும்.
- குறைந்த வீச்சினுள் பரம்பல் காணப்படுகின்ற தரவுத்தொகுதியொன்றினைப் பெற்றுக் கொடுத்துத் தரவுத்தொடர், தண்டு இலை அட்டவணை கூட்டமாக்கப்படாத மீடறன் பரம்பல் என்பவற்றைக் கட்டியெழுப்ப ஆலோசனை வழங்கவும்.
- பாரியளவு வீச்சினுள் பரம்பிக் காணப்படுகின்ற தரவுத்தொகுதியொன்றைப் பெற்றுக் கொடுத்து அதற்குப் பொருத்தமான மீடறன் பரம்பலைக் கேட்கவும்.
- அம்மீடறன் பரம்பலைக் கட்டியெழுப்பச் சந்தர்ப்பம் வழங்கவும்.
- மேற்காட்டிய கூட்டமாக்கப்பட்ட மீடறன் பரம்பலினூடாக,
  - சார்பு மீடறன் பரம்பல்
  - மிகக் குறைந்த திரண்ட மீடறன் பரம்பல்
  - அல்லது கூடிய திரண்ட மீடறன் பரம்பல்
 என்பவற்றைக் கட்டியெழுப்பச் சந்தர்ப்பம் வழங்கவும்.

**தேர்ச்சி 2.0:** வணிகத் தரவுகளை ஒழுங்கமைத்து முன்வைப்பார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 2.4:** அட்டவணைகளைப் பயன்படுத்தி வணிகத் தரவுகளை முன்வைப்பார்.

**பாடவேளைகள்:** 12

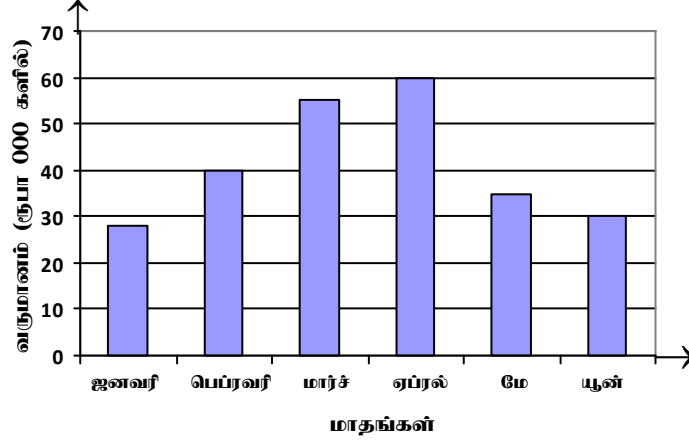
**கற்றற் பேறுகள்:**

- வரைபொன்றினை உருவாக்கும்போது கவனத்தில் கொள்ளவேண்டிய விடயங்களை விபரிப்பார்.
- தரவுகளை முன்வைக்கும் முறையொன்றாக வரைபின் முக்கியத்துவத்தை சுட்டிக் காட்டுவார்.
- எளிய சலாகை வரைபை அறிமுகப்படுத்துவார்.
- எளிய சலாகை வரைபின் முக்கியத்துவத்தைச் சுட்டிக் காட்டுவார்.
- வழங்கப்பட்ட தரவுகளினூடாக எளிய சலாகை வரைபை உருவாக்குவார்.
- கூட்டுச் சலாகை வரைபை அறிமுகப்படுத்துவார்.
- கூட்டுச் சலாகை வரைபின் முக்கியத்துவத்தை சுட்டிக் காட்டுவார்.
- வழங்கப்பட்ட தரவுகளினூடாக கூட்டுச் சலாகை வரைபை வரைந்து காட்டுவார்.
- வீதக் கூட்டுச் சலாகை வரைபை அறிமுகப்படுத்துவார்.
- வீதக் கூட்டுச் சலாகை வரைபின் முக்கியத்துவத்தை சுட்டிக் காட்டுவார்.
- வழங்கப்பட்ட தகவல்களினூடாக வீதக் கூட்டுச் சலாகை வரைபை வரைந்து காட்டுவார்.
- பல்மடிச்சலாகை வரைபினை அறிமுகப்படுத்துவார்.
- பல்மடிச் சலாகை வரைபின் முக்கியத்துவத்தை சுட்டிக் காட்டுவார்.
- வழங்கப்பட்ட தகவல்களினூடாக பல்மடிச் சலாகை வரைபை வரைந்து காட்டுவார்.
- சித்திர வரைபினை அறிமுகப்படுத்துவார்.
- சித்திர வரைபின் முக்கியத்துவத்தைச் சுட்டிக் காட்டுவார்.
- வழங்கப்பட்ட தகவல்களினூடாக சித்திர வரைபினை வரைந்து காட்டுவார்.
- பை வரைபினை அறிமுகப்படுத்துவார்.
- பை வரைபின் முக்கியத்துவத்தைச் சுட்டிக் காட்டுவார்.
- வழங்கப்பட்ட தகவல்களினூடாக பை வரைபினை வரைந்து காட்டுவார்.
- முகக் குறிப்பு வரைபினை அறிமுகப்படுத்துவார்.
- முகக் குறிப்பு வரைபின் முக்கியத்துவத்தைச் சுட்டிக் காட்டுவார்.
- வழங்கப்பட்ட தகவல்களிற்கு முகக்குறிப்பு வரைபினை வரைந்து காட்டுவார்.
- வரைபுகள் மூலம் தரவுகளை முன்வைக்கும்போது உருவாகும் பிரச்சினைகளைச் சுட்டிக் காட்டுவார்.
- தரவுகளை முன்வைக்கும் நுட்ப முறைகளின் ஒப்பீட்டு ரீதியான அனுசூலம், பிரதி கூலங்களை விளக்குவார்.

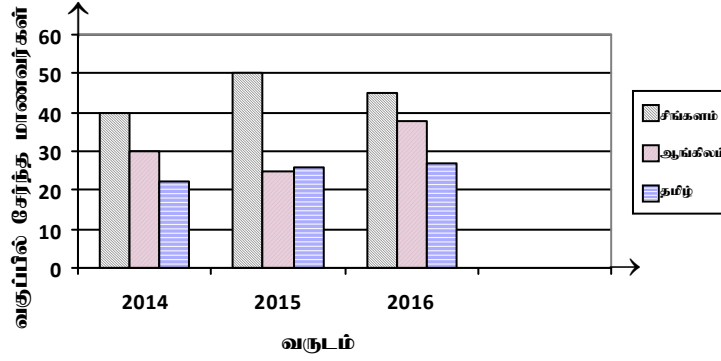
**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- எளிய சலாகை வரைபு பல்மடிச் சலாகை வரைபு போன்ற வரைபு, பை வரைபு, சித்திர வரைபு போன்ற வரைபடங்களை வகுப்பில் முன்வைத்து அவை தொடர்பிலான மாணவர் கருத்துக்களைக் கேட்டறியவும்.

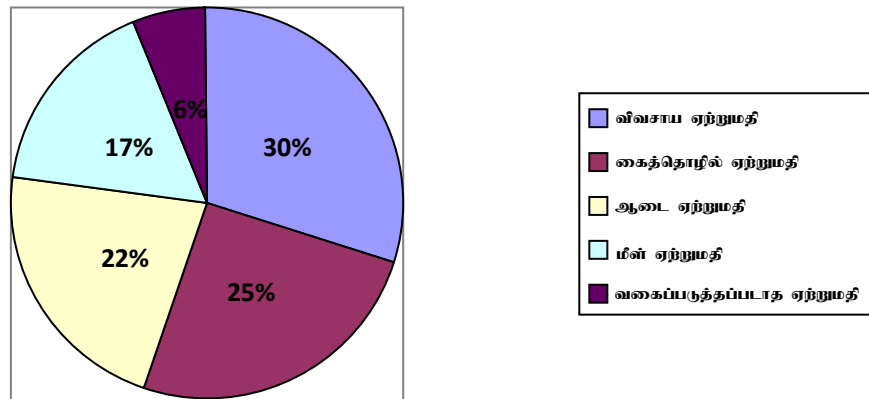
வணிகமொன்றின் மாதாந்த வருமானம்



விஜய மகா வித்தியாலயத்தில் க.பொ.த. (உயர்தர) வகுப்பில் சேர்ந்த மாணவர்களின் எண்ணிக்கை

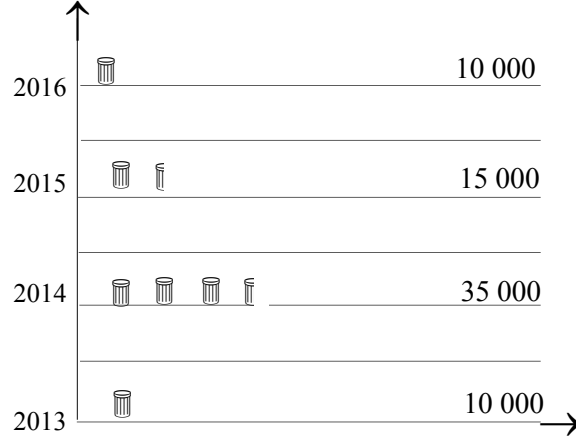


ஒரு நாட்டின் விவசாய ஏற்றுமதி அமைப்பு முறைமை





கிராமிய வங்கியொன்றினால் விநியோகிக்கப்படுகின்ற மனைச் சேமிப்பு உண்டியல் வருடாந்தம் சேகரிக்கப்பட்ட வைப்புக்களின் பெறுமதி ( ₹ = ரூபா 10 000 களில்)



- பின்வரும் விடயங்களை வெளிப்படுத்தி கலந்துரையாடலில் ஈடுபடவும்.
  - புள்ளிவிபரத் தரவுகளை இலகுவாக விளங்கிக் கொள்ளக்கூடியவாறு வரைபு, அட்டவணை என்பவற்றின் மூலம் அவற்றை முன்வைக்க முடியும் என்பதை தெளிவுபடுத்தவும்.
  - தரவுகளுக்குரிய விபரங்கள் எதனையும் வாசிக்காமலும் கூட அத்தரவுகளுக்குரிய வரைபு, அட்டவணைகளை அவதானித்து அது தொடர்பிலான பருமட்டான கருத்தினை உடனடியாகப் பெற்றுக் கொள்ள முடியும் என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.
  - தரவுகளை முன்வைக்கும் நோக்கத்திற்கும், தரவுகளின் தன்மைக்கேற்பவும் எளிய சலாகை வரைபு, கூட்டுச் சலாகை வரைபு, பல்மடி சலாகை வரைபு, வட்ட வரைபு, சித்திரம் போன்றவற்றில் மிகவும் பொருத்தமான அட்டவணையைத் தெரிவு செய்ய வேண்டும் என்பதைக் குறிப்பிடவும்.
- பின்வரும் ஒவ்வொரு தரவுத் தொகுதியினையும் மாணவர்களுக்கு வழங்கி அதனுடன் வழங்கப்படுகின்ற வரைபினை உருவாக்குவதற்கு அவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.

**(1) எளிய நிலைக்குத்துச் சலாகை வரைபடம் (Simple Vertical Bar Chart)**

**வரையறுக்கப்பட்ட ABC கம்பனியின் 2012 - 2016 வரையிலான**

**X எனும் பொருளின் உற்பத்தி அலகுகளின் எண்ணிக்கை**

**(ஆயிரம் அலகுகளில்)**

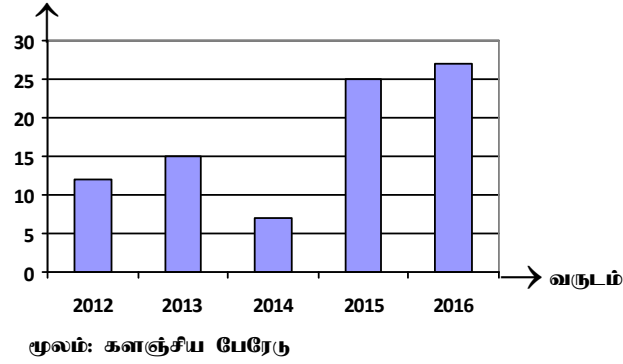
வருடம்	உற்பத்தி செய்யப்பட்ட அலகுகளின் எண்ணிக்கை (ஆயிரங்களில்)
2012	12
2013	15
2014	07
2015	25
2016	27

**வரையறுக்கப்பட்ட ABC (தனி) கம்பனியின் வருடாந்த இலாபம் (ரூபா மில்லியனில்)**

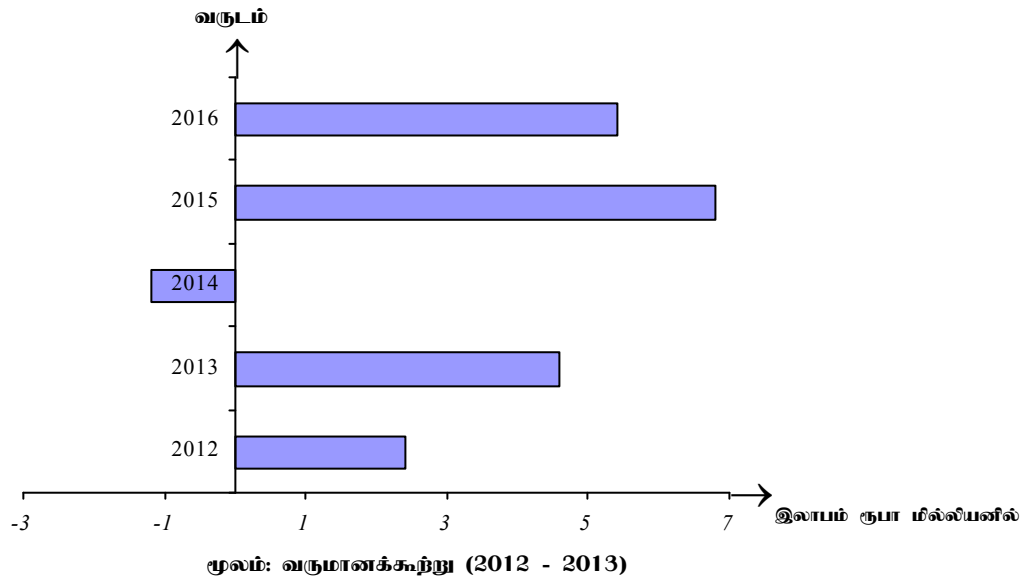
வருடம்	இலாபம் / நட்டம் (ரூபா மில்லியனில்)
2012	2.4
2013	4.6
2014	(1.2)
2015	6.8
2016	5.4

- மேற்குறிப்பிட்ட தரவுகளுக்கான எளிய சலாகை வரைபினை மாணவர்களுடன் இணைத்து வரையவும்.
- இந்நிரல் வரைபின் அனுகூலம், பிரதிகூலங்களை மாணவர்களுடன் கலந்துரையாடவும்.
- மேற்குறிப்பிட்ட தரவுகளுக்கு வரையப்பட்ட எளிய நிலைக்குத்து நிரல் சலாகை வரைபு பின்வருமாறு:

வ/ப ABC கம்பனியின் பொருளின் வருடாந்த உற்பத்தி



- வ/ப ABC கம்பனியின் வருடாந்த இலாபம் அல்லது நட்டத்தைக் காட்டும் விலகல் நிரல் வரைபு பின்வருமாறு:

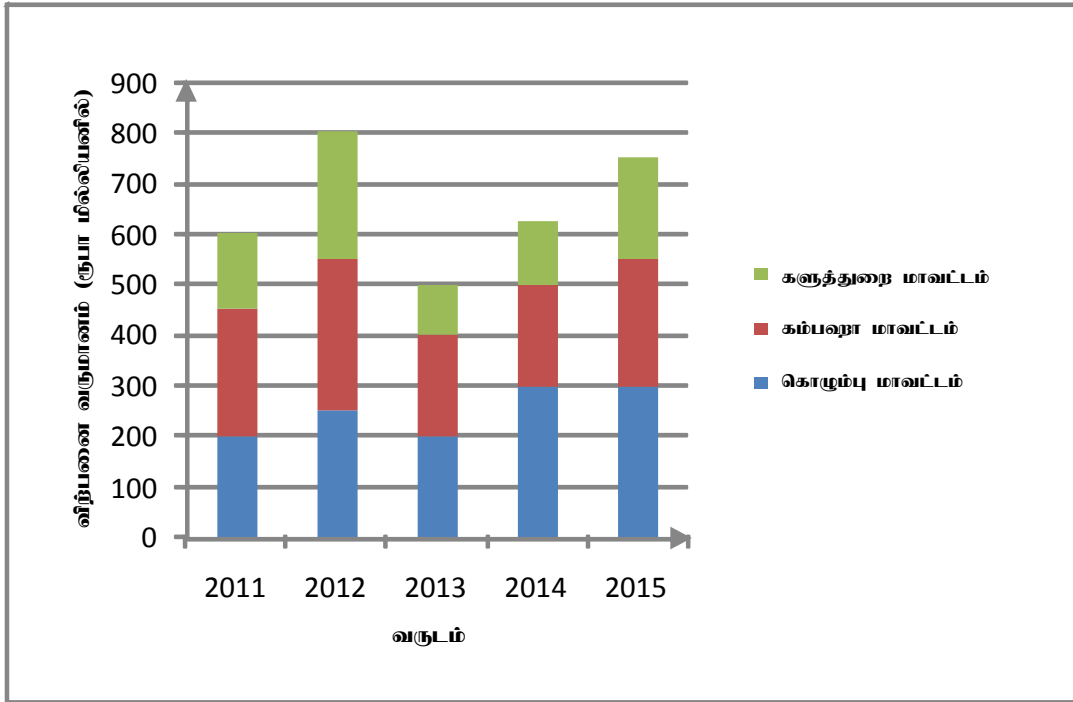


**(2) கூட்டுச் சலாகை வரைபடம் (Component Bar Chart)**

மேல் மாகாணத்தில் சந்தைப்படுத்தல் கருமங்களை நடாத்திச் செல்கின்ற வ/ப XYZ கம்பனியின் கடந்த 5 வருடங்களில் ஒவ்வொரு மாவட்டத்திலும் பெற்ற விற்பனை வருமானங்கள் பின்வரும் அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளது.

வருடம்	விற்பனை வருமானம் (ரூபா மில்லியனில்)			
	கொழும்பு	கம்பஹா	களுத்துறை	மொத்தம்
2011	200	250	150	600
2012	250	300	250	800
2013	200	200	100	500
2014	300	200	125	625
2015	300	250	200	750

- இத்தரவுகளை மாணவர்களுக்கு முன்வைத்து கூட்டுச்சலாகை வரைபினையும், வீதக் கூட்டுச் சலாகை வரைபினையும் வரையச் செய்யவும்.
- கூட்டுச் சலாகை வரைபுகளின் அனுகூலம், பிரதிகூலங்களை மாணவர்களுடன் கலந்துரையாடவும்.
- மேற்குறிப்பிட்ட தரவுகளுக்கான கூட்டுச் சலாகை வரைபு பின்வருமாறு:



- மேற்குறிப்பிட்ட தரவுகளுக்கு வீதக் கூட்டுச் சலாகை வரைபினை உருவாக்கும்போது திரண்ட வீதத்தைக் கணிப்பிடும் முறை பின்வரும் அட்டவணையில் காட்டப்பட்டுள்ளது.

வருடம்	கொழும்பு மாவட்டம்		கம்பஹா மாவட்டம்		களுத்துறை மாவட்டம்		மொத்தம்
2011	200	$\frac{200}{600} \times 100 = 33.33$	250	$\frac{250}{600} \times 100 = 41.67$	150	$\frac{150}{600} \times 100 = 25$	600
2012	250	$\frac{250}{800} \times 100 = 31.25$	300	$\frac{300}{800} \times 100 = 37.5$	250	$\frac{250}{800} \times 100 = 31.25$	800
2013	200	$\frac{200}{500} \times 100 = 40$	200	$\frac{200}{500} \times 100 = 40$	100	$\frac{100}{500} \times 100 = 20$	500
2014	300	$\frac{300}{625} \times 100 = 48$	200	$\frac{200}{625} \times 100 = 32$	125	$\frac{125}{625} \times 100 = 20$	625
2015	300	$\frac{300}{750} \times 100 = 40$	250	$\frac{250}{750} \times 100 = 33.33$	200	$\frac{200}{750} \times 100 = 26.67$	750

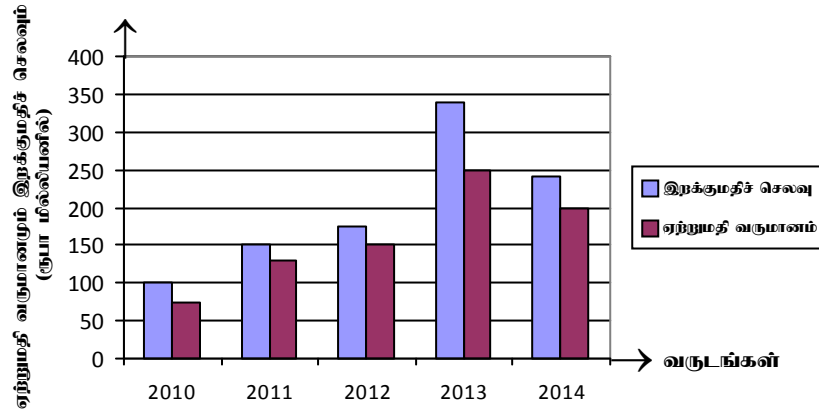
### (3) பல்மடிச் சலாகை வரைபடம் (Multiple Bar Chart)

A எனும் நாட்டின் வருடாந்த ஏற்றுமதி வருமானமும் இறக்குமதிச் செலவும் (மில்லியன் ரூபாய்களில்) பின்வருமாறு:

வருடம்	இறக்குமதிச் செலவு (ரூபா மில்லியனில்)	ஏற்றுமதி வருமானம் (ரூபா மில்லியனில்)
2010	100	75
2011	150	130
2012	175	150
2013	340	250
2014	240	200

- இத்தரவுகளைப் பயன்படுத்தி பல்மடிச் சலாகை வரைபினை வரைவதற்கு மாணவர் களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.
  - பல்மடிச் சலாகை வரைபின் அனுகூலம், பிரதிகூலங்களைக் கலந்துரையாடவும்.
- மேற்குறிப்பிட்ட தரவுகளுக்கான பல்மடிச்சலாகை வரைபு பின்வருமாறு:

வருடாந்த ஏற்றுமதி வருமானமும் இறக்குமதிச் செலவும்: 2010 - 2014



**(4) பை வரைபடம் (Pie Chart)**

வரையறுக்கப்பட்ட LMN கம்பனியின் ஊழியர் பெயர் அட்டவணையிலிருந்து பெற்றுக் கொண்ட ஒவ்வொரு பிரிவிலும் வேலை செய்யும் நிரந்தர ஊழியர்களின் எண்ணிக்கை பின்வரும் அட்டவணையில் காட்டப்பட்டுள்ளது.

**திணைக்களம் ஊழியர்களின் எண்ணிக்கை**

தொழிற்சாலை	240
களஞ்சியசாலை	60
அலுவலகம்	40
விற்பனையகம்	20
பராமரிப்பு	40
	400

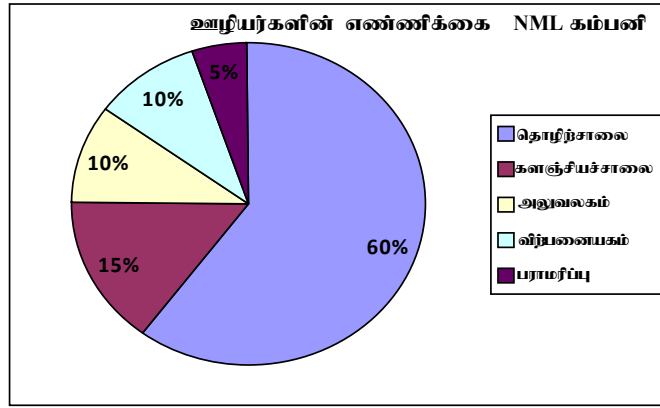
- இத்தரவுகளை மாணவர்களுக்கு வழங்கி பை அட்டவணையினை வரைவதற்காக பின்வரும் அட்டவணையினை பூரணப்படுத்துவதற்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.

திணைக்களம்	ஊழியர்களின் எண்ணிக்கை	ஊழியர்களின் வீதம்	மையத் தொகுதியின் பருமன் (கோணம்)
<b>மொத்தம்</b>			

- பொருத்தமான விட்டத்தைக் கொண்ட வட்டமொன்றில் அம் மைய வட்டத் தொகுதியினை வரைவதற்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.
- ஒவ்வொரு திணைக்களத்திலும் ஊழியர் எண்ணிக்கையினை வெளிப்படுத்தும் மைய வட்டத் தொகுதியினைத் தெளிவாக இனங்காணக்கூடியவாறு நிறம் அல்லது வடிவமைப்புக்களை இடுவதற்கும், தலைப்பு, தரவு மூலங்கள், குறிப்பு இலக்கம், சாவி என்பனவற்றை முறையாகவும், தெளிவாகவும் முழுமைப்படுத்துவதற்கு மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.
- பை அட்டவணையின் அனுசூலம், பிரதிகூலங்களை கலந்துரையாடவும். மேற்குறிப்பிட்ட தரவுகளுக்கமைய பூரணப்படுத்தப்பட்ட அட்டவணை பின்வருமாறு காணப்படும்.

திணைக்களம்	ஊழியர்களின் எண்ணிக்கை	ஊழியர்களின் வீதம்	மையத் தொகுதியின் பருமன் (பாகை)
தொழிற்சாலை	240	60	216°
களஞ்சியசாலை	60	15	54°
அலுவலகம்	40	10	36°
விற்பனையகம்	20	5	18°
பராமரிப்பு	40	10	36°
<b>மொத்தம்</b>	400	100	360°

- மேற்குறிப்பிட்ட அட்டவணைக்கேற்ப வரையப்பட்ட வட்ட வரைபடம் பின்வருமாறு:

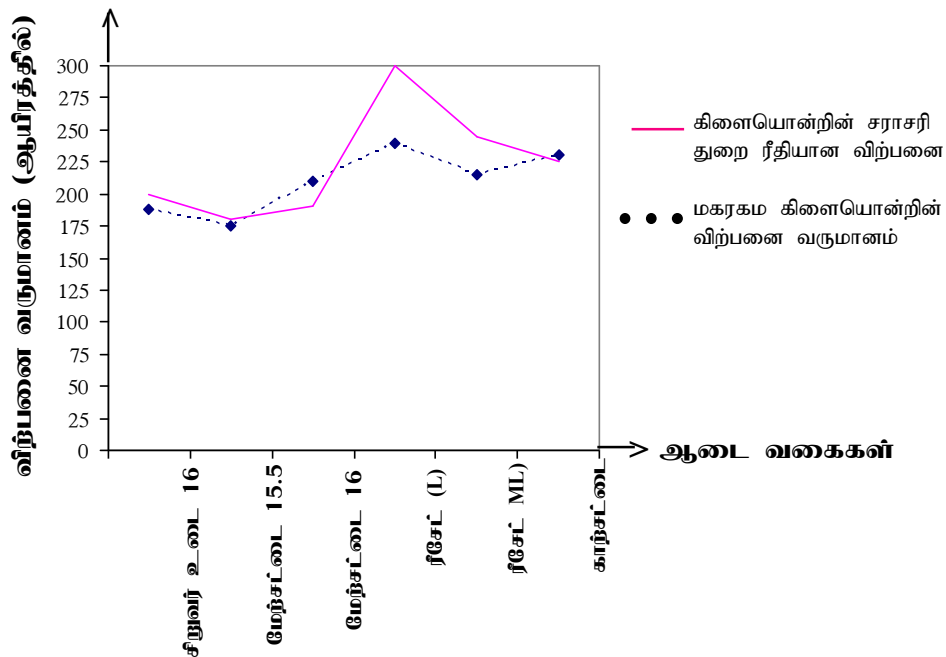


மூலம்: ஊழியர் பெயர்ப்பட்டியல்

**(5) முகக் குறிப்பு அட்டவணை**

- KLM கம்பனியானது நாடு பூராவும் கிளைகளை அமைத்து ஆடைவகைகளை விற்பனை செய்யும் கம்பனியொன்றாகும். அக்கம்பனியின் கிளையொன்றின் சராசரி துறை ரீதியான விற்பனை வருமானமும், மகரகம கிளையின் மாதாந்த வருமானமும் பின்வரும் அட்டவணையில் காட்டப்பட்டுள்ளது.


ஆடை வகைகள்	கிளையொன்றின் சராசரி துறை ரீதியான விற்பனை (ரூபா 000)	மகரகம கிளையின் விற்பனை வருமானம் (ரூபா 000)
குழந்தை உடைகள்	188	200
மேற்சட்டை 15.5"	175	180
மேற்சட்டை 16.0"	210	190
ரீ - சேர்ட் (L)	240	300
ரீ - சேர்ட் (M)	215	245
காற்சட்டை	230	225



**(6) சீத்திர வரைபடம் (Pictogram)**

மோட்டார் வாகன உற்பத்தியில் ஈடுபடும் மோட்டார் ஆசியா கம்பனியின் கடந்த ஐந்து வருடங்களில் மோட்டார் உற்பத்தி தொடர்பான தரவுகளை உள்ளடக்கியதான பின்வரும் அட்டவணையை மாணவர்களுக்குப் பெற்றுக் கொடுக்கவும்.

வருடம்	2012	2013	2014	2015	2016
உற்பத்தி செய்த மோட்டார்களின் எண்ணிக்கை	1 000	1 500	2 250	2 500	2 000

மோட்டார் வாகனம் 500ற்கான  உருவை அளவுப் பெறுமானமாகக் கொண்டு மேற்குறிப்பிட்ட தரவுகளின் உதவியுடன் சீத்திர வரைபொன்றை வரைவதற்கு மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.

**பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:**

- தரவுகளைப் பகுப்பாய்வு செய்வதற்கும் சரியான தீர்மானங்களுக்கு வருவதற்கும் இலகுவான வகையில் அவற்றை முறையாகவும் தெளிவாகவும் முன்வைப்பதற்கான தேவை காணப்படுகின்றதெனவும் அவற்றினை பல்வேறு படங்களினூடாக வெளிப்படுத்த முடியும்.
- தரவுகளை படரீதியாக முன்வைப்பதன் மூலம் அத்தரவுகளின் மாற்றங்களின் போக்குகள் தொடர்பான பருமட்டான தெளிவினை விரைவாகப் பெற்றுக் கொள்ள முடியும்.
- தரவுகளின் தன்மை, அளவு, முன்வைக்கும் நோக்கம் போன்ற காரணிகளைக் கருத்தில் கொண்டு தரவுகளுக்குப் பொருத்தமான வகையில் பயன்படுத்தக்கூடிய பல்வேறு வரைபடங்கள் அறிமுகப்படுத்தப்பட்டுள்ளன. அவை பின்வருமாறு:
  - நிலைக்குத்து / கிடை சலாகை வரைபு
  - கூட்டுச் சலாகை வரைபு
  - பல்மடிச் சலாகை வரைபு
  - பை வரைபடம் / வட்ட வரைபு
  - முகக் குறிப்பு வரைபு
  - சீத்திர வரைபு
- ஏதேனும் மாறியொன்றின் பெறுமானங்களை நிரலொன்றின் உயரம் அல்லது நீளத்தின் மூலமாக வெளிப்படுத்தப்படுகின்ற குறிப்பே எளிய நிரல் வரைபாகும். நிரல் வரைபுகள் நிலைக்குத்து சலாகை வரைபு அல்லது கிடைச் சலாகை வரைபு என இரு வகைப்படும்.
  - சகல நிரல்களினதும் அகலங்கள் சமமானதாக இருத்தல் வேண்டும்.
  - நிரல்களுக்கிடையில் சமமான இடைவெளி இருத்தல் வேண்டும் என்பதுடன் நிலைக் குத்து அல்லது கிடையச்சிற்கும் முதல் நிரலிற்குமிடையில் அவ்விடைவெளியினைப் பேணுதல் வேண்டும்.
  - நிரலின் உச்சியில் ஒத்த பெறுமானமொன்றை இருதல் மிகப் பொருத்தமானது.
  - வரைபட இலக்கம், தலைப்பு, தரவு மூலங்கள் மற்றும் அச்சுக்களுக்கு பெயரிட்டு காட்டுதல் என்பன பொருத்தமானது.
  - இலாபம் / வரவு செலவுத் திட்டம் / கொடுப்பனவு மீதிகள் போன்ற நேர் மறை மாறிகளை விபரங்களை எளிய விலகல் சலாகை வரைபில் முன்வைக்க முடியும்.

- ஏதேனும் மாறியொன்று பல்வேறு கூறுகளை உள்ளடக்கிக் காணப்படும்போது நிகழ்வின் மாற்றங்களை மட்டுமன்றி கூறுகளின் மாற்றங்களையும் வெளிப்படுத்துவதற்காக கூட்டுச் சலாகை வரைபு பயன்படுத்தப்படும்.
- கூறுகளை வீதமாகக் காட்டி கூட்டுச் வீதச் சலாகை வரைபு வரையப்படும்.
- ஒவ்வொரு கூறுகளையும் தெளிவாக ஒப்பிடக்கூடியவாறு பொருத்தமான சாவிவொன்று பயன்படுத்தப்படல் வேண்டும்.
  - கடந்த 5 வருடங்களில் இலங்கையில் பொருளாதார உற்பத்திகளான தேயிலை, தென்னை, இறப்பர் என்பனவற்றின் ஏற்றுமதிகளின் பங்களிப்பினை வெளிப்படுத்திக் காட்டுதல்.
- ஏதாவது மாறியொன்று ஒன்றுடன் ஒன்று தொடர்புடைய நிகழ்வுகள் பலவற்றின் மாற்றங்களைக் காட்டுவதற்கு பல்மடிச்சலாகை வரைபு பயன்படுத்தப்படும். இதில் நிகழ்வுக்குரிய நிரல்கள் ஒன்றுக்கொன்று தொடர்புபட்டிருக்குமாறு வரைவதன் மூலம் பல்மடிச் சலாகை வரைபை உருவாக்க முடியும்.
  - கடந்த 5 வருடங்களில் இந்தியா, அவுஸ்திரேலியா, ஜேர்மன் போன்ற நாடுகளிலிருந்து இலங்கைக்கு வருகை தரும் உள்ளகப் பிரயாணிகளின் எண்ணிக்கையை வெளிப்படுத்திக் காட்டல்.
- ஏதேனும் மாறியொன்று அல்லது நிகழ்வுக் கூறுகள் சிலவற்றைக் கொண்டிருக்கும் போது சார்பு ரீதியான முக்கியத்துவத்தை வெளிப்படுத்துவதற்கு மைய வட்டத் தொகுதி பயன்படுத்தப்படுகின்றது. இது பை வரைபு, வட்ட வரைபு போன்ற பெயர்களினாலும் அழைக்கப்படும்.
- வட்ட வரைபினை வரையும்போது பின்பற்ற வேண்டிய படிமுறைகளில் சில பின்வருமாறு:
  - ஒவ்வொரு கூறுகளினதும் பெறுமானத்தை கூறுகளின் மொத்தப் பெறுமானத்தின் வீதமொன்றாகக் காட்டுதல்.
  - ஒவ்வொரு வீதப் பெறுமானங்களும் 3.6 இனால் பெருக்கப்பட்டு பதிலீட்டு வட்டத் தொகுதியின் பருமனைக் கணிப்பிடல். ( $\frac{1}{100} \times 360 = 3.6$  எனக் காணப்படுவதனால்)
  - மிகப் பொருத்தமான விட்டத்தைக் கொண்ட வட்டமொன்றின் மீதும் பாகைமானியினைப் பயன்படுத்தியும் மைய ரீதியான வட்டத்தொகுதியினை உருவாக்கல்.
  - ஒவ்வொரு கூறுகளுக்குமுரிய வீதப் பெறுமானங்களைக் காட்டுதல்.
  - ஒவ்வொரு கூறுகளையும் வட்ட வரைபில் தெளிவாக இனம் காணக்கூடியவாறு உருவாக்கல்.
  - வட்ட வரைபிற்குரிய வரைபு இலக்கம், தலைப்பு, சாவி, மூலங்கள் என்பனவற்றைக் காட்டுதல்.
 

உதாரணம்:- இலங்கையில் கடந்த வருடத்தில் மொத்த ஏற்றுமதி வருமானத்தில் ஒவ்வொரு துறையின் ஒப்பீட்டு ரீதியான பங்களிப்பினை வெளிக் காட்டுதல்.

### முக்கக் குறிப்பு வரைபு

- யாதேனும் மாறியொன்றிற்குரிய விசேட நிலைமையொன்றை அதன் பொது நிலைமை களுடன் ஒப்பீட்டு ரீதியாக வெளிப்படுத்திக் காட்டுவதற்கு ஒரே வரைபில் வரையப்படும் வரைபே முக்கக் குறிப்பு வரைபடமாகும்.
 

**உதாரணம்:-** மோட்டார் வண்டி உற்பத்தி செய்யும் நிறுவனமொன்று 2015 ஆம் ஆண்டில் மாதாந்த உற்பத்தியை வெளிப்படுத்திக் காட்டுவதற்கு முக்கக் குறிப்பு வரைபைப் பயன்படுத்த முடியும்.



**கணிப்பீட்டு மதிப்பீட்டு நியதிகள்:**

- பின்வரும் ஒவ்வொரு தரவுத் தொகுதியினையும் மாணவர்களுக்கு வழங்கி, அத் தரவுகளை வெளிப்படுத்திக் காட்டுவதற்கு பொருத்தமான வரைபொன்றை வரைவதற்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.

- (1) பயன்படு காலம் 5 வருடங்களைக் கொண்ட இயந்திரமொன்றின் மூலம் ஒவ்வொரு வருடத்திலும் உற்பத்தி செய்யப்பட்ட அலகுகளின் எண்ணிக்கை பின்வருமாறு:

வருடம்	உற்பத்தி அலகுகளின் எண்ணிக்கை
2012	1 800
2013	2 400
2014	900
2015	1 200
2016	900

- (2) ஸ்டார் ஆடை உற்பத்தி நிறுவனத்தின் 2016 ஆம் ஆண்டின் ஒவ்வொரு காலாண்டுக்குமான உற்பத்திப் பெறுமானங்கள் (ரூபா மில்லியனில்) பின்வருமாறு தரப்படுகின்றது.

உற்பத்திப் பிரிவுகள்	விற்பனை வருமானம் (ரூபா மில்லியனில்)			
	Iம் காலாண்டு	IIம் காலாண்டு	IIIம் காலாண்டு	IVம் காலாண்டு
குழந்தை ஆடைகள்	0.8	1.8	1.2	1.4
பெண்களின் ஆடைகள்	1.4	2.0	1.6	1.5
ஆண்களின் ஆடைகள்	1.2	2.2	1.8	1.6
மொத்தம்	3.4	6.0	4.6	4.5

- (3) குடியேற்றப்பகுதியொன்றில் வசிக்கும் குடும்பமொன்றின் சராசரி மாதாந்தச் செலவுப் போக்கும், அக்கிராமத்தில் வாழும் பிரபுக்களின் குடும்பச் செலவுப் போக்கும் கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

செலவு உருப்படிகள்	மாதாந்தச் செலவுகள் வீதங்களில்	
	சாதாரண குடும்பமொன்றின்	பிரபுக் குடும்பமொன்றின்
1. உணவும் குடிபானமும்	40	25
2. சுகாதாரமும் பாதுகாப்பும்	10	15
3. சமூக, சமய நடவடிக்கைகள்	08	20
4. போக்குவரத்து	12	16
5. பிள்ளைகளின் கல்வி	23	14
6. பொழுதுபோக்கு நடவடிக்கைகள்	07	12
	100	100

- (4) வெதுப்பகமொன்றின் ஒரு வாரத்தில் நாளாந்தம் விற்பனை செய்யப்பட்ட பாண்களின் எண்ணிக்கை பின்வருமாறு:

நாள்	பாண்களின் எண்ணிக்கை
திங்கட்கிழமை	150
செவ்வாய்க்கிழமை	160
புதன்கிழமை	250
வியாழக்கிழமை	200
வெள்ளிக்கிழமை	240
சனிக்கிழமை	150
ஞாயிற்றுக்கிழமை	180

**தேர்ச்சி 2.0:** வணிகத் தரவுகளை ஒழுங்கமைத்து முன்வைப்பார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 2.5:** வரைபுகளைப் பயன்படுத்தி வணிகத் தரவுகளை முன்வைப்பார்.

**பாடவேளைகள்:** 12

**கற்றற் பேறுகள்:**

- தரவுகளை வரைபு ரீதியாக முன்வைப்பதற்கு ஏற்றவாறு ஒழுங்கமைப்பார்.
- பொருத்தமானவாறு அச்சுக்களைப் பெயரிட்டு கோட்டு வரைபுகளை வரைவார்.
- கோட்டு வரைபடங்களின் துணையுடன் தரவுகளின் மாறல்களை விபரிப்பார்.
- புள்ளி விபரப் பரம்பலுக்குரிய வலையுரு வரைபினையும், புள்ளி விபர பல்மடிச் சலாகை வரைபையும் கட்டியெழுப்புவார்.
- வலையுரு வரைபையும் மீடறன் பல்கோணி வரைபையும் ஒப்பிடுவார்.
- திறள் மீடறன் பரம்பலைக் (ஒகிவ்) கட்டியெழுப்புவார்.
- ஒகிவ் வரைபின் மூலம் பரம்பலின் இடையத்தைக் கண்டறிவார்.

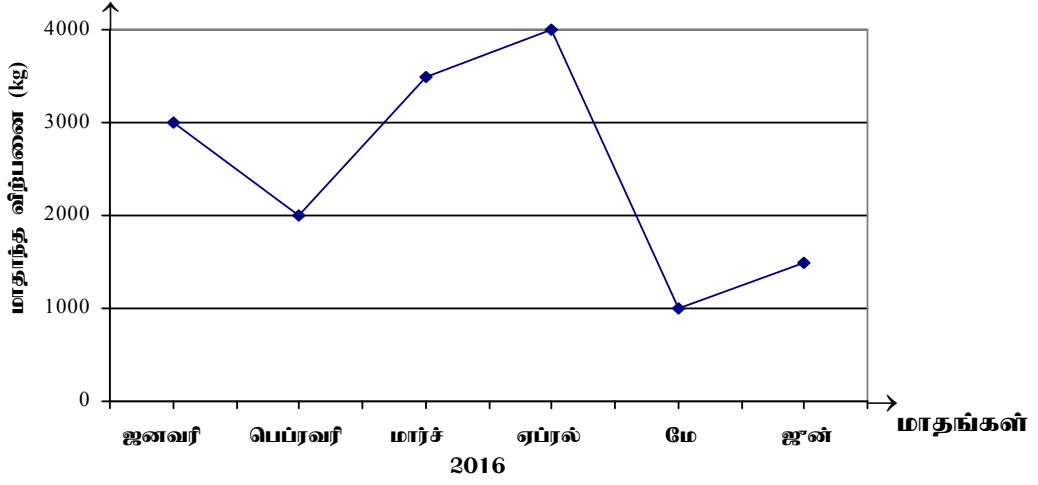
**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- ராஜகிரிய மீன்பிடிக் கூட்டுத்தாபன விற்பனையகத்தில் 2014ம் ஆண்டு முதல் ஆறு மாதங்களின் மாதாந்த மீன்களின் விற்பனை தொடர்பான பின்வரும் தகவல்களை வகுப்பில் முன்வைக்கவும்.

மாதங்கள்	ஜனவரி	பெப்	மார்ச்	ஏப்ரல்	மே	ஜூன்
மீன் விற்பனை(kg)	3 000	2 000	3 500	4 000	1 000	1 500

- பின்வரும் விடயங்களை வெளிப்படுத்தியவாறு கலந்துரையாடலொன்றைக் கட்டியெழுப்பவும்.
  - விற்பனையகமொன்றின் அன்றாட விற்பனைத் தரவுகளினூடாக வழங்கப்பட்ட தரவுகள் தயாரிக்கப்பட்டுள்ளது.
  - வழங்கப்பட்ட தரவுகளுக்கான கோட்டு வரைபொன்றினைத் தயாரிப்பதற்குக் கிடை அச்சை X எனவும், நிலைக்குத்தச்சினை Y எனவும் குறித்து X அச்சில் மாதத்தையும் Y அச்சில் விற்பனையையும் காட்டுவதற்கு அச்சுக்களை அளவுரீதியில் அடையாளமிடல் வேண்டும்.
  - X, Y களை தொகுதிகளாக அடையாளப்படுத்தப்பட்டு வரைபினை வரைதல் வேண்டும்.
  - பொருத்தமான தலைப்பினையிட்டு வரைபு அட்டவணையை பெயரிடல் வேண்டும்.

**மாதாந்த மீன் விற்பனை 2016 ஜனவரி - ஜூன்  
ராஜகிரிய மீன்பிடிக்கூட்டுத்தாபன விற்பனையகம்**



- மேற்குறிப்பிட்ட வழிகாட்டலுக்கேற்ப வரைபுத்தாளில் வரைபினை வரைய வைத்து வரைபினூடாகப் பின்வரும் விடயங்களை மாணவர்களிடம் கேட்கவும்.
  - கூடுதலான விற்பனை இடம் பெற்ற மாதத்தினைக் குறிப்பிடுக.
  - குறைவான விற்பனை இடம் பெற்ற மாதத்தினைக் குறிப்பிடுக.
  - மாதாந்த மீன் விற்பனை தொடர்பில் குறிப்பிடக்கூடிய வேறு விடயங்கள் எவை?

**விடைகள்:**

- கூடுதலான விற்பனை கொண்ட மாதம் - ஏப்ரல்
- குறைவான விற்பனையுடைய மாதம் - மே
- வேறு விடயங்கள்:  
மாதாந்த மீன் விற்பனையானது பாரியளவில் கூடிக் குறைந்துள்ளது.
- கூட்டமாக்கப்பட்ட மீடறன் பரம்பலொன்றை அடிப்படையாகக் கொண்டு கரும்பலகையின் மீது மாணவர்களோடு வலையுறு வளையியை உருவாக்கவும்.
- வலையுரு வளையியின் மீது மீடறன் பல்கோணியைக் கட்டியெழுப்பவும்.

**செயற்பாடு - 1**

கடந்த இரவில் வீட்டு வேலையினை (Home Work) செய்து முடிப்பதற்கு எடுத்த நேரம் தொடர்பில் 200 மாணவர்களிடம் வினவிப் பெற்ற தரவுகள் மீடறன் பரம்பல் மூலம் கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

நேரம்(நிமிடங்களில்)	25 - 30	30 - 35	35 - 40	40 - 45	45 - 50
மீடறன்	35	39	68	42	16

- மேற்குறிப்பிட்ட தரவுகளுக்கான வலையுரு வரைபினையும் மீடறன் பல்கோணியினையும் தயாரிக்க.
- பரம்பலின் தன்மை தொடர்பில் உங்களது கருத்தினைக் குறிப்பிடுக.

### செயற்பாடு - 2

295 மாணவர்களைக் கொண்ட மாணவர் குழுவொன்றின் மாணவர்களின் உயரம் தொடர்பில் பெற்றுக் கொள்ளப்பட்ட தரவுகளை மீறன் பரம்பலினூடாகக் கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

உயரம் (செ.மீ)	135 - 145	145 - 150	150 - 155	155 - 160	160 - 175
மீறன்	40	40	75	65	75

- மேற்குறிப்பிட்ட தரவுகளுக்கு வலையுரு வரைபினையும் மீறன் பல்கோணியினையும் வரைக.
- பரம்பலின் தன்மை தொடர்பில் உங்களது கருத்துக்களைக் குறிப்பிடுக.
- செயற்பாடு - 2 இன் வகுப்புக்களின் பருமன் சமமற்றிருப்பதனால் பின்வருமாறு தயாரிக்கப்பட்ட மீறன் பரம்பலைத் தயாரிக்க முடியும்.

உயரம் (செ.மீ)	மீறன்	வகுப்பாயிடை	ஒழுங்கமைக்கப்பட்ட மீறன்
135 - 145	40	10	$\frac{40}{10} \times 5 = 20$
145 - 150	40	05	$\frac{40}{5} \times 5 = 40$
150 - 155	75	05	$\frac{75}{5} \times 5 = 75$
155 - 160	65	05	$\frac{65}{5} \times 5 = 65$
160 - 175	75	15	$\frac{75}{15} \times 5 = 25$

### செயற்பாடு - 3

கீழே வழங்கப்பட்டுள்ள மீறன் பரம்பலின் உதவியுடன் சார்பு மீறன் வலையுரு வரைபினையும் சார்பு மீறன் பல்கோணியினையும் வரைக.

வகுப்பாயிடை(x)	20 - 30	30 - 40	40 - 50	50 - 60	60 - 70	70 - 80
மீறன் (f)	12	15	27	16	6	4

செயற்பாடு - 3 இன் சார்பு மீடறனை பின்வருமாறு கணிப்பிட முடியும்.

வகுப்பாய்மை	மீடறன்	சார்பு மீடறன்
20 - 30	12	$\frac{12}{80} = 0.1500$
30 - 40	15	$\frac{15}{80} = 0.1875$
40 - 50	27	$\frac{27}{80} = 0.3375$
50 - 60	16	$\frac{16}{80} = 0.2000$
60 - 70	6	$\frac{6}{80} = 0.0750$
70 - 80	4	$\frac{4}{80} = 0.0500$
<b>மொத்தம்</b>	<b>80</b>	<b>1.000</b>

- திரள் மீடறன் வளையி எனும் ஓகிவ் வளையியை விளக்குவதற்காக பின்வரும் சந்தர்ப்பங்களின் மீது மாணவர்களின் கவனத்தைச் செலுத்துவதில் ஈடுபடுத்தச் செய்யவும்.
- 20 ஓவர்களைக் கொண்ட கிரிக்கட் போட்டியொன்றின்போது ஒவ்வொரு ஓவர்களிலும் இலங்கைக் குழு பெற்றுக் கொண்ட மொத்தப் புள்ளிகள் அனுமாணித்து மாணவர்களோடு ஓகிவ் வளையியை கரும்பலகையில் உருவாக்கவும்.
- நிர்மாணிக்கப்பட்ட வரைபின் உதவியுடன் பின்வரும் விடயங்களை மாணவர்களிடம் கேட்கவும்.
  - 5 ஆவது ஓவர் முடிவடையும்பொழுது பெற்ற மொத்தப் புள்ளிகள் எத்தனை?
  - 10 ஆவது ஓவர் முடிவடையும்பொழுது பெற்ற மொத்தப் புள்ளிகள் எத்தனை?
  - இறுதி 5 ஓவர்களில் பெற்ற மொத்தப் புள்ளிகள் எத்தனை?
  - ஓட்டங்களைப் பெற்றுக் கொள்ளும் வேகமானது அதிகூடியதாக காணப்பட்டது. முதல் ஐந்து ஓவர்களிலா அல்லது இறுதி ஐந்து ஓவர்களிலா?
- பின்னர் பின்வரும் விடயங்கள் வெளிப்படுத்தி கலந்துரையாடலொன்றை மேற்கொள்ளவும்.
  - மீடறன் பரம்பலொன்றினை மேற்குறிப்பிட்டவாறு வரைபடத்தினூடாக வெளிப்படுத்த முடியும்.
  - அவ்வாறான வரைபடம் திரள் மீடறன் வளையி என்றழைக்கப்படும்.
  - மீடறன் பரம்பலொன்றில் குறைந்த திரள் மீடறனைப் போன்று கூடிய திரள் மீடறனையும் பயன்படுத்தி இவ்வாறான வரைபடங்களை வெளிப்படுத்த முடியும்.
  - இவ்வரைபடம் “ஓகிவ்” எனவும் அழைக்கப்படும்.

**பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:**

- மாறியொன்றின் நடத்தையை அளவு ரீதியாகவும் கோட்டு ரீதியாகவும் வெளிப்படுத்திக் காட்டுவதை வரைபு என அழைக்கப்படும்.
- நீண்ட காலத்திற்குரிய மாறியொன்றின் நடத்தையினை மிகச் சிறப்பாக வெளிப்படுத்திக் காட்டுவதற்கு கோட்டு வரைபடம் மிகப் பொருத்தமானது.
- வரைபொன்றின் மூலம் மாறியொன்றின் நகர்வினையும் போக்கினையும் அறிந்து கொள்ள முடியும்.
- இரு மாறிகளுக்கிடையிலான தொடர்பின் தன்மையினை இனங்காண்பதற்கு கோட்டு வரைபைப் பயன்படுத்த முடியும்.
- வரைபு முப்பரிமாண வகைக்குரியது.
- மீடறன் பரம்பன் துணை கொண்டு வலையுரு வரைபு, மீடறன் பல்கோணி, ஓகிவ் வளையி என்பனவற்றையும் வரைபுகளாக வெளிப்படுத்திக் காட்ட முடியும்.
- மீடறன் பரம்பலொன்றின் வகுப்பின் எல்லையையும், மீடறனையும் பயன்படுத்தி உருவாக்கப்படும் நேர்கோட்டுத் தொகுதியே வலையுரு வரைபு என்றழைக்கப்படும்.
- சமமற்ற வகுப்புக்களைக் கொண்ட மீடறன் பரம்பலொன்றிற்கான வலையுரு வரைபை உருவாக்கும் பொழுது மீடறனுக்குப் பதிலாக ஒழுங்கமைக்கப்பட்ட மீடறனை அல்லது மீடறன் அடர்த்தியைப் பயன்படுத்த வேண்டும்.
- வகுப்பாயிடையின் மையப் பெறுமானத்தையும் மீடறனையும் கருத்திற் கொண்டு வலையுரு வளையி அல்லது இன்றியோ உருவாக்கப்படுகின்ற மீடறன் வரைபு மீடறன் பல்கோணி என்றழைக்கப்படும்.
- மீடறன் பரம்பலொன்றின் தன்மையை இனங்காண்பதற்கு வலையுரு வரைபினையும், மீடறன் பல்கோணியையும் பயன்படுத்த முடியும்.
- மீடறன் பரம்பல் பலவற்றை ஒப்பிடுவதற்கான தேவை ஏற்படும் பொழுது மீடறனுக்குப் பதிலாகச் சார்பு மீடறனைப் பயன்படுத்தி சார்பு மீடறன் பல்கோணியை ஒரே தொகுதியின் தளத்தில் உருவாக்கி பயன்படுத்த முடியும்.
- மிகக் குறைவான அல்லது கூடிய திரள் மீடறன் பரம்பலொன்றைப் பயன்படுத்தி ஓகிவ் உருவாக்கப்படுகின்ற வரைபு ஓகிவ் வரைபாகும்.
- மிகக் குறைவான ஓகிவானது இடமிருந்து வலமாக மேல்நோக்கியும், மிகக் கூடிய ஓகிவானது இடமிருந்து வலப்பக்கமாக கீழ்நோக்கியும் நகரும்.
- மிகக் குறைவான ஓகிவும் மிகக் கூடிய ஓகிவும் ஒன்றையொன்று வெட்டும் புள்ளிக்கேற்ப கிடையச்சின் பெறுமதியினூடாக மீடறன் பரம்பலின் இடையம் வெளிப்படுத்தப்படும்.
- ஓகிவ் மூலம் பரம்பலொன்றின் பெறுமானம் இணையும் வேகம் தொடர்பிலான சுருக்கத்தைப் பெற்றுக் கொள்ள முடியும்.

**கணிப்பீட்டு மதிப்பீட்டு நியதிகள்:**

- (1) கீழே காட்டப்பட்ட மீடறன் பரம்பலுக்கமைய மிகக்குறைந்த திரண்ட மீடறன் நிரலினதும் அல்லது மிகக்கூடிய திரள் மீடறன் நிரலினதும் இடைவெளிகளை நிரப்பவும்.

வகுப்பாயிடை	மீடறன்	திரள் மீடறன்	திரள் மீடறன்
45 - 55	8	55க்குக் மிகக் குறைய ...8...	45 அல்லது அதை விடக் கூடிய ...60...
55 - 65	12	65க்குக் குறைய ...20...	55 அல்லது அதை விடக் கூடிய ...52...
65 - 75	20	75க்குக் குறைய .....	65 அல்லது அதை விடக் கூடிய .....
75 - 85	18	85க்குக் குறைய .....	75 அல்லது அதை விடக் கூடிய .....
85 - 95	2	95க்குக் குறைய .....	85 அல்லது அதை விடக் கூடிய .....
	60		

- மிகக் குறைவான திரள் மீடறனைப் பயன்படுத்தி மிகக் குறைந்த திரள் மீடறன் வளையி எனும் குறைவான ஓகிவை உருவாக்கவும்.
  - கூடிய திரள் மீடறனைப் பயன்படுத்தி அல்லது கூடிய திரள் மீடறன் வளையி எனும் கூடிய ஓகிவையும் உருவாக்கவும்.
- (2) ஒரு வகை வணிக நிறுவனமொன்றின் அன்றாட விற்பனைத் தரவுகளினூடாக பின்வரும் மீடறன் பரம்பலை உங்களுக்கு முன்வைக்கப்பட்டுள்ளது.

விற்பனை ரூபா 000	10 - 19	20 - 29	30 - 39	40 - 49	50 - 59	60 - 69
நாட்களின் எண்ணிக்கை	12	20	36	28	18	06

- மேற்காட்டிய தரவுகளுக்கான வலையுரு வரைபை தனி அட்டையின் மீது உருவாக்கவும்.
- வலையுரு வரைபினூடாக அன்றாட விற்பனை ரூபா 36 000 ஐ விடக் குறைவான நாட்களின் எண்ணிக்கையைக் கணிக்கவும்.
- உங்களால் வரையப்பட்ட வலையுரு வலையின் மீது மீடறன் பல்கோணியை உருவாக்கவும்.
- வலையுரு வரைபினையும் மீடறன் பல்கோணியையும் பயன்படுத்தி பரம்பலின் தன்மை தொடர்பாக கருத்தினை முன்வைக்கவும்.
- மிகக் குறைவான திரள் மீடறன் பரம்பலையும் மிகக்கூடிய திரள் மீடறன் பரம்பலையும் உருவாக்கிக் காட்சிப்படுத்தவும்.
- மிகக் குறைவான ஓகிவையும் மிகக் கூடிய ஓகிவையும் ஒரே வரைபுத் தாளின் மீது உருவாக்கிக் காட்டவும்.
- இவ் ஓகிவ்வின் மூலம் கூடுதலான அன்றாட விற்பனையைக் காட்டுகின்ற 30 நாட்களில் குறைந்த அன்றாட விற்பனையையும், அதிகுறைந்த அன்றாட விற்பனையைக் காட்டுகின்ற 30 நாட்களில் உச்சமான அன்றாட விற்பனையையும் கணிக்கவும்.



**தேர்ச்சி 2.0:** வணிகத் தரவுகளை ஒழுங்கமைத்து முன்வைப்பார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 2.6:** வணிகத் தகவல்களை முன்வைப்பதற்கு விசேட வரைபடங்களை உருவாக்குவார்.

**பாடவேளைகள்:** 08

**கற்றற் பேறுகள்:**

- லோரன்ஸ் வளையியின் மூலம் முன்வைக்கக்கூடிய மாறிகளை அறிமுகப்படுத்துவார்.
- பொருத்தமானவாறு தரவுகளை ஒழுங்கமைத்து லோரன்ஸ் வளையியை உருவாக்குவார்.
- லோரன்ஸ் வளையினூடாக தரவுகளின் பரம்பலின் முரண்பாடுகளுக்கு விளக்கம் கூறுவார்.
- தீர்மானம் எடுப்பதற்கு இணைவுக் குணகத்தைக் கணிப்பிடும் முறையினை விபரிப்பார்.
- லோரன்ஸ் வளையியைப் பயன்படுத்தக்கூடிய சந்தர்ப்பங்களுக்கான உதாரணங்களைச் சுட்டிக் காட்டுவார்.
- “Z” அட்டவணை மூலம் முன்வைக்கக்கூடிய மாறிகளை விளக்குவார்.
- “Z” அட்டவணைக்கு விளக்கம் கூறுவார்.
- பொருத்தமானவாறு தரவுகளை ஒழுங்கமைத்து “Z” அட்டவணையை உருவாக்குவார்.
- தீர்மானம் எடுக்கும்போது “Z” அட்டவணையின் அனுகூலங்களை விபரிப்பார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- பின்வரும் அறிவித்தல்களை வகுப்பில் காட்சிப்படுத்தவும்.
  - அபிவிருத்தியடைந்து வரும் நாடுகளில் வாழும் பல்லின மக்களிடையே வருமானம் பகிரப்படுகின்ற முறைகளில் பாரிய முரண்பாடுகள் காணப்படுகின்றன.
  - நாடொன்றில் வாழும் சனத்தொகையானது பரம்பிக் காணப்படுவதில் பிரதேசங்களுக்கிடையே பாரிய முரண்பாடொன்று காணப்படுகின்றது.
  - நிறுவனங்களின் பல்வேறு பதவிகளுக்கமைய ஊழியர்களின் சம்பளங்கள் பகிரப்பட்டுள்ள முறைகளில் முரண்பாடு காணப்படுகின்றது.
  - தொழிலொன்றின் சந்தையானது அத்தொழிலில் ஈடுபடும் நிறுவனங்களுக்கிடையே பகிரப்பட்டுள்ள முறைகளில் முரண்பாடு காணப்படுகின்றது.
- பின்வரும் விடயங்கள் வெளிப்படும் வகையில் கலந்துரையாடலொன்றைக் கட்டியெழுப்பவும்.
  - ஒரு நாட்டின் தேசிய வருமானமானது அந்நாட்டு மக்கள் பிரிவினரிடையே நியாயமானதாக அல்லது சமமான முறையில் பகிர்வு செய்யப்படல் பொருத்தமானது.
  - ஒரு நாட்டின் சனத்தொகையானது பிரதேசங்களுக்கிடையே சமமாகப் பகிர்வு செய்யப்படல் வளப் பயன்பாட்டில் பிரச்சினைகளை ஏற்படுத்தாதிருக்கும்.
  - நிறுவனமொன்றின் ஊழியர்களின் சம்பளப் பகிர்வில் கூடிய முரண்பாடு காணப்படுவதன் மூலம் அந்நிறுவனத்தை நடாத்திச் செல்வதில் பிரச்சினைகள் ஏற்படும்.
  - தொழிலொன்றின் சந்தையானது நிறுவனங்களுக்கிடையே ஒரே தன்மை கொண்டதாக பகிரப்பட்டிருப்பின் சந்தையின் போட்டித்தன்மை குறைவடையும்.
  - எனவே ஒரே தன்மை கொண்ட மாறிகள் அந்நிலைமைகளிலிருந்து எந்தளவு தூரத்திற்கு விலகியிருக்கின்றது என்பதனை மேற்பார்வை செய்வது மிக முக்கியமானதாகும்.

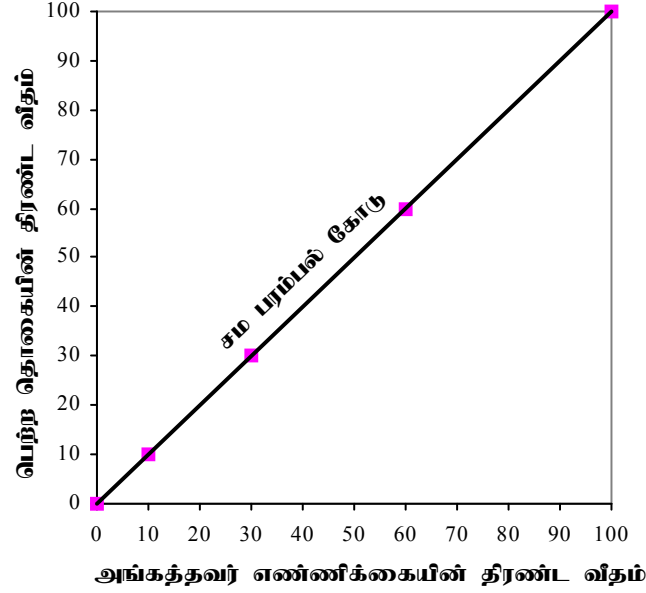
- லோரன்ஸ் வளையி அட்டவணையை விளக்குவதற்கு மாணவர்களைப் பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுத்தவும்.
- 4 குடும்பங்களின் 10 அங்கத்தவர்களிடையே ரூபா 10 000 பின்வருமாறு பகிரப்படுகின்றது எனக் கருதவும்.

குடும்பம்	அங்கத்தவர்	தொகை
W	A	1 000
	X	1 000
	C	1 000
Y	D	1 000
	E	1 000
	F	1 000
Z	G	1 000
	H	1 000
	I	1 000
	J	1 000
		10 000

- பின்வரும் விடயங்களை மாணவர்களிடம் கேட்டறியவும்.
  - W குடும்பத்தின் அங்கத்தவர் எண்ணிக்கையானது குடும்ப அங்கத்தவர்களின் மொத்த எண்ணிக்கையில் என்ன வீதமாக இருக்கின்றது. அக்குடும்பத்திற்குரிய பணத்தொகையானது பகிரப்பட்டுள்ள மொத்த தொகையில் என்ன வீதமாகும்.
  - X குடும்பத்தின் அங்கத்தவர்களின் எண்ணிக்கையானது குடும்பங்களின் மொத்த அங்கத்தவர் எண்ணிக்கையில் கொண்டுள்ள வீதம் எவ்வளவு? அக்குடும்பத்திற்குரிய பணத்தொகையானது பகிரப்பட்டுள்ள மொத்த பணத்தொகையில் என்ன வீதமாகும்?
  - இம்முறைகளுக்கமைய விளக்கத்தைப் பெற்று மேற்கூறப்பட்ட கருதுகோள் தரவுகளி னூடாகப் பின்வரும் அட்டவணையை மாணவர்களுடன் கலந்துரையாடி பூரணப் படுத்தவும்.

குடும்பம்	அங்கத்தவர் எண்ணிக்கை	மொத்த அங்கத்தவர் எண்ணிக்கையின் வீதம் (%)	தீரண்ட வீதம் (%)	பெற்ற காசு (ரூபா)	மொத்த தொகைக்குரிய வீதம் (%)	தீரண்ட வீதம் (%)
W	1	10	10	1 000	10	10
X	2	20	30	2 000	20	30
Y	3	30	60	3 000	30	60
Z	4	40	100	4 000	40	100

- மேற்காட்டிய அட்டவணையின் அங்கத்தவர் எண்ணிக்கையின் திரண்ட வீதத்தையும், பெற்ற பணத்தொகையின் திரண்ட வீதத்தையும் சதுரமொன்றில் புள்ளிகளால் அடையாளமிட்டு அப்புள்ளிகளினூடாகக் கோடொன்றைப் பின்வருமாறு வரையவும்.



- மாணவர்களினால் வரையப்பட்ட இக்கோடானது சமபரம்பல் கோடு என அழைக்கப் படுவதுடன் இது சற்சதுரத்தில் காட்சிப்படுத்தப்பட்டுள்ளது என்பதையும் விளக்கவும்.
- நடைமுறை உலகில் இம்முறையில் சமபரம்பலைக் காண்பது சிரமம் என்பதுடன் பெரும்பாலும் முரண்பாடுள்ள நிலைமைகளையே காணக்கூடியதாக இருக்கின்றது எனவும் விளக்கவும்.
- மேலே குறிப்பிடப்பட்ட ரூபா 10 000 பணத்தொகை பின்வருமாறு குடும்ப அங்கத்தவர் களிடையே உண்மையான நிலையில் பகிரப்பட்டுள்ளது என மாணவர்களுக்கு தகவல் களை வழங்கவும்.

குடும்பம்	அங்கத்தவர்	பணத்தொகை
W	A	2 000
X	B	1 800
	C	1 700
Y	D	500
	E	600
	F	900
Z	G	400
	H	800
	I	600
	J	700
		10 000

- பின்வரும் விடயங்களை மாணவர்களிடம் கேட்டறியவும்.
  - W குடும்பத்தின் அங்கத்தவர் எண்ணிக்கையானது குடும்பங்களில் மொத்த அங்கத்தவர் எண்ணிக்கையில் எவ்வீதத்தை கொண்டிருக்கின்றது. அக்குடும்பத்திற்குரிய பணத்தொகையானது பகிரப்பட்டுள்ள மொத்த தொகையில் என்ன வீதமாக இருக்கின்றது?
  - X குடும்பத்தின் அங்கத்தவர் எண்ணிக்கை, குடும்பங்களின் மொத்த அங்கத்தவர் எண்ணிக்கையில் என்ன வீதத்தை கொண்டிருக்கின்றது. அக்குடும்பத்திற்குரிய மொத்த பணத்தொகையில் பகிரப்பட்டுள்ள பணத்தொகையில் மொத்த பணத்தொகையின் வீதம் எவ்வளவு?
  - இம்முறைக்கமைய சரியான விளக்கத்தைப் பெற்று மேற்காட்டிய தரவுகளின் உதவியுடன் பின்வரும் அட்டவணையை மாணவர்களுடன் கலந்துரையாடிப் பூரணப்படுத்தவும்.

குடும்பம்	அங்கத்தவர் எண்ணிக்கை	மொத்த அங்கத்தவர் எண்ணிக்கையின் வீதம் (%)	திரண்ட வீதம் (%)	பெற்ற காசு (ரூபா)	மொத்த பணத்தொகைக்குரிய வீதம் (%)	திரண்ட வீதம் (%)
W	1	10	10	2 000	20	20
X	2	20	30	3 500	35	55
Y	3	30	60	2 000	20	75
Z	4	40	100	2 500	25	100

- மேற்காட்டிய அட்டவணையில் அங்கத்தவர் எண்ணிக்கையில் திரள் வீதத்தையும் பெற்ற பணத்தொகையின் திரள் வீதத்தையும் மேலேயுள்ள சதுரத்தொகுதியின் தளத்தில் புள்ளிகளாக அடையாளமிட்டு (0,0), (100,100) என்ற தலைப்புக்களினூடாகச் சீரான கோடொன்றை வரையவும்.  
இவ்வாறு வரையப்பட்ட சீரான கோடானது சமபரம்பல் கோடு என அழைக்கப்படும் என்பதை மாணவர்களுக்கு விளக்கவும்.
- மாணவர்களைப் பொருத்தமானவாறு குழுக்களாகப் பிரித்து செயற்பாட்டில் ஈடுபடுத்தச் செய்யவும்.
- பின்வரும் தரவுத் தொகுதியின் மீது கவனம் செலுத்தவும்.
  - நாடொன்றில் ஒவ்வொரு பிரதேசத்திலும் வாழும் மக்களிடையே அந்நாட்டின் மொத்த உற்பத்தி நிலப் பரப்பானது பகிர்ந்தளிக்கப்பட்டுள்ள முறை தொடர்பான தரவுகள் பின்வருமாறு:

பிரதேசம்	குடித்தொகை (மில்லியனில்)	பகிரப்பட்டுள்ள உற்பத்தி நிலங்களின் அளவு (ஹெக்டெயரில்)
A	8.0	400
B	5.0	640
C	2.0	800
D	1.5	320
E	4.5	200
F	9.0	520
G	4.0	640
H	16.0	4 480
	50.0	8 000

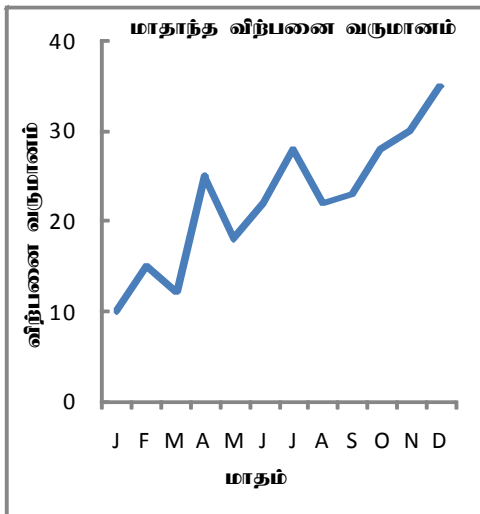
- உங்களுக்கு கிடைத்த அட்டவணையில் குறிப்பிடப்பட்ட தரவுகள் தொடர்பான மாறிகள் இரண்டை இனங்காண்க.
- 1வது மாறியில் ஒவ்வொரு பெறுமானத்தையும், அம்மாறியின் மொத்த பெறுமானத்தின் வீதமொன்றாக வெளிப்படுத்தவும்.
- ஒவ்வொரு வீதப் பெறுமதிகளையும் தனித்தனியாக சீரமைத்து அம்மாறிகளுக்கான திரண்ட வீதத்தின் பெறுமான நிரலைக் கட்டியெழுப்பவும்.
- 2வது மாறியின் ஒவ்வொரு பெறுமானங்களையும் அம்மாறியின் மொத்தப் பெறுமானத்தின் வீதமொன்றாக வெளிப்படுத்தவும்.
- ஒவ்வொரு வீதப் பெறுமானங்களைத் தனித்தனியாகச் சீரமைத்து அம்மாறிக்கான திரண்ட வீதப் பெறுமான நிரலைக் கட்டியெழுப்பவும்.
- வழங்கப்பட்ட வரைபுத்தாளில் 0 - 100 எனும் அளவுத் திட்டத்தில் சற்சதுர வடிவமுள்ள அச்சத்தளமொன்றை உருவாக்கவும்.
- ஒரு மாறியை கிடையச்சின் மூலமும், அடுத்த மாறியை நிலைக்குத்து அச்சின் மூலமும் வெளிப்படுத்திக் காட்டக்கூடியவாறு ஒவ்வொரு அச்சினையும் தனித்தனியாகப் பெயரிடவும்.
- (0,0), (100,100) தொகுதிகளை இணைத்து கோட்டினை வரைந்து அதனை சம பரம்பல் கோடாக பெயரிடவும்.
- கிடையச்சில் நீங்கள் வெளிப்படுத்திய மாறிகளின் ஒவ்வொரு திரண்ட பெறுமதிக் கேற்றவாறு நிலைக்குத்தச்சில் வெளிப்படுத்திய மாறிகளின் திரண்ட வீதப் பெறுமதியினைக் காட்டும் புள்ளியை அத்தளத்தின் மீது அடையாளமிடவும்.
- அவ்வாறு அடையாளமிடப்பட்ட சகல புள்ளிகளினூடாகவும் (0,0), (100,100) எனும் புள்ளிகளை இணைத்துச் சீரான வளையி ஒன்றை வரையவும்.
- அவ்வளையினை லோரன்ஸ் வளையி எனப் பெயரிடவும்.
- கிடையச்சின் 20%, 50%, 80% போன்ற புள்ளிகளுக்கு இணைவாக லோரன்ஸ் வளையியில் காட்டப்படுகின்ற நிலைக்குத்து அச்சில் காணப்படுகின்ற மாறியின் பெறுமானங்களைத் தனித்தனியாகப் பரீட்சித்து எழுதிக் காட்டவும்.

- ஒவ்வொரு புள்ளியிலும் மாறிகளுக்கிடையே காணப்படுகின்ற சமநிலை, முரண்பாடுகள் தொடர்பில் கருத்துக்களை முன்வைக்கவும்.
- வீதப் பெறுமானங்களையும் திரள் வீதப் பெறுமானங்களையும் உள்ளடக்கிய அட்டவணை பின்வருமாறு தரப்படுகின்றது.

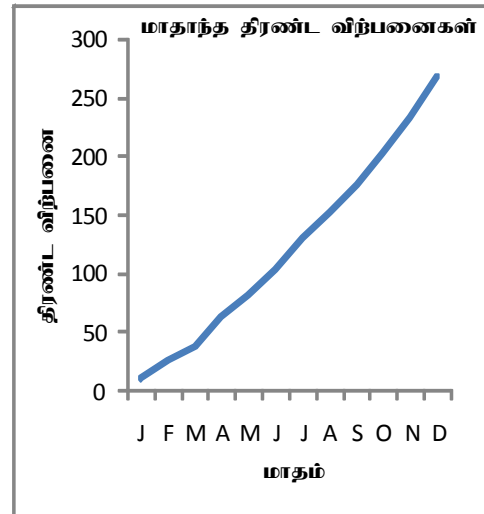
### அட்டவணை இலக்கம் - 01

பிரதேசம்	குடித்தொகை			உற்பத்தி நிலங்கள் பகிர்வு செய்யப்பட்டுள்ள முறை (ஹெக்டயரில்)		
	குடித்தொகையின் எண்ணிக்கை (மில்லியனில்)	வீதம் (%)	திரண்ட வீதம்(%)	நில அளவு (ஹெக்டயரில்)	வீதம் (%)	திரண்ட வீதம் (%)
A	8.0	16.0	16	400	5.0	5.0
B	5.0	10.0	26	640	8.0	13.0
C	2.0	4.0	30	800	10.0	23.0
D	1.5	3.0	33	320	4.0	27.0
E	4.5	9.0	42	200	2.5	29.5
F	9.0	18.0	60	520	6.5	36.0
G	4.0	8.0	68	640	8.0	44.0
H	16.0	32.0	100	4480	56.0	100.0
	50.0	100	-	8000	100.0	-

- இத்தரவுகளைப் பயன்படுத்தி வரைபுத்தாளின் மீது லோரன்ஸ் வரைபை வரைந்து காட்டவும்.
- பின்வரும் 3 வரைபுகளையும் வகுப்பறையில் முன்வைத்து அவற்றில் காணப்படும் மாறிகளின் மீது மாணவர்கள் கவனத்தைச் செலுத்தச் செய்யவும்.
- பின்வரும் விடயங்கள் வெளிப்படும் வகையில் கலந்துரையாடலை மேற்கொள்ளவும்.



1வது வரைபடம்



2வது வரைபடம்

- 1வது வரைபடத்தினூடாக வணிக நிறுவனமொன்றின் மாதாந்த விற்பனை, விற்பனை வருமானத்தின் ஏற்ற இறக்கங்களைத் தெளிவாக வெளிப்படுத்தக்கூடியதாக இருக்கின்றது.
- 2வது வரைபடத்தினூடாக வணிக நிறுவனமொன்றின் திரண்ட மாதாந்த விற்பனை வருமானம் வெளிப்படுத்தப்படுகின்றது என்பதனையும், அக்கோடானது எச்சந்தர்ப்பத்திலும் அதில் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு இடப்பக்கம் தொடக்கம் வலப்பக்கம் நோக்கி உயர்ந்து செல்கின்றது.
- 3வது வரைபடத்தினூடாக வணிகமொன்றின் நகரும் வருடாந்த விற்பனை வருமானத்தைக் காட்டுவதுடன் இரண்டு வருடங்களில் மாதாந்தப் பெறுமானங்களினூடாக நீண்டகாலப் போக்கினை கலந்துரையாடப்படும்.
- மேற்காட்டிய மூன்று படங்களிலும் தனித்தனியாகக் காட்டுகின்ற முறையில் மூன்று கோடுகளையும் ஒரே தொகுதித் தளத்தில் உருவாக்குவதன் மூலம் ஆங்கில எழுத்தின் Z எழுத்து வடிவிலான வரைபொன்றை பெற்றுக் கொள்ள முடியும்.
- மாணவர்களைப் பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடச் செய்யவும்.
  - (1) வாகனங்களை இறக்குமதி செய்து விற்பனை செய்யும் வேலுச்சாமி ட்ரேடஸ் கம்பனியின் கடந்த இரண்டு வருடங்களில் மாதாந்தம் விற்பனை செய்யப்பட்ட வாகனங்களின் எண்ணிக்கை பின்வரும் அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளது.

மாதம்	விற்பனை செய்யப்பட்ட வாகனங்களின் எண்ணிக்கை	
	2015	2016
ஜனவரி	8	14
பெப்ரவரி	10	16
மார்ச்	14	14
ஏப்ரல்	18	17
மே	14	20
ஜூன்	12	22
ஜூலை	14	16
ஆகஸ்ட்	15	15
செப்டம்பர்	20	16
ஒக்டோபர்	20	18
நவம்பர்	22	25
டிசம்பர்	20	24

- உங்களுக்குக் கிடைக்கப் பெற்ற தரவுத்தொகுதியின் 2016 ஆம் ஆண்டின் மாதாந்தத் திரண்ட பெறுமானத்தைக் கணிக்கவும்.
- 2016 ஆம் ஆண்டின் ஒவ்வொரு மாதத்தினதும் முடிவடையும் வருடத்தின் சேர்க்கப் பட்ட பெறுமதியைக் (நகரும் வருடாந்த கூட்டுத் தொகை) கணிப்பிடுக?  
உதாரணம்:-  
2016 ஜனவரி மாதத்தின் நகரும் மொத்தமென்பது ஜனவரி 31ல் முடிவடையும் 12 மாதங்களுக்கான பெறுமதிகளின் மொத்தமாகும். அதாவது 2015 பெப்ரவரியிலிருந்து 2016 ஜனவரி வரையிலான மொத்தமாகும்.
- வழங்கப்பட்ட வரைபுத்தாளில் “Z” அட்டவணையை உருவாக்குவதற்குப் பின்வரும் படிமுறைகளைப் பின்பற்றவும்.
- கிடை அச்சில் ஜனவரி, பெப்ரவரி, ....., டிசம்பர் வரை 12 மாதங்களைச் சமமான இடைவெளிகளைப் பயன்படுத்தி இலக்கமிடவும்.
- இடது பக்கக் கிடை அச்சில் மாதாந்தத் திரள் பெறுமானத்தையும் நகரும் வருடாந்தப் பெறுமதியினையையும் வெளிப்படுத்துவதற்குப் பொருத்தமான அளவுத் திட்டத்தில் இலக்கமிடவும்.
- வலது பக்கத்தில் 2016 ஆம் ஆண்டின் சராசரி மாதந்தப் பெறுமதியினை வெளிப்படுத்துவதற்குப் பொருத்தமான அளவில் கோடொன்றை உருவாக்கவும்.  
(இடது பக்க நிலைக்குத்து அச்சில் ஐந்தினை வெளிப்படுத்தக்கூடிய உயரத்தினை இந்நிலைக்குத்தச்சில் ஒன்றினை வெளிப்படுத்தக்கூடியவாறு அளவீட்டினைப் பயன்படுத்துவது மிகப் பொருத்தமானது.)
- வலது பக்க நிலைக்குத்து அச்சின் அளவுத்திட்டத்திற்கமைய 2016 ஆம் ஆண்டின் மாதாந்தப் பெறுமானங்களை தொகுதித் தளத்தில் அடையாளமிட்டு, அவ்வடையாள மிடப்பட்ட புள்ளிகளை இணைத்து வளைகோடொன்றைப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.



- இடது பக்க நிலைக்குத்து அச்சிற்கமைய ஒவ்வொரு மாதத்திற்கும் ஒத்ததான திரள் மாதாந்தப் பெறுமானங்களை தொகுதித் தளத்தில் அடையாளமிடப்பட்டு, அப் புள்ளிகள் இணைக்கப்பட்டு கிளை கோடொன்றைப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.
- இடது பக்க நிலைக்குத்து அச்சிற்கமைய ஒவ்வொரு மாதத்திற்குமான நகரும் வருடாந்த மொத்தத் தொகைகளை தொகுதித் தளத்தில் குறித்து, அக்குறித்த புள்ளிகளை இணைத்துக் கோடொன்றினைப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.
- உங்களால் உருவாக்கப்பட்ட ஒவ்வொரு வளைகோட்டின் மூலமும் என்ன விடயம் தொடர்பாடப்படுகின்றது என்பதைக் குறிப்பிடவும்.
- மாணவர்களின் தேடல்களை குழு ஒருமைப்பாட்டுடன் ஆக்கரீதியாக வகுப்பில் முன்வைக்கவும்.

மாதம்	விற்பனையான வாகனங்களின் எண்ணிக்கை		மாதாந்தத் திரள் பெறுமானங்கள் 2016	நகரும் வருடாந்த மொத்தம்
	2015	2016		
ஜனவரி	08	14	14	187 - 8 + 14 = 193
பெப்ரவரி	10	16	30	193 - 10 + 16 = 199
மார்ச்	14	14	44	199 - 14 + 14 = 199
ஏப்ரல்	18	17	61	= 198
மே	14	20	81	= 204
ஜூன்	12	22	103	= 214
ஜூலை	14	16	119	= 216
ஆகஸ்ட்	15	15	134	= 216
செப்டம்பர்	20	16	150	= 212
ஒக்டோபர்	20	18	168	= 210
நவம்பர்	22	25	193	= 213
டிசம்பர்	20	24	217	= 217
	187	217		

நகரும் வருடாந்த மொத்தம்

மாதாந்தத் திரள் விற்பனைகள்

மாதாந்த விற்பனைகள்

மாதம்

- மாதாந்த விற்பனையின்போது குறிப்பிடத்தக்க மாறல்களைக் காணலாம். மார்ச் மாதத்திலிருந்து ஜூன் வரை மாதாந்த விற்பனை அதிகரித்தும் ஜூலை ஆகஸ்ட் வரை குறைவடைந்தும், இறுதி நான்கு மாதங்களில் மிக உயர்ந்த அதிகரித்துச் செல்லும் போக்கினையும் காணலாம்.
- மாதாந்தத் திரண்ட வளைகோட்டிற்கேற்ப விற்பனை அதிகரிப்பின் வேகத்தைக் காணலாம்.
- நகரும் வருடாந்த விற்பனையில் கவனத்தைச் செலுத்தும்போது முறையான அதிகரிப்பொன்றைக் காணக்கூடியதாகவுள்ளது.

#### பாடவீடியங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:

- அவதானம் செலுத்தப்படும் மாறியின் திரள் வீதப் பெறுமானங்கள் சற்சதுரத் தொகுதித் தளத்தின் மீது உருவாக்கப்படுவதன் மூலம் லோரன்ஸ் வளையியை உருவாக்க முடியும்.
- தேசிய வருமானம் தொழிற்சாலையொன்றின் உற்பத்தி இலாபம் போன்ற மாறிகள் சமப் பரம்பலான நிலைமைகளிலிருந்து விலகிச் செல்லும் தன்மையினை வரைபு ரீதியாக வெளிப்படுத்திக் காட்டுவதற்கு லோரன்ஸ் மூலம் அறிமுகப்படுத்தப்பட்ட வரைபே லோரன்ஸ் வளையி என்றழைக்கப்படும்.
- லோரன்ஸ் வளையிகள் சிலவற்றை உருவாக்குவதன் மூலம் ஒவ்வொரு பரம்பல்களின தும் முரண்பாடுகளை ஒப்பிடக்கூடியதாக இருக்கும்.
- தொகுதித் தளமொன்றின் மீது உருவாக்கப்படும் (0,0) (100,100) தொகுதிகள் இணைக்கப்படும் 45<sup>0</sup>க் கோட்டைச் சமபரம்பல் கோடு எனும் பெயர் கொண்டழைக் கப்படுவதுடன் லோரன்ஸ் வளையியானது சம பரம்பல் கோட்டிலிருந்து விலகிச் செல்லும் அளவின் அடிப்படையில் பரம்பலின் முரண்பாட்டினை இனங்காண முடியும்.

- இவ்வாறான சந்தர்ப்பத்தில் சமபரம்பல் கோட்டிற்கும் லோரன்ஸ் வளைக்குமிடையிலான பரப்பானது லோரன்ஸ் வளையின் உள்ளடக்கப்பட்டிருக்கும் முக்கோணத்தின் பரப்பளவு வீதமொன்றாகக் கூறப்படும் பெறுமானத்தை அக்குணகத்தினை இணைவுக் குணகம் என (Gini Co Efficient) அழைக்கப்படும்.

$$\text{இணைவுக்குணகம்} = \frac{\text{சமபரம்பல் வளையிற்கும் லோரன்ஸ் வளையிற்கும் இடையில் காணப்படும் பரப்பு}}{\text{லோரன்ஸ் வளையியை உள்ளடக்கிய முக்கோணத்தின் மொத்தப் பரப்பு}}$$

- லோரன்ஸ் வளையியைப் பயன்படுத்தக்கூடிய செயற்பாட்டு வெளிப்படுத்தக்கூடிய இரு மாறிகளுக்குரிய நடைமுறை ரீதியான சந்தர்ப்பங்களுள் சில பின்வருமாறு:
  - நாடொன்றின் மொத்தத் தேசிய உற்பத்தியை அந்நாட்டு மக்களிடையே பிரித்து செல்லும் தன்மையினை வெளிப்படுத்திக் காட்டுதல்.
  - குடியேற்ற காணியொன்றுக்குரிய மொத்தப் பயிர் நிலங்களின் அளவு அக்காணியில் வாழும் விவசாயிகளிடையே பிரித்து செல்லும் தன்மையினை வெளிப்படுத்திக் காட்டுதல்.
  - ஏதாவது தொழிலொன்றின் வணிகப் பங்கினை (சந்தைப்பங்கு) அத்தொழிலில் ஈடுபட்டிருக்கும் நிறுவனங்களுக்கிடையே பிரிந்து செல்லும் தன்மையினை வெளிப்படுத்திக் காட்டுதல்.
  - கம்பனியொன்றின் மூலம் வழங்கிய சாதாரண பங்குகளின் எண்ணிக்கையானது பங்காளர் களிடையே பிரிந்து செல்லும் தன்மையினை வெளிக்காட்டுதல்.
- காலத்துடன் தொடர்புடைய மாறிகளுக்குரிய தொடர்ச்சியான இரு காலப் பகுதியின் மாதாந்தத் தரவுகளை தொகுதித் தளத்தின் மீது வெளிப்படுத்திக் காட்டுவதன் மூலம் கிடைக்கும் வரைபை Z அட்டவணை என்றழைக்கப்படும்.
  - தொடக்கத் தரவுகள்
  - திரண்ட பெறுமானங்கள்
  - நகரும் கூட்டுத்தொகைகள்
- தொடக்கத் தரவுகளை வெளிப்படுத்தக்கூடிய வளையியின் மூலம் குறிப்பிட்ட மாறியின் குறுங்கால ஏற்ற இறக்கங்களை வெளிப்படுத்திக் காட்டப்படும்.
- திரள் மாதாந்தப் பெறுமானத்தை வளைகோட்டின் மூலம் வழங்கப்பட்ட எந்தவொரு கால ரீதியான அலகொன்றைக் குறிப்பிட்டுக் காட்டப்பட்டு அவதானம் செலுத்தப்படும் மாறியின் திரண்ட பெறுமானத்தை இலகுவாகக் காட்சிப்படுத்த முடியும். இவ்வளையி எவ்வேளையிலும் இடப்பக்கத்திலிருந்து வலப்பக்கத்திற்கு மேல் நோக்கியதாகப் செல்லும்.
- நகரும் மொத்தக் கூட்டுத்தொகை வளையியின் மூலம் அவதானம் செலுத்தப்படும் மாறியின் போக்கினை வெளிப்படுத்திக் காட்ட முடியும்.
- முன்னைய வருடத்தின் பெப்ரவரி மாதத்திலிருந்து அவதானம் செலுத்தப்படும் வருடத்தின் ஜனவரி மாதம் வரையிலுமான வருடமொன்றையும், முன்னைய வருடத்தின் மார்ச் மாதத்திலிருந்து அவதானம் செலுத்தப்படும் வருடத்தின் பெப்ரவரி வரையிலான வருடமொன்றும் எனும் வகையில் நகரும் வருடாந்தக் கூட்டுத் தொகைகளை வெளிப்படுத்திக் காட்டக்கூடியதாக இருப்பதனால் நகரும் வருடாந்தக் கூட்டுத் தொகையைக் காட்டும் வளையியானது இவ்வரைபின் விசேட வளையியொன்றாகக்

கருத முடியும். இதன் மூலம் வழங்கப்படும் இரு வருடங்களின் (மாதாந்த) தரவுகளி னூடாக வணிகத்தின் 12 வருடங்களில் நடத்திச் செல்லப்படும் எனும் வகையில் வருடாந்தக் கூட்டுத்தொகைகளின் பெறுமானங்கள் 12 ஐத் துல்லியமாக உருவாக்கி முன்போக்குத் தொடர்பிலான விளக்கத்தைப் பெற்றுக் கொள்ள முடியும்.

**கணிப்பீட்டு மதிப்பீட்டு நியதிகள்:**

- ஒரு நாட்டின் ஆடைக் கைத்தொழிலின் மொத்த வெளியீட்டின் பல்வேறு பிரதேசங் களின் அத்தொழிலில் ஈடுபடுகின்ற நிறுவனங்களுக்கிடையே பகிரப்பட்டுள்ள முறை தொடர்பான தரவுகள் பின்வருமாறு தரப்படுகின்றது. இத்தரவுகளின் உதவியுடன் லோரன்ஸ் வளையை உருவாக்கவும்.

பிரதேசம்	ஆடைத் தொழிலில் ஈடுபட்டுள்ள நிறுவனங்களின் எண்ணிக்கை	ஆடைத் தொழிலின் வருடாந்த வருமானம் (ரூபா மில்லியனில்)
A	54	80
B	72	128
C	90	240
D	36	80
E	27	64
F	27	64
G	29	80
H	25	64
	<u>360</u>	<u>800</u>

- ஒரு நாட்டின் அதிகமாக வறிய மக்கள் வாழும் பிரதேசமொன்றில் தாய் சேய் போசாக்கு வேலைத்திட்டமொன்றைக் கடந்த இரு வருடங்களில் நடைமுறைப் படுத்தப்பட்டு வருகின்றது. அப்பிரதேசத்தில் ஒவ்வொரு மாதத்திலும் அவதானிக்கப்பட்ட குழந்தைப் பிறப்பின் மூன்று மாதங்களிலும் இடம்பெற்ற மரணங்களின் தொடர் பாகப் பின்வரும் அட்டவணையில் காட்டப்படுகின்றது.

மாதம்	மாதாந்தம் இடம்பெற்ற குழந்தைகளது இறப்புகளின் எண்ணிக்கை (000 நபர்களுக்கு)	
	2015	2016
ஜனவரி	28	20
பெப்ரவரி	26	23
மார்ச்	24	22
ஏப்ரல்	22	23
மே	22	20
ஜூன்	18	20
ஜூலை	16	14
ஆகஸ்ட்	15	12
செப்டம்பர்	12	10
ஒக்டோபர்	12	08
நவம்பர்	10	08
டிசம்பர்	08	06

- வைத்தியசாலையொன்றில் கடந்த இரு வருடங்களில் மாதாந்தம் இடம்பெற்ற பிறப்பின் எண்ணிக்கை பின்வருமாறு:

மாதம்	பிறப்பின் எண்ணிக்கை	
	2015	2016
ஜனவரி	54	55
பெப்ரவரி	56	55
மார்ச்	54	53
ஏப்ரல்	58	57
மே	60	58
ஜூன்	64	66
ஜூலை	62	60
ஆகஸ்ட்	60	58
செப்டம்பர்	56	58
ஒக்டோபர்	58	60
நவம்பர்	61	59
டிசம்பர்	63	61

- இத்தரவுகளுக்காக இரு அட்டவணைகளை உருவாக்கவும்.

**தேர்ச்சி 3.0:** விவரண ரீதியான புள்ளிவிபர நுட்பமுறையைப் பயன்படுத்தி வணிகத் தரவுகளைப் பகுப்பாய்வு செய்வார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 3.1:** தரவுப் பகுப்பாய்விற்காக மையநாட்ட அளவீடுகளைப் பயன்படுத்துவார்.

**பாடவேளைகள்:** 12

**கற்றற் பேறுகள்:**

- மையநாட்டத்திற்கு விளக்கம் கூறுவார்.
- சிறந்த மையநாட்ட அளவீடொன்றின் பண்புகளை விளக்குவார்.
- மையநாட்ட அளவீடொன்றான இடையினை விளக்குவார்.
- கூட்டமாக்கப்பட்ட, கூட்டமாக்கப்படாத தரவுகளுக்கான இடையினைச் சூத்திரங்களைப் பயன்படுத்தி கணிப்பிடுவார்.
- மையநாட்ட அளவீடொன்றான இடையத்திற்கு விளக்கம் கூறுவார்.
- கூட்டமாக்கப்பட்ட, கூட்டமாக்கப்படாத தரவுகளுக்கான இடையத்தினைக் கணிப்பிடுவார்.
- ஆகாரத்திற்கு விளக்கம் கூறுவார்.
- கூட்டமாக்கப்பட்ட, கூட்டமாக்கப்படாத தரவுகளுக்கான ஆகாரத்தைக் கணிப்பிடுவார்.
- சிறந்த மையநாட்ட அளவீடென்ற வகையில் இடையின் விசேட பண்புகளைப் பட்டியல் படுத்துவார்.
- இடையத்தின் விசேட பண்புகளைப் பட்டியல்படுத்துவார்.
- ஆகாரத்தின் விசேட பண்புகளைப் பட்டியல்படுத்துவார்.
- மையநாட்ட அளவீடுகளில் பொதுவாகக் காணப்படும் அனுசூலங்கள், பிரதி கூலங்களை ஒப்பீட்டு ரீதியாக விளக்குவார்.
- ஒவ்வொரு மையநாட்ட அளவீடுகளும் பொருத்தமாக அமைகின்ற சந்தர்ப்பங்களுக்கான உதாரணங்களை வழங்குவார்.
- இடை, இடையம், ஆகாரம் என்பவற்றிற்கிடையே காணப்படும் தொடர்பினை விளக்குவார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- பின்வரும் சந்தர்ப்பங்கள் தொடர்பாக மாணவர்களுடன் கலந்துரையாடலில் ஈடுபடவும்.
- 21 வீடுகளை உள்ளடக்கிய வீதியொன்றின் ஒவ்வொரு வீடுகளிலும் வசிக்கும் குடியிருப்பாளர்களின் எண்ணிக்கை தொடர்பாக மேற்கொள்ளப்பட்ட ஆய்வொன்றின் மூலம் பெற்றுக் கொள்ளப்பட்ட தரவுகள் பின்வருமாறு:  
2, 3, 4, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 8, 7, 8, 8, 5, 4, 7, 6, 6, 7, 7
  - மேற்காட்டிய தரவுகளுக்கான தரவு அட்டவணைக் கூட்டமொன்றைத் தயாரிக்கவும்.  
2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 6, 6, 7, 7, 7, 7, 8, 8, 8
  - தரவுகளுக்கமைய கூடுதலான வீடுகளில் குடியிருப்பாளர்கள் எத்தனை பேர் வீதம் இருக்கின்றனர் எனக் கேட்டறியவும்.  
3 பேர்கள் வீதமாகும்.

- தரவுகளுக்கமைய வீடொன்றில் வசிக்கும் சராசரிக் குடியிருப்பாளர்களின் எண்ணிக்கை எவ்வளவு என்பதனைக் கேட்டறியவும்.

$$\frac{105}{21} = 5 \text{ பேர்களாவார்.}$$

- வீடுகளில் வசிக்கும் குடியிருப்பாளர்களின் எண்ணிக்கைக்கமைய வீடுகளை ஒழுங்கமைக்கும் பொழுது சரியாக மத்தியில் இருக்கும் வீட்டில் வசிக்கும் குடியிருப்பாளர்களின் எண்ணிக்கை எவ்வளவு?  
தரவுக் கூட்டத்தின் மையம் அவதானிப்பு 4 ஆகும்.
- இதற்கமைய வழங்கப்பட்ட தரவுத் தொகுதியை வெளிப்படுத்திக் கொள்வதற்காக பொருத்தமான தனித்த பெறுமானமொன்றை வெளிப்படுத்த முடியும் எனவும், அவையே மையநாட்ட அளவீடுகளாகும் என்பதனை விளக்கவும்.
- தரவுத் தொகுதியொன்றில் கூடுதலான தடவைகள் எண்ணிக்கையைக் கொண்ட பெறுமானம் ஆகாரம் எனவும், தரவுத்தொகுதியிலுள்ள அனைத்துப் பெறுமானங்களும் கூட்டப்பட்டு அத்தொகையினைத் தரவு எண்ணிக்கையினால் வகுப்பதன் மூலம் கிடைக்கும் பெறுமானம் இடை எனவும் தரவுக் கூட்டமொன்றின் மத்தியில் இருக்கும் பெறுமான இடையம் எனவும் தெளிவுபடுத்தவும்.
- மாணவர்களைப் பொருத்தமானவாறு குழுக்களாக வகைப்படுத்தி பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடச் செய்யவும்.

### செயற்பாடு - 01

#### • தரவுத்தொகுதி - 01

இயந்திரமொன்று உற்பத்தி செய்த உலோக ஆணித்தொகுதியிலிருந்து எழுமாற்றாகத் தெரிவு செய்த 12 ஆணிகளின் நீளம் சென்ரி மீற்றர்களில் (cm) பின்வருமாறு தரப்படுகின்றது.

4, 3.8, 4.1, 4, 3.9, 3.8

4, 4, 3.8, 3.9, 4, 3.8

#### • தரவுத்தொகுதி - 02

10 ஊழியர்கள் வருடமொன்றில் பெற்றுக் கொண்ட விடுமுறை தினங்களின் எண்ணிக்கை பின்வருமாறு இருந்தது.

15, 13, 15, 16, 14, 16, 15, 14, 17, 14

- உங்களுக்குக் கிடைத்த தரவுத்தொகுதியை நன்றாக ஆய்வு செய்யவும்.
- அத்தரவுத் தொகுதியின் ஆகாரப் பெறுமானம் யாது?
- அத்தரவுத் தொகுதியினூடாகக் கூட்டமாக்கப்படாத மீற்றன் பரம்பலொன்றைக் கட்டியெழுப்பவும்.
- அவ்வொழுங்கமைக்கப்படாத மீற்றன் பரம்பலினூடாக ஆகாரத்தை வெளிப்படுத்திக் காட்டவும்.
- ஆகாரமற்ற தரவுத் தொகுதிகளும் இரு ஆகாரங்களுடனான தரவுத் தொகுதிகளும் பல்ஆகாரத் தொகுதியுடன் கூடிய ஆகாரத் தொகுதிகளையும் சுட்டிக் காட்டவும்.
- கூட்டமாக்கப்பட்ட மீற்றன் பரம்பலொன்றின் ஆகாரத்தைக் கணிப்பிடுவதற்கு பின்வரும் செயற்பாட்டினை வழங்கவும்.

## செயற்பாடு - 02

தொழிற்சாலையொன்றின் அன்றாடக் கூலி பெறும் பணியாளர்கள் 10 பேர்களின் அன்றாடக் கூலிகள் தொடர்பான மீறன் பரம்பலொன்று கீழே தரப்படுகின்றது.

கூலி ரூபா	ஊழியர்களின் எண்ணிக்கை
501 - 550	- 04
551 - 600	- 15
601 - 650	- 35
651 - 700	- 29
701 - 750	- 10
751 - 800	- 07
	<u>100</u>

- இவ்வாறான மீறன் பரம்பலொன்றின் முதலாவது அவதானிப்பு உறுதியற்றதென்ப தனால் ஆகாரத்தை இலகுவான இனங் காண முடியாதென்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- அதற்குப் பதிலாக கூடுதலான மீறனைக் கொண்ட வகுப்பாயிடைகளின் ஆகாரமாக பொருந்தக்கூடியதாக அவதானிப்புக்கள் உள்ளடக்கும் எனக் கருதுகோளாகக் கொள்வது பொருத்தமானது என்பதை வெளிப்படுத்தவும்.
- வகுப்பாயிடைகளின் பருமன் சிறிய அல்லது விசாலமானது என்பதன் அடிப்படையில் ஆகாரம் வகுப்பிலும் அதன் இருபக்க வகுப்புக்களிலும் மீறன்கள் வேறுபடுகின்ற முறையினைச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- அதற்கேற்ப கூட்டமாக்கப்பட்ட மீறன் பரம்பலொன்றின் ஆகாரத்தை கண்டுபிடிப்பதற்கு ஆகார வகுப்பிலும் அவ்வகுப்பின் இருபக்கங்களிலுமான வகுப்பாயிடைக்கு ஏற்ப தகவல்களைப் பயன்படுத்தி பின்வரும் சூத்திரத்தை கட்டியெழுப்பப்பட்டுள்ளது என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.

$$\begin{aligned}
 M_0 &= L_1 + \left[ \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \right] C \\
 &= 600.5 + \left[ \frac{20}{20-6} \right] 50 \\
 &= 600.5 + 38.46 \\
 &= \underline{\underline{638.96}}
 \end{aligned}$$

- $M_0$  - வகுப்பாக்கப்பட்ட பரம்பலின் ஆகாரம்
- $L_1$  - ஆகார வகுப்பின் கீழ் உண்மை எல்லை
- $\Delta_1$  - ஆகார வகுப்பாயிடையின் மீறனுக்கும் முன்னைய வகுப்பின் மீறனுக்கும் இடையிலான வித்தியாசம் (35 - 15)
- $\Delta_2$  - ஆகார வகுப்பாயிடையின் மீறனுக்கும் பின்னைய வகுப்பின் மீறனுக்கு மிடையிலான வேறுபாடு (35 - 29)
- $C$  - ஆகார வகுப்பாயிடையின் பருமன் (650.5 - 600.5)



- இச்சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி மேற்காட்டிய மீடறன் பரம்பலின் ஆகாரத்தை கணிப்பதற்கு மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.
- மேற்காட்டிய மீடறன் பரம்பலில்
  - ஆகார வகுப்பு 601 - 650 ஆகும்.
- பல்கோணியினூடாக கூட்டமாக்கப்பட்ட மீடறன் பரம்பலொன்றின் ஆகாரத்தைப் பெற்றுக் கொள்ளும் முறையினை விளக்கவும்.
- மேற்காட்டிய செயற்பாடு - 2 இன் தரவுகளுக்கான பல்கோணியை நிர்மாணித்து ஆகாரத்தைக் கணிப்பிட முடியும் என்பதனைத் தெளிவுபடுத்தவும்.
- ஆகாரம் 600.5 இற்கும் 650.5 இற்கும் இடையிலான பெறுமானமொன்று கிடைக்கப் பெறும். அப்பொழுது ஆகாரம் 639 ஆகும்.
- இடையம் தொடர்பான விளக்கத்தைப் பெற்றுக் கொடுப்பதற்காக மாணவர்களைப் பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுத்தவும்.
- ஆகாரத்தைக் கணிப்பிடுவதற்காகப் பயன்படுத்திய தரவுத்தொகுதி இரண்டையும் (செயற்பாடு - 1) மாணவர்களைப் பொருத்தமானவாறு குழுக்களாகப் பிரித்து வழங்கவும்.
  - தரவுக் கூட்டத்தைத் தயாரிக்கவும்.
  - இடையத்தைக் கணிக்கவும்.
  - கூட்டமாக்கப்படாத மீடறன் பரம்பலைக் கட்டியெழுப்பவும்.
  - அதன் திரள் மீடறனைப் பயன்படுத்தி இடையத்தைப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.
- கூட்டமாக்கப்படாத மீடறன் பரம்பலைக் கட்டியெழுப்பி இடையத்தைப் பெற்றுக் கொள்ளும் முறை பின்வருமாறு காட்டப்படுகின்றது.

• தரவுத்தொகுதி - 01

ஆணியொன்றின் நீளம்	ஆணிகளின் எண்ணிக்கை (f)	எண்ணிக்கை (cf)
3.8	4	4
3.9	2	6
4.0	5	11
4.1	1	12
	12	

$$\begin{aligned}
 md &= \frac{n+1}{2} \text{ எனும் உருப்படி} \\
 &= \frac{13}{2} = 6.5 \text{ எனும் உருப்படி} \\
 md &= 4
 \end{aligned}$$

- தரவுத்தொகுதி - 02

விடுமுறை நாட்கள்	பணியாளர்கள் (f)	(cf)
13	1	1
14	3	4
15	3	7
16	2	9
17	1	10
	<u>10</u>	

$$md = \frac{n+1}{2} \text{ எனும் உருப்படி}$$

$$= \frac{11}{2} = 5.5 \text{ எனும் உருப்படி}$$

$$md = \underline{\underline{15}}$$

- பின்வரும் கூட்டமாக்கப்படாத மீடறன் பரம்பலை மாணவர்களுக்குப் பெற்றுக் கொடுக்கவும்.

மதிப்பீட்டுப் புள்ளிகள் (x)	மாணவர் எண்ணிக்கை (f)
3	02
4	03
5	07
6	14
7	08
8	03
9	02
10	01

- திரள் மீடறன் (மிகக் குறைந்த) நிரலைத் தயாரிப்பதற்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.
- இப்பரம்பலில் உள்ளடங்கும் மொத்த அவதானிப்புக்களின் எண்ணிக்கை 30 ஐ

அண்மித்தனால்  $\frac{n}{2}$  ஆவது அவதானிப்புப் பெறுமானத்தை அடையும் என

இனங்காண்பது போதுமானது எனச் சுட்டிக் காட்டவும்.

- இதற்கமைய இப்பரம்பலின் இடையத்தைப் பெற்றுக் கொள்வதில் மாணவர்களை ஈடுபடுத்தச் செய்யவும்.

விடை:

மதிப்பீட்டுப் புள்ளிகள்	மாணவர்களின் எண்ணிக்கை மீடறன் ( $f_1$ )	திரள் மீடறன் (Fc)
3	02	02
4	03	05
5	07	12
6	14	26
7	08	34
8	03	37
9	02	39
10	01	40

இங்கு மொத்த அவதானிப்புக்களின் எண்ணிக்கை = 40

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{இடையப் பெறுமானம்} &= \frac{n}{2} \text{ ஆவது அவதானிப்புப் பெறுமானமாகும்.} \\
 &= \frac{40}{2} \text{ ஆவது அவதானிப்புப் பெறுமானமாகும்.} \\
 &= 20 \text{ ஆவது அவதானிப்புப் பெறுமானமாகும்.}
 \end{aligned}$$

- திரள் மீடறன் நிரலை அவதானிக்கும் பொழுது மொத்த அவதானிப்புக்களின் சரியாக அரைப்பங்கை அண்மிக்கின்ற முதலாவது திரள் மீடறன் பெறுமானம் 26 ஆக இருப்பதனால் 12 ஆவது அவதானிப்புப் பெறுமானத்தின் பின்னர் 26 ஆவது அவதானிப்புப் பெறுமானம் வரையுள்ள சகல அவதானிப்புக்களும் 6 ஆகும் எனக் காட்சிப்படுவதனால் இப்பரம்பலின் இடையம் 6 ஆகும்.
- கூட்டமாக்கப்பட்ட மீடறன் பரம்பலொன்றின் இடையத்தைக் கணிப்பிடுவதற்காகப் பின்வரும் செயற்பாடு - 2 ஐ மாணவர்களுக்கு வழங்கி கலந்துரையடலில் ஈடுபட்டு இடையத்தைக் கணிக்கவும்.

கூலி	ஊழியர்களின் எண்ணிக்கை (f)	திரள் மீடறன் (cf)
501 - 550	4	4
551 - 600	13	19
601 - 650	35	54
651 - 700	29	83
701 - 750	10	93
751 - 800	07	100
	100	

- திரள் மீடறன் நிரலைப் பெற்றுக் கொள்ளல்.
- இடைய வகுப்பைப் பெற்றுக் கொள்ளல்.

$$\frac{n}{2} = \frac{100}{2} = 50 \text{ ஆவது ஊழியர் உள்ளடக்கும் வகுப்பாயிடையாவது}$$

$$= 601 - 650$$

- பின்வரும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி இடையத்தைக் கணிப்பிடவும்.

$$md = L_1 + \left[ \frac{\frac{n}{2} - cf}{fm} \right] c$$

$L_1$  - இடைய வகுப்பின் கீழ் உண்மை எல்லை

$n$  - அவதானிப்புக்களின் எண்ணிக்கை

$$= 600.5 + \left[ \frac{50-19}{35} \right] 50$$

$cf$  - இடைய வகுப்பிற்கு முன்னைய வகுப்பின் திரள் மீடறன்

$$= 600.5 + \left[ \frac{31}{35} \times 50 \right]$$

$fm$  - இடைய வகுப்பின் மீடறன்

$$= 600.5 + 44.29$$

$c$  - இடைய வகுப்பின் பருமன்

$$= \underline{\underline{644.79}}$$

- ஒகிவினூடாகவும் இடையத்தைப் பெற்றுக் கொள்ளும் முறையினை விளக்கவும்.
- மிகக் குறைந்த திரள் மீடறன் பரம்பலைக் கட்டியெழுப்பி, பின்வரும் முறையில் இடையத்தைப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.

கூலி (ரூபா)	திரள் மீடறன்
500.5 அல்லது அதிலும் குறைவான	0
550.5 அல்லது அதிலும் குறைவான	4
600.5 அல்லது அதிலும் குறைவான	19
650.5 அல்லது அதிலும் குறைவான	54
700.5 அல்லது அதிலும் குறைவான	83
750.5 அல்லது அதிலும் குறைவான	93
800.5 அல்லது அதிலும் குறைவான	100

- கிடை அச்சில் வகுப்பு எல்லைகளும் நிலைக்குத்து அச்சில் திரள் மீடறனும் புலப்படக்கூடியவாறு திரள் மீடறனை வரைபு மூலம் (ஒகிவ்) கட்டியெழுப்பவும்.

- $\frac{n}{2} = \frac{100}{2} = 50$  ஆவது இடத்தின் ஊழியரின் கூலி.

- இடையம் 600.5 இற்கும் 650.5 இற்குமிடையிலான பெறுமானமாகும்.

- மேற்குறிப்பிடப்பட்ட முறையில் மிகக் கூடிய திரள் மீடறன் பரம்பலொன்றைக்

கட்டியெழுப்பி அதற்குரிய ஒகிவை வரைந்து  $\frac{n}{2} = \frac{100}{2} = 50$  ஆவது இடத்தைத்

தெரிவு செய்து இடையத்தைப் பெற்றுக் கொள்ள முடியும்.

- அதேபோன்று ஒரே தொகுதி வலையத் தளத்தின் மீது மிகக் குறைந்த, மிகக் கூடிய ஓகிவு வளைகோடுகள் இரண்டையும் வரைந்து அவ்விரு வளைகோடுகளும் வெட்டப்படும் இடத்திலிருந்து கிடைஅச்சிற்குக் கோடொன்றை வரைவதன் மூலமும் இடையத்தைப் பெற்றுக் கொள்ள முடியும்.
- வளையுரு வளையினூடாகவும் இடையத்தைப் பெற்றுக் கொள்ளும் முறையினை விளக்கவும்.
  - செயற்பாடுகள் இரண்டின் தரவுத்தொகுதிக்கான வளையுரு வளையியை வரைந்து பின்வரும் முறையில் இடையத்தைப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.

$$\begin{aligned} Md &= 600.5 + \left[ \frac{31}{35} \times 50 \right] \\ &= 600.5 + 44.29 \\ &= 644.79 \end{aligned}$$

- இடை தொடர்பான விளக்கத்தைப் பெற்றுக் கொடுப்பதற்கு மாணவர்களை பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுத்தவும்.
  - மாணவர்களைப் பொருத்தமானவாறு குழுக்களாக்கப்பட்டு செயற்பாடு - 1 இல் காணப்படும் தரவுத் தொகுதிகள் இரண்டைப் பெற்றுக் கொடுக்கவும்.
  - இத்தரவுகளின் மொத்தத்தை தரவு எண்ணிக்கையினால் வகைப்படுத்தி தரவுகளின் சராசரிப் பெறுமானத்தைப் பெற்றுக் கொள்வதில் ஈடுபடுத்தவும்.
  - இவ்வாறு பெற்றுக் கொள்ளும் எண்கணித ரீதியான சராசரியையே இடை என அழைக்கப்படும்.

• **தரவுத்தொகுதி - 01**

4, 3.8, 4.1, 4, 3.9, 3.8, 4, 4, 3.8, 3.9, 4, 3.8

$$\begin{aligned} \bar{x}_1 &= \frac{\sum x}{n} \\ &= \frac{4+3.8+4.1+4+3.9+3.8+4+4+3.8+3.9+4+3.8}{12} \\ &= \underline{\underline{3.925}} \end{aligned}$$

• **தரவுத்தொகுதி - 02**

15, 13, 15, 16, 14, 16, 15, 14, 17, 14

$$\begin{aligned} \bar{x}_2 &= \frac{\sum x}{n_2} \\ &= \frac{15+13+15+16+14+16+15+14+17+14}{10} \\ &= \underline{\underline{14.9}} \end{aligned}$$

- மேற்காட்டிய தரவுத் தொகுதிகளின் கூட்டமாக்கப்படாத மீடிறன் பரம்பலைக் கட்டி யெழுப்பவும்.
- அதன் இடையைக் கணிப்பிடவும்.

- தரவுத்தொகுதி 1 இன் கூட்டமாக்கப்படாத மீடிறன் பரம்பல்

ஆணியொன்றின் நீளம் (x)	ஆணிகளின் எண்ணிக்கை (f)	எண்ணிக்கை (fx)
3.8	4	15.2
3.9	2	7.8
4.0	5	20.0
4.1	1	4.1
	<u>12</u>	<u>47.1</u>

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{\sum fx}{\sum f} \\ &= \frac{47.1}{12} \\ &= \underline{\underline{3.925}}\end{aligned}$$

- தரவுத்தொகுதி 2 இன் கூட்டமாக்கப்படாத மீடிறன் பரம்பல்

விடுமுறை நாட்கள் (x)	பணியாளர்கள் (f)	(fx)
13	1	13
14	3	42
15	3	45
16	2	32
17	1	17
	<u>10</u>	<u>149</u>

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{\sum fx}{\sum f} \\ &= \frac{149}{10} \\ &= \underline{\underline{14.9}}\end{aligned}$$

- கூட்டமாக்கப்படாத மீடிறன் பரம்பலொன்றின் இடையைக் கணிப்பதற்கு பின்வருமாறு மேற்கொள்ளப்பட வேண்டும் என மாணவர்களுக்குத் தெளிவுபடுத்தவும்.
- மேல் குறிப்பிடப்பட்ட கூட்டமாக்கப்படாத மீடிறன் பரம்பல்களில் காணப்படும் எந்தவொரு அவதானிப்புப் பெறுமானமொன்றை உத்தேசமாகக் கொள்ளப்படும் இடையாகப் பயன்படுத்துவதற்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.
- உத்தேச இடையிலிருந்து ஒவ்வொரு அவதானிப்பின் விலகல்களைப் பெற்றுக் கொள்வதற்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.
- $f_i \times d_i$  நிரலைப் பூரணப்படுத்துவதற்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.
- அவ்விலகல்களின் இடையினை அறிந்து கருதுகோள் இடையை செம்மையாக்குவதன் மூலம் புள்ளிகளைப் பெற்றுக் கொள்வதில் ஈடுபடுத்தச் செய்யவும்.
- இணைந்த இடையை ( $\bar{X}$ ) என்றவாறு அடையாளமிடப்படும்.

$$\bar{X} = \frac{n_1\bar{x}_1 + n_2\bar{x}_2}{n_1 + n_2}$$

$$\bar{X} = \frac{12 \times 3.925 + 10 \times 14.9}{12 + 10}$$

$$\bar{X} = \frac{47.1 + 149}{22}$$

$$\bar{X} = \underline{\underline{8.91}}$$

- செயற்பாடு 2 இல் காணப்படும் கூட்டமாக்கப்பட்ட மீறன் பரம்பலை மாணவர் களுக்குப் பெற்றுக் கொடுக்கவும்.
- அம்மீறன் பரம்பலின் இடையினை மாணவர்களோடு கலந்துரையாடிக் கணிப் பிடவும்.

சம்பளம் (ரூபா)	பணியாளர் தொகை (f)	இடைப் பெறுமானம் (x)	fx
501 - 550	04	525.5	2 102.0
551 - 600	15	575.5	8 632.5
601 - 650	35	625.5	21 892.5
651 - 700	29	675.5	19 589.5
701 - 750	10	725.5	7 255.0
751 - 800	05	775.5	3 877.5
801 - 850	02	825.5	1 651.0
	<u>100</u>		<u>65 000.0</u>

$$\begin{aligned}\bar{X} &= \frac{\sum fx}{\sum f} \\ &= \frac{65000}{100} \\ &= \underline{\underline{650}}\end{aligned}$$

- இப்பரம்பலின் எந்தவொரு வகுப்புப் புள்ளியொன்றை இடையாகத் தெரிவு செய்து அக்கருதுகோள் இடையிலிருந்து (A) ஒவ்வொரு வகுப்புப் புள்ளிகளுக்கும் இடையிலிருக்கும் விலகல்களைக் கணிப்பதில் மாணவர்கள் ஈடுபடுவதற்கு ஆலோசனை வழங்கவும். ( $d_i = x_i - A$ )

- $f_i \times d_i$  யைப் பயன்படுத்தி  $\bar{X} = A + \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i}$  எனும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி மேற்காட்டிய பரம்பலின் இடையை மீண்டும் கணிப்பதற்கு மாணவர்களுக்கு வழிகாட்டவும்.

தீர்வு:

சம்பளம் (ரூபா)	ஊழியர் எண்ணிக்கை (f)	வகுப்புப் புள்ளி (x)	$d_i = x_i - A$	$f_i d_i$
501 - 550	04	525.5	- 150	- 600
551 - 600	15	575.5	- 100	- 1 500
601 - 650	35	625.5	- 50	- 1 750
651 - 700	29	<u>675.5</u> <sup>A</sup>	0	0
701 - 750	10	725.5	50	500
751 - 800	05	775.5	100	500
801 - 850	02	825.5	150	300
				-3 850 + 1 300
				$\sum f_i d_i - 2 550$

$$\begin{aligned}
 \text{இடை } \bar{X} &= A + \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i} \\
 &= 675.5 + \frac{-2550}{100} \\
 &= 675.5 - 25.5 \\
 &= \underline{\underline{650.0}}
 \end{aligned}$$

- இவ்வகுப்பாயிடையின் பருமன் சமமானதாக அமையும் பொழுது வகுப்புப் பருமன் பொதுக் காரணியாக நீக்கப்படுவதன் மூலம் அதாவது  $U_i = \frac{d_i}{c}$  என எடுப்பதன் மூலம் அடையாள முறைக்கமைய பின்வரும் வாய்ப்பாட்டைப் பயன்படுத்தி கூட்ட மாக்கப்பட்ட மீடறன் பரம்பலொன்றின் இடையை மிகவும் இலகுவாகக் கணிப்பதற்கு மாணவர்களைப் பழக்கப்படுத்தவும்.



சம்பளம் (ரூபா)	ஊழியர் எண்ணிக்கை (f)	வகுப்புப் புள்ளி (x)	$U_i = \frac{d_i}{c}$	$f_i \times U_i$
501 - 550	04	525.5	- 3	- 12
551 - 600	15	575.5	- 12	- 30
601 - 650	35	625.5	- 1	- 35
651 - 700	29	675.5 <sup>A</sup>	0	0
701 - 750	10	725.5	1	10
751 - 800	05	775.5	2	10
801 - 850	02	825.5	3	06
				- 77 + 26
				$\sum f_i u_i = -51$

$$\begin{aligned} \text{இடை } \bar{X} &= A + \left( \frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} \right) C \\ &= 675.5 + \left( \frac{-51}{100} \right) 50 \\ &= 675.5 - 25.5 \\ &= \underline{\underline{6500}} \end{aligned}$$

- மைய நாட்ட அளவீடொன்றாக ஆகாரத்தின் இடையத்தினதும் இடையினதும் விசேட பண்புகளை மாணவர்களுடன் கலந்துரையாடவும்.
- பொதுவாக சிறந்த மையநாட்ட அளவீடொன்றின் பண்புகளை மாணவர்களினூடாக கலந்துரையாடலினூடாக வெளிப்படுத்திக் கொள்ளச் செய்யவும்.
- மையநாட்ட அளவீடுகளின் சார்பு ரீதியான அனுகூலங்கள், பிரதிகூலங்களை மாணவர் களுடன் கலந்துரையாடவும்.
- ஒவ்வொரு மையநாட்ட அளவீடுகளைப் பயன்படுத்திக் கொள்வதற்கு மிகவும் பொருத்த மான சந்தர்ப்பங்களை மாணவர்களோடு கலந்துரையாடவும்.
- மையநாட்ட அளவீடுகளுக்கிடையிலான தொடர்புகளை மாணவர் களோடு கலந்துரையாடுவார்.

**பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:**

- யாதேனும் மாறியொன்று தொடர்பில் சேகரிக்கப்பட்ட தரவுகளை யாதேனும் புள்ளி யொன்றைச் சுற்றி பரந்திருக்கக்கூடிய பண்பொன்று காணப்படும். அப்பண்பையே மையநாட்டம் என்றழைக்கப்படும்.
- மையநாட்டத்தை அளவிட முடியும். இதற்காக பல்வேறு அளவீடுகள் பயன்படுத்தப்படும். மையநாட்டத்தை அளவிடுவதற்காக பின்வரும் அளவீடுகளைப் பயன்படுத்த முடியும்.
  - (i) இடை
  - (ii) இடையம்
  - (iii) ஆகாரம்

**ஆகாரத்தைப் பெற்றுக் கொள்ளல்.**

- தரவு வரிசையொன்றில் அல்லது கூட்டமாக்கப்படாத மீடறன் பரம்பலொன்றின் கூடுதலான தடவைகளின் எண்ணிக்கை உள்ளபோது இருக்கும் பெறுமானமே ஆகாரமாகும்.
- ஓராகாரமற்ற தரவுத் தொகுதியில் ஈராகாரம், பல்லாகாரம் கொண்ட தரவுகள் காணப்படும்.
- கூட்டமாக்கப்படாத மீடறன் பரம்பலுக்குரிய ஆகாரத்தைக் கணிப்பிடுவதற்கு பின்வரும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்த முடியும்.

$$M_0 = L_1 + \left[ \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \right] C$$

$L_1$  - ஆகார வகுப்பாயிடையின் கீழ் உண்மை எல்லை

$\Delta_1$  - ஆகார வகுப்பாயிடையின் மீடறனுக்கும் ஆகார வகுப்பின் மேல் வகுப்பின் மீடறனுக்கும் இடையிலான வேறுபாட்டைக் குறிக்கும்.

$\Delta_2$  - ஆகார வகுப்பின் மீடறனுக்கும் ஆகார வகுப்பின் கீழ் வகுப்பின் மீடறனுக்கும் இடையிலான வேறுபாட்டைக் குறிக்கும்.

$C$  - ஆகார வகுப்பின் பருமனைக் குறிக்கும்.

- மையநாட்ட அளவீடொன்றான ஆகாரத்தின் விசேட பண்புகள் பின்வருமாறு:
  - அசாதாரண பெறுமானங்கள் ஆகாரத்தில் தாக்கத்தை ஏற்படுத்தாது.
  - திறந்த வகுப்பாயிடையுடன் கூடிய பரம்பலொன்றுக்கும் கூட ஆகாரத்தைக் கணிப்பிட முடியும்.
  - ஆகாரத்தை வரைபு ரீதியாகப் பெற்றுக் கொள்ளக்கூடிய மையநாட்ட அளவீடொன்றாகும்.
  - தர ரீதியான தரவுகளின் மையநாட்டத்தை அளவிடுவதற்காகப் பயன்படுத்த முடியும்.

**இடையத்தைப் பெற்றுக் கொள்ளல்.**

- தரவுகளை ஏறுவரிசை அல்லது இறங்கு வரிசை முறையில் தயாரிக்கும்பொழுது சரியான மத்தியில் இருக்கும் பெறுமானமே இடையமாகும். அவ்வாறின்றேல் மீடறன் பரம்பலொன்றை சமமான இரு பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்படும் பகுதியின் பெறுமானமே இடையமாகும்.

- தரவுக் கூட்டமொன்றின் மத்தியில் இருக்கும் பெறுமானம் இடையமாகும்.
- அவதானிப்புக்கள் 30ஐ விடக் குறைவான தரவுத் தொகுதியொன்றின் இடையம் என்பது  $\frac{n+1}{2}$  எனும் இடத்தில் இருக்கும் பெறுமானத்தைக் குறிக்கும்.
- கூட்டமாக்கப்படாத மீறன் பரம்பலொன்றின் இடையத்தைக் கணிப்பிடுவதற்காக பின்வரும் படிமுறைகள் பின்பற்றப்பட வேண்டும்.
  - (i) திரள் மீறனைப் பெற்றுக்கொள்ளல்.
  - (ii)  $\frac{n+1}{2}$  எனும் இடத்தில் காணப்படும் பெறுமானமே இடையம் என்றழைக்கப்படும்.
- கூட்டமாக்கப்பட்ட மீறன் பரம்பலொன்றின் இடையத்தைக் கணிப்பிடுவதற்கு பின்வரும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்த முடியும்.

$$md = L_1 + \left[ \frac{\frac{n}{2} - cf}{fm} \right] c$$

- $\frac{n}{2}$  எனும் பெறுமானத்தைக் கொண்ட வகுப்பு இடைய வகுப்பாகும்.

$L_1$  - இடைய வகுப்பின் கீழ் உண்மை எல்லை

$n$  - அவதானிப்புக்களின் எண்ணிக்கை

$fm$  - இடைய வகுப்பின் மீறன்

$cf$  - இடைய வகுப்பிற்கு முன்னைய வகுப்பின் திரள் மீறன்

$c$  - இடைய வகுப்பின் பருமன்

- ஒகிவினூடாகவும் இடையத்தைப் பெற்றுக் கொள்ள முடியும்.
- வளையுரு வளையினூடாகவும் இடையத்தைப் பெற்றுக் கொள்ள முடியும்.
- மையநாட்ட அளவீடொன்றான இடையத்தின் விரி பண்புகள் பின்வருமாறு:
  - எவ்வேளையிலும் இனங் காணப்படும் அளவீடொன்றாக இருத்தல்.
  - இறுதி மற்றும் அசாதாரண பெறுமானங்களிலிருந்து இடையத்திற்குத் தாக்கம் ஏற்படாது.
  - அளவு ரீதியாக அளவிட முடியாத ஆயினும் வர்க்கப்படுத்தக்கூடிய மாறிகளின் மத்திய பகுதியை குறிப்பிட்டுக் காட்டுவதற்கு பயன்படுத்த முடியுமாக இருத்தல்.
  - தரவுத் தொகுதியொன்றின் சகல பெறுமானங்களும் அறியாதபோது அதாவது திறந்த வகுப்பாயிடையுடன் கூடிய சந்தர்ப்பங்களில் கணிக்க முடியும்.
  - மேற்காட்டிய ஓராயத்துடன் கூடிய பரம்பலுக்கு மிகவும் பொருத்தமான மைய நாட்ட அளவீடொன்றாக இருத்தல்.

**இடையைக் கணிப்பீடல்.**

- தரவுத் தொகுதியொன்றின் எல்லாப் பெறுமானங்களினதும் கூட்டுத்தொகையை தரவுகளின் எண்ணிக்கையினால் வகுப்பதன் மூலம் கிடைக்கும் பெறுமானமே இடையாகும்.
- தரவுகள் N எண்ணிக்கையில் இருக்கும் தரவுத் தொகுதியொன்றின் ஒவ்வொரு

தரவுகள்  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  ஆக இருப்பின் குடியின் இடை  $\mu = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{N}$  ஆகப்

பெறப்படும்.

- தரவுகள் n எண்ணிக்கையில் காணப்படும் மாதிரித் தரவுத் தொகுதியொன்றின் ஒவ்வொரு தரவுகளும்  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  ஆகவிருப்பின் இடையானது,

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

- கூட்டமாக்கப்படாத மீடறன் பரம்பலொன்றின் ஒவ்வொரு பெறுமானங்களும்  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  ஆக இருப்பின் இதற்கு ஒத்த மீடறன்  $f_1, f_2, \dots, f_n$  ஆக இருப்பின் இடை,

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^K f x_i}{\sum_{i=1}^K f_i} \quad \text{அல்லது} \quad \bar{X} = A + \frac{\sum_{i=1}^K f_i d_i}{\sum_{i=1}^K f_i} \quad \begin{array}{l} A = \text{உத்தேச இடை} \\ d_i = x_i - A \text{ (நியம விலகல்)} \end{array}$$

மூலம் பெற்றுக் கொள்ள முடியும்.

- கூட்டமாக்கப்பட்ட மீடறன் பரம்பலொன்று வகுப்பின் நடுப் பெறுமானங்களை x எனக் கருதி பின்வரும் வாய்ப்பாட்டைப் பயன்படுத்தி இடையைக் கணிக்க முடியும்.

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i}{\sum_{i=1}^k f_i} \quad \bar{X} = A + \frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i}{\sum_{i=1}^k f_i} \quad \begin{array}{l} A = \text{உத்தேச இடை} \\ d_i = x_i - A \text{ (நியம விலகல்)} \end{array}$$

- சகல வகுப்பாயிடைகளின் வகுப்புப் பருமன் சமமாகக் காணப்படும் பொழுது பின்வரும் சூத்திரத்தைப் பிரயோகித்தல் வேண்டும்.

$$(i) \quad \bar{X} = A + \left[ \frac{\sum_{i=1}^K f_i u_i}{\sum_{i=1}^K f_i} \right] C \quad \begin{array}{l} C = \text{வகுப்பின் பருமன்} \\ U_i = \frac{d_i}{c} \\ A = \text{கருதுகோள் இடை} \end{array}$$

- சிறந்த மையநாட்ட அளவீடொன்றான இடையின் விசேட பண்புகளைப் பின்வருமாறு காட்ட முடியும்.

- தரவுகள் அனைத்தையும் பிரதிநிதித்துவப்படுத்தப்பட்டிருக்கும்.
- அதிகமான அட்சர கணிதங்களாக மேலும் பயன்படுத்தக்கூடியதாக இருத்தல்.
- தரவுத் தொகுதிகள் சிலவற்றின் இடைகள் வெவ்வேறாக அறிந்துள்ளபோது இணைந்த அவற்றை ஒன்றிணைத்து இடையொன்றாகப் பெற்றுக் கொள்ள முடியும்.

$$\bar{X} = \frac{n_1\bar{x}_1 + n_2\bar{x}_2 + \dots + n_k\bar{x}_k}{n_1 + n_2 + \dots + n_k}$$

- எவ்வேளையிலும் இனங்காணக்கூடிய அளவீடொன்றாக இருத்தல்.
  - மாதிரியின் மாதிரிக்கு மாற்றமடையாத ஒப்பீட்டளவில் நம்பத் தன்மை கொண்ட மையநாட்ட அளவீடொன்றாக இருத்தல்.
- சிறந்த மையநாட்ட அளவீடொன்று பின்வருமாறு இருத்தல் வேண்டும்.
    - சகல தரவுகளும் பிரதிநிதித்துவப்படுத்தப்படல்.
    - அட்சரகணித ரீதியாக பயன்படுத்தக்கூடியதாகவிருத்தல்.
    - உண்மையான அளவீடொன்றாக இருத்தல்.
  - மையநாட்ட அளவீடுகளின் ஒப்பீட்டு ரீதியான அனுசூலங்கள், பிரதிகூலங்கள் பின்வருமாறு குறிப்பிட்டுக் காட்ட முடியும்.
    - இடையம், ஆகாரம் என்பவற்றிற்கு இணைவாக இடையில் சகல பெறுமானங்களும் பிரதிநிதித்துவப்படுத்தப்படுவதனால் வெளிப்படுத்தக்கூடிய அளவீடொன்றாகும்.
    - ஆகாரத்திற்கு ஒத்ததாக இடை, இடையம், என்பன சரியான தன்மை கொண்ட அளவீடுகளாகும்.
    - பண்பு ரீதியான மாறிகளுக்கு சேகரிக்கப்பட்ட தரவுகள் காணப்படும்போது இடையினைக் கணிப்பிடுவது விளக்கமற்ற ஒன்றாக அமைவதுடன், அவ்வாறான சந்தர்ப்பங்களில் மையநாட்டங்களை அளவிடுவதற்கு இடையம், ஆகாரம் என்பன பொருத்தமானதாகும்.
    - திறந்த வகுப்பாயிடைகள் காணப்படும்போது இடையினைக் கணிப்பிடுவதற்கு முடியாதிருப்பதுடன், இடையத்தையும் ஆகாரத்தையும் கணிக்க முடியும்.
    - ஆகாரம், இடையம் என்பவற்றை கணிப்பிடும்போது அந்தம் (முடிவு) அசாதாரண பெறுமானங்களினால் தாக்கம் ஏற்படாதிருப்பதுடன் இடையை அளவிடும்போது அந்த (முடிவு) பெறுமானங்கள் தாக்கத்தை ஏற்படுத்தும்.
    - இடையை அநேக அட்சரகணித இலக்கங்களாகப் பயன்படுத்த முடியுமாக இருப்பதுடன் இடையத்தையும் ஆகாரத்தையும் அவ்வாறு பயன்படுத்த முடியாது.
  - மையநாட்ட அளவீடொன்றாக இடை, பொருத்தமாக அமையக்கூடிய சந்தர்ப்பங்கள்:
    - தரவுகள் அளவுரீதியான மாறிகள் எனும் வகையில் காணப்படுகின்ற சந்தர்ப்பத்தில் **உதாரணம்:-** பொருட்கள் நிறை, நீளம், விற்பனை வருமானங்கள் பரீட்சைப் புள்ளிகள் போன்றன.
    - இறுதி அல்லது அசாதாரண பெறுமானங்களிலான தரவுத் தொகுதியில் இருக்காத சந்தர்ப்பத்தின் போது

- **இடையம், மையநாட்ட அளவீடொன்றாக அமையக்கூடிய சந்தர்ப்பங்கள்:**
  - பண்பு ரீதியான மாதிரிகள் தொடர்பாக சேகரிக்கப்பட்ட தரவுகள் காணப்படும்போது உதாரணம் - நுகர்வோனின் சுவை, மனப்பாங்கு போன்றன.
  - தொடரொன்றில் முடிவான அல்லது அசாதாரண பெறுமானங்களை நீக்கி, பொதுவாக வெளிப்படுத்திக் காட்டக்கூடிய அளவீடொன்று தேவைப்படும்போது
  - திறந்த வகுப்பாயிடைகளுடன் கூடிய மீடறன் பரம்பலொன்றின் சராசரியினைக் காட்டுவதற்கான அளவீடொன்று தேவைப்படும்போது
- **மையநாட்ட அளவீடொன்றாக ஆகாரம் பொருத்தமாக அமையும் சந்தர்ப்பங்கள்:**
  - பெரும்பான்மையின் அடிப்படையில் தீர்மானமெடுக்க வேண்டிய சந்தர்ப்பங்களின் போது, உதாரணம் - பாதணிகள் உற்பத்தி செய்யும்போது
  - பண்பு ரீதியான மாறிகள் தொடர்பில் சேகரிக்கப்பட்ட தரவுகள் காணப்படும் சந்தர்ப்பத்தின்போது, உதாரணம் - நுகர்வோர் சுவை, மனப்பாங்கு தொடர்பான தகவல்கள்
  - தரவுகள் கூடுதலான அளவில் ஏதேனும் பெறுமானமொன்றை நோக்கி திரண்டிருக்கும் சந்தர்ப்பத்தின்போது.
- இடை, இடையம், ஆகாரம் என்பவற்றுக்கிடையில் காணப்படுகின்ற கோட்பாட்டு ரீதியான தொடர்பு.
  - சமச்சீராக தரவு பரம்பியுள்ளபோது
$$\bar{x} = Md = Mo$$
- நடுத்தர அளவீடொன்றில் சமச்சீரற்ற பரம்பலொன்றிற்கு  $\bar{x} - Mo = 3(\bar{x} - Md)$  ஆகும்.

### கணிப்பீடும் மதிப்பீடும்:

#### செயற்பாடு - 1

- பாடசாலையில் உயர்தர வகுப்பு மாணவர்களுக்கு இருக்கும் சகோதர சகோதரிகளின் எண்ணிக்கை தொடர்பாகத் தரவு சேகரித்தல்.
- பாடசாலையின் உயர் தரத்தில் சகல வகுப்புக்களில் மாணவர்களுக்கு இருக்கும் சகோதர சகோதரிகளின் எண்ணிக்கை தொடர்பாகத் தரவு சேகரிக்கவும்.
  - அத்தரவுத் தொகுதிகளில்,
    - தரவு வலை
    - கூட்டமாக்கப்படாத மீடறன் பரம்பலைத் தயாரிக்கவும்.
- அத்தரவுத் தொகுதிகளின் ஆகாரம், இடையம், இடை என்பவற்றைக் கணிக்கவும்.

#### செயற்பாடு - 2

- பாடசாலையில் உயர் வகுப்புக்களில் இருக்கும் மாணவர்களின் உயரம் தொடர்பான தரவு சேகரிக்கவும்.
- அத்தரவுகளினூடாக கூட்டமாக்கப்பட்ட மீடறன் பரம்பலைத் தயாரிக்கவும்.
- அத்தரவுத் தொகுதியின் ஆகாரம், இடையம், இடை என்பவற்றைக் கணிக்கவும்.

**தேர்ச்சி 3.0:** விவரண ரீதியான புள்ளிவிபர நுட்பமுறையைப் பயன்படுத்தி வணிகத் தரவுகளைப் பகுப்பாய்வு செய்வார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 3.2:** விசேட மையநாட்ட அளவீடுகளைப் பயன்படுத்தித் தரவுப் பகுப்பாய்வு செய்வார்.

**பாடவேளைகள்:** 12

**கற்றற் பேறுகள்:**

- தரவுப் பகுப்பாய்விற்காக விசேட மையநாட்ட அளவீடுகளின் முக்கியத்துவத்தைச் சுட்டிக் காட்டுவார்.
- பெருக்கலிடையை விளக்குவார்.
- பெருக்கலிடையைப் பயன்படுத்த வேண்டிய சந்தர்ப்பங்களை விளக்குவார்.
- பெருக்கலிடையைக் கணிப்பிடுவார்.
- பெருக்கலிடையைக் கணிக்கும்போது ஏற்படும் பிரச்சினைகளைச் சுட்டிக் காட்டுவார்.
- இசையிடைக்கு விளக்கம் கூறுவார்.
- இசையிடையைப் பயன்படுத்த வேண்டிய சந்தர்ப்பங்களை விளக்குவார்.
- இசையிடையினைக் கணிப்பிடுவார்.
- நிறையிடப்பட்ட இடையை விளக்குவார்.
- சுமத்துதல் என்றால் என்னவென்பதை விளக்குவார்.
- நிறையிடப்பட்ட இடையினைப் பயன்படுத்த வேண்டிய சந்தர்ப்பங்களைக் குறிப்பிடுவார்.
- நிறையிடப்பட்ட இடையினைக் கணிப்பிடுவார்.
- ஒரே தரவுக் கூட்டம் தொடர்பில் பெருக்கலிடை, இசையிடை, நிறையிடப்பட்ட இடை, என்பவற்றை பருமனின் அடிப்படையில் பட்டியல்படுத்துவார்.
- விசேட மையநாட்டு அளவீட்டினைப் பயன்படுத்தி வணிகக் கருமங்களுக்குரிய தீர்மானங்களை எடுப்பார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- வணிக நிறுவனமொன்றின் கடந்த மூன்று மாதங்கள் இடம்பெற்ற விற்பனைகள் தொடர்பான தகவல்களை வகுப்பில் முன்வைக்கவும்.

**மாதம் விற்பனை (அலகுகள்)**

சனவரி	2 000
பெப்ரவரி	4 000
மார்ச்	32 000

- சனவரி மாத விற்பனையில் இரு மடங்கு பெப்ரவரி மாதத்திலும், பெப்ரவரி மாத விற்பனையில் எட்டு மடங்கு மார்ச் மாதத்திலும் விற்பனை செய்யப்பட்டுள்ளது என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.
  - இங்கு இரு மடங்கு, எட்டு மடங்கு என்பன விருத்தி விகிதம் என்பதைத் தெளிவு படுத்தவும்.
  - அவ்விருத்தி விகிதங்களின் சராசரியினை ஏற்கனவே கற்ற முறையின்படி கணிப்பிடுவதற்கு மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.

- மாணவன் பெற்ற இடைப் பெறுமதியினைப் பயன்படுத்தி ஒவ்வொரு மாதத்திற்குமான விற்பனையைக் கணிக்கும்போது அவை உண்மையற்றதாக இருக்கும் முறையினை மாணவர்களுக்கு பின்வருமாறு சுட்டிக் காட்டவும்.

விருத்தி விகிதத்தின் சராசரி

$$\frac{2+8}{2}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{சனவரி மாதத்தின் விற்பனை அலகுகள்} &= 2\,000 \\ \text{பெப்ரவரி மாதத்தின் விற்பனை அலகுகள்} &= (2\,000 \times 5) = 10\,000 \\ \text{மார்ச் மாதத்தின் விற்பனை அலகுகள்} &= (10\,000 \times 5) = 50\,000 \end{aligned}$$

இவ்வாறான சந்தர்ப்பமொன்றில் விருத்தி விகிதத்தின் வர்க்கமூலத்தினை இடையாகப் பயன்படுத்துதல் மிகச் சரியானதாக இருக்கும் என்பதை மேலே குறிப்பிடப்பட்ட நிறுவனத்தின் விற்பனை தொடர்பான தரவுகளின் உதவியுடன் சுட்டிக் காட்டவும்.

$$\begin{aligned} \text{விருத்தி விகிதத்தின் வர்க்கமூலம்} &= \sqrt{2 \times 8} = 4 \\ \text{ஜனவரி மாதத்தின் விற்பனை அலகுகள்} &= 2\,000 \\ \text{பெப்ரவரி மாதத்தின் விற்பனை அலகுகள்} &= (2\,000 \times 4) = 8\,000 \\ \text{மார்ச் மாதத்தின் விற்பனை அலகுகள்} &= (8\,000 \times 4) = 32\,000 \end{aligned}$$

- இவ்வாறு கணிப்பிடப்படுகின்ற இடை பெருக்கல் இடை எனக் கூறப்படும் என்பதை விளக்கவும்.
- விருத்தி விகிதமாக காணப்படுகின்ற தரவுகளின் இடையினைக் கணிப்பதற்கு பெருக்கலிடையினைப் பயன்படுத்த வேண்டுமென்பதை உறுதிப்படுத்தவும்.
- இதன்படி பெருக்கலிடையைக் கணிக்கும் முறையினைச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- மாணவர்களை பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுத்தவும்.

#### தரவுத்தொகுதி - 01

- கடந்த நான்கு வருடங்களில் குறிப்பிட்ட தொழிலொன்றின் வருடாந்த விருத்தி விகிதம் பின்வருமாறு:  
0.2%, 2%, 5%, 8%

#### தரவுத்தொகுதி - 02

- கடந்த மூன்று வருடங்களில் மொத்த தேசிய உற்பத்தியில் வருடாந்த விருத்தி விகிதம் பின்வருமாறு:  
1.5%, 3.25%, 5.12%

#### தரவுத்தொகுதி - 03

- வணிகமொன்றில் கடந்த நான்கு வருடங்களின் விற்பனையின் வருடாந்த அதிகரிப்பு பின்வருமாறு:  
5%, 10%, 20%, 10%
- மேலே தரப்பட்ட ஒவ்வொரு தரவுத் தொகுதியினதும் பெருக்கலிடையினைக் கணிக்க.



**தரவுத்தொகுதி - 01 (தீர்வு)**

0.2%, 2%, 5%, 8%

- வழங்கப்பட்ட தரவுகளைப் பின்வரும் முறையில் ஒழுங்கமைக்கவும்.

$$0.2\% = \frac{100.2}{100} = 1.002$$

$$2\% = \frac{102}{100} = 1.02$$

$$5\% = \frac{105}{100} = 1.05$$

$$8\% = \frac{108}{100} = 1.08$$

- $G = \sqrt[4]{1.002 \times 1.02 \times 1.05 \times 1.08}$

$$\text{Log}G = \frac{1}{4}(\lg 1.002 + \lg 1.02 + \lg 1.05 + \lg 1.08)$$

$$= \frac{1}{4}(0.0009 + 0.0086 + 0.0212 + 0.0334)$$

$$= \frac{1}{4}(0.0641)$$

$$= 0.0160$$

$$G = \text{anti log } 0.0160$$

$$G = 1.04$$

சராசரி வருடாந்த விருத்தி வீதம் = 4% ஆகும்.

**தரவுத்தொகுதி - 02 (தீர்வு)**

விருத்தி வீதம் 1.5%, 3.25%, 5.12%

- பின்வருமாறு தரவுகளை ஒழுங்கமைக்க.

$$1.5\% = \frac{101.5}{100} = 1.015$$

$$3.25\% = \frac{103.25}{100} = 1.0325$$

$$5.12\% = \frac{105.12}{100} = 1.0512$$

- $G = \sqrt[3]{1.015 \times 1.0325 \times 1.0512}$

$$\text{Log}G = \frac{1}{3}(\lg 1.015 + \lg 1.0325 + \lg 1.0512)$$

$$= \frac{1}{3}(0.0065 + 0.0139 + 0.0217)$$

$$= \frac{1}{3}(0.0421)$$

$$G = \text{anti log } 0.0421$$

$$G = 1.033$$

சராசரி வருடாந்த விருத்தி வீதம் = 3.3% ஆகும்.

### தரவுத்தொகுதி - 03 (தீர்வு)

நான்கு வருடங்களின் வருடாந்த விருத்தி 5%, 10%, 20%, -10%

- தரவுகளைப் பின்வருமாறு ஒழுங்கமைக்கவும்.

$$5 \% = \frac{105}{100} = 1.05$$

$$10 \% = \frac{110}{100} = 1.10$$

$$20 \% = \frac{120}{100} = 1.20$$

$$-10 \% = \frac{90}{100} = 0.90$$

- $G = \sqrt[4]{1.05 \times 1.10 \times 1.20 \times 0.90}$

$$\text{Log}G = \frac{1}{4}(\lg 1.05 + \lg 1.10 + \lg 1.20 + \lg 0.90)$$

$$= \frac{1}{4}(0.0212 + 0.0414 + 0.0792 + \tau.09542)$$

$$= \frac{1}{4}(0.0960)$$

$$= 0.024$$

$$= \text{anti log } 0.024$$

$$G = 1.057$$

சராசரி வருடாந்த விருத்தி வீதம் = 5.7% ஆகும்.

- பின்வரும் பிரச்சினையை மாணவர்களுக்கு முன்வைக்கவும்.
  - ஒரு டசின் ரூபா 60 வான பென்சில்களைக் கொள்வனவு செய்வதற்கும், ஒரு டசின் ரூபா 40 வான பென்சில்களைக் கொள்வனவு செய்வதற்கும் சமமான தொகை செலவிடப்படுமாயின் ஒரு டசின் பென்சிலின் சராசரி விலையினை இடையினைப் பயன்படுத்திக் கணிக்குமாறு மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.

$$\text{அது } \frac{60+40}{2} = 50 \text{ ஆகும்.}$$

- கிடைத்த விடையின் பொருத்தப்பாடு தொடர்பில் மாணவர்களின் கருத்துக்களை கேட்கவும்.
- இரு வகைப் பென்சில்களையும் கொள்வனவு செய்வதற்கு ரூபா 120 வீதம் செலவிடப்படின, செலவிடப்படும் மொத்தத் தொகை ரூபா 240 என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- ரூபா 120க்கு முதலாவது வகைப் பென்சில்களில் இரண்டு டசின்களும், இரண்டாவது வகைப் பென்சில்களில் மூன்று டசின்கள் என 5 டசின் பென்சில்களை கொள்வனவு செய்ய முடியும் என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.

- இதன்படி டசின் ஒன்றின் சராசரி விலை  $\frac{240}{5} = 48$  வாகுமென்பதைக் காட்டவும்.

எனினும் ஆரம்பத்தில் கணிப்பிடப்பட்ட சராசரி விலைக்கேற்ப 5 டசின் பென்சில்களைக் கொள்வனவு செய்வதற்கு செலவாகும் தொகை (50×5) ரூபா 250 என்பதனால் இங்கு கிடைத்ததைக் கணிப்பதற்கு இந்த முறை பொருத்தமற்றது என்பதை மாணவர்களுக்கு தெளிவுபடுத்தவும்.

- இசையிடைக்குரிய சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி இடையினைக் கணிப்பிட்டுக் காட்டுக.

$$H = \frac{2}{\frac{1}{60} + \frac{1}{40}}$$

$$H = \underline{\underline{48}}$$

- இசையிடையின்படி 5 டசின் பென்சில்களைக் கொள்வனவு செய்வதற்கு செலவழிக்கப்பட்ட தொகை (48×5) ரூபா 240 என்பதை உறுதிப்படுத்தவும்.
- ஒன்றுக்கொன்று மாற்றமாக காணப்படுகின்ற விகிதத்தின் இடையினைக் கணிப்பதற்கு இசையிடையினைப் பயன்படுத்துவது பொருத்தமானதென்பதை உறுதிப்படுத்துக.
- பின்வரும் தரவுத் தொகுதியினை மாணவர்களுக்கு வழங்கி, அவர்களைச் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுத்தவும்.
  - 100 மீற்றர் நீளம் கொண்ட பாலத்தினூடாக பயணித்த 4 வாகனங்களின் வேகமானது கிலோமீற்றரில் (Kmph<sup>-1</sup>) கீழே தரப்பட்டுள்ளது.  
30, 60, 20, 50  
சராசரி வேகமானது கிலோமீற்றருக்கு (Kmph<sup>-1</sup>) எவ்வளவு?

$$x_1 = 30, \quad x_2 = 60, \quad x_3 = 20, \quad x_4 = 50$$

$$\begin{aligned} \text{இசையிடை H.M} &= \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i}} \\ &= \frac{4}{\frac{1}{30} + \frac{1}{60} + \frac{1}{20} + \frac{1}{50}} \\ &= 4 \times \frac{300}{36} \\ &= \underline{\underline{33.33 \text{ Kmph}^{-1}}} \end{aligned}$$

- பின்வரும் பிரச்சினையை மாணவர்களுக்கு முன்வைக்கவும்.
- ஒரு வகைத் தொழிலொன்றிற்கு கோட்பாட்டு ரீதியான அறிவு 40% மும், செயற்பாட்டு ரீதியான திறன் 60% மும் முக்கியமானதாகும். அத்தொழிலுக்கு விண்ணப்பித்த A, B எனும் இருவர் கோட்பாட்டு ரீதியான பரீட்சைக்கும், செயற்பாட்டு ரீதியான பரீட்சைக்கும் பெற்றுக் கொண்ட புள்ளிகள் பின்வருமாறு:

	பெற்றுக் கொண்ட புள்ளிகள்	
	A	B
கோட்பாட்டு ரீதியான பரீட்சை	38	25
செயற்பாட்டு ரீதியான பரீட்சை	35	45
மொத்தப்புள்ளிகள்	73	70

- இரண்டு பரீட்சைகளிலும் மொத்தப்புள்ளிகளில் முதலில் இருப்பவர் யார்?
- குறித்த பதவிக்கு அவர் மிகப் பொருத்தமானவர் என நீர் எண்ணுகின்றீரா?
- மாணவர்களிடம் கிடைத்த விடைகளைக் கவனத்தில் கொண்டு பின்வரும் விடயங்கள் வெளிப்படும் வகையில் கலந்துரையாடலொன்றை நடாத்தவும்.
  - மேற்குறிப்பிட்ட தொழிலுக்கு ஒருவரைத் தெரிவு செய்யும்போது கோட்பாட்டு ரீதியான அறிவை விட செயற்பாட்டு ரீதியான திறனுக்கே கூடுதல் முக்கியத்துவம் வழங்கப்படல் வேண்டும்.  
(கோட்பாட்டு ரீதியான அறிவுக்கு 40%, செயற்பாட்டு ரீதியான திறனுக்கு 60%)
  - மொத்தப்புள்ளியின் அடிப்படையில் கணிக்கப்படுகின்ற எளிய சராசரி முறை இவ்வாறான சந்தர்ப்பங்களுக்கு பொருத்தமற்றது.
  - ஒப்பீட்டு ரீதியில் கூடிய முக்கியத்துவம் கொண்ட தரவுகளுக்கு சுமத்துதலுக்கேற்ப சராசரியொன்று கணிப்பிடப்படல் வேண்டுமா?
  - அதற்கு நிறையிடப்பட்ட இடை எனும் எண்ணக்கரு முக்கியமானதாகும்.
    - A எனும் பரீட்சகரின் இடைப்புள்ளி

$$\begin{aligned} 38 \times \frac{40}{100} + 3 \times \frac{60}{100} \\ 15.2 + 21 = 36.2 \end{aligned}$$

- B எனும் பரீட்சகரின் இடைப்புள்ளி

$$25 \times \frac{40}{100} + 45 \times \frac{60}{100}$$

$$10 + 27 = 37$$

- இவ்வாறு இடையினை கணிப்பிடல் நிறையிடப்பட்ட இடை எனப்படும் என்பதை விளக்கவும்.
- நிறையிடப்பட்ட இடையினை சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தியும் கணிப்பிட முடியும் என்பதை சுட்டிக் காட்டவும்.

- A பரீட்சகருக்கான நிறையிடப்பட்ட இடை

$$x_1 = 38 \quad x_2 = 35 \quad w_1 = 40 \quad w_2 = 60$$

$$\bar{x}_w = \frac{\sum x_i w_i}{\sum w_i}$$

$$= \frac{(38 \times 40) + (35 \times 60)}{100}$$

$$= 36.2$$

- B பரீட்சகருக்கான நிறையிடப்பட்ட இடை

$$x_1 = 25 \quad x_2 = 45 \quad w_1 = 40 \quad w_2 = 60$$

$$\bar{x}_w = \frac{\sum x_i w_i}{\sum w_i}$$

$$= \frac{(25 \times 40) + (45 \times 60)}{100} = \underline{\underline{37}}$$

- கூட்டல் இடை, பெருக்கலிடை, இசையிடை என்பவற்றுக்கிடையிலான தொடர்பினை இனங்காண்பதற்கு பின்வரும் செயற்பாட்டில் மாணவர்களை ஈடுபடுத்தவும்.

### செயற்பாடு - 1

- கீழே தரப்பட்டுள்ள தரவுகளில் எளிய கூட்டல் இடை, பெருக்கல் இடை, இசையிடை என்பவற்றைக் கணிக்க.

$$4, 6, 9$$

- பருமனின் அடிப்படையில் அந்த இடைகளை ஒழுங்குபடுத்துக.

### செயற்பாடு - 2

- கீழே தரப்பட்டுள்ள தரவுகளிலிருந்து எளிய கூட்டல் இடை, பெருக்கல் இடை, இசையிடை என்பவற்றைக் கணிக்க.

$$5, 5, 5$$

- கிடைத்த விடைக்கேற்ப எளிய கூட்டல் இடை, பெருக்கல் இடை, இசையிடை என்பவற்றுக்கிடையிலான தொடர்பினை சுட்டிக் காட்டவும்.

### செயற்பாடு - 1 (தீர்வு)

$$\begin{aligned}\text{எளிய இடை } \bar{x} &= \frac{4+6+9}{3} \\ &= \underline{\underline{6.33}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}G &= \sqrt[3]{4 \times 6 \times 9} \\ &= \underline{\underline{6}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}H &= \frac{3}{\frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{9}} \\ &= \underline{\underline{5.68}} \\ \bar{x} &> G > H.m\end{aligned}$$

### செயற்பாடு - 2 (தீர்வு)

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{5+5+5}{3} \\ &= \underline{\underline{5}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}G &= \sqrt[3]{5 \times 5 \times 5} \\ &= \underline{\underline{5}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}H &= \frac{3}{\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5}} \\ &= \underline{\underline{5}} \\ x &= G = H\end{aligned}$$

### பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:

- தரவுத்தொகுதி தன்மைக்கேற்ப இடையினைக் கணிப்பதற்கு வித்தியாசமான விசேட அளவீடுகளைப் பயன்படுத்த வேண்டும்.
- விருத்தி விகிதம் எனப்படுகின்ற அதிகரித்துச் செல்லும் இடையைக் கணிப்பதற்கு பெருக்கலிடையைப் பயன்படுத்த முடியும்.

$$G = \sqrt[n]{x_1 \times x_2 \times \dots \times x_n} \quad \text{அல்லது} \quad G = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n x_i}$$

இங்கு  $n$  என்பது பரீட்சிக்கும் எண்ணிக்கையாகும்.

- மடக்கையை பயன்படுத்தி பெருக்கல் இடையினைக் கணிப்பதற்கு பின்வரும் சூத்திரம் பயன்படுத்தப்படும்.

$$G = \sqrt[n]{\log x_1 + \log x_2 + \dots + \log x_n} \quad \text{அல்லது} \quad \log G = \frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^n \log x_i \right)$$

- ஒன்றுக்கொன்று வேறுபாடான முறையில் காணப்படுகின்ற இடைகளைக் கணிப்பதற்கு இசையிடைவினைப் பயன்படுத்த முடியும்.

$$H = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i}}$$

இங்கு  $n$  என்பது பரீட்சிக்கும் எண்ணிக்கையாகும்.

- தரவுகளின் ஒப்பீட்டு ரீதியான முக்கியத்துவம் வேறுபடுகின்ற சந்தர்ப்பத்தில் இடைவினைக் கணிப்பதற்கு நிறையிடப்பட்ட இடைவினைப் பயன்படுத்த முடியும்.

$$\bar{x}_w = \frac{\sum x_i w_i}{\sum w_i}$$

இங்கு  $w_i$  என்பது நிறையாகும்.

- நிறை எனும் சுமத்துதல் என்பது ஒப்பீட்டின் அடிப்படையில் தரவுகளுக்கு விசேட பெறுமதியொன்றை இடுதல் ஆகும்.
- ஒரே தரவினைப் பயன்படுத்தி கணிப்பிடப்படுகின்ற, கூட்டல் இடை  $\geq$  பெருக்கல் இடை  $\geq$  இடைவிடையாகும்.

$$\bar{X} \geq G \geq H$$

### கணிப்பீடும் மதிப்பீடும்

- A, B, C எனும் மூன்று வகைப் பொருட்களை மாத்திரம் விற்பனை செய்யும் வணிக நிறுவனமொன்று தனது கொள்கையாக A பண்டத்தின் விலையினை ரூபா 10 இனாலும், B பண்டத்தின் விலையினை ரூபா 50 இனாலும், C பண்டத்தின் விலையினை ரூபா 20 இனாலும் வருடாந்தம் அதிகரிக்கின்றது. மூன்று வகைப் பொருட்களை கவனத்தில் கொள்ளும்போது வணிக நிறுவனத்தின் பண்டங்களை வருடாந்த விலை அதிகரிப்பு ரூபா எவ்வளவு?

- குடும்பமொன்றின் உணவுப் பாவனை கவனத்தில் எடுத்துப் பார்த்தபோது 40% மானோர் தானிய வகைகளையும், 25% மானோர் மரக்கறி வகைகளையும், 20% மானோர் பழவகைகளையும், 15% மானோர் மீன் வகைகளையும் விரும்புகின்றனர்.

- ஒவ்வொரு உணவு வகைகளினதும் கிலோகிராம் அலகொன்றின் சராசரி விலை பின்வருமாறு:

தானியம்	-	ரூபா 100
மரக்கறி	-	ரூபா 60
பழவகைகள்	-	ரூபா 180
மீன்	-	ரூபா 300

மேலே குறிப்பிட்ட குடும்பத்தின் ஒரு கிலோகிராமுக்கான சராசரி விலை எவ்வளவு?

**தேர்ச்சி 3.0:** விவரண ரீதியான புள்ளிவிபர நுட்பமுறையைப் பயன்படுத்தி வணிகத் தரவுகளைப் பகுப்பாய்வு செய்வார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 3.3:** தரவு இட அமைவினைப் பகுப்பாய்வு செய்வதற்கு சார்பு இட அமைவு அளவீடுகளைப் பயன்படுத்துவார்.

**பாடவேளைகள்:** 12

**கற்றற் பேறுகள்:**

- சார்பு இட அமைவு என்றால் என்ன என்பதை அறிமுகப்படுத்துவார்.
- சார்பு இட அமைவினை கணிப்பிடும் அளவீடுகளை விபரிப்பார்.
- சார்பு இட அமைவின் நன்மைகளை அறிந்து கொள்வார்.
- கூட்டமாக்கப்பட்ட, கூட்டமாக்கப்படாத மீடறன் பரம்பலுக்கான காலணை, தசமணை, சதமணைகளைக் கணிப்பிடுவார்.
- காலணை, தசமணை, சதமணை என்பவற்றினூடாகத் தொகுப்பார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- தவணைப் பரீட்சையில் பாடமொன்றிற்கு A எனும் மாணவன் 40 புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ளார் என மாணவர்களுக்குக் கூறி அப்புள்ளி தொடர்பில் மாணவர்களின் கருத்துக்களைக் கேட்கவும்.
- மாணவர்கள் கூறிய கருத்துக்களின் பின்னர் அப்பரீட்சைக்கு 23 மாணவர்கள் தோற்றி னார்கள் எனவும், அந்த 23 மாணவர்களும் பெற்றுக் கொண்ட புள்ளிகளை ஏறுவரிசையில் கீழுள்ளவாறு கரும்பலகையில் எழுதவும்.  
4, 5, 8, 10, 13, 16, 17, 19, 20, 22, 25, 25, 25, 28, 28, 30, 33, 34, 36, 37, 39, 40, 42
- மீண்டும் A என்ற மாணவன் பெற்ற புள்ளி 40 தொடர்பில் மாணவர்களின் கருத்துக்களைக் கேட்கவும்.
- புள்ளி வகுப்பினை நான்கு சமபகுதிகளாக பிரிக்கும்போது 40 புள்ளியினைப் பெற்ற மாணவன் ஆகக் கூடிய புள்ளியினைப் பெற்ற மாணவர்களில்  $\frac{1}{4}$  இனுள் இருக்கின்றார் என்பதை மாணவர்களுக்கு சுட்டிக் காட்டவும்.
- புள்ளி வகுப்பினை 10 சமபகுதிகளாக பிரிக்கும்போது 40 எனும் புள்ளியினைப் பெற்ற மாணவன் ஆகக் கூடிய புள்ளியினைப் பெற்ற மாணவர்களில்  $\frac{1}{10}$  இனுள் இருக்கின்றார் என்பதை சுட்டிக் காட்டவும்.
- தரவுக் கூட்டமொன்றின் ஏதாவது தரவு தொடர்பில் சுயாதீனமாகப் பார்த்து தரவு தொடர்பில் சிறந்த விளக்கமொன்றைப் பெற்றுக் கொள்வது கடினமானது என்பதை சுட்டிக் காட்டவும்.
- தரவுகளின் சார்பு இடஅமைவு, அத்தரவு தொடர்பினை விளக்கமொன்றைப் பெற்றுக் கொள்வதற்கு தேவையானது என்பதை விளக்கவும்.



- தரவுக் கூட்டமொன்றின் சிறப்பான இடத்தினை மதிப்பிடுவதற்கு சார்பு இடஅமைவு அளவீட்டினைப் பயன்படுத்த முடியும் என்பதை சுட்டிக் காட்டவும்.
- சார்பு இட அமைவு அளவீடாக காலணை, தசமணை, சதமணை என்பவை பயன் படுத்தப்படுகின்றன என்பதைக் காட்டவும்.

காலணையினுள் விளக்குவதற்கு மாணவர்களை பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுத்தவும்.

- பாடசாலைக் கிரிக்கட் குழுவினரின் ஒவ்வொரு வீரரும் ஒரு இனிங்ஸில் பெற்ற ஓட்டங்களின் புள்ளிப் பட்டியலை வகுப்பிற்கு சமர்ப்பிக்கவும்.  
38, 16, 24, 40, 58, 90, 30, 14, 41, 39, 61
- ஒரு மாணவன் / மாணவியை வகுப்பின் முன்னாள் அழைத்து அப்புள்ளிகளை ஏறு வரிசைப்படி ஒழுங்குபடுத்தவும்.  
14, 16, 24, 30, 38, 39, 40, 41, 58, 61, 90

பின்வரும் விடயங்களை வெளிப்படுத்தி கலந்துரையாடலொன்றை நடாத்தவும்.

- தயாரிக்கப்பட்ட தரவுக் கூட்டத்தின் நடுப் பெறுமதி (வேறு பெறுமதி) இடையம் (md = 39) ஆகும்.
- இடையப்பெறுமதியின் இடது பக்கம் வேறுபடுத்தப்பட்டுள்ள பகுதி நடுப்பெறுமதி 24 என்பதுடன், அது முதலாவது காலணை ( $Q_1$ ) எனப்படும் என்பதை விளக்கவும்.
- நடுப் பெறுமதியின் வலது பக்கம் வேறுபடுத்தப்பட்டுள்ள பகுதியின் நடுப் பெறுமதி 58 என்பதுடன் அது மூன்றாவது காலணை ( $Q_3$ ) எனப்படுமென்பதை விளக்கவும்.
- நடுப்பெறுமதி (md) இரண்டாவது காலணைப் பெறுமதி ( $Q_2$ ) என விளக்கவும்.
- தரவுக் கூட்டத்தில் காலணையினைக் கணிப்பதற்கு மாணவர்களைப் பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுத்தவும்.

### செயற்பாடு - 01

- சில்லறை வியாபாரியொருவர் 10 நாட்களில் விற்பனை செய்த தேங்காய்களின் எண்ணிக்கை தொடர்பிலான அவதானிப்பினை வகுப்பில் முன்வைத்து காலணையினைக் கணிப்பதற்கு மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.

திகதி	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
விற்பனை செய்த தேங்காய்களின் எண்ணிக்கை	28	34	30	19	26	42	38	50	44	43

### செயற்பாடு - 01 (தீர்வு)

தரவுக்கூட்டம்

19, 26, 28, 30, 34, 38, 42, 43, 44, 50

முதலாவது காலணை

$$Q_1 = \frac{1}{4}(n+1) \text{ ஆவது அவதானிப்பு}$$

$$Q_1 = \frac{1}{4}(10+1) \text{ ஆவது அவதானிப்பு}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{4} \times 11 \text{ ஆவது அவதானிப்பு} \\
&= 2.75 \text{ ஆவது அவதானிப்பு} \\
\therefore Q_1 &= 26 + 0.75(28 - 26) \\
&= 26 + (0.75 \times 2) \\
&= \underline{\underline{27.5}}
\end{aligned}$$

$$Q_2 = \frac{2}{4}(n+1) \text{ ஆவது அவதானிப்பு}$$

$$Q_2 = \frac{2}{4}(10+1) \text{ ஆவது அவதானிப்பு}$$

$$= \frac{1}{2} \times 11 \text{ ஆவது அவதானிப்பு}$$

$$= 5.5 \text{ ஆவது அவதானிப்பு}$$

$$\begin{aligned}
\therefore Q_2 &= 34 + 0.5(38 - 35) \\
&= 34 + (0.5 \times 4) \\
&= 34 + 2 \\
&= \underline{\underline{36}}
\end{aligned}$$

$$Q_3 = \frac{3}{4}(n+1) \text{ ஆவது அவதானிப்பு}$$

$$Q_3 = \frac{3}{4}(10+1) \text{ ஆவது அவதானிப்பு}$$

$$= \frac{3}{4} \times 11 \text{ ஆவது அவதானிப்பு}$$

$$= 8.25 \text{ ஆவது அவதானிப்பு}$$

$$\begin{aligned}
\therefore Q_3 &= 43 + 0.25(44 - 43) \\
&= 43 + (0.25 \times 1) \\
&= \underline{\underline{43.25}}
\end{aligned}$$

கூட்டமாக்கப்படாத மீடறன் பரம்பலொன்றின் காலணையினைக் கணிப்பதற்கு மாணவர் களைப் பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுத்தவும்.

### செயற்பாடு - 02

- வகுப்பில் வணிகப் புள்ளிவிபரவியல் பாடத்தைக் கற்கும் 25 மாணவர்கள் பாடசாலை மட்ட கணிப்பீட்டில் பெற்ற புள்ளிகளுடன் தொடர்புடைய பின்வரும் கூட்டமாக்கப்படாத மீடறன் பரம்பலை வகுப்பில் முன்வைத்து  $Q_1$ ,  $Q_2$ ,  $Q_3$  என்பவற்றை அதனூடாக கணிக்குமாறு ஆலோசனை வழங்கவும்.

பெற்ற புள்ளிகள்	3	4	5	6	7	8	9	10
மாணவர் எண்ணிக்கை	2	3	3	7	4	3	2	1

செயற்பாடு - 02 (தீர்வு)

புள்ளி	மாணவர் எண்ணிக்கை	திரள் மீறன்
3	2	2
4	3	5
5	3	8
6	7	15
7	4	19
8	3	22
9	2	24
10	1	25

முதலாவது காலணை

$$Q_1 = \frac{1}{4}(n+1) \text{ ஆவது அவதானிப்பு}$$

$$Q_1 = \frac{1}{4}(25+1) \text{ ஆவது அவதானிப்பு}$$

$$= \frac{1}{4} \times 26 \text{ ஆவது அவதானிப்பு}$$

$$= 6.5 \text{ ஆவது அவதானிப்பு}$$

திரண்ட மீறன் நிரலைப் பரீட்சிக்கும்போது 5வது அவதானிப்பின் பின்னர் 8வது அவதானிப்பு வரை சகல அவதானிப்புகளும் 5 ஆகக் காணப்படும் என்பது எமக்கு விளங்கும். அதனைப்

$$Q_1 = 5 + 0.5(5 - 5) \text{ ஆவது அவதானிப்பு}$$

$$= \underline{\underline{5}}$$

கவனிக்கவும்:- 6வது அவதானிப்பு, 7வது அவதானிப்பு என்ற இரண்டும் 5 என்பதனால்,

$$Q_2 = \frac{2}{4}(n+1) \text{ ஆவது அவதானிப்பு}$$

$$Q_2 = \frac{1}{2}(25+1) \text{ ஆவது அவதானிப்பு}$$

$$= \frac{1}{2} \times 26 \text{ ஆவது அவதானிப்பு}$$

$$= 13 \text{ ஆவது அவதானிப்பு}$$

$$Q_2 = \underline{\underline{6}}$$

$$Q_3 = \frac{3}{4}(n+1) \text{ ஆவது அவதானிப்பு}$$

$$Q_3 = \frac{3}{4}(25+1) \text{ ஆவது அவதானிப்பு}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{3}{4} \times 26 \text{ ஆவது அவதானிப்பு} \\
&= 19.5 \text{ ஆவது அவதானிப்பு} \\
\therefore Q_3 &= 7 + 0.5(8 - 7) \\
&= 7 + (0.5 \times 1) \\
&= \underline{\underline{7.5}}
\end{aligned}$$

- கூட்டமாக்கப்பட்ட மீடறன் பரம்பலொன்றின் காலணையினைக் கணிப்பதற்கு மாணவர் களை பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுத்தவும்.

### செயற்பாடு - 03

- தெரிவு செய்யப்பட்ட 50 நாட்களுள் வங்கியொன்றிற்கு சமூகமளித்த வாடிக்கையாளர் தொடர்பிலான பின்வரும் மீடறன் வகுப்பிற்கு முன்வைத்து  $Q_1, Q_2, Q_3$  என்பவற்றைக் கணிக்குமாறு ஆலோசனை வழங்கவும்.

வாடிக்கையாளர் எண்ணிக்கை	நாட்களின் எண்ணிக்கை
26 - 50	4
51 - 75	5
76 - 100	7
101 - 125	11
126 - 150	9
151 - 175	8
176 - 200	6

### செயற்பாடு - 03 (தீர்வு)

வகுப்பாயிடை	நாட்களின் எண்ணிக்கை - மீடறன் ( $f$ )	திரள் மீடறன் ( $fc$ )
26 - 50	4	4
51 - 75	5	9
76 - 100	7	16
101 - 125	11	27
126 - 150	9	36
151 - 175	8	44
176 - 200	6	50

$$Q_1 = L_1 + \left[ \frac{\frac{n}{4} - cf}{fQ_1} \right] C$$

$$\begin{aligned} Q_1 &= 75.5 + \left[ \frac{\frac{50}{4} - 9}{7} \right] 25 \\ &= 75.5 + \left[ \frac{12.5 - 9}{7} \right] 25 \\ &= 75.5 + \frac{3.5}{7} \times 25 \\ &= 75.5 + 12.5 \\ &= \underline{\underline{88.0}} \end{aligned}$$

$$Q_2 = L_1 + \left[ \frac{\frac{2}{4}n - cf}{fQ_2} \right] C$$

$$\begin{aligned} Q_2 &= 100.5 + \left[ \frac{\frac{2}{4} \times 50 - 16}{11} \right] 25 \\ &= 100.5 + \frac{9 \times 25}{11} \\ &= 100.5 + 20.45 \\ &= \underline{\underline{120.95}} \end{aligned}$$

$$Q_3 = L_1 + \left[ \frac{\frac{3}{4}n - cf}{fQ_3} \right] C$$

$$\begin{aligned} Q_3 &= 150.5 + \left[ \frac{37.5 - 36}{8} \right] 25 \\ &= \underline{\underline{155.19}} \end{aligned}$$

**Q<sub>1</sub>க்குரிய வகுப்பினை கண்டுபிடித்தல்.**

$\frac{1}{4} \times n$  எனும் அவதானிப்பினை உள்ளடக்கிய வகுப்பு.

$\frac{1}{4} \times 50$  ஆவது அவதானிப்பு உள்ளடக்கப்படும் வகுப்பு

12.5 ஆவது அவதானிப்பிற்குரிய வகுப்பாக அமைவது 76 - 100 வகுப்பாகும்.

**Q<sub>2</sub>க்குரிய வகுப்பினை கண்டுபிடித்தல்.**

$\frac{2}{4} \times 50$  எனும் அவதானிப்பினை உள்ளடக்கிய வகுப்பு.

25 ஆவது அவதானிப்பிற்குரிய வகுப்பாக அமைவது 101 - 125 வகுப்பாகும்.

**Q<sub>3</sub>க்குரிய வகுப்பினை கண்டுபிடித்தல்.**

$\frac{3}{4} \times 50$  எனும் அவதானிப்பினை உள்ளடக்கிய வகுப்பு.

37.5 ஆவது அவதானிப்பிற்குரிய வகுப்பாக அமைவது 151 - 175 வகுப்பாகும்.

### தசமணை

தவணைப் பரீட்சையொன்றில் ஒரு பாடத்தில் மாணவர்கள் பெற்ற புள்ளிகள் கீழே ஒழுங்குபடுத்திக் காட்டப்பட்டுள்ளன.

4, 5, 8, 10, 13, 16, 17, 20, 22, 25  
25, 25, 28, 28, 30, 34, 37, 39, 40, 42  
43, 45, 45, 46, 48, 50, 51, 52, 55

- மேற்குறிப்பிட்ட புள்ளிகளை கரும்பலகையில் எழுதவும்.
- மாணவனொருவனை அழைத்து மேற்குறிப்பிட்ட தரவுக் கூட்டத்தினை சமமான 10 பகுதிகளாகப் பிரிக்கும் இடத்தினைக் குறிக்கச் செய்யவும்.
- அவ்வாறான இடங்கள் எத்தனையுள்ளனவென்பதை மாணவர்களிடம் கேட்கவும்.
- அந்த ஒவ்வொரு இடத்திலுமுள்ள பெறுமதி என்ன என்பதை மாணவர்களிடம் கேட்கவும்.
- அவை தசமணையாகும் என்பதை மாணவர்களுக்கு விளக்கவும்.
- தரவுக் கூட்டமொன்றின் தசமணையை கணிப்பதற்கு மாணவர்களை பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுத்தவும்.

### செயற்பாடு - 04

- சில்லறை வியாபாரியொருவர் 15 நாட்களில் விற்பனை செய்த தேங்காய்களின் எண்ணிக்கை பின்வருமாறு:  
28, 25, 20, 34, 30, 19, 26, 30, 42, 38, 40, 20, 43, 50, 44
- மேற்குறிப்பிட்ட தரவுக் கூட்டத்திற்கு பின்வரும் தசமணைகளைக் கணிக்க.  
முன்றாவது தசமணை  $D_3$   
ஐந்தாவது தசமணை  $D_5$   
ஏழாவது தசமணை  $D_7$

### செயற்பாடு - 04 (தீர்வு)

- தரவுக்கூட்டம் பின்வருமாறு:  
19, 20, 20, 25, 26, 28, 30, 30, 34, 38, 40, 42, 43, 44, 50

$$\begin{aligned} D_3 &= \frac{3}{10} \times (n+1) \text{ ஆவது அவதானிப்பு} \\ &= \frac{3}{10} \times 16 \\ &= 4.8 \text{ ஆவது அவதானிப்பு} \\ &= 25 + (26 - 25) \times 0.8 \\ &= \underline{\underline{25.8}} \end{aligned}$$

$$D_5 = \frac{5}{10} \times (n+1) \text{ ஆவது அவதானிப்பு}$$

$$= \frac{5}{10} \times 16 \text{ ஆவது அவதானிப்பு}$$

$$= 8 \text{ ஆவது அவதானிப்பு}$$

$$= \underline{\underline{30}}$$

$$D_7 = \frac{7}{10} \times (n+1) \text{ ஆவது அவதானிப்பு}$$

$$= \frac{7}{10} \times 16 \text{ ஆவது அவதானிப்பு}$$

$$= 11.2 \text{ ஆவது அவதானிப்பு}$$

$$= 40 + (42 - 40) \times 0.2$$

$$= \underline{\underline{40.4}}$$

- கூட்டமாக்கப்படாத மீடறன் பரம்பலொன்றின் தசமணைகளை கண்டுபிடிப்பதற்கு மாணவர்களை பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுத்தவும்.

#### செயற்பாடு - 05

40 மாணவர்களின் கணிப்பீட்டுப் புள்ளிகளை உள்ளடக்கிய பின்வரும் கூட்டமாக்கப்படாத மீடறன் பரம்பலை மாணவர்களுக்கு முன்வைத்து, அப்பரம்பலின் உதவியுடன்  $D_1, D_2, D_3, D_9$  என்பவற்றை கணிக்குமாறு ஆலோசனை வழங்கவும்.

பெற்ற புள்ளிகள் (X)	3	4	5	6	7	8	9	10
மாணவர் எண்ணிக்கை	4	4	7	12	6	3	2	2

#### செயற்பாடு - 05 (தீர்வு)

புள்ளி (x)	மாணவர் எண்ணிக்கை (f)	திரள் மீடறன் (fc)
3	4	4
4	4	8
5	7	15
6	12	27
7	6	33
8	3	36
9	2	38
10	2	40

$$D_1 = \frac{1}{10} \times n \text{ ஆவது அவதானிப்பு}$$

$$= \frac{1}{10} \times 40 \text{ ஆவது அவதானிப்பு}$$

$$= 4 \text{ ஆவது அவதானிப்பு}$$

$$\underline{\underline{D_2 = 3}}$$

$$D_2 = \frac{2}{10} \times 40 \text{ ஆவது அவதானிப்பு}$$

$$= 8 \text{ ஆவது அவதானிப்பு}$$

$$\underline{\underline{D_2 = 4}}$$

$$D_5 = \frac{5}{10} \times 40 \text{ ஆவது அவதானிப்பு}$$

$$= 20 \text{ ஆவது அவதானிப்பு}$$

$$\underline{\underline{D_5 = 6}}$$

$$D_9 = \frac{9}{10} \times 40 \text{ ஆவது அவதானிப்பு}$$

$$= 36 \text{ ஆவது அவதானிப்பு}$$

$$\underline{\underline{D_9 = 8}}$$

- கூட்டமாக்கப்பட்ட மீடறன் பரம்பலொன்றின் தசமணையினை கண்டுபிடிப்பதற்கு மாணவர் களை பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுத்தவும்.

### செயற்பாடு - 06

- செயற்பாடு - 03 இன் கூட்டமாக்கப்பட்ட மீடறன் பரம்பலை வழங்கி  $D_1, D_5, D_8$  என்பவற்றை கணிப்பதற்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.

### செயற்பாடு - 06 (தீர்வு)

$$D_1 = L_1 + \left[ \frac{\frac{n}{10} - cf}{fD_1} \right] C$$

$$= 50.5 + \left[ \frac{\frac{50}{10} - 4}{5} \right] 25$$

$$= \underline{\underline{55.5}}$$

$D_1$  ஐ உள்ளடக்கிய வகுப்பாக அமைவது  $\frac{1}{10} \times 50$  அவதானிப்பாகிய 5வது அவதானிப்பை உள்ளடக்கியது. 51 - 75வது வகுப்பாகும்.



$$D_5 = L_1 + \left[ \frac{\frac{5n}{10} - cf}{fD_5} \right] C$$

$$= 100.5 + \left[ \frac{\frac{5 \times 50}{10} - 6}{11} \right] 25$$

$$= \underline{\underline{120.95}}$$

$D_5$  ஐ உள்ளடக்கிய வகுப்பாக அமைவது  $\frac{5}{10} \times 50$  அவதானிப்பாகிய 25வது அவதானிப்பை உள்ளடக்கியது. 101 - 125வது வகுப்பாகும்.

$$D_8 = L_1 + \left[ \frac{\frac{8n}{10} - cf}{fD_8} \right] C$$

$$= 150.5 + \left[ \frac{\frac{8 \times 50}{10} - 36}{8} \right] 25$$

$$= \underline{\underline{163}}$$

$D_8$  ஐ உள்ளடக்கிய வகுப்பாக அமைவது  $\frac{8}{10} \times 50$  அவதானிப்பாகிய 40வது அவதானிப்பை உள்ளடக்கியது. 151 - 175வது வகுப்பாகும்.

### சதமணை

- சதமணையினை அறிமுகப்படுத்துவதற்கு பின்வரும் வினாக்களை மாணவர்களுக்கு வழங்கவும்.
- பரம்பலொன்றை 100 சம பகுதிகளாகப் பிரிக்கும் இடங்களின் எண்ணிக்கை எத்தனை?
- அவ்விடத்திலுள்ள பெறுமதியினை எவ்வாறு அழைக்க முடியும்.
- கூட்டமாக்கப்படாத மீடறன் பரம்பலொன்றின் சதமணைகளை கணிப்பதற்கு மாணவர்களை பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுத்தவும்.

### செயற்பாடு - 07

- 50 மாணவர்களின் கணிப்பீட்டுப் புள்ளிகள் பின்வரும் கூட்டமாக்கப்படாத மீடறன் பரம்பலில் முன்வைக்கப்பட்டுள்ளது.

புள்ளிகள்	3	4	5	6	7	8	9	10
மாணவர் எண்ணிக்கை	4	5	8	12	10	6	3	2

- பின்வரும் சதமணைகளைக் கணிக்க.
  - 10வது சதமணை ( $P_{10}$ )
  - 50வது சதமணை ( $P_{50}$ )
  - 90வது சதமணை ( $P_{90}$ )

**செயற்பாடு - 07 (தீர்வு)**

புள்ளிகள் (x)	மாணவர் எண்ணிக்கை (f)	திரள் மீட்டர்கள் (fc)
3	4	4
4	5	9
5	8	17
6	12	29
7	10	39
8	6	4
9	3	48
10	2	50

$$P_{10} = \frac{10n}{100} \text{ வது அவதானிப்பு}$$

$$= \frac{10 \times 50}{100} = 5 \text{வது அவதானிப்பு}$$

$$= \underline{\underline{4}}$$

$$P_{50} = \frac{50n}{100} \text{ வது அவதானிப்பு}$$

$$= \frac{50 \times 50}{100} = 25 \text{வது அவதானிப்பு}$$

$$= \underline{\underline{6}}$$

$$P_{90} = \frac{90n}{100} \text{ வது அவதானிப்பு}$$

$$= \frac{90 \times 50}{100} = 45 \text{வது அவதானிப்பு}$$

$$= \underline{\underline{8}}$$

- கூட்டமாக்கப்பட்ட மீட்டர்கள் பரம்பலொன்றின் தசமணைகளைக் கணிப்பதற்கு மாணவர்களை பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுத்தவும்.

**செயற்பாடு - 08**

- செயற்பாடு 03ற்குரிய கூட்டமாக்கப்பட்ட மீட்டர்கள் பரம்பலை மாணவர்களுக்கு வழங்கி பின்வரும் தசமணைகளைக் கணிப்பதற்கு மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.
  - (i) 25வது தசமணை ( $P_{25}$ )
  - (ii) 50வது தசமணை ( $P_{50}$ )
  - (iii) 75வது தசமணை ( $P_{75}$ )
- செயற்பாடு 03ற்குரிய கணிக்கப்பட்ட முதலாவது காலணை, இரண்டாவது காலணை, மூன்றாவது காலணை என்பவற்றை மேலே கணிக்கப்பட்ட தசமணைப் பெறுமதிகளுடன் ஒப்பிடுக.

செயற்பாடு - 08 (தீர்வு)

வாடிக்கையாளர்களின் எண்ணிக்கை (வகுப்பாயிடை)	நாட்களின் எண்ணிக்கை (f)	திரள் மீடறன் (fc)
26 - 50	4	4
51 - 75	5	9
76 - 100	7	16
101 - 125	11	27
126 - 150	9	36
151 - 175	8	44
176 - 200	6	50

$$P_{25} = L_1 + \left[ \frac{\frac{25n}{100} - cf}{fP_{25}} \right] C$$

$$= 75.5 + \left[ \frac{\frac{25 \times 50}{100} - 9}{7} \right] 25$$

$$= \underline{\underline{88}}$$

$P_{25}$ ஐ உள்ளடக்கிய வகுப்பாக அமைவது  $\frac{25 \times 50}{100}$  எனும் 12.5வது அவதானிப்பை உள்ளடக்கியது. 76 - 100வது வகுப்பாகும்.

$$P_{50} = L_1 + \left[ \frac{\frac{50n}{100} - cf}{fP_{50}} \right] C$$

$$= 100.5 + \left[ \frac{\frac{50 \times 50}{100} - 16}{11} \right] 25$$

$$= \underline{\underline{120.95}}$$

$P_{50}$ ஐ உள்ளடக்கிய வகுப்பாக அமைவது  $\frac{50 \times 50}{100}$  எனும் 25வது அவதானிப்பை உள்ளடக்கியது. 101 - 125வது வகுப்பாகும்.

$$P_{75} = L_1 + \left[ \frac{\frac{75n}{100} - cf}{fP_{75}} \right] C$$

$$= 150.5 + \left[ \frac{\frac{75 \times 50}{100} - 36}{8} \right] 25$$

$P_{75}$ ஐ உள்ளடக்கிய வகுப்பாக அமைவது  $\frac{75 \times 50}{100}$  எனும் 37.5வது அவதானிப்பை உள்ளடக்கியது. 151 - 175வது வகுப்பாகும்.

$$= 150.5 + \left[ \frac{37.5 - -36}{8} \right] 25$$

$$= \underline{\underline{155.19}}$$

இதற்கமைய  $Q_1 = P_{25}$ ,  $Q_2 = P_{50}$ ,  $Q_3 = P_{75}$  ஆகும்.

#### பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:

- மையநாட்டு அளவீடுகளுக்கு மேலதிகமாக தரவுத் தொகுதியொன்றின் சகல பெறுமதி களுக்கும் சார்பு மைய நாட்டமற்ற அமைவு அல்லது மையநாட்ட இடஅமைவினை அல்லது சார்பு இட அமைவு அளவினை இனங்காண்பதற்கு தேவையாகும்.
- தரவுக் கூட்டமொன்றின் சிறப்பான இடத்தை மதிப்பீடு செய்வதற்காக பயன்படுத்தி பயன்படுத்துகின்ற அளவீடு இட அளவீடு எனப்படுகின்ற சார்பு இட அமைவு அளவீடு எனப்படும்.
- அதற்கேற்ப எண்ணிக்கைகள் பலவற்றிற்கேற்ப ஒரு தொகையின் சார்பு இட அமைவினை நிர்ணயிப்பதற்கு பயன்படுத்துகின்ற அளவீடு சார்பு இட அமைவு அளவீடுகள் என்றழைக்கப்படும்.
- இவ்வாறான சார்பு இடஅமைவு அளவீடுகள் மூன்று பின்வருமாறு தரப்படுகின்றது.
  - காலணை
  - தசமணை
  - சதமணை

#### காலணை

- ஏதாவது மீடறன் பரம்பலொன்றை நான்கு சமபகுதிகளாகப் பிரிக்கும் மூன்று இடங்களின் பெறுமதி காலணை எனப்படும்.

$$\text{முதலாவது காலணை} \quad Q_1 = \frac{1}{4}(n+1) \text{ வது அவதானிப்பு}$$

$$\text{இரண்டாவது காலணை} \quad Q_2 = \frac{1}{2}(n+1) \text{ வது அவதானிப்பு}$$

$$\text{மூன்றாவது காலணை} \quad Q_3 = \frac{3}{4}(n+1) \text{ வது அவதானிப்பு}$$

கவனிக்கவும்:-  $n$  என்பது பரம்பலின் மொத்த அவதானிப்பாகும்.

- அவதானிப்பின் எண்ணிக்கை 30 அல்லது அதனை விடக் கூடுதலாயின் தரவுக் கூட்டமொன்றின் அல்லது கூட்டமாக்கப்படாத மீடறன் பரம்பலொன்றின் காலணை யானது பின்வரும் முறையில் இனங்காணப்படும்.

$$Q_1 = \frac{1}{4} \times n \text{ வது அவதானிப்பு}$$

$$Q_2 = \frac{2}{4} \times n \text{ வது அவதானிப்பு}$$

$$Q_3 = \frac{3}{4} \times n \text{ வது அவதானிப்பு}$$

- கூட்டமாக்கப்பட்ட மீடறன் பரம்பலொன்றின் காலணைப் பெற்றுக் கொள்வதற்கு பின்வரும் சூத்திரம் பயன்படுத்தப்படும்.

$$Q_1 = L_1 + \left[ \frac{\frac{n}{4} - cf}{fQ_1} \right] C$$

$$Q_2 = L_1 + \left[ \frac{\frac{2n}{4} - cf}{fQ_2} \right] C$$

$$Q_3 = L_1 + \left[ \frac{\frac{3n}{4} - cf}{fQ_3} \right] C$$

கவனிக்கவும்:-  $L_1$  = குறிப்பிட்ட காலணையை உள்ளடக்கிய வகுப்பாயிடையின் கீழ்எல்லை.

$n$  = பரம்பலின் மொத்த அவதானிப்புக்களின் எண்ணிக்கை.

$fc$  = உரிய காலணையை உள்ளடக்கிய வகுப்பாயிடையின் கீழ் எல்லையை விடக் குறைந்த திரள் மீடறன்.

$fQ$  = காலணையை உள்ளடக்கிய வகுப்பாயிடையின் புள்ளிகள்

$C$  = உரிய காலணையை உள்ளடக்கிய வகுப்பாயிடையின் பருமன்.

### தசமணை

- ஏதாவது மீடறன் பரம்பலொன்றை 10 சமபகுதிகளாகப் பிரிக்கும் இடங்கள் தசமணை எனப்படும். தரவுக் கூட்டமொன்றின் அவதானிப்பு 30ஐ விடக் குறைகின்ற சந்தர்ப்பத்தில் அல்லது கூட்டமாக்கப்படாத மீடறன் பரம்பலொன்றின் தசமணையினை பின்வருமாறு கணிக்கலாம்.

**முதலாவது தசமணை**

$$D_1 = \frac{1}{10}(n+1) \text{ வது அவதானிப்பு}$$

**இரண்டாவது தசமணை**

$$D_2 = \frac{2}{10}(n+1) \text{ வது அவதானிப்பு}$$

**ஒன்பதாவது தசமணை**

$$D_9 = \frac{9}{10}(n+1) \text{ வது அவதானிப்பு}$$

- அவதானிப்பு 30 அல்லது அதனை விடக்கூடிய தரவுக் கூட்டமொன்றினதும் கூட்ட மாக்கப்படாத மீடறன் பரம்பலொன்றினதும் தசமணையினை பின்வருமாறு பெற்றுக் கொள்ள முடியும்.

$$\text{முதலாவது தசமணை} \quad D_1 = \frac{1}{10} \times n \text{ வது அவதானிப்பு}$$

$$\text{இரண்டாவது தசமணை} \quad D_2 = \frac{2}{10} \times n \text{ வது அவதானிப்பு}$$

$$\text{ஒன்பதாவது தசமணை} \quad D_9 = \frac{9}{10} \times n \text{ வது அவதானிப்பு}$$

- கூட்டமாக்கப்பட்ட மீடறன் பரம்பலொன்றின் தசமணைகளைப் பெற்றுக் கொள்வதற்கு பின்வரும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்த முடியும். (இவ்வாறான பரம்பலொன்றின் இடையத்தைக் கணிப்பதற்கான கோட்பாடும் இங்கும் அடிப்படையாகக் கொள்ளப்படும்.)

$$\text{முதலாவது தசமணை} \quad D_1 = L_1 + \left[ \frac{\frac{n}{10} - cf}{fD_1} \right] C$$

$$\text{இரண்டாவது தசமணை} \quad D_2 = L_1 + \left[ \frac{\frac{2n}{10} - cf}{fD_2} \right] C$$

$$\text{ஒன்பதாவது தசமணை} \quad D_9 = L_1 + \left[ \frac{\frac{9n}{10} - cf}{fD_9} \right] C$$

கவனிக்கவும்:-  $L_1$  = குறிப்பிட்ட தசமணையினை உள்ளடக்கிய வகுப்பாயிடையின் கீழ்எல்லை.

$n$  = உரிய பரம்பலின் மொத்த அவதானிப்புக்களின் எண்ணிக்கை.

$cf$  = உரிய தசமணையினை உள்ளடக்கிய வகுப்பாயிடையின் கீழ்எல்லையை விடக் குறைந்த திரள் மீடறன்.

$fD$  = உரிய தசமணையினை உள்ளடக்கிய வகுப்பாயிடையின் மீடறன்.

$C$  = உரிய தசமணையினை உள்ளடக்கிய வகுப்பாயிடையின் பருமன்.

### சதமணை

- ஏதாவது மீடறன் பரம்பலொன்றை 100 சமபகுதிகளாக பிரிக்கின்ற 99 இடங்கள் சதமணை எனப்படும்.
- கூட்டமாக்கப்படாத மீடறன் பரம்பலொன்றின் சதமணையினை பின்வருமாறு கணிப்பிடலாம்.

முதலாவது சதமணை  $D_1 = \frac{1}{100} \times n$  எனும் அவதானிப்பு.

இம்முறையில் எந்தவொரு சதமணையையும் கண்டுபிடிக்கலாம்.

- கூட்டமாக்கப்பட்ட மீடறன் பரம்பலொன்றின் சதமணைப் பெறுமதியினை பின்வருமாறு கணிப்பிட முடியும்.

### முதலாவது சதமணை

$$P_1 = L_1 + \left[ \frac{\frac{1n}{100} - cf}{fP_1} \right] C$$

இம்முறையில் எந்தவொரு சதமணையையும் கண்டுபிடிப்பதற்கு மேற்குறிப்பிட்ட சூத்திரத்தில் உரிய மாற்றங்களுடன் பயன்படுத்த முடியும்.

உதாரணம்:- 64வது சதமணை

$$P_{64} = L_1 + \left[ \frac{\frac{64n}{100} - cf}{fP_{64}} \right] C$$

கவனிக்கவும்:-  $L_1$  = உரிய சதமணையினை உள்ளடக்கிய வகுப்பாயிடையின் கீழ்எல்லை.

$n$  = உரிய பரம்பலின் மொத்த அவதானிப்புக்களின் எண்ணிக்கை.

$cf$  = உரிய சதமணையினை உள்ளடக்கிய வகுப்பாயிடையின் கீழ்எல்லையை விடக் குறைந்த திரள் மீடறன்.

$fP$  = உரிய சதமணையினை உள்ளடக்கிய வகுப்பாயிடையின் மீடறன்.

$C$  = உரிய சதமணையினை உள்ளடக்கிய வகுப்பாயிடையின் பருமன்.

சார்பு இடஅமைவு அளவீடுகளுக்கிடையில் பின்வரும் தொடர்புகள் காணப்படுகின்றன.

(1)  $Q_2 = D_5 = P_{50}$

(2)  $Q_1 = P_{25}$

(3)  $Q_3 = P_{75}$

(4)  $D_1 = P_{10}$

(5)  $D_2 = P_{20}$

என்றவாறு.

**தேர்ச்சி 3.0:** விவரண ரீதியான புள்ளிவிபர நுட்பமுறையைப் பயன்படுத்தி வணிகத் தரவுகளைப் பகுப்பாய்வு செய்வார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 3.4:** தரவுப் பகுப்பாய்விற்கு பிரிகை அளவீடுகளைப் பயன்படுத்துவார்.

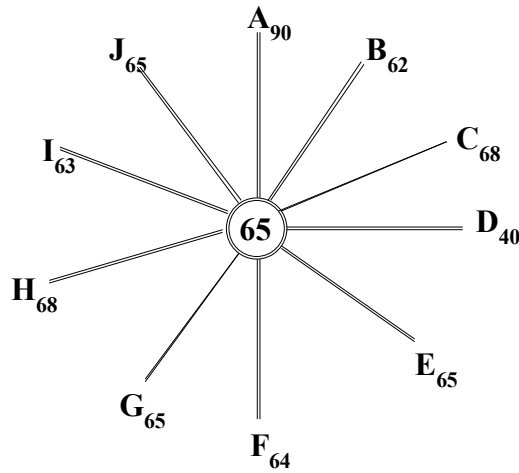
**பாடவேளைகள்:** 12

**கற்றற் பேறுகள்:**

- பிரிகை என்பதற்கு விளக்கம் கூறுவார்.
- பிரிகையினைக் கணிப்பிடுவதன் நன்மைகளைச் சுட்டிக் காட்டுவார்.
- பிரிகையினை அளவிடுவதற்குப் பயன்படுத்தப்படும் அளவீடுகளைப் பட்டியல்படுத்துவார்.
- கூட்டமாக்கப்பட்ட, கூட்டமாக்கப்படாத மீறன் பரம்பலுக்கான வீச்சு, காலணை, விலகல், இடை விலகல், மாற்றற்றன், நியம விலகல் என்பவற்றைக் கணிப்பிடுவார்.
- சார்புப் பிரிகையினை விளக்குவார்.
- சார்புப் பிரிகை அளவீட்டின் முக்கியத்துவத்தை விளக்குவார்.
- மாற்ற்குணகத்தைப் பயன்படுத்தி சார்புப் பிரிகையினை அளவிடுவார்.
- Z பெறுமானத்தைப் பயன்படுத்தித் தரவுகளை ஏற்றுக் கொள்ளப்பட்ட நிலைக்கு மாற்றுவார்.
- பிரிகை அளவீடுகளைப் பயன்படுத்தி வணிகக் கருமங்களுக்குரிய தீர்மானங்களை எடுப்பார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- 10 மாணவர்களின் வணிகப் புள்ளிவிபரப் பாடப் புள்ளிகளுடன் தொடர்புடைய பின்வரும் வரைபடத்தை வகுப்பில் முன்வைக்கவும்.



- 10 மாணவர்களின் புள்ளிகளின் இடையினைக் கணிக்கவும்.
- வரைபடத்தின் மையத்தில் இடைப்புள்ளிகளே இருக்கின்றது என விளக்கவும்.



- ஒவ்வொரு மாணவர்களினதும் புள்ளிகளுக்கும் இடைக்குமிடையிலான வேறுபாடுகளைக் குறிக்கவும்.

$$\begin{array}{ll} 90 - 65 = 25 & 64 - 65 = -1 \\ 62 - 65 = -3 & 65 - 65 = 0 \\ 68 - 65 = 3 & 68 - 65 = 3 \\ 40 - 65 = -25 & 63 - 65 = -2 \\ 65 - 65 = 0 & 65 - 65 = 0 \end{array}$$

- இவ்வேறுபாடுகளுக்குரிய இடையைக் கணிக்கவும்.
- அனைத்து வேறுபாடுகளினதும் இடைப் பெறுமானம் பூச்சியமாகும் என்பதை தெளிவுபடுத்தவும்.

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) = 0$$

- இடைப்புள்ளிக்குச் சமமான புள்ளிகளைப் பெற்ற மாணவர்கள் மூன்று பேர் இருக்கின்றனர் எனவும், புள்ளிகள் 90, 40 வீதம் பெற்ற இரு மாணவர்களின் புள்ளிகள் இடைப் புள்ளியிலிருந்து வேறுபட்டுள்ள அளவு அதிகமாகும் என்பதனை உறுதிப்படுத்தவும்.
- தரவுகளின் சிதறல் தொடர்பாக அறிந்திருப்பதன் பயன்களைக் குறிப்பிட்டுக் காட்டவும்.
- தரவுகளின் சிதறல் எனும் பிரிகையை அளவிடுவதற்கு பயன்படுத்தக்கூடிய அளவீடுகளை விளக்கவும்.

பின்வரும் தரவுத் தொகுதிகளை மாணவர்களுக்கு வழங்கி அத்தரவுத் தொகுதிகளின் விச்சினைப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.

#### தரவுத்தொகுதி - 01

- ஒரு வகுப்பில் 10 மாணவர்கள் கணிதப் பாடத்தில் பெற்ற புள்ளிகள் பின்வருமாறு இருந்தது.

65, 70, 62, 90, 92, 50, 48, 32, 60, 71

#### தரவுத்தொகுதி - 02

- வணிக நிறுவனமொன்றின் 100 பணியாளர்களின் மாதாந்தச் சம்பளம் ரூபா 000த்தில் பின்வரும் பரம்பலில் சுட்டிக் காட்டப்பட்டுள்ளது.

சம்பளம் (ரூபா 000)	பணியாளர்களின் எண்ணிக்கை
05 - 09	11
10 - 14	20
15 - 19	35
20 - 24	20
25 - 29	08
30 - 34	06
	<u>100</u>

### செயற்பாடு - 01

- மேற்குறிப்பிடப்பட்ட தரவுத் தொகுதிகளுக்காகத் தனித்தனியாக வீச்சினைப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.
- வீச்சில் காணப்படும் அனுகூலங்களையும் வரையறைகளையும் பட்டியல்படுத்தவும்.

### செயற்பாடு - 01 இற்குரிய விடை

#### தரவுத் தொகுதி - 01

$$R \text{ (வீச்சு)} = \text{உச்ச பெறுமானம்} - \text{இழிவுப் பெறுமானம்} \\ = 92 - 32 = 60$$

#### தரவுத் தொகுதி - 02

வீச்சினை (R) இரு முறைகளில் பெற்றுக் கொள்ள முடியும்.

- வகுப்பு எல்லைகளினூடாக,  
உச்சத்திலிருந்து வகுப்பாயிடையின் - கீழே உள்ள வகுப்பாயிடையின்  
மேல் உண்மைஎல்லை கீழ் உண்மைஎல்லை  
$$34.5 - 4.5 = \underline{\underline{30}}$$
- வகுப்பு இடைப் பெறுமானத்தினூடாக,  
உச்சத்திலிருக்கும் வகுப்பின் இடைப்பெறுமானம் - கீழே இருக்கும் வகுப்பின் இடைப்பெறுமானம்  
$$32 - 7 = \underline{\underline{25}}$$
- வீச்சில் மிகப் பெரியதும் மிகச் சிறியதுமான பெறுமானம் தொடர்பாக மட்டுமே கருத்திற் கொள்ளப்படுவதனால் இக்குறைபாட்டினைத் தவிர்ப்பதற்காகப் பொருத்தமான வேறு பிரிகை அளவீடொன்று தொடர்பாக மாணவர்களின் கவனத்தைச் செலுத்தச் செய்யவும்.
- இதற்கமைய காலணை விலகலானது வீச்சிற்கு ஒத்ததாகச் சிறந்த பிரிகை அளவீடொன்றாகும் என்பதனைத் தெளிவுபடுத்தவும்.

### செயற்பாடு - 02

- மேலே வழங்கப்பட்ட தரவுத்தொகுதி முதலாவதும் மூன்றாவதுமான காலணைகளைப் பெற்றுக் கொள்ளவும். ( $Q_1, Q_3$ )
- மூன்றாவது காலணையிலிருந்து முதலாவது காலணையைக் கழித்துக் கிடைக்கும் விடையினை இரண்டால் வகுப்பதன் மூலம் காலணை விலகலைப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.
- வீச்சிற்கு ஒத்ததாக காலணை விலகலின் அனுகூலங்களையும் வரையறைகளையும் விளக்கவும்.

### செயற்பாடு - 02 இற்குரிய விடை

- தரவுத் தொகுதி 1 இன் விடையினைப் பின்வருமாறு பெற்றுக் கொள்ள முடியும்.  
32, 48, 50, 60, 62, 65, 70, 71, 90, 92

$$Q_1 = \frac{1}{4}(n+1) \text{ எனும் உருப்படி} \\ = \frac{1}{4} \times 11 = \frac{11}{4} \text{ எனும் உருப்படி} \\ = 2.75 \text{ எனும் உருப்படி}$$

$$\begin{aligned}
Q_1 &= 48 + (50 - 48) 0.75 \\
&= 48 + 1.5 \\
&= \underline{\underline{49.5}}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Q_3 &= \frac{3}{4}(n+1) \text{ எனும் உருப்படி} \\
&= \frac{3}{4} \times 11 = \frac{33}{4} = 8.25 \text{ எனும் உருப்படி}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Q_3 &= 71 + (90 - 71) 0.25 \\
&= 71 + 4.75 \\
&= \underline{\underline{75.75}}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{QD (காலணை விலகல்)} &= \frac{Q_3 - Q_1}{2} \\
&= \frac{75.75 - 49.5}{2} \\
&= \underline{\underline{13.125}}
\end{aligned}$$

தரவுத் தொகுதி இரண்டிற்குரிய காலணை விலகலைப் பின்வருமாறு பெற்றுக் கொள்ள முடியும்.

சம்பளம் (ரூபா 000)	பணியாளர் எண்ணிக்கை ( $f$ )	திரள் மீடறன் ( $fc$ )
5 - 9	11	11
11 - 14	20	31
15 - 19	35	66
20 - 24	20	86
25 - 29	08	94
30 - 34	06	100
	<u>100</u>	

$\frac{n}{4} = \frac{100}{4} = 25$  எனும் உருப்படி உள்ளடக்கப்பட்டிருக்கும் வகுப்பாயிடை

10 - 14 ஆகும்.

$$\begin{aligned} Q_1 &= L_1 + \left[ \frac{\frac{n}{4} - cf}{fQ_1} \right] C \\ &= 9.5 + \left[ \frac{25 - 11}{29} \right] 5 \\ &= 9.5 + \frac{14 \times 5}{29} \\ &= 9.5 + 3.5 \\ &= \underline{\underline{13}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_3 &= L_1 + \left[ \frac{\frac{3n}{4} - cf}{fQ_3} \right] C \\ &= 19.5 + \left[ \frac{75 - 66}{20} \right] 5 \\ &= 19.5 + \frac{9 \times 5}{20} \\ &= 19.50 + 2.25 \\ &= \underline{\underline{21.75}} \end{aligned}$$

$\frac{3n}{4} = \frac{3 \times 100}{4} = 75$  எனும் உருப்படியானது

உள்ளடக்கப்பட்டிருக்கும் வகுப்பாயிடை 20 - 24 ஆகும்.

$$\begin{aligned} Q.D &= \frac{Q_3 - Q_1}{2} \\ &= \frac{21.75 - 13.00}{2} \\ &= \underline{\underline{4.375}} \end{aligned}$$

### செயற்பாடு - 03

- மேலே வழங்கப்பட்ட தரவுத் தொகுதிகள் இரண்டிற்கான இடையினைத் தனித்தனி யாகப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.
- ஒவ்வொரு உருப்படிகளிலிருந்தும் இடையினைக் கழித்துக்  $(x_i - \bar{x})$  கிடைக்கப் பெறும் உண்மை விலகல்களின் கூட்டுத்தொகை எவ்வளவையிலும் பூச்சியத்திற்குச் சமமானதாகும் என்பதனை உறுதிப்படுத்தவும்.
- ஒவ்வொரு பெறுமான இடையிலிருந்தும் வேறுபட்டிருக்கும் பெறுமானத்தைச் சரியாகப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.
- அவ்வெழுமாற்றாகப் பெறப்பட்ட விலகல்களின் கூட்டுத்தொகையை உருப்படிகளின் மொத்த எண்ணிக்கைகளினால் வகைப்படுத்தி இடை விலகல்களுக்கான அளவு ரீதியான பெறுமானமொன்றைப் பெற்றுக் கொள்ள முடியும்.
- வீச்சு, காலனை விலகல் என்பவற்றிற்கு ஒத்ததாக இடைவிலகலின் அனுகூலங் களையும் வரையறைகளையும் விளக்கவும்.

### செயற்பாடு - 03 இற்குரிய வீடை

#### தரவுத்தொகுதி - 01

$x$	$(x - \bar{x})$
65	1
70	6
62	2
90	26
92	28
50	14
48	16
32	32
60	04
71	6
640	136

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{\sum x}{n} \\ &= \frac{640}{10} \\ &= \underline{\underline{64}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{MD} &= \sum (|x - \bar{x}|) \\ &= \frac{136}{10} \\ &= \underline{\underline{13.6}}\end{aligned}$$

தரவுத்தொகுதி - 02

சம்பளம் (ரூபா 000)	ஊழியர் தொகை (f)	இடைப் பெறுமானம் (x)	(x - $\bar{x}$ )	(x - $\bar{x}$ )f
05 - 09	11	7	11	121
10 - 14	20	12	6	120
15 - 19	35	17	1	35
20 - 24	20	22	4	80
25 - 29	08	27	9	72
30 - 34	06	32	14	84
	100			512

$$\begin{aligned} \text{M.D} &= \frac{\sum f(x - \bar{x})}{\sum f} \\ &= \frac{512}{100} \\ &= \underline{\underline{5.12}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{\sum fx}{\sum f} \\ &= \frac{1760}{100} \\ &= 17.6 = \underline{\underline{18}} \end{aligned}$$

- பிரிகையினை அளவிடுவதற்காக இடைவிலகலை விட சிறந்த அளவீடொன்றின் தேவைப்பாட்டினை வெளிப்படுத்திக் காட்டவும்.
- உண்மை விலகல்களின் வர்க்கங்களின் கூட்டுத்தொகையை உருப்படி எண்ணிக்கையினால் வகுப்பதன் மூலம் பிரிகையை அளவிடுவதை விடச் சிறந்த அளவீடொன்றைப் பெற்றுக் கொள்ள முடியும் என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- அவ்வளவீட்டினை மாற்றற்றன் என்றழைக்கப்படும் என்பதைக் குறிப்பிட்டுக் காட்டவும்.

செயற்பாடு - 04

- பின்வரும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி தரவுத்தொகுதி 1 இன் மாற்றற்றனைப் பெற்றுக் கொள்வதில் மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.

$$\text{மாற்றற்றன் } (S^2) = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}$$

- மாதிரியொன்றின் மாற்றற்றனைப் பெற்றுக் கொள்வதற்காக,

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

இணைப் பிரயோகிக்கது மிகப் பொருத்தமானது.

- பின்வரும் சூத்திரத்திற்கு அமைய தரவுத்தொகுதி இரண்டின் மாற்றற்றனைப் பெற்றுக் கொள்வதற்கு மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.

$$(S^2) = \frac{\sum fx^2}{\sum f} - \left( \frac{\sum fx}{\sum f} \right)^2$$

- மாற்றற்றனைக் கணிக்கும் பொழுது விலகலை வர்க்கிப்பதனால் மிகையாக மதிப்பீடு செய்யப்பட்ட பெறுமானமொன்று கிடைக்கப் பெறும். இக்குறைபாட்டினைத் தவிர்ப்பதற்காக மாற்றற்றனின் நேர்வர்க்க மூலத்தைப் பெற்று நியம விலகலைக் (S) கணிப்பிடுவதில் மாணவர்களை ஈடுபடுத்தச் செய்யவும்.

**தரவுத்தொகுதி - 01**

$x$	$(x - \bar{x})^2$
65	1
70	36
62	4
90	676
92	784
50	196
48	256
32	1 024
60	16
71	49
640	3 042

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{\sum x}{n} \\ &= \frac{640}{10} \\ &= \underline{\underline{64}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{மாற்றற்றிறன் } (S^2) &= \frac{\sum(x - \bar{x})^2}{n} \\ &= \frac{3042}{10} \\ &= \underline{\underline{302.2}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{நியமவிலகல் } (S) &= \sqrt{\frac{\sum(x - \bar{x})^2}{n}} \\ &= \sqrt{304.2} \\ &= \underline{\underline{17.4}}\end{aligned}$$

**தரவுத்தொகுதி - 02**

சம்பளம் (ரூபா 000)	ஊழியர்களின் எண்ணிக்கை	$x$	$fx$	$fx^2$
05 - 09	11	7	77	539
10 - 14	20	12	240	2 880
15 - 19	35	17	595	10 115
20 - 24	20	22	440	9 680
25 - 29	08	27	216	5 832
30 - 34	06	32	192	6 144
	100		1760	35 190

$$\begin{aligned}(S^2) &= \frac{\sum fx^2}{\sum f} - \left(\frac{\sum fx}{\sum f}\right)^2 \\ &= \frac{35190}{100} - \left(\frac{1760}{100}\right)^2 \\ &= 351.9 - 309.76 \\ &= \underline{\underline{42.14}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{நியம விலகல் (S)} &= \sqrt{\frac{\sum fx^2}{\sum f} - \left(\frac{\sum fx}{\sum f}\right)^2} \\ &= \sqrt{42.14} \\ &= \underline{\underline{6.49}}\end{aligned}$$

கவனிக்கவும்:- மீடறன் பரம்பலொன்றின் நியம விலகலைக் கணிப்பதற்கான அடிப்படை

$$\text{வாய்ப்பாடு } S = \sqrt{\frac{\sum f_i(x_i - \bar{x})^2}{\sum f_i}} \quad \text{எனவும், மேற்காட்டிய வாய்ப்பாட்டை}$$

விரிவுபடுத்தப்படுவதன் மூலமும் கணிப்பிடப்பட்டதன் பின்னரே மேற்காட்டிய வாய்ப்பாடு பெறப்பட்டது என்பதில் கவனம் செலுத்தவும்.

#### செயற்பாடு - 05

- பின்வரும் சந்தர்ப்பங்களுக்கமையக் கேட்கப்படும் வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும்.

#### முதலாவது சந்தர்ப்பம்

- A, B என்பன மின்குமிழ்களை உற்பத்தி செய்யும் இரு நிறுவனங்களாகும். மொத்தமாக மின்குமிழ்களைக் கொள்வனவு செய்வோர்களுக்கு மின்குமிழ்களின் பயன்படு ஆயுட்காலத்தை எவ்வகையான மின்குமிழ்கள் நிலையாகப் பேணுகின்றன என்பதனை அறிவதற்குத் தேவை ஏற்பட்டது. இதற்காக குமிழ்களின் ஆயுட்காலம் தொடர்பாகச் சேகரிக்கப்பட்ட தரவுகள் பொழிப்பாக்கப்பட்டு பின்வருமாறு அளவீடுகள் வழங்கப்பட்டன.

அளவீடு	A வகை	B வகை
இடை	1500 மணித்தியாலங்கள்	1200 மணித்தியாலங்கள்
நியமவிலகல்	9 மணித்தியாலங்கள்	8 மணித்தியாலங்கள்

- எவ்வகையான மின்குமிழ்களின் மாற்றற்றின் கூடுதலாக உள்ளது என்பதனை நியம விலகலினூடாக வெளிப்படுத்தவும்.  
A மின்குமிழ் வகையாகும்.
- எவ்வகையான மின்குமிழ்கள் மிகவும் நிலையான ஆயுட்காலத்தைக் கொண்டிருக்கின்றன என்பதனை நியம விலகலை இடைக்கு ஒத்ததான வீதமொன்றாகக் கணிப்பிடுவதன் மூலம் கணிக்கவும்.  
இது மாற்ற்குணகமாகும்.

$$C.V(A) = \frac{9}{1500} \times 100 = 0.6\%$$

$$C.V(B) = \frac{8}{1200} \times 100 = 0.67\%$$

- மிகவும் நிலையான ஆயுட்காலத்தை A மின்குமிழ் வகையிலே காணப்படுகின்றது என்பதனை விளக்கவும்.
- மாற்ற்குணகமே சார்புப் பிரிகை அளவீடுகளில் சிறந்த அளவீடொன்றாகும் என்பதனைத் தெளிவுபடுத்தவும்.



**இரண்டாவது சந்தர்ப்பம்**

- மாணவர்கள் மூன்று பாடங்களில் பெற்ற புள்ளிகள் கீழே தரப்படுகின்றது.

மாணவர்களின் பெயர்	கணக்கீடு	பொருளியல்	வணிகப் புள்ளிவிபரவியல்
A	50	65	60
B	52	68	75
C	48	42	42
D	68	75	58
E	72	80	65
	290	330	300

கவனிக்கவும்:- இம் மூன்று பாடங்களுக்கும் தோற்றிய மொத்த மாணவர்களின் எண்ணிக்கை 5 ஆகும் எனக் கருதுகோளாகக் கொள்ளவும். (N = 5)

**பின்வரும் வினாக்களுக்கு விடை தருக.**

- (1) ஒவ்வொரு பாடங்களுக்குமான வெவ்வேறு இடைப் பெறுமானங்களைப் பெற்றுக் கொள்க.

- கணக்கீட்டுக்காக  $\mu = 58$
- பொருளியலுக்காக  $\mu = 66$
- வணிகப் புள்ளிவிபரவியலுக்காக  $\mu = 60$

- (2) ஒவ்வொரு பாடங்களுக்குமாக வெவ்வேறான நியம விலகல்களைப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.

- கணக்கீட்டுக்காக  $\sigma = 9.96$
- பொருளியலுக்காக  $\sigma = 13.09$
- வணிகப் புள்ளிவிபரவியலுக்காக  $\sigma = 10.75$

- (3) ஒவ்வொரு மாணவர்களின் புள்ளிகளில் சமமான பாடங்களின் இடைப்புள்ளியைக் கழித்து நியம விலகலினால் வகைப்படுத்தி விடையைப் பெற்றுக் கொள்ளவும். அப்பெறுமானங்களை Z என அடையாளப்படுத்தவும்.

இதற்காக  $Z = \frac{x_i - \mu}{\sigma}$  எனும் வாய்ப்பாட்டைப் பயன்படுத்தவும்.

**A இன் Z பெறுமானங்கள்**

- கணக்கீட்டிற்கானது  $Z = \frac{50 - 58}{9.96} = 0.8032$
- பொருளாதாரத்திற்கானது  $Z = \frac{65 - 66}{13.09} = -0.0764$
- வணிகப் புள்ளிவிபரவியலுக்கானது  $Z = \frac{60 - 60}{10.75} = 0$

### B இன் Z பெறுமானங்கள்

- கணக்கீட்டிற்கானது  $Z = \frac{52 - 58}{9.96} = -0.6024$
- பொருளாதாரத்திற்கானது  $Z = \frac{68 - 66}{13.09} = 0.1528$
- வணிகப் புள்ளிவிபரவியலுக்கானது  $Z = \frac{75 - 60}{10.75} = 1.3953$

### C இன் Z பெறுமானங்கள்

- கணக்கீட்டிற்கானது  $Z = \frac{48 - 58}{9.96} = -1.0040$
- பொருளாதாரத்திற்கானது  $Z = \frac{42 - 66}{13.09} = -1.8335$
- வணிகப் புள்ளிவிபரவியலுக்கானது  $Z = \frac{42 - 60}{10.75} = -0.6744$

### D இன் Z பெறுமானங்கள்

- கணக்கீட்டிற்கானது  $Z = \frac{68 - 58}{9.96} = 1.0040$
- பொருளாதாரத்திற்கானது  $Z = \frac{75 - 66}{13.09} = 0.6875$
- வணிகப் புள்ளிவிபரவியலுக்கானது  $Z = \frac{58 - 60}{10.75} = -0.1860$

### E இன் Z பெறுமானங்கள்

- கணக்கீட்டிற்கானது  $Z = \frac{72 - 58}{9.96} = 1.4056$
- பொருளாதாரத்திற்கானது  $Z = \frac{80 - 66}{13.09} = 1.0695$
- வணிகப் புள்ளிவிபரவியலுக்கானது  $Z = \frac{65 - 60}{10.75} = 0.4651$

### பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:

- தரவுத்தொகுதியொன்று சிதறி இருப்பதை பிரிகை என அழைக்கப்படும். எண்ணிக்கைத் தொகுதியொன்றை அவ்வெண்ணிக்கைத் தொகுதியின் சராசரிப் பெறுமானத்தில் காட்டப்படும் அளவையே பிரிகையின் மூலம் வெளிப்படுத்தப்படுகின்றது.
- பிரிகையினை அறிந்து கொள்வதன் மூலம் பல்வேறு அனுகூலங்களைப் பெற்றுக் கொள்ள முடியும்.
  - தரவு பரம்பி இருக்கும் முறையை இனங்காண முடிதல்.
  - மைய அளவீடுகளின் நம்பகத் தன்மையை உறுதிப்படுத்திக் கொள்ள முடியும்.
  - இரு தரவுத் தொகுதிகள் அல்லது அதிலும் கூடிய அளவில் காணப்படும்பொழுது அவற்றின் பரம்பலை ஒப்பிடுவதற்காக பயன்படுத்த முடியுமாக இருக்கும்.
- பிரிகையினை அளவிடுவதற்காக,
  - வீச்சு
  - காலணை விலகல்
  - இடைவிலகல்
  - மாற்றற்றன்
  - நியம விலகல் ஆகிய சரியான பிரிகை அளவீடுகளைப் பயன்படுத்த முடியும்.

### வீச்சு (Range)

- எவையேனும் பரம்பலொன்றின் அல்லது தரவுத் தொகுதியொன்றில் உள்ளடக்கப்பட்ட பாரிய இடை வெளியே வீச்சு எனப்படும்.

$$\text{வீச்சு} = \text{கூடிய பெறுமானம்} - \text{குறைந்த பெறுமானம்}$$
$$R = H - L$$

வீச்சினைக் கணிப்பிடுவதன் மூலம் பெறப்படும் அனுகூலங்களாவன:

- எளிமையான அளவீடொன்றாக இருத்தல்.
- இலகுவாகக் கணிப்பிடக்கூடியதாக இருத்தல்.
- விரைவாகவும் குறுகிய காலத்திலும் பிரிகை தொடர்பான பருமட்டான கருத்தினைப் பெற்றுக் கொள்ள முடியுமாக இருத்தல்.

பிரதிகூலங்களாவன:

- அனைத்துத் தரவுகளும் பிரதிநிதித்துவப்படுத்தப்படாமையினால் சரியான அளவீடொன்றாகக் காணப்படாமை.
- பரம்பலின் இரு அந்தப் பெறுமானங்கள் தொடர்பாக மட்டுமே கவனத்திற் கொள்ளல்.

### காலணை விலகல் (Quality Deviation)

- தரவுகளை சமமான நான்கு பகுதிகளாக வகைப்படுத்தி, 3-ம் இடத்தின் பெறுமானத்திலிருந்து ( $Q_3$ ), 1-ம் இடத்தின் பெறுமானத்தைக் கழித்து ( $Q_1$ ) இரண்டால் வகுப்பதன் மூலம் கிடைக்கும் பெறுமானத்தையே காலணை விலகல் என்றழைக்கப்படும்.
- காலணை விலகல் மூலம் பரம்பலொன்றின் அந்தப் பெறுமானங்கள் நீக்கப்பட்டு 50% த்தைக் கொண்ட தரவுகளை உள்ளடக்கப்பட்ட மத்திய வீச்சைக் கருத்திற் கொண்டு பெறப்படும் அளவீடொன்றாகும்.  
காலணை விலகல் எனும் அரைச் சராசரிக் காலணை வீச்சை கீழே குறிப்பிடப்பட்ட வாறு கணிப்பிடப்படுகின்றது.

$$Q.D = \frac{(Q_3 - Q_1)}{2}$$

**காலணை விலகலின் அனுகூலங்கள்:**

- வீச்சிற்கு ஒத்ததாகக் கூடுதலான தரவுகள் பிரதிநிதித்துவப்பட்டிருத்தல்.
- தரவுகளின் மையப்பகுதியில் தரவுகளில் அதிக எண்ணிக்கை உள்ளடக்கப்பட்டிருப்பதனால் பிரிகையை அளவிடுவதற்குப் பொருத்தமானதாக இருத்தல்.

**காலணை விலகலின் வரையறைகள்:**

- அனைத்துத் தரவுகளும் பிரதிநிதித்துவப்படுத்தப்படாமையினால் சரியான அளவீடொன்றாகக் கருத முடியாது.

**இடை விலகல் (Mean Deviation):**

- தரவுத் தொகுதியொன்றின் இடையிலிருந்து ஒவ்வொரு தரவுகளுக்குமிருக்கும் தனி விலகல்களின் சராசரியே இடை விலகலாகும்.
- கூட்டமாக்கப்படாத தரவுகள் இருக்கும் பொழுது பின்வரும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி இடைவிலகலைக் கணிப்பிட முடியும்.

$$\text{இடை விலகல் (M.D)} = \frac{\sum_{i=1}^n [|x_i - \bar{x}|]}{n}$$

$$n = \sum f$$

கூட்டமாக்கப்பட்ட தரவுகளின் இடை விலகலைப் பின்வருமாறு கணிப்பிட முடியும்.

$$M.D = \frac{\sum_{i=1}^n (|x_i - \bar{x}|) f}{\sum_{i=1}^n f}$$

- இடை விலகலின் அனுகூலங்கள்:
  - அனைத்துத் தரவுகளும் பிரதிநிதித்துவப்படுத்தப்படுவதனால் சரியான அளவீடொன்றாக இருத்தல்.
  - இடையிலிருந்து ஒவ்வொரு பெறுமானங்களும் வேறுபடும் முறையை அளவிடப்படுவதனால் இடை அளவீட்டின் பொருத்தப்பாட்டினை உறுதிப்படுத்திக் கொள்ள முடியும்.
- இடை விலகலின் பிரதிகூலங்கள்:
  - விலகல்களின் சரியான பெறுமானத்தை மட்டும் கவனத்திற் கொள்ளப்படுவதனால் கணித ரீதியாக சிறந்த அளவீடொன்றாகக் காணப்படாமை.

**மாநற்றீறனும் நியம விலகலும் (Variance and Standard deviation)**

- தரவுத் தொகுதியொன்றின் இடையிலிருந்து ஒவ்வொரு பெறுமானங்களையும் குறைக் கப்பட்டுப் பெற்றுக் கொள்ளப்படும் விலகலை வர்க்கிக்கப்பட்டு அவ்வர்க்கங்களின் சராசரியினைக் கணிப்பிடுவதன் மூலம் மாற்றிறனைக் கணிப்பிட முடியும்.

- மாற்றற்றினின் நேர் வர்க்கமூலத்தைப் பெற்றுக் கொள்வதன் மூலம் நியம விலகலைக் கணிப்பிடப்படும்.
- மாதிரியொன்றின் மாற்றற்றினை  $S^2$  எனவும்,
- மாதிரியொன்றின் நியம விலகலை  $S$  எனவும் அழைக்கப்படும்.
- குடியொன்றின் மாற்றற்றின்  $\sigma^2$  எனவும்,
- குடியொன்றின் நியம விலகலை  $\sigma$  எனவும் அழைக்கப்படும்.
- $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  எனும் கூட்டமாக்கப்படாத தரவுத் தொகுதியின் மாற்றற்றினைப் பின்வருமாறு பெற்றுக் கொள்ளப்படும்.

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n} \quad \text{அல்லது} \quad S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - \bar{x}^2$$

- இதற்கமைய இத்தரவுத் தொகுதியின் நியம விலகலைப் பின்வருமாறு பெறமுடியும்.

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}} \quad \text{அல்லது} \quad S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - \bar{x}^2}$$

- கூட்டமாக்கப்பட்ட தரவுகளுக்கான மாற்றற்றினைப் பின்வருமாறு பெற்றுக் கொள்ள முடியும்.

$$(i) \quad S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

$$(ii) \quad S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i^2}{\sum_{i=1}^n f_i} - \left( \frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i}{\sum_{i=1}^n f_i} \right)^2$$

$$(iii) \quad S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n f_i d_i^2}{\sum_{i=1}^n f_i} - \left( \frac{\sum_{i=1}^n f_i d_i}{\sum_{i=1}^n f_i} \right)^2 \quad (d_i = x_i - A \text{ ஆகும் பொழுது})$$

(iii) இல்  $d = x - A$  ( $A$  என்பது உத்தேசமாகக் கொள்ளப்பட்ட இடையாகும்.)

$$(iv) \quad S^2 = \left[ \frac{\sum_{i=1}^n f_i u_i^2}{\sum_{i=1}^n f_i} - \left( \frac{\sum_{i=1}^n f_i u_i}{\sum_{i=1}^n f_i} \right)^2 \right] C^2$$

வகுப்புக்களின் பருமன் சமமான மீடறன் பரம்பல்களுக்கு மட்டுமே (iv) இல் சூத்திரத் தைப் பயன்படுத்த முடியும்.

$$*U = \frac{X - A}{C} \quad C = \text{வகுப்பொன்றின் பருமன்}$$

- மாற்றற்றினின் நேர்வர்க்க மூலமே நியம விலகலாகும்.
- மாற்றற்றினினதும் நியம விலகலினதும் சார்பளவிலான அனுகூலங்கள், பிரதிகூலங்கள் பின்வருமாறு:
  - வீச்சு, காலணை விலகல் என்பவற்றிற்கு ஒத்ததாக மாற்றற்றினையும் நியம விலகலையும் கணிப்பிடும் பொழுது அனைத்துத் தரவுகளையும் பயன்படுத்தப்படுவ தனால் சரியான அளவீடொன்றாகும்.
  - இடையிலிருந்து அனைத்துப் பெறுமானங்களும் விலகி இருக்கும் பெறுமானங் களைக் காட்டுகின்றது.
  - இதன் மூலம் இடையின் நம்பகத் தன்மையினை அளவிட முடியும்.
  - விலகல்களின் கூட்டுத்தொகை பூச்சியமாவதைத் தவிர்ப்பதற்காக இடை விலகல் களைப் போன்று சரியான பெறுமானமின்றி வர்க்கப் பெறுமானத்தைப் பெற்றுக் கொள்வதானது கணித ரீதியாகச் சரியான நிலைமையை எடுத்துக் காட்டுகின்றது.
  - மாற்றற்றினின் போது விலகல் மிகை மதிப்பீடாக இருப்பதுடன் நியம விலகலின் போது மிகை மதிப்பீடு ஏற்படுவதைத் தவிர்க்கும்.
- இடை சமமானதாக அல்லது ஒரே அலகுடையதான பரம்பல் இரண்டு அல்லது பல இருக்கும் பொழுது அவற்றின் மாறல்களை ஒப்பிடுவதற்காக சிறந்த சரியான பிரிகை அளவீடாகக் காணப்படும்.
- வேறுபட்ட அலகுகளைக் கொண்டதாகவும் வேறுபட்ட இடைகளையும் உடைய இரு தரவுத் தொகுதிகள் அல்லது கூடுதலான எண்ணிக்கையில் இருக்கும் சந்தர்ப் பத்தில் அவற்றின் மாறல்களை ஒப்பிடுவதற்காக சார்புப் பிரிகை அளவீடுகளைப் பயன்படுத்த முடியாது.
- நியம விலகலை இடைக்கு ஒத்ததாக வீதமொன்றாகக் காட்டுவதன் மூலம் அவ்வாறான பரம்பலொன்றின் மாறல்களை ஒப்பிடுவதற்குப் பொருத்தமான சார்புப் பிரிகை அளவீடொன்றைப் பெற்றுக் கொள்ள முடியும்.
- இவ்வளவீட்டினை மாற்ற குணகம் என்றழைக்கப்படுவதுடன் இதனைப் பின்வருமாறு கணிப்பிட முடியும்.

$$C.V = \frac{S}{X} \times 100\%$$

- சில சந்தர்ப்பங்களின்போது இரு புள்ளிவிபரப் பரம்பல்கள் அல்லது கூடுதலான எண்ணிக்கையில் தெரிவு செய்யும் அவதானிப்புக்கள் அவற்றின் இடைக்கு மேலாக அல்லது கீழாக அமையும் அளவே அப்பரம்பலின் நியம விலகலைப் போன்று எந்தளவு மடங்கைக் கொண்டுள்ளது என வெளிப்படுத்தப்படல் வேண்டும். அப்பெறுமானமே நியம மாறி எனப் பெயர் கொண்டு அழைக்கப்படும்.

$$Z = \frac{x_i - \mu}{\sigma}$$

Z = நியம மாறி

$\mu$  = இடை

$\sigma$  = உரிய மாறியின் கருத்திற் கொள்ளப்படும் நியம விலகல்

**சார்புப் பிரிகை அளவீடுகளின் பயன்கள்**

- மைய நாட்டப் பிரிகையின் மூலம் விளக்குவதனால் தரவுத் தொகுதிப் பரம்பலின் தன்மையைச் சிறந்த முறையில் விளக்கம் பெற்றுக் கொள்ளக்கூடியதாக இருத்தல்.
- பல்வேறு வணிக சந்தர்ப்பங்களில் முதலீட்டாளர்களுக்கு முதலீடுவதற்குப் பொருத்தமான வணிக சந்தர்ப்பத்தைத் தெரிவு செய்ய முடியும்.
- வணிகம் தொடர்பாக சிறந்த தீர்மானமெடுப்பதற்கு மாறல்கள் தொடர்பாக அறிந்திருப்பது பயனடையதாக இருக்கின்றது.

**கணிப்பீட்டு மதிப்பீட்டு நியதிகள்:**

- (1) வகுப்பு மாணவர்களை நான்கு குழுக்களாக வகைப்படுத்திப் பின்வரும் செயற்பாட்டில் அவர்களை ஈடுபடுத்தவும்.

65, 70, 62, 90, 92, 50, 48, 32, 60, 71

(1)ம் குழு:

இத்தரவுத் தொகுதியின் சகல அவதானிப்புக்களுக்கும் 2 வீதம் கூட்டச் செய்யவும். அவ்வாறு கிடைக்கப் பெறும் புதிய தரவுத்தொகுதியின் நியம விலகலைக் கணிப்பிடவும்.

(2)ம் குழு:

இத்தரவுத் தொகுதியின் சகல அவதானிப்புக்களுக்கும் 2 வீதம் குறைக்கவும். அவ்வாறு கிடைக்கப் பெறும் புதிய தரவுத்தொகுதியின் நியம விலகலைக் கணிப்பிடவும்.

(3)ம் குழு:

இத்தரவுத் தொகுதியின் சகல உருப்படிகளையும் 2 இனால் பெருக்கவும். அவ்வாறு கிடைக்கும் புதிய தரவுத் தொகுதியின் நியம விலகலைக் கணிப்பிடவும்.

(4)ம் குழு:

இத்தரவுத் தொகுதியின் சகல உருப்படிகளை 2 இனால் வகுக்கவும். அவ்வாறு கிடைக்கப் பெறும் புதிய தரவுத்தொகுதிக்கான நியம விலகலைக் கணிக்கவும்.

- (2) சில வேறுபட்ட மாறிகள் சிலவற்றிற்குரிய பரம்பல்களினூடாகக் கணிக்கப்பட்ட அளவீடுகளுள் சில பின்வருமாறு தரப்படுகின்றது.

பரம்பல்	இடை $\bar{X}$	நியமவிலகல் S
12ம் தர மாணவர்களின் நிறை	58 kg	6 kg
12ம் தர மாணவர்களின் உயரம்	160 cm	12 cm
12ம் தர மாணவர்கள் பாடசாலைக்கு வருகை தரும் தூரம்	1450 m	80 m
முதலாம் தர மாணவர்களின் நிறை	15 kg	04 kg
A வகை மின்குமிழின் ஆயுட்காலம்	1 500 மணித்தியாலங்கள்	09 மணித்தியாலங்கள்
B வகை மின்குமிழின் ஆயுட்காலம்	1 200 மணித்தியாலங்கள்	08 மணித்தியாலங்கள்

- இந்நான்கு பரம்பல் தரவுகளின் கூடுதலான மாறல்கள் எப்பரம்பல்களில் காணப்படுகின்றது.

**தேர்ச்சி 3.0:** விவரண ரீதியான புள்ளிவிபர நுட்பமுறையைப் பயன்படுத்தி வணிகத் தரவுகளைப் பகுப்பாய்வு செய்வார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 3.5:** தரவுப் பகுப்பாய்விற்காக குடிலம், ஓராயம் போன்ற அளவீடுகளைப் பயன்படுத்துவார்.

**பாடவேளைகள்:** 12

**கற்றற் பேறுகள்:**

- ஓராயம் என்பதற்கு விளக்கம் கூறி அதன் முக்கியத்துவத்தைச் சுட்டிக் காட்டுவார்.
- பியர்சனின் முதலாவது ஓராய்வுக் குணகத்தை விளக்கி அதனைக் கணிப்பார்.
- பியர்சனின் முதலாவது ஓராய்வுக் குணகத்தைப் பயன்படுத்தக்கூடிய, பயன்படுத்த முடியாத சந்தர்ப்பங்களை விளக்குவார்.
- பியர்சனின் இரண்டாவது ஓராய்வுக் குணகத்தை விளக்கி அதனைக் கணிப்பிடுவார்.
- பியர்சனின் இரண்டாவது ஓராய்வுக் குணகத்தைப் பயன்படுத்தக்கூடிய, பயன்படுத்த முடியாத சந்தர்ப்பங்களை விளக்குவார்.
- பௌலியின் முதலாவது ஓராய்வுக் குணகத்தை விளக்கி அதனைக் கணிப்பிடுவார்.
- பௌலியின் முதலாவது ஓராய்வுக் குணகத்தின் சாதக, பாதகப் பண்புகளைச் சுட்டிக் காட்டுவார்.
- ஹெலியின் இரண்டாவது ஓராய்வுக் குணகத்திற்கு விளக்கம் கூறி அதனைக் கணிப்பிடுவார்.
- ஹெலியின் இரண்டாவது ஓராய்வுக் குணகத்தின் சாதகமான, பாதகமான பண்புகளைச் சுட்டிக் காட்டுவார்.
- ஓராய்வுக் குணகத்தின் உதவியுடன் பரம்பலின் தன்மையினை விபரிப்பார்.
- குடிலத்தினை அறிமுகப்படுத்தி அதன் முக்கியத்துவத்தைச் சுட்டிக் காட்டுவார்.
- சமகுடிலம், உயர்குடிலம், தாழ்குடிலம் என்பவற்றை விளக்குவார்.
- வீதக் குடிலக் குணகத்தை விளக்கி அதனைக் கணிப்பிடுவார்.
- குடிலக் குணகத்தின் உதவியுடன் பரம்பலின் தன்மையினை விளக்குவார்.
- பெட்டி வீசல் வரைபினை அறிமுகப்படுத்தி அதன் முக்கியத்துவத்தைச் சுட்டிக் காட்டுவார்.
- தரவுத் தொகுதியொன்றிற்கு பெட்டி வீசல் வரைபை வரைந்த தரவுத் தொகுதியின் பரவிச் செல்லும் தன்மையை விளக்குவார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- பின்வரும் வலையுரு வரைபைப் பெற்று அவற்றைக் கரும்பலகையில் வகுப்பறையில் முன்வைக்கவும்.
  - நேர் ஓராயப் பரம்பலுடன் கூடிய வலையுரு வரைபொன்று (இல: 1)
  - மறை ஓராயப் பரம்பலுடன் கூடிய வலையுரு வரைபொன்று (இல: 2)
  - சமச்சீரான பரம்பலுடன் கூடிய வலையுரு வரைபொன்று (இல: 3)
- இவ்வலையுரு வரைபினை அடிப்படையாகக் கொண்டு பின்வரும் விடயங்களைக் கலந்துரையாடவும்.
  - தரவுகளின் பரம்பல்கள் ஒன்றுடன் ஒன்று தன்மையில் வேறுபடும்.
  - சில பரம்பல்கள் சீரானதாகவும், சில பரம்பல்கள் சீரற்றதாகவும் காணப்படும்.



- இலக்கம் 1 பரம்பலானது வலது பக்கம் நீண்ட வாலுடனும், இலக்கம் 2 பரம்பலானது இடதுபக்கம் நீண்ட வாலுடனும் பரம்பிக் காணப்படுகின்றது.
- இலக்கம் 3 வரைபடத்தின் தரவுகளின் பரம்பலானது சீரானதாகக் காணப்படுகின்றது.
- சீரானதாக பரம்பலற்ற சந்தர்ப்பத்தை ஓராய பரம்பல் என அழைக்கப்படும்.
- வலது பக்கம் நீண்டு வாலுடன் காணப்படுகின்றபோது வலது ஓராயம் எனப்படுகின்ற நேர் ஓராயப் பரம்பல் எனப்படும்.
- இடது பக்கம் நீண்ட வாலுடனான பரம்பல் இடது ஓராயம் எனப்படுகின்ற மறை ஓராயப் பரம்பல் எனப்படும்.
- பின்வரும் தகவல்களை மாணவர்களுக்கு வழங்கி, அவர்களை செயற்பாட்டில் ஈடுபடுத்தவும்.

### செயற்பாடு - 01

பொருளியல், கணக்கீடு, வணிகப் புள்ளிவிபரவியல், ஆங்கிலம் போன்ற பாடங்களில் பாடசாலையொன்றில் மாணவர்கள் பெற்ற புள்ளிகள் பகுப்பாய்வு செய்யப்பட்டுக் கிடைத்த அளவீடுகளுள் சில கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

- பொருளியல்  $\bar{x} = 48$  (i)  $\frac{3(\bar{x} - Md)}{S}$   
Md = 52  
S = 10
- கணக்கீடு  $\bar{x} = 52$  (ii)  $\frac{(\bar{x} - Mo)}{s}$   
Mo = 45  
S = 5
- வணிகப் புள்ளிவிபரவியல்  $Q_1 = 42$  (iii)  $\frac{Q_3 + Q_1 - 2Q_2}{Q_3 - Q_1}$   
 $Q_2 = 50$   
 $Q_3 = 62$
- ஆங்கிலம்  $P_{90} = 60$  (iv)  $\frac{P_{90} + P_{10} - 2P_{50}}{P_{90} - P_{10}}$   
 $P_{50} = 52$   
 $P_{10} = 48$

- மாணவர்களைப் பொருத்தமானவாறு குழுக்களாகப் பிரித்து மேற்குறிப்பிட்ட அளவீடுகளையும், சூத்திரங்களையும் மாணவர்களுக்கு வழங்கவும்.
- ஒவ்வொரு குழுவிற்கும் கிடைத்த அளவீடுகளை உரிய சூத்திரத்தில் பிரதியீடு செய்து பெறுமதியினைப் பெற்றுக் கொள்வதற்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.
- அந்த அளவீடு ஓராயத்தை அளவிடுகின்ற அளவீடு எனப்படுவதுடன் தான் பெற்ற பெறுமதிக்கேற்ப தரவுகளின் பரம்பலின் தன்மைக்கேற்ப விளக்கக்கூடிய முறையினைச் சுட்டிக் காட்டவும்.

**விடை:**

பொருளியல்: 
$$\frac{3(\bar{x} - Md)}{S} = \frac{3(48-52)}{10} = \frac{(3 \times -4)}{10} = \frac{-12}{10} = \underline{\underline{-2}}$$

கணக்கீடு: 
$$\frac{(\bar{x} - Mo)}{s} = \frac{52 - 45}{5} = \frac{7}{5} = \underline{\underline{1.4}}$$

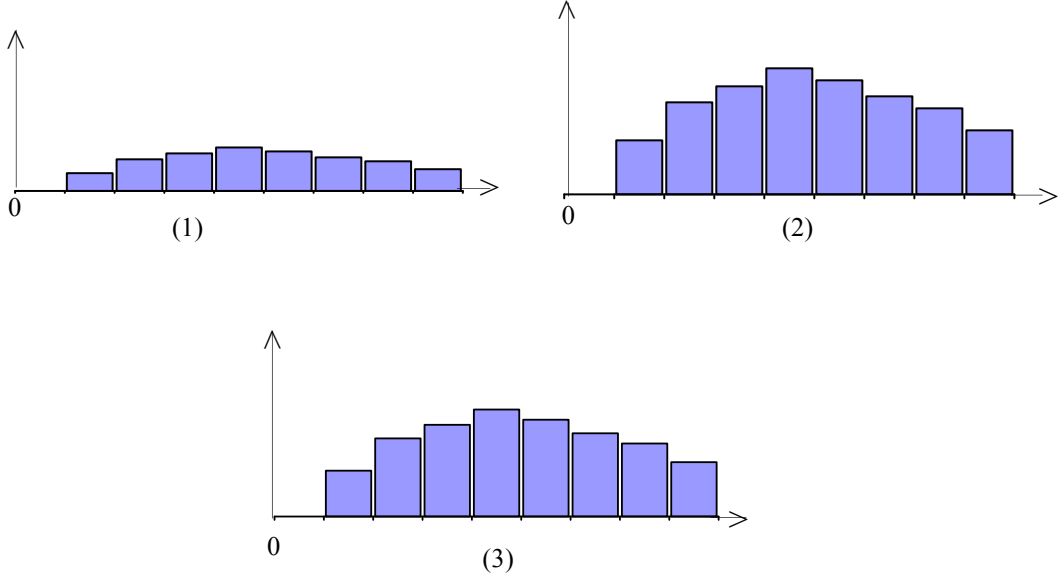
வணிகப் புள்ளிவிபரவியல்: 
$$\begin{aligned} & \frac{Q_3 + Q_1 - 2Q_2}{Q_3 - Q_1} \\ &= \frac{62 + 42 - 2 \times 50}{62 - 42} \\ &= \frac{104 - 100}{20} \\ &= \frac{4}{20} = \underline{\underline{0.2}} \end{aligned}$$

ஆங்கிலம்: 
$$\begin{aligned} & \frac{P_{90} + P_{10} - 2P_{50}}{P_{90} - P_{10}} \\ &= \frac{60 + 48 - 2 \times 52}{60 - 48} \\ &= \frac{108 - 112}{12} \\ &= \underline{\underline{0.33}} \end{aligned}$$

- பொருளியல், ஆங்கிலம் போன்ற பாடங்களுக்கு மறை ஓராயம் காணப்படுகின்றது.
- கணக்கீடு, வணிகப் புள்ளிவிபரவியல் போன்ற பாடங்களுக்கு நேர் ஓராயம் காணப்படுகின்றது.
- பொருளியல், ஆங்கிலம் போன்ற இரு பாடங்களுக்கும் சூத்திரத்தின்படி மறைப் பெறுமதி கிடைக்கப் பெற்றிருந்தாலும் கூட அப்பெறுமதிகள் வித்தியாசமானவை என்பதை உறுதிப்படுத்தவும்.
- அதேபோன்று கணக்கீடு, வணிகப் புள்ளிவிபரவியல் போன்ற இரு பாடங்களுக்கும் சூத்திரத்திற்கேற்ப நேர்பெறுமதி கிடைக்கப் பெற்றிருந்தாலும் கூட அப்பெறுமதிகளும் வித்தியாசமானவை என்பதை உறுதிப்படுத்தவும்.
- பெறுமதிக்கேற்ப ஓராயத்தின் தன்மையானது குறைந்ததா, கூடியதா என்பதை விபரிக்க முடியும் என்பதை மாணவர்களுக்கு விளக்கவும்.

## செயற்பாடு - 02

பின்வரும் வலையுரு வரைபை வகுப்பறையில் முன்வைக்கவும்.



மேலே தரப்பட்ட வலையுரு வலையியை அடிப்படையாகக் கொண்டு பின்வரும் வினாக்களுக்கான விடைகளைக் கலந்துரையாடவும்.

- (1) மேற்குறிப்பிட்ட பரம்பல் சமச்சீரானதா / சமச்சீரற்றதா
  - சமச்சீரான பரம்பலாகும்.
- (2) அப்பரம்பல்களின் தன்மை ஒன்றுடன் ஒன்று எவ்வாறு வேறுபடுகின்றது?
  - பரம்பலின் உச்சியின் தன்மைக்கேற்ப
  - மையத்திற்கு நெருங்கியதாக தரவுகள் ஒன்று சேர்க்கப்பட்டுள்ள முறைக்கேற்ப
- (3) மேற்குறிப்பிட்ட வரைபடங்களின் தரவுகள் பரவிச் சென்றுள்ள முறை தொடர்பில் தெளிவுபடுத்தவும்.
  - இலக்கம் 1 இல் காட்டப்பட்டுள்ள மீறன் பரம்பலுக்கேற்ப இலக்கம் 2 பரம்பலில் உயர்ந்த உச்சி காணப்படுகின்றதெனவும் இலக்கம் 3 பரம்பலில் தட்டையான உச்சி காணப்படுகின்றது என்பதும் தெளிவாகின்றது. இலக்கம் 2 பரம்பலின் தரவுகள் கூடுதலாக மையத்திற்கு அண்மித்ததாகவுள்ளதெனவும், இலக்கம் 3 பரம்பலின் தரவானது மையத்தின் இரு பக்கத்திற்கும் விலகியிருக்கும் அளவு கூடுதலாக இருக்கின்றது என்பதும் தெளிவாகின்றது.
  - பரம்பலொன்றின் இந்தத் தன்மைக் குடிலம் என அழைக்கப்படுவதுடன், அதனை அளவிட முடியும் என்பதைத் தெளிவுபடுத்தவும். அது K இனால் காட்டப்படுகின்றது என்பதை மாணவர்களுக்கு கூறவும்.

### செயற்பாடு - 03

- மாணவர்களைப் பொருத்தமானவாறு குழுக்களாகப் பிரித்து பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுத்தவும்.

ஒரே தரத்தைச் சேர்ந்த மூன்று வகுப்புக்களின் மாணவர்கள் பெற்ற கணிதப் பாடத்திற்கான புள்ளிகள் பின்வரும் மீறன் பரம்பலில் காட்டப்பட்டுள்ளது.

**தரம் A யின் புள்ளிகளின் பரம்பல்**

$$\begin{array}{ll} Q_1 = 15 & P_{10} = 10 \\ Q_3 = 40 & P_{90} = 48 \end{array}$$

**தரம் B யின் புள்ளிகளின் பரம்பல்**

$$\begin{array}{ll} Q_1 = 19 & P_{10} = 15 \\ Q_3 = 30 & P_{90} = 36 \end{array}$$

**தரம் C யின் புள்ளிகளின் பரம்பல்**

$$\begin{array}{ll} Q_1 = 15 & P_{10} = 8 \\ Q_3 = 20 & P_{90} = 60 \end{array}$$

- உங்களுக்கு கிடைத்துள்ள வரைபடம், தகவல்களில் சிறந்த விளக்கத்தைப் பெற்றுப் கொள்ளவும்.
  - $Q_3$ யிற்கும்  $Q_1$  இற்கும் இடையிலான வேறுபாட்டைப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.
  - $P_{90}$ யிற்கும்  $P_{10}$  இற்கும் இடையிலான வேறுபாட்டைப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.
  - அவ்வேறுபாடுகளை ஒப்பிடவும்.
  - பின்வரும் சூத்திரத்தில் அப்பெறுமதிகளைப் பிரதியீடு செய்து குடிசைக் குணகத்தைக் கணிக்கவும்.

$$K = \frac{\frac{1}{2}(Q_3 - Q_1)}{P_{90} - P_{10}}$$

- உங்களுக்குக் கிடைத்த குணகப் பெறுமானத்திற்கமைய பரம்பல் தொடர்பாக விளக்கவும்.

**விடை பின்வருமாறு:-**

**A வகுப்பிற்கானது**

$$= \frac{\frac{1}{2}(Q_3 - Q_1)}{P_{90} - P_{10}}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}(40 - 15)}{48 - 10} = \frac{12.5}{29}$$

$$= \underline{\underline{0.431}}$$

**B வகுப்பிற்கானது**

$$= \frac{\frac{1}{2}(Q_3 - Q_1)}{P_{90} - P_{10}}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} \times 11}{21} = \frac{5.5}{21}$$

$$= \underline{\underline{0.2619}}$$

**C வகுப்பிற்கானது**

$$= \frac{\frac{1}{2}(Q_3 - Q_1)}{P_{90} - P_{10}} = \frac{5}{52}$$

$$= \underline{\underline{0.0962}}$$

- இணைவுக் குணகத்தின் பெறுமானம் அதிகமான பரம்பல் A யின் புள்ளிப்பரம்பலாகும்.
- இணைவுக் குணகத்தின் குறைந்த பெறுமானம் குறைந்த பரம்பல் C யின் புள்ளிப்பரம்பலாகும்.
- A யின் புள்ளிகளின் பரம்பலுக்கு ஒத்ததாக C யின் புள்ளிகள் மையத்திலிருந்து சிதறி இருக்கும் அளவானது அதிகமாக இருக்கின்றது என்பதனைக் காட்டுகின்றது.

### செயற்பாடு - 04

பின்வரும் தண்டு இலை அட்டவணையை மாணவர்களுக்கு முன்வைத்து கேட்கப்பட்ட வினாக்களுக்கு விடையளிப்பதில் மாணவர்களை ஈடுபடுத்தச் செய்யவும்.

தண்டு	இலை
3	1, 2, 5, 8
4	3, 5, 6, 7
5	1, 3, 6, 8, 8, 9
6	2, 5, 7, 8, 9
7	3, 6, 8
8	9

- (1) இத்தரவுத் தொகுதியின் இழிவுப் பெறுமானம் யாது?
- (2) இத்தரவுத் தொகுதியின் உச்சப் பெறுமானம் யாது?
- (3) முதலாவது காலணையைக் ( $Q_1$ ) கணிப்பிடுக.
- (4) இரண்டாவது காலணையைக் (இடை) கணிப்பிடுக.
- (5) மூன்றாவது காலணையைக் ( $Q_3$ ) கணிப்பிடுக.
- (6) எண்கோடொன்றை (அச்சு) வரைந்து மேலே பெறப்பட்ட அளவீடுகளை அதில் அடையாளப்படுத்தவும்.
- (7)  $Q_1, Q_2, Q_3$  என்பனவற்றை உள்ளடக்கக்கூடியவாறு சட்டகமொன்றை வரைக.
- (8)  $Q_2$  இனூடாக அச்சட்டகத்தை இரண்டாக வகைப்படுத்துக.
- (9)  $Q_3 - Q_1$  ஐப் பெற்றுக் கொள்ளவும். (இடைக் காலணை வீச்சு)
- (10)  $Q_3 - Q_3$  க்காகக் கிடைக்கும் பெறுமானத்தை 1.5 இனால் பெருக்கவும்.
- (11) வினா 10 இற்குக் கிடைக்கின்ற பெறுமானத்திலிருந்து  $Q_1$  ஐ குறைக்கவும்.  $Q_3$  ஐ கூட்டவும்.
- (12) 11வது வினாவிற்கு கிடைக்கும் சிறிய பெறுமானத்தை விடக் குறைந்த அல்லது கூடிய பெறுமானத்தை விடக் கூடிய பெறுமானமொன்று இருக்கின்றதா என்பதைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

விடை:-

(1) 31

(2) 89

(3)  $Q_1 = \frac{1}{4}(n+1)$  எனும் உறுப்பு

$$= \frac{1}{4} \times 24 = 6 \text{வது உறுப்பு}$$

$Q_1 = \underline{\underline{45}}$

(4)  $Q_2 = \frac{2}{4}(n+1)$  எனும் உறுப்பு

$$= \frac{2}{4} \times 24 = 12 \text{வது உறுப்பு}$$

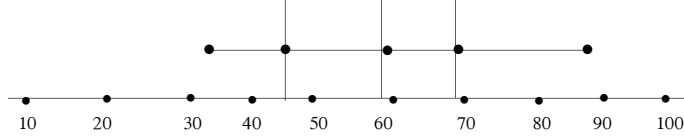
$Q_2 = \underline{\underline{58}}$

$$(5) \quad Q_3 = \frac{3}{4}(n+1) \text{ எனும் உறுப்பு}$$

$$= \frac{3}{4} \times 24 = 18 \text{வது உறுப்பு}$$

$$Q_3 = \underline{68}$$

(6), (7), (8)



$$(9) \quad Q_3 - Q_1 = 68 - 45 = 23$$

$$(10) \quad 23 \times 1.5 = 34.5$$

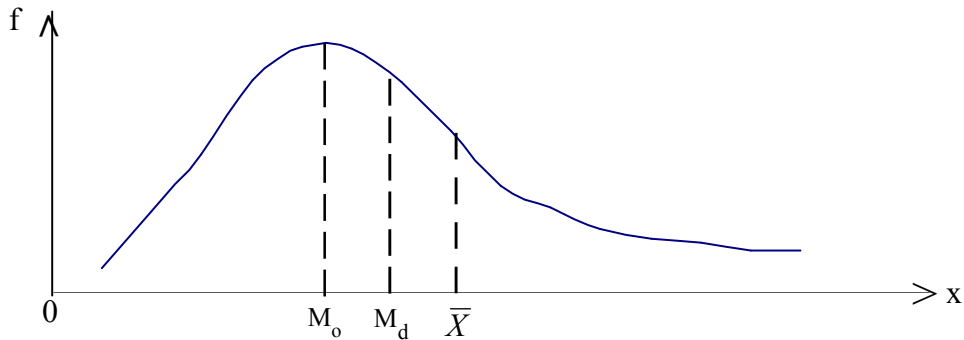
$$(11) \quad 45.0 - 34.5 = 10.5, \quad 68 + 34.5 = 102.5$$

(12) 10.5 ஐ விடக் குறைந்த பெறுமானம் ஒன்றில்லை. 105 ஐ விட கூடிய பெறுமானம் ஒன்றில்லை.

- மேலே வரைந்த அட்டவணையானது பெட்டி வீசல் வரைபடமென அழைக்கப்படுமென மாணவர்களுக்க விளக்கவும்.
- பெட்டி வீசல் வரைபடத்தினூடாகத் தரவுகளின் பரம்பலை தெளிவுபடுத்த முடியும் என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.

#### பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:

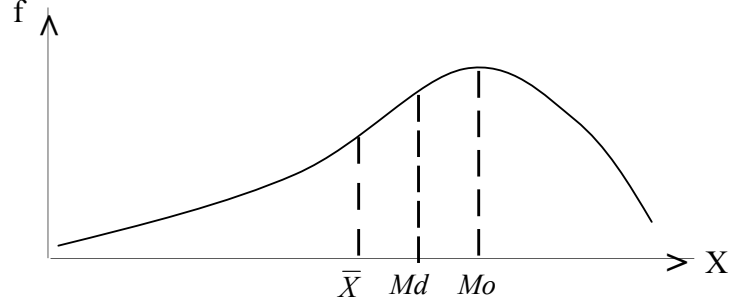
- பரம்பலொன்று சமச்சீரானது என்ற வகையில் எந்தளவு தூரத்திற்கு மாற்றமடைந்துள்ளது எனவும் அல்லது பரம்பலொன்று சமச்சீரற்றது எனக் காட்டுவதே ஓராயம் என அழைக்கப்படும்.
- பரம்பலொன்றின் மென்மையான மீடறன் வளைகோடானது மைய உச்சத்திலிருந்து இடது பக்கத்தை விட வலது பக்கமாக நீண்டு செல்கின்ற வாலொன்றுடன் கூடியதாக காணப்படுமாயின் அப்போது அப்பரம்பலானது வலதுபக்க ஓராயம் எனப்படும். அல்லது நேர் ஓராயத்துடன் கூடிய பரம்பலொன்றாகும்.



- அவ்வாறான பரம்பலொன்றுடன் கூடிய தரவுத் தொகுதியொன்றின் ஆகாரத்தை விட இடையம் விசாலமான பெறுமதியொன்றை எடுப்பதுடன் இடையத்தை விட இடையானது விசாலமான பெறுமானமொன்றை எடுக்கும்.

$$M_0 < M_d < \bar{x}$$

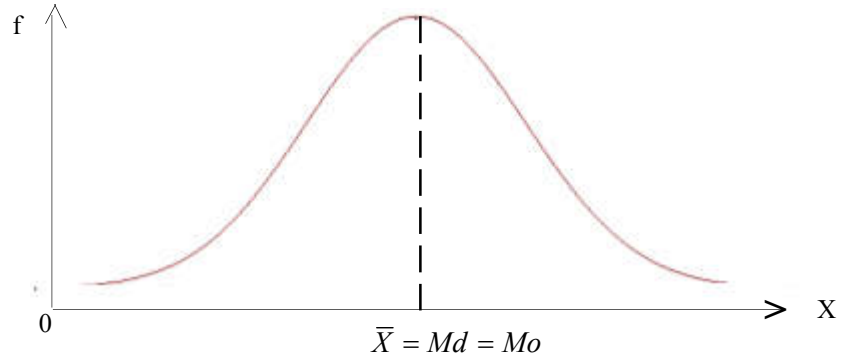
- பரம்பலொன்றின் மென்மையான மீடறன் வளைகோடானது மைய உச்சத்திலிருந்து வலப்பக்கத்தை விட இடப்பக்கமாக நீண்டு வாலுடன் கூடியதாக காணப்படின் அவ்வாறான பரம்பல் இடப்பக்க ஓராயமாகும். அல்லது மறை ஓராயத்தைக் கொண்ட பரம்பலாகும்.



- இவ்வாறான பரம்பலொன்றுடன் கூடிய தரவுத்தொகுதியொன்றில் இடையை விட இடையம் பெரியளவு கொண்ட பெறுமானமெடுப்பதுடன் இடையத்தை விட ஆகாரம் பாரியளவு கொண்ட பெறுமானத்தை எடுக்கும்.

$$\bar{x} < M_d < M_o$$

- சமச்சீரான பரம்பலொன்றின் இடை, இடையம், ஆகாரம் ஆகிய பெறுமானங்கள் சமமானதாகக் காணப்படும்.



- நேர் ஓராயப் பரம்பலொன்றின் பெறுமானங்களில் கூடுதலான அளவு இடைப் பெறுமானத்தை விடக் குறைவான பெறுமானமொன்றை எடுக்கும்.
- மறை ஓராயப் பரம்பலொன்றின் பெறுமானங்களில் கூடுதலான அளவு இடைப் பெறுமானத்தை விடக் கூடுதலான பெறுமானத்தை எடுக்கும்.
- நேர் ஓராயப் பரம்பலொன்றில் காலணை தொடர்பு  $Q_2 - Q_1 < Q_3 - Q_2$  ஆக இருப்பதுடன் மறை ஓராயப் பரம்பலொன்றின் காலணைகளுக்கிடையிலான தொடர்பு  $Q_2 - Q_1 > Q_3 - Q_2$  ஆகும்.
- பரம்பலொன்றின் ஓராயத்தை அளவிடுவதற்கு,
  - கார்ல் பியர்சனின் முதலாவது ஓராய்வுக் குணகமான

$$SK_1 = \frac{\bar{X} - M_o}{s}$$

- கார்ல் பியர்சனின் இரண்டாவது ஓராய்வுக் குணகமான

$$SK_2 = \frac{3(\bar{X} - M_d)}{s} \text{ எனும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்த முடியும்.}$$

- பரம்பலொன்றின் ஆகாரம் ஒன்றை விடக்கூடிய எண்ணிக்கையில் இருக்கும்போது அல்லது பரம்பலொன்றிற்கு ஆகாரம் ஒன்று இல்லாதிருக்கும்போது கார்ல் பியர்சனின் இரண்டாவது ஓராய்வு இணைவுக் குணகத்தைப் பயன்படுத்த முடியும்.
- முடிவான பெறுமானங்களுடன் கூடிய பரம்பலின்போதும் திறந்த வகுப்புக்களுடன் கூடிய பரம்பலொன்றின்போதும் ஓராயத்தைக் கணிப்பிடுவதற்காக காலணை அல்லது சதமணை பயன்படுத்தப்படும்.

காலணை ஓராய்வு இணைவுக்குணகம்

$$SK_Q = \frac{Q_3 - 2Q_2 + Q_1}{Q_3 - Q_1} \text{ ஆகும். இது பெளலி(Bowley)யின் ஓராய்வுக்குணகம்}$$

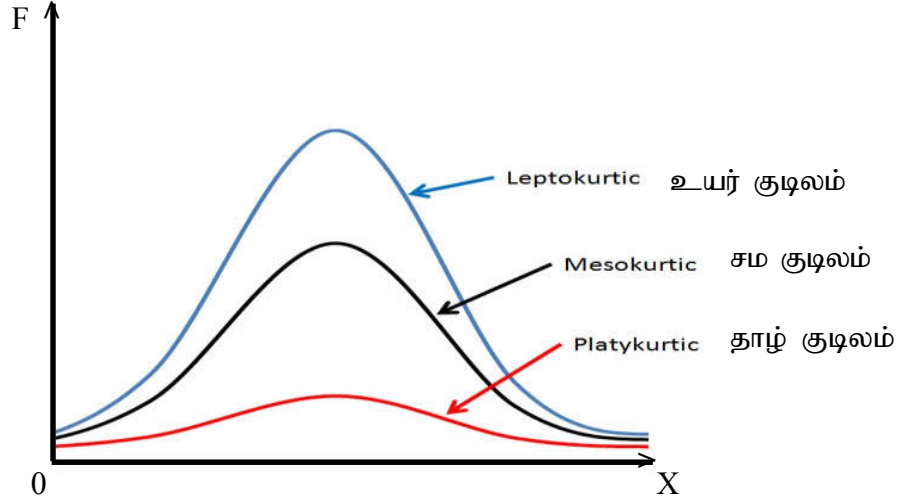
எனப்படும்.

சதமணை ஓராய்வுக்குணகம்

$$SK_P = \frac{P_{90} - 2P_{50} + P_{10}}{P_{90} - P_{10}} \text{ ஆகும். இது ஹெலியின் ஓராய்வுக் குணகம் எனப்படும்.}$$

- $SK_Q = 0$  ஆயின் பரம்பலானது சீரான பரம்பலாகும்.
- ஓராய்வுக் குணகத்தின் பெறுமானத்திற்கமைய திசையை மட்டுமன்றி பருமனையும் மதிப்பீடு செய்ய முடியும்.
- கார்ல் பியர்சனின் 1வது ஓராய்வுக்குணகம்  $-1, +1$  இற்குமிடையில் காணப்படும்.
  - $SK_1 \pm 0.5$  இற்கிடையில் அமைந்துள்ள பரம்பல் நடுத்தர அளவிலான ஓராய்வுக் குணகம் எனப்படும்.
  - $SK_1 \pm 0.5$  க்கு வெளியில் அமைந்துள்ள பரம்பலானது பாரியளவிலான ஓராய்வுப் பரம்பலாகும்.
- கார்ல் பியர்சனின் இரண்டாவது ஓராய்வுக் குணகத்திற்கேற்ப ஓராய்வுக் குணகமானது  $-3$ க்கும்  $+3$  க்குமிடையில் அமைந்திருக்கும்.
  - $SK_2 \pm 1$  இற்கிடையில் அமைந்துள்ள பரம்பல் நடுத்தர அளவிலான ஓராய்வுப் பரம்பலாகும்.
  - $SK_2 \pm 1$  வெளியில் அமைந்துள்ள பரம்பலானது பாரியளவு கொண்ட ஓராய்வுப் பரம்பல் எனக் குறிப்பிடலாம்.
- $SK_Q, SK_P$  என்பவற்றின் துணை கொண்டு மேற்குறிப்பிட்டவாறான பரம்பல் தொடர்பான மதிப்பீட்டினை மேற்கொள்ள முடியும்.
- பரம்பலொன்றின் உச்சியை சுற்றியுள்ள அளவினைக் குடிமம் என அழைக்கப்படும்.
- பரம்பலொன்றின் குடிமம் பொதுவாக, சீரான பரம்பலொன்று செவ்வன் பரம்பலொன்றுக்கு ஒத்ததாகக் காணப்படும்.
- பொதுவாக மேலே உயர்ந்த உச்சியைக் கொண்ட பரம்பலொன்று உயர் குடிமம் என அழைக்கப்படுவதுடன், அந்தளவு உயர்வற்றதாகவுள்ள தட்டையான உச்சியுடன் கூடிய பரம்பலானது தாழ் குடிமம் என அழைக்கப்படும். உயர்ந்த உச்சியையும், தாழ் உச்சியைப் பெற்றிராத இவை இரண்டுக்குமிடையிட்ட அளவு கொண்ட உச்சியுடனான பரம்பல் சம குடிமப் பரம்பல் என அழைக்கப்படும்.

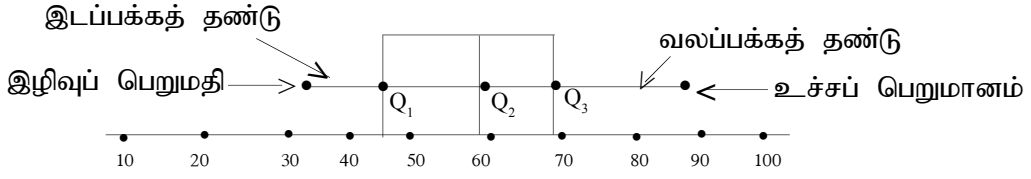




- குடிலத்தை அளவிடுவதற்கு காலணை, சதமணை உதவியுடன் விளக்கப்பட்டுள்ள, சதமணைக் குடிலக் குணகம் (K) பயன்படுத்தப்படும்.

$$K = \frac{\frac{1}{2}(Q_3 - Q_1)}{P_{90} - P_{10}}$$

- உயர் குடிலப் பரம்பலொன்றை அவதானிக்கும்போது மையத்தைச் சுற்றிக் கூடுதலான அளவு குவிந்திருப்பதனால்  $P_{90} - P_{10}$  இற்குமிடையிலான தூரத்தின் அளவிற்கும்  $Q_3 - Q_1$  க்கும் இற்கு மிடையிலான தூரத்திற்கும் அளவுக்குமிடையில் பாரியளவு வேறுபாடு இல்லை. தூர அளவானது அண்மியதாக K யின் பெறுமானம் 0.5 க்கு அண்மித்ததாக இருக்கும்.
- தாழ் குடிலப் பரம்பலொன்றின் மையத்திலிருந்து தூரத்திற்கு தரவுகள் சிதறி இருக்கும் அளவானது கூடுதலாகும். இவ்வாறாக பரம்பலொன்றின்  $Q_3 - Q_1$  க்கும்  $P_{90} - P_{10}$  இற்குமிடையிலான வேறுபாடு விசாலமானதாகக் காணப்படும். முழுமையான தட்டையான பரம்பலொன்றிற்காக K பூச்சியத்திற்கு அண்மித்ததாக இருக்கும்.
- சமகுடிலப் பரம்பலொன்றிற்காகக் K இன் பெறுமதி 0க்கும் 0.5இற்குமிடையில் இடைப் பெறுமானமொன்றாக இருப்பதுடன், செவ்வன் பரம்பலுக்கு இது  $K = 0.263$  எனக் கருதப்படும்.
- இதற்கேற்ப  $K = 0.263$  ஆயின் சம குடிலத்துடன் கூடிய பரம்பலொன்றாகவும்,  $K < 0.263$  ஆக இருப்பின் தாழ் குடிலத்துடன் கூடிய பரம்பலொன்றாகவும்,  $K > 0.263$  ஆக இருப்பின் உயர் குடிலத்துடன் கூடிய பரம்பலொன்றாகவும் இனங்காணப்படும்.
- தரவுகளினதும், தரவுகளின் பரம்பலின் தன்மையினையையும் இனம் காண்பதற்காக தரவுத் தொகுதியின் உச்சபெறுமானம், இழிவுப் பெறுமானம், முதலாவது காலணை, இடையம் அல்லது இரண்டாவது காலணை, 3வது காலணை என்பவற்றைப் பயன்படுத்தி வரையப்படுகின்றதும் கீழே காட்டப்பட்டுள்ளதுமான அட்டவணையே பெட்டி வீசல் வரைபடம் என அழைக்கப்படும்.



- பெட்டி வீசல் வரைபடத்தை வரையும்போது பின்வரும் படிமுறைகளைப் பின்பற்ற முடியும்.
  - எண் கோட்டச்சை வரைதல்.
  - அக்கோட்டச்சிற்குச் சமாந்தரமாக வேறு கோடொன்றின் மீது தரவுத்தொகுதி,  $Q_1, Q_2, Q_3$  என்பவற்றை அடையாளமிடல்.
  - $Q_1, Q_2, Q_3$  என்பவற்றை உள்ளடக்கிய சட்டகமொன்றை வரையவும்.
  - $Q_2$  இனூடாகச் சட்டகத்தை இரு பகுதிகளாக வகைப்படுத்தவும்.
- பெட்டி வீசல் வரைபடத்தின் பயன்கள் பின்வருமாறு:
  - $Q_1, Q_2, Q_3$  என்பவற்றை உள்ளடக்கிய சட்டகத்தில் சமச்சீரான வளைகோடொன்றை வரைவதன் மூலம் தரவுகளின் மத்திய பகுதியின் பரம்பல் சமச்சீரானதா, நேர் ஓராயமா, மறை ஓராயமா என்பதை இனம் காணமுடியுமாயிருத்தல்.
  - வலப்பக்க, இடப்பக்கத் தரவுகளின் அந்தப் பெறுமானங்களது பரம்பலின் தன்மையினை இனங்காண முடியும்.
  - இடப்பக்க, வலப்பக்கத் தண்டங்கள் நீளத்தில் ஒரேயளவு கொண்டதாக இருப்பின் அது சமச்சீரானதாகும்.
  - இடப்பக்கத் தண்டமானது, வலப்பக்கத் தண்டத்தை விட நீளத்தில் கூடியதாக இருப்பின், அது மறை ஓராயமாகும்.
  - வலப்பக்கத் தண்டம் இடப்பக்கத் தண்டத்தை விட நீளத்தில் கூடியதாக இருப்பின் அது நேர் ஓராயம் எனப்படும்.
  - சேகரிக்கப்பட்ட தரவுகளில் அந்தப் பெறுமானங்கள் அதாவது வெளியே அமைந்துள்ளதா (Out Layers) என்பதை அறிந்து கொள்ள முடியுமாக இருக்கும். வெளியே அமைந்துள்ளதா என்பதை அறிந்து கொள்வதற்குப் பின்வரும் படிமுறைகள் பின்பற்றப்படல் வேண்டும்.
    - $Q_3 - Q_1$  ஐப் பெற்றுக் கொள்ளல். (காலனை இடை வீச்சு)
    - $Q_3 - Q_1$  க்கு பெறப்படுகின்ற பெறுமதியினை 1.5 இனால் பெருக்குதல்.
    - பெருக்கிப் பெறப்பட்ட பெறுமதியைக்  $Q_1$  பெறுமதயிலிருந்து குறைத்தல்.
    - பெருக்கி எடுக்கப்பட்ட பெறுமதியை  $Q_3$  பெறுமானத்துடன் சேர்த்தல்.
    - $Q_1 - (Q_3 - Q_1) \times 1.5$  ஐ விட குறைந்த பெறுமானங்கள் தரவுத் தொகுதியில் காணப்படுமாயின் அவை வெளியே அமைந்திருக்கும்.
    - $Q_3 + (Q_3 - Q_1) \times 1.5$  ஐ விட கூடிய பெறுமானங்கள் தரவுத் தொகுதியில் காணப்படுமாயின் அவை வெளியே காணப்படுவகளாகும்.

**கணிப்பீட்டு மதிப்பீட்டு நியதிகள்:**

உதாரணம் - 01

வணிக நிறுவனங்கள் 3 இன் நாளாந்த விற்பனைகள் பின்வருமாறு:

விற்பனை வருமானம் (ரூ 000)	நாட்களின் எண்ணிக்கை		
	A நிறுவனம்	B நிறுவனம்	C நிறுவனம்
10 - 20	05	26	04
20 - 30	10	30	05
30 - 40	20	20	08
40 - 50	30	10	10
50 - 60	20	08	23
60 - 70	10	04	32
70 - 80	05	02	18
	100	100	100

- தொகுதியொன்றின் தளத்தின் மீது மூன்று நிறுவனங்களதும் மீடறன் பல்கோணியை உருவாக்கவும்.
- தரவுகளின் பரம்பலை ஒப்பிடவும். (ஓராயம், குடிலம் என்பவற்றினூடாக)
- தரவுத் தொகுதிகள் 3ற்காக
  - இடை ( $\bar{X}$ )
  - இடையம் ( $M_d$ )
  - ஆகாரம் ( $M_o$ )
  - நியம விலகல் (S)
  - முதலாம் காலணை ( $Q_1$ )
  - மூன்றாம் காலணை ( $Q_3$ )
  - 10வது சதமணை ( $P_{10}$ )
  - 90வது சதமணை ( $P_{90}$ ) என்பவற்றைப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.
- தரவுத் தொகுதியின் 3 இற்கும் தனித்தனியாக ஓராயத்தை பின்வரும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.

$$SK_1 = \frac{\bar{X} - M_0}{s}$$

$$SK_2 = \frac{(\bar{X} - M_d)}{s}$$

$$SK_Q = \frac{Q_3 + Q_1 - 2Q_2}{Q_3 - Q_1}$$

$$SK_p = \frac{P_{90} + P_{10} - 2P_{50}}{P_{90} - P_{10}}$$

- ஓராயத்தை ஒப்பிடவும்.
- பின்வரும் சூத்திரத்திற்கமையத் தரவுத் தொகுதிகள் 3 இற்குமாகத் தனித்தனியாக சதமணை, ஓராயக்குணகம் என்பவற்றைப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.

$$K = \frac{\frac{1}{2}(Q_3 - Q_1)}{P_{90} - P_{10}}$$

- தரவுத் தொகுதிகள் 3 இனதும் பரம்பலை மீடறன் பல்கோணியின் தன்மை, ஓராயக் குணகம், குடிலக் குணகம் என்பவற்றிற்கேற்ப விளக்கவும்.

விடை:-

நிறுவன எண்ணிக்கை	$\bar{X}$	Md	Mo	S	Q <sub>1</sub>	Q <sub>3</sub>	P <sub>10</sub>	P <sub>90</sub>	Sk <sub>1</sub>	Sk <sub>2</sub>	Sk <sub>q</sub>	Sk <sub>p</sub>	K
A	5	45	45	14.5	35	55	25	65	0	0	0	0	0.25
B	31.4	28	22.9	15.2	19.6	39.5	13.9	55	0.56	0.67	0.16	0.31	0.24
C	56.1	60	63.9	15.9	48	67.8	31.3	74.4	-0.49	-0.73	-0.21	-0.33	0.23

- A → சமச்சீரான பரம்பலொன்றாகும்.  $\bar{X} = Md = Mo$   
 B → நேர் ஓராயப் பரம்பலொன்றாகும்.  $\bar{X} > Md > Mo$   
 C → மறை ஓராயப் பரம்பலொன்றாகும்.  $\bar{X} < Md < Mo$

உதாரணம் - 02

பின்வரும் தரவுத்தொகுதி தொடர்பாக,

- பெட்டி வீசல் வரைபடத்தைக் கட்டியெழுப்பவும்.
- தரவுகளின் பரம்பலை விளக்கவும்.
- வெளியே அமைந்திருக்கின்றதா என்பதனை அறியவும்.

தண்டு	இலை
2	2 2 3 3 5 7
3	1 2 6 7 7 7 8 8 8 8 9 9 9
4	0 0 0 0 4 5 6 7 8
5	1 5

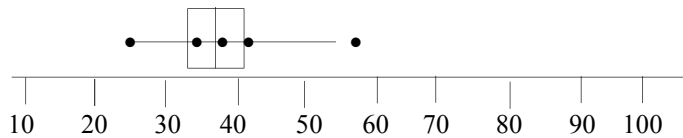
இழிவுப் பெறுமானம் - 22

உச்ச பெறுமானம் - 55

$$Q_1 = 31.5$$

$$Q_2 = 38$$

$$Q_3 = 40$$



வெளியே அமைந்திருப்பதைச் சோதனை செய்தல்.

$$Q_3 - Q_1 = 40 - 31.5 = 8.5$$

$$8.5 \times 1.5 = 12.75$$

$$Q_1 - 12.75 = 31.5 - 12.75 = 18.75$$

$$Q_3 + 12.75 = 40 + 12.75 = 52.72$$

18.75 ஐ விடக் குறைந்த பெறுமானமொன்றில்லை. ஆயினும் 55, 52.72 ஐ விடக் கூடிய பெறுமானமொன்றாகும்.

- ∴ 55 வெளியே அமைந்திருக்குமொன்றாகும்.
- தரவுகளின் மத்திய பகுதியின் பரம்பலானது சிறிய அளவில் மறை ஓராயமாகக் காணப்படுகின்றது.
- இடப்பக்கத் தண்டை விட வலப்பக்கத் தண்டு நீளத்தில் கூடியதாகும்.

**தேர்ச்சி 4.0:** மாறிகளுக்கிடையே காணப்படும் தொடர்புகளை அறிந்து எதிர்வு கூறுவார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 4.1:** தொடர்புகளின் தன்மைக்கேற்ப மாறிகளை வகைப்படுத்திக் காட்டுவார்.

**பாடவேளைகள்:** 06

**கற்றற் பேறுகள்:**

- மாறிகளை விளக்குவார்.
- தொடர்புள்ள மாறிகளைப் பெயரிடுவார்.
- சாராத, சார்ந்த மாறிகளுக்கிடையிலான தொடர்புகளுக்கிடையில் காணப்படும் வேறு பாடுகளை அறிந்து கொள்வார்.
- சிதறல் புள்ளி வரைபை அறிந்து கொள்வார்.
- தரவுகளை சிதறல் புள்ளி வரைபுகள் மூலம் முன்வைப்பார்.
- சிதறல் புள்ளி வரைபுகளினூடாக மாறிகளுக்கிடையிலான ஏகபரிமாணத் தொடர்பினை விளக்குவார்.
- சிதறல் புள்ளி வரைபுகளினூடாக மாறிகளுக்கிடையிலான ஏகபரிமாணமான மற்ற தொடர்பினை விளக்குவார்.
- மாறிகளுக்கிடையே தொடர்புகளற்ற சந்தர்ப்பமொன்றைச் சிதறல் புள்ளி வரைபின் மூலம் முன்வைப்பார்.
- சிதறல் புள்ளி வரைபின் பயன்பாடுகளை விபரிப்பார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

பின்வரும் சந்தர்ப்பங்களில் மாணவர்களின் கவன ஈர்ப்பினைச் செலுத்துவதில் ஈடுபடுத்தச் செய்யவும்.

- (1) உற்பத்தி நிறுவனமொன்று தெரிவு செய்யப்பட்ட சில பொருட்களுக்கு விளம்பரம் செய்யப்பட்டு அப்பொருட்களின் விற்பனையில் அதிகரிப்பொன்று இடம்பெற்றுள்ளதா என்பதனை தேடியறிவார்
- (2) காலநிலை ஆய்வாளரொருவர் ஒரு பிரதேசத்தின் மாதமொன்றில் பெற்றுக் கொள்ளப்பட்ட மழைவீழ்ச்சியினதும் வளியின் பருவகால மாறல்களை அளவிட்டு பரிசோதனையொன்றை மேற்கொள்வார்.
- (3) பொருளாதார ஆய்வாளரொருவர் பொருளொன்றின் சந்தை விலை உயர்வடைந்து செல்லும்பொழுது அப்பொருளுக்கான நுகர்வாளர்களின் கேள்வி மாற்றமடையும் முறை தொடர்பான ஆய்வொன்றை மேற்கொள்வார்.
- (4) ஆய்வாளரொருவர் தனி நபர்களின் வருமான மட்டத்தில் மாற்றம் ஏற்படும் பொழுது நுகர்வுப் போக்கிலும் மாற்றமடையும் முறையினை ஆய்வு செய்வார்.

பின்வரும் விடயங்கள் வெளிப்படுமாறு மாணவர்களோடு கலந்துரையாடலொன்றில் ஈடுபடவும்.

- மேற்குறிப்பிடப்பட்ட நான்கு விடயங்களும் செயற்பாட்டு ரீதியாக இரு மாறிகளுடன் தொடர்புடையதாக முகங் கொடுக்கக்கூடிய சந்தர்ப்பங்களாகும் எனச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- அதேபோன்று மேற்காட்டிய நான்கு விடயங்களையும் தனித்தனியாக எடுத்து நோக்கும் பொழுது அவற்றின் உள்ளடக்கமானது மாறிகள் ஒவ்வொன்றிற்கிடையே இணைந்த மாறிகளாகும் என்பதனைக் குறிப்பிட்டுக் காட்டவும்.

- இதற்கமைய தெரிவு செய்த சில வகைப் பொருள்களுக்கு விளம்பரம் செய்வதி ஹூடாக அப்பொருள்களின் விற்பனையில் அதிகரிப்பொன்று ஏற்பட முடியும்.
- மழைவீழ்ச்சி அதிகரிக்கும் பொழுது வளியின் பருவகால மாறல்களும் உயர்ந்து செல்ல முடியும்.
- பொருளொன்றின் விலை உயர்வடைந்து செல்லும் பொழுது நுகர்வாளர்களினால் அப்பொருள்களுக்கு ஏற்படுத்தும் கேள்வியும் குறைவடையும்.
- தனிநபரின் வருமானம் அதிகரிக்கும் பொழுது நுகர்வில் அதிகரிப்பொன்றை ஏற்படுத்தும் தனிநபரின் வருமானம் குறைவடையும் பொழுது நுகர்வுச் செலவும் குறைவடையும்.
- இவ்வாறு ஒன்றுடன் ஒன்று இணைந்த வேறு தொடர்புடைய மாறிகளை மாணவர்களிடம் கேட்டறியவும்.
- வழங்கப்பட்ட இரு மாறிகளில் மற்ற மாறியில் தாக்கத்திற்குற்படாது மாற்றமடையும் மாறி (சாராத மாறி)யையும் அச்சாராத மாறியினடிப்படையில் மாற்றமடையும் அடுத்த உள்ள மாறி (சார்ந்த மாறி) தொடர்பாகவும் மாணவர்களின் அவதானத்தைச் செலுத்து வதில் ஈடுபடுத்தச் செய்யவும்.
- விளம்பரச் செலவானது சாராத மாறி எனவும், அதனடிப்படையில் தங்கி இருக்கும் மாறியான விற்பனைகளின் அளவு சார்ந்த மாறி என்பதனையும் சுட்டிக் காட்டவும்.
- மேலே குறிப்பிடப்பட்ட மாறிச் சோடிகள் மூன்றின் போதும், சாராத, சார்ந்த மாறிகளை இனங்காண்பதில் மாணவர்களை ஈடுபடுத்தச் செய்யவும். இதற்கமைய பின்வரும் அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்துவதில் மாணவர்களை ஈடுபடுத்துவதற்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.

	சாராத மாறி	சார்ந்த மாறி
(1)		
(2)		
(3)		
(4)		

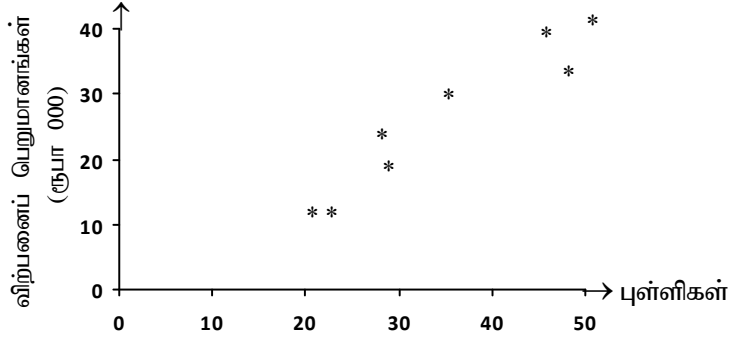
- மாறிச் சோடிகளுக்குரிய பரிசோதனையின்போது ஏற்படக்கூடிய பொருத்தமான அளவுத் திட்டத்திற்கமைய சிதறல் புள்ளி வரைபில் அவ்வவதானிப்புக்களை அடையாளப்படுத்திக் காட்ட முடியும் என்பதனையும் சுட்டிக் காட்டவும்.
- இதற்கமைய மேற்காட்டிய மாறிகளுக்கிடையில் காணப்படும் தொடர்பினை இனங் காண்பதற்கு மாணவர்களை ஈடுபடுத்தச் செய்யவும்.
- மாணவர்களைப் பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுத்தச் செய்யவும்.

**செயற்பாடு:**

விற்பனை மேம்படுத்தல் அதிகாரிகள் 10 பேர்களை தெரிவு செய்வதற்கு எழுத்து மூலப் பரிசோதனையொன்று மேற்கொள்ளப்பட்டுப் பெற்றுக் கொள்ளப்பட்ட புள்ளிகளும் ஒரு மாதத்தில் அவர்களுக்கு வழங்கப்பட்ட இலக்கு விற்பனைப் பெறுமானங்களும் (ரூபா 000த்தில்) கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

புள்ளிகள்	மாத விற்பனைகள் (ரூபா '000)
43	26
50	37
22	15
50	29
26	15
34	21
30	20
48	32
40	29
32	17

- சாராத மாறியை இனங்கண்டு அதனை X எனவும், சார்ந்த மாறியை இனங்கண்டு அதனை Y எனவும் பெயரிட்டு சிதறல் புள்ளி வரைபை வரைவதில் மாணவர்களை ஈடுபடுத்தச் செய்யவும்.



பின்வரும் விடயங்கள் வெளிப்படுமாறு கலந்துரையாடலொன்றில் ஈடுபடவும்.

- மாறிச் சோடிகளுக்குரிய அவதானிப்புத் தொகுதியை அடையாளப்படுத்தும்பொழுது பெற்ற புள்ளித் தொகுதியானது சிதறி இருக்கும் முறைக்கமைய இரு மாறிகளுக்கிடையே காணப்படும் தொடர்பு தொடர்பான பருமட்டான விளக்கமொன்றைப் பெற்றுக் கொள்ள முடியும் என்பதனைக் குறிப்பிட்டுக் காட்டவும்.
- எளிய கோட்டு ரீதியான மாதிரியான  $y = a + bx$  முறையில் சமன்பாடொன்றை பூரணப்படுத்தும் X, Y இன் அனைத்து ஒழுங்கமைக்கப்பட்ட சோடிகளை வரைபுபடுத்தப் படுமாயின் அவை அனைத்தும் எளிய சீரான கோட்டின் மீது அமைந்திருக்கும் எனச் சுட்டிக் காட்டவும். ஆயினும் மேற்காட்டிய சிதறல் புள்ளி வரைபில் காட்டப்பட்ட சகல புள்ளிகளும் அவ்வெளிய கோட்டின் மீது அமையப் பெறவில்லை என்பதனை உறுதிப்படுத்தவும்.

- ஆயினும் மேற்குறிப்பிடப்பட்ட சிதறல் புள்ளி வரைபில் குறிப்பிடப்பட்ட புள்ளியில் அதிகமான அளவிற்கு நெருங்கியதாகப் செல்லும் எனிய கோடொன்றை நிர்மாணிக்க முடியும். அம் மாறிகள் இரண்டிற்கிடையே கோட்டு ரீதியான தொடர்பொன்று காணப்படுகின்றது என்பதனைக் குறிப்பிட்டுக் காட்டவும்.
- இதற்கமைய பசளைப் பயன்பாட்டின் காரணமாக விளைச்சல் அதிகரித்தல், விளம்பரச் செலவை அதிகரிப்பதனால் விற்பனை அதிகரித்தல் போன்ற ஒவ்வொரு மாறியினது பெறுமானம் அதிகரிக்கும் பொழுது மற்றைய மாறியின் பெறுமானத்திலும் அதிகரிப்பு ஏற்படுமாயின் அம்மாறிகளுக்கிடையிலே நேர் தொடர்பொன்று காணப்படும் என்பதனை உறுதிப்படுத்தவும்.

பின்வரும் செயற்பாடுகளில் மாணவர்களை ஈடுபடுத்தச் செய்யவும்.

- ஒரு வகைப் பொருளின் விலை ரூபா 10 இலிருந்து ரூபா 500 வரை அதிகரிக்கும் பொழுது கேள்வி அமையும் முறை பின்வருமாறு இருந்தது. இத்தரவுகளைச் சிதறல் வரைபின் மூலம் குறிப்பிட்டுக் காட்டவும்.

விலை (ரூபா)	கேள்வி (அலகு)
10	500
20	400
30	300
40	200
50	100

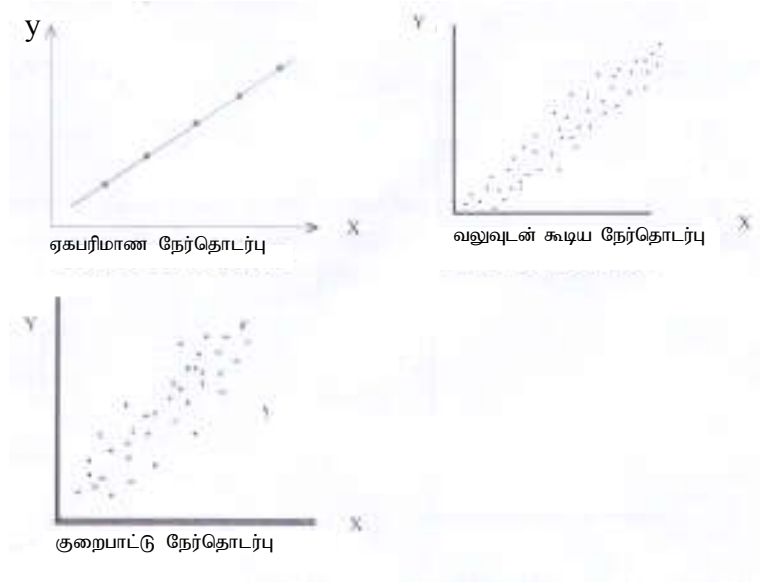
- இங்கு ஒவ்வொரு மாறிகளினதும் பெறுமானம் அதிகரிக்கும் பொழுது மற்ற மாறியின் பெறுமானம் குறைவடையும் என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- இது கோட்டு ரீதியான தொடர்பொன்றெனவும், இடப்பக்கத்திலிருந்து வலப் பக்கமாக கீழாகச் சாய்வுறும் மறை ரீதியான கோட்டுத் தொடர்பொன்றாகும் எனவும் சுட்டிக் காட்டவும்.
- இவ்வாறு ஏகபரிமாண மறை, வலுவுடன் கூடிய மறையாகவும், குறைபாட்டு மறைத் தொடர்பு காணப்படுகின்றது எனவும் குறிப்பிட்டுக் காட்டவும்.
- அதேபோன்று கோட்டு ரீதியான தொடர்புகளுக்கு மேலதிகமாக கோட்டு ரீதியற்றதும் தொடர்பொன்றும் அற்ற சந்தர்ப்பங்களும் காணப்படுகின்றது என்பதனைக் குறிப்பிட்டுக் காட்டவும்.
- சிதறல் வரைபின் முக்கியத்துவத்தை மாணவர்களோடு கலந்துரையாடவும்.

#### **பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:**

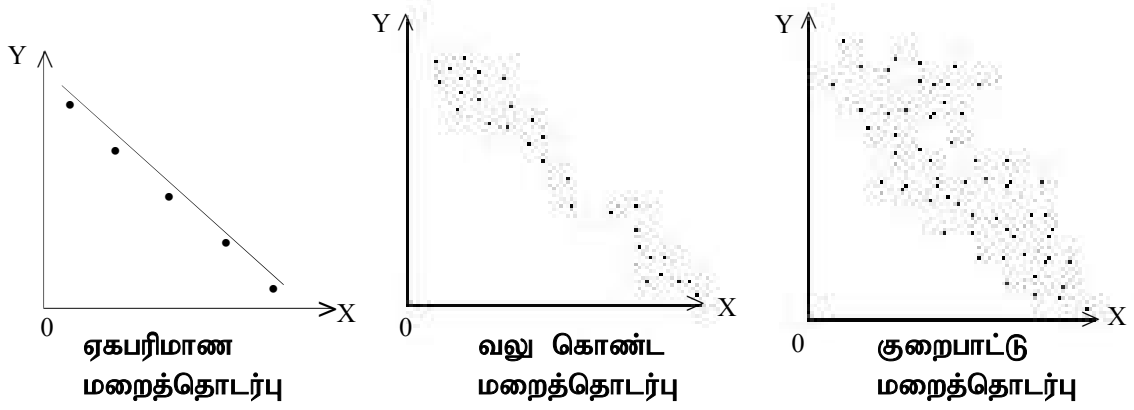
- பிரதானமாக மாறிகள் இரு வகைப்படும்.
  - சாராத மாறி (சுயாதீன மாறி)
  - சார்ந்த மாறி
  - யாதேனும் மாறியொன்றின் மாற்றமானது மற்றோர் மாறியொன்றின் மாற்றத்திற்குக் காரணமாக அமையாதிருப்பின் அவ்வாறான மாறியைச் சாராத மாறி என அழைக்கப்படும். அவ்வாறின்றேல் இரு மாறிகள் வழங்கப்பட்டுள்ளபோது சுயமாக மாற்றமடையும் மாறி சாராத மாறியாகும்.
  - சாராத மாறியின் மாற்றத்தினடிப்படையில் மாற்றமடையும் மாறி சார்ந்த மாறியாகும்.



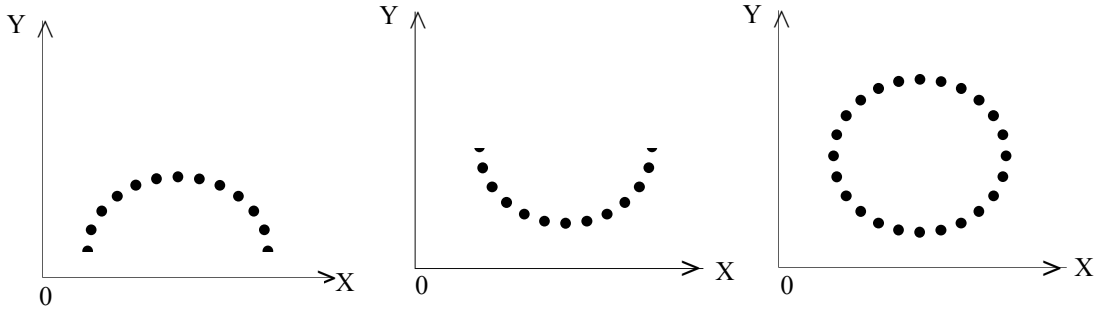
- மாறிச் சோடியொன்றின் அவதானிப்புப் புள்ளிகளை அச்சத் தளத்தில் அடையாளப் படுத்தும் பொழுது கிடைக்கின்ற வரைபு சிதறல் புள்ளி அட்டவணை என்றழைக்கப்படும்.
- சிதறல் புள்ளி வரைபை உருவாக்குவதற்காக சாராத மாறிகளைக் கிடை அச்சிலும், சார்ந்த மாறிகளை நிலைக்குத்து அச்சிலும் அடையாளமிடப்படும்.
- சிதறல் புள்ளி வரைபை அவதானிப்பதன் மூலம் மாறிகளுக்கிடையே காணப்படும் தொடர்புகள் 3 இனை இனங்காண முடியும்.
  - (1) கோட்டு ரீதியான நேர் / மறைத் தொடர்பு
  - (2) கோட்டு ரீதியற்ற தொடர்பு
  - (3) தொடர்பற்ற நிலை
- சாராத மாறியின் பெறுமானம் அதிகரிக்கும் பொழுது சார்ந்த மாறியின் பெறுமானமும் அதிகரிக்கப்படுமாயின் அம்மாறிகளுக்கிடையே நேர் தொடர்பொன்று காணப்படும். இங்கு சிதறல் புள்ளி வரைபொன்றின் எல்லாப் புள்ளிகளும் இடமிருந்து வலப்பக்கமாக மேல் நோக்கியதாகப் கோடொன்றில் காணப்படும் அல்லது அவ்வாறான கோட்டிற்கு நெருங்கியதாக உருவாகி இருக்கும்.



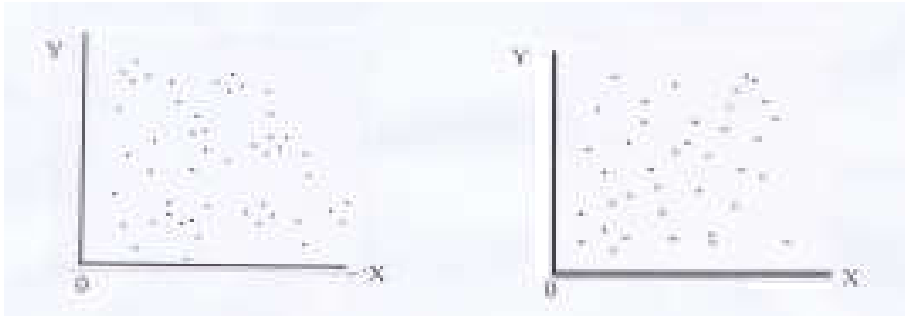
- சாராத மாறியின் பெறுமானம் குறைவடையும் பொழுது சார்ந்த மாறியினதும் பெறுமானம் குறைவடையுமாக இருப்பின் அதனையும் நேர் தொடர்பொன்றாகக் கருதப்படும்.
- சாராத மாறியொன்றின் பெறுமானம் அதிகரிக்கும் பொழுது சார்ந்த மாறியின் பெறுமானம் குறைவடையுமாயின் அம்மாறிகளுக்கிடையே மறைத் தொடர்பொன்று காணப்படுகின்றது. இங்கு சிதறல் புள்ளி வரைபொன்றின் அனைத்துப் புள்ளிகளும் இடமிருந்து வலப் பக்கமாக கீழ்நோக்கியதான சரிந்து செல்லும் கோடொன்றில் அல்லது அவ்வாறான கோட்டிற்கு நெருங்கியதாக அமைந்திருக்கும்.



- மாறிகளின் சோடிகளுக்கிடையே கோட்டு ரீதியான அதாவது கோட்டு ரீதியற்ற தொடர்புகளும் கூட காணப்படும்.



- அவ்வாறே இரு மாறிகளுக்கிடையே உறுதியான தொடர்பொன்று காணப்படாத சந்தர்ப்பங்களின்போது அவற்றின் மாற்றங்களை ஒவ்வொரு மாறிகளுக்கு ஒத்ததாகத் தனித்தனியாக இடம்பெறும். இங்கு சிதறல் புள்ளி வரைபிலும் கூட கோட்டு ரீதியான தொடர்பொன்றை வெளிக்காட்டாததிருக்கும்.



- இவ்வாறு பல்வேறு சிதறல் புள்ளி வரைபுகளை அறிந்து கொள்வதன் மூலம் மாறிகளுக்கிடையிலான தொடர்புகள் காணப்படுகின்றதா இல்லையா என்பதனை அறிந்து கொள்ள முடியும்.
- இரு மாறிகளுக்கிடையிலான புள்ளிவிபர ரீதியாக தொடர்பொன்று காணப்படுகின்றதா என்பதனையும் அவ்வாறானதொரு தொடர்பு காணப்படுமாயின் அதன் தன்மை தொடர்பாகவும் பருமட்டான விளக்கத்தைப் பெற்றுக் கொள்ள முடியுமாக இருப்பதனால் சிதறல் புள்ளி வரைபானது எளிய பிறச்செலவுப் பகுப்பாய்வின்போது மிக முக்கியமானதாக அமைகின்றது.

**தேர்ச்சி 4.0:** மாறிகளுக்கிடையே காணப்படும் தொடர்புகளை அறிந்து எதிர்வு கூறுவார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 4.2:** இரு மாறிகளுக்கிடையிலான ஏகபரிமாண இணைவுக் குணக எண்ணக்கருவை அறிந்து கொள்வார்.

**பாடவேளைகள்:** 04

**கற்றற் பேறுகள்:**

- இணைவுக் குணக எண்ணக்கருவை விளக்குவார்.
- இணைவுக் குணகம் பயன்படுத்தப்படும் சந்தர்ப்பங்களுக்கான உதாரணங்களை முன்வைப்பார்.
- இரு மாறிகளுக்கிடையிலான இணைவுக் குணகத்தை அறிந்து வைப்பதன் பயன்களை விளக்குவார்.
- இரு மாறிகளுக்கிடையிலான இணைவுக் குணகத்தின் பருமனை அளவிடுவதன் முக்கியத்துவத்தை விளக்குவார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- பின்வரும் கூற்றுக்களை கரும்பலகையில் எழுதவும்.
  - மாணவர்கள் பரீட்சைக்கு படித்த நேரத்திற்கும், பரீட்சைப் புள்ளிகளுக்குமிடையிலான தொடர்பு.
  - பணவீக்கத்திற்கும் உற்பத்திக் கிரயத்திற்குமிடையிலான தொடர்பு.
  - உரப்பாவனைக்கும், அறுவடைக்குமிடையிலான தொடர்பு.
  - தனிநபர்களின் வயதுக்கும், நிறைக்குமிடையிலான தொடர்பு.
  - உற்பத்தி நிறுவனமொன்றின் வெளியீட்டின் அளவிற்கும் கிரயத்திற்குமிடையிலான தொடர்பு.
- பின்வரும் விடயங்களை வெளிப்படுத்திக் கலந்துரையாடலில் ஈடுபடவும்.

இரண்டு மாறிகள் காணப்படும்போது ஒவ்வொன்றின் மீதும் ஏற்படுத்தும் மாற்றமானது அடுத்த மாறியில் ஏதாவது தாக்கமொன்றை ஏற்படுத்துகின்றது என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.

  - மாணவர்கள் பரீட்சைக்குப் படித்த மணித்தியாலங்களின் எண்ணிக்கை அதிகரிக்கும் போது பரீட்சைப்புள்ளிகளும் அதிகரிக்கலாம்.
  - உற்பத்திக் கிரய அதிகரிப்பே பணவீக்கம் அதிகரிப்பதற்குக் காரணமாயமைந்திருக்கலாம்.
  - உரம், கிருமிநாசினிகள், களை பீடிகள் என்பவற்றைப் பயன்படுத்துவதன் மூலம் விளைச்சலை அதிகரிக்க முடியும்.
  - சிறுவரொருவரின் வயது அதிகரிக்கும்பொழுது நிறையில் அதிகரிப்பைக் காண முடியும்.
  - உற்பத்தி நிறுவனமொன்றின் வெளியீட்டினை அதிகரிக்கும்போது கிரயம் அதிகரிக்கலாம்.

இவ்வாறு வணிகத்துறையைப் போன்றே பெரும்பாலான சந்தர்ப்பங்களில் சில தீர்மானங்களை எடுப்பதற்கு மாறிகளிடையே தொடர்புகள் காணப்படுகின்றதா என்பதை இனம் காணல் வேண்டும் என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.

- இவ்வாறு சோடிகளுக்கிடையே மாறிக் காணப்படுகின்ற நெருங்கிய இடைத்தொடர்பின் அளவினை அளவிட்டுக் காட்டுவதற்கு இணைவுக் குணகத்தினூடாக மேற்கொள்ளப்படுகின்றது எனச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- இணைவுக் குணகமானது  $-1 \leq r \leq +1$  இடையில் காணப்படுவதுடன் அதன் மூலம் மாறிகளிடையேயான தொடர்பானது பலமானதா, பலவீனமானதா என்பதை விளங்கிக் கொள்ள முடியும் என்பதையும் சுட்டிக் காட்டவும்.
- மாறிச் சோடிகளுக்கிடையேயான இணைவுக் குணகத்தினை அறிந்து கொள்வதன் முக்கியத்துவத்தை மாணவர்களுடன் கலந்துரையாடவும்.

#### பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:

- இரு மாறிகளிடையே தொடர்பொன்று காணப்படுமாயின், அவ்வாறான மாறிகள் இரண்டும் இணைவுக்குணக மாறிச்சோடி என்றழைக்கப்படும்.
- ஒரு மாறியின் பெறுமானம் அதிகரிக்கும்போது அடுத்த மாறியின் பெறுமதி அதிகரிக்குமாயின் அவ்வாறான மாறிகள் நேர் இணைவுக்குணக மாறிகளாகும்.  
உதாரணம்:- இயந்திரங்களின் வயது அதிகரிக்கும்போது அதன் பராமரிப்புச் செலவு அதிகரித்தல்.
- ஒரு மாறியின் பெறுமதி அதிகரிக்கும்போது அடுத்த மாறியின் பெறுமதி குறையுமாயின் அவ்வாறான மாறிகள் மறை இணைவுக் குணகமாகும்.  
உதாரணம்:- பண்டமொன்றின் விலை அதிகரிக்கும்போது அதன் கேள்வியின் அளவு குறைவடைதல்.  
மழைக்காலங்களில் குளிர் களி (Ice Cream) விற்பனை குறைவடைதல்.
- ஒரு மாறியின் பெறுமதியில் ஏற்படும் மாற்றமானது அடுத்த மாறியின் பெறுமதியில் தாக்கத்தையேற்படுத்தாவிடின், அம்மாறிகளிடையே இணைவுக்குணகத்தைக் காண முடியாது.  
உதாரணம்:- கொழும்பு தேசிய வைத்தியசாலையின் நாளொன்றில் இடம்பெறுகின்ற சிசுப் பிறப்பின் அளவும், கண்டி நகரத்தில் ஒரு நாளைக்கு இடம் பெறுகின்ற விபத்துக்களின் அளவும்.
- இணைவுக் குணகத்தின் மூலம் இரு மாறிகளிடையே காணப்படுகின்ற ஏகபரிமாண குணகம் தொடர்பிலான அளவீட்டினை வழங்கும்.
- இணைவுக்குணகம் (r) +1, -1 இற்குமிடையிலான பெறுமதியினை எடுக்கும். இங்கு r இன் பெறுமதி ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பங்களிலும் பின்வருமாறு காணப்படும்.  
r = +1 பூரணமான நேர் தொடர்பாகும்.  
r இன் பெறுமதி 1 இற்குக் கிட்டியதாயின் → வலுவான நேர் இணைவுக்குணகமாகும்.  
r இன் பெறுமதி +0.50 இற்குக் கிட்டியதாயின் → சராசரி நேர் இணைவுக்குணகமாகும்.  
r இன் பெறுமதி பூச்சியத்திற்குக் கிட்டியதாயின்  
+ இன் பெறுமதி → பலவீனமான நேர் இணைவுக்குணகமாகும்.  
r = -1 பூரணமான மறை இணைவுக்குணகமாகும்.  
r இன் பெறுமதி -1க்குக் கிட்டியதாக  
அமைந்திருப்பின் → வலுவான மறை இணைவுக்குணகமாகும்.  
r இன் பெறுமதி 0.50 இற்குக் கிட்டியதாயின் → சராசரி மறை இணைவுக்குணகமாகும்.  
r இன் பெறுமதி பூச்சியத்திற்குக் கிட்டிய மறைப் பெறுமதியினைப் பெற்றிருப்பின் → பலவீனமான மறை இணைவுக்குணகமாகும்.  
r = 0 → ஏகபரிமாண இணைவுக்குணகம் அற்ற சந்தர்ப்பமாகும்.

### இணைவுக் குணகத்தின் முக்கியத்துவம்

- பெரும்பாலான சந்தர்ப்பங்களில் வணிகத் துறையில் சில தீர்மானங்களை எடுப்பதற்கு அதற்குரிய மாறிகளிடையே தொடர்புகள் காணப்படுகின்றதா என்பதை அறிந்து கொள்ளல் பெரும்பாலும் இடம்பெறும். இதற்காக இணைவுக்குணகக் கோட்பாடு முக்கியமானதாகும்.  
உதாரணமாக:- ஏதாவது பண்டமொன்றின் விற்பனையானது விளம்பரச் செலவின் அடிப்படையில் தங்கியிருக்குமாயின் விளம்பரத்திற்காக கூடிய தொகையினைச் செலவழிப்பதன் மூலம் விற்பனையினை அதிகரித்துக் கொள்ள முடியும் என்பதை விளங்கிக் கொள்ளலாம்.
- மாறிகள் இரண்டிற்கிடையே காணப்படுகின்ற தொடர்பினை கணித ரீதியான தொழிற் பாடொன்றின் மூலம் சுட்டிக் காட்டி சார்ந்த மாறியினைக் கணிப்பிட முடியும் என்பதனால் நிறுவனமொன்றின் உற்பத்தி திட்டத்தினையும், கணிப்பீட்டினையும் தயாரிப்பதற்கு இணைவுக் குணக எண்ணக்கரு முக்கியமானதாகும்.
- இணைவுக்குணகமானது பிரதானமாக இரு முறைகளில் கணிக்கப்படும்.
  - (1) கால் பியர்சனின் பெருக்கல் திருப்பல் இணைவுக்குணகம்.
  - (2) பியர்சனின் வரிசை நிலை இணைவுக்குணகம்.

**தேர்ச்சி 4.0:** மாறிகளுக்கிடையே காணப்படும் தொடர்புகளை அறிந்து எதிர்வு கூறுவார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 4.3:** பெருக்கல் திருப்பல் இணைவுக் குணகத்தினை அளவிடுவார்.

**பாடவேளைகள்:** 06

**கற்றற் பேறுகள்:**

- பெருக்கல் திருப்பல் இணைவுக் குணகத்திற்கு வரைவிலக்கணம் கூறுவார்.
- பெருக்கல் திருப்பல் இணைவுக் குணகம் பயன்படுத்தப்படுகின்ற சந்தர்ப்பங்களுக்கான உதாரணங்களைக் குறிப்பிடுவார்.
- வழங்கப்பட்ட இரு மாறிகளுக்கான பெருக்கல் திருப்பல் இணைவுக் குணகத்தை மதிப்பிடுவார்.
- பெருக்கல் திருப்பல் இணைவுக் குணகத்தின் பண்புகளைச் சுட்டிக் காட்டுவார்.
- இணைவுக் குணகத்தின் மூலம் இரு மாறிகளுக்கிடையிலான இணைவுக் குணகத்தின் உறுதித் தன்மை, போக்கு என்பன தொடர்பாக விபரிப்பார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- பெருக்கல் திருப்பல் இணைவுக் குணகத்தினை விளக்குவதற்கு மாணவர்களை பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுத்தவும்.

**செயற்பாடு - 01**

- ஆய்வுக்குட்படுத்தப்பட்ட ஐந்து எலிகளின் வாலின் நீளம் அவற்றின் நிறை என்பன தொடர்பிலான பின்வரும் தரவுகளை மாணவர்களுக்கு வழங்கவும்.

வால்களின் நீளம் (cm)	9	8	10	6	7
நிறை (கிராம்)	23	26	30	22	24

- மேற்குறிப்பிட்ட இரு மாறிகளும் அளவு ரீதியான மாறிகளா பண்பு ரீதியான மாறிகளா என்பதை மாணவர்களிடம் வினாவவும்.
- மேற்குறிப்பிட்ட இரு மாறிகளுக்கிடையில் தொடர்பு காணப்படுகின்றதா என்பதை மாணவர்களிடம் வினாவவும்.
- பெருக்கல் திருப்பல் இணைவுக் குணகத்தின் மூலம் அம்மாறிகள் இரண்டினதும் கோட்டு ரீதியான தொடர்பினை அளவிடுவதற்கு வாலின் நீளத்தை  $x$  எனவும், எலிகளின் நிறையினை  $y$  எனவும் எடுத்து பின்வரும் விடயங்களைக் கணிப்பிடுவதற்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.

(i)  $\bar{x}$

(ii)  $\bar{y}$

(iii)  $(x_i - \bar{x})$  ற்கான பெறுமதிகள்

(iv)  $(y_i - \bar{y})$  ற்கான பெறுமதிகள்

(v)  $(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$  பெறுமதியும்,

அப்பெறுமதிகளின் மொத்தமும்  $\sum[(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})]$

(vi)  $(x_i - \bar{x})^2$  பெறுமதியும், அவற்றின் மொத்தமும்  $\sum(x_i - \bar{x})^2$

(vii)  $(y_i - \bar{y})^2$  பெறுமதியும், அவற்றின் மொத்தமும்  $\sum(y_i - \bar{y})^2$

- (viii)  $(x_i - \bar{x})^2$  பெறுமதிகளின் மொத்தத்தை  $(y_i - \bar{y})^2$  பெறுமதிகளின் மொத்தத்தினால் பெருக்குக.  $\sum (x_i - \bar{x})^2 \sum (y_i - \bar{y})^2$
- (ix) மேலே (viii) இனது விடையின் வர்க்க மூலத்தை பெற்றுக் கொள்க.
- (x) மேலே (v) வது படிமுறையில் பெற்றுக் கொண்ட பெறுமதிகளின் மொத்தத்தை (ix) இல் பெற்றுக் கொண்ட விடையினால் வகுக்க.

**செயற்பாடு - 01 - தீர்வு**

(i)  $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{40}{5} = 8$

(ii)  $\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{125}{5} = 25$

(iii)  $(x_i - \bar{x})$

$(9 - 8) = 1$

$(8 - 8) = 0$

$(10 - 8) = 2$

$(6 - 8) = -2$

$(7 - 8) = -1$

(iv)  $(y_i - \bar{y})$

$(23 - 25) = -2$

$(26 - 25) = 1$

$(30 - 25) = 5$

$(22 - 25) = -3$

$(24 - 25) = -1$

(v)  $(x_i - \bar{x}) (y_i - \bar{y})$

$1 \times -2 = -2$

$0 \times 1 = 0$

$2 \times 5 = 10$

$-2 \times -3 = 6$

$-1 \times -1 = 1$

15

(vi)  $(x_i - \bar{x})^2$

$1^2 = 1$

$0^2 = 0$

$2^2 = 4$

$-2^2 = 4$

$-1^2 = \frac{1}{10}$

(vii)  $(y_i - \bar{y})^2$

$-2^2 = 4$

$1^2 = 1$

$-5^2 = 25$

$-3^2 = 9$

$-1^2 = \frac{1}{40}$

(viii)  $\sum (x_i - \bar{x})^2 \sum (y_i - \bar{y})^2$

$10 \times 40 = \underline{\underline{400}}$

(ix)  $\sqrt{400} = \underline{\underline{20}}$

(x)  $\frac{15}{20} = \underline{\underline{0.75}}$

- மேற்குறிப்பிட்ட படிமுறைகளினூடாகப் பெற்ற இறுதி விடைகள் மாறிகள் இரண்டின் பெருக்கல் திருப்பல் இணைவுக் குணகம் என அழைக்கப்படும் எனக் கூறி, பெருக்கல் திருப்பல் இணைவுக் குணகத்தினைக் கணிப்பிடும் சூத்திரத்தை விளக்கவும்.
- பெருக்கல் திருப்பல் இணைவுக் குணகத்தின் பண்புகளை விளக்கவும்.

- மாறிகள் இரண்டின் ஏகபரிமாணத்தின் மூலம் பெருக்கல் திருப்பல் இணைவுக் குணகம் மாற்றமடையாது என்பதை விளக்குவதற்கு மாணவர்களைப் பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுத்தவும்.

### செயற்பாடு - 02

- வால்களின் நீளம் தொடர்பில் வழங்கப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு பெறுமதியிலிருந்தும் 5 வீதம் குறைத்து கிடைக்கும் பெறுமதி  $x_i$  எனக் குறிக்க.
- நிறை தொடர்பில் வழங்கப்பட்டுள்ள சகல பெறுமதிகளிலிருந்தும் 20 வீதம் குறைத்து கிடைக்கும் பெறுமதிகளை  $y_i$  எனக் குறிக்க. அதனூடாக  $\bar{x}$  யும்  $\bar{y}$  யும் கணிப்பிட்டு பின்வரும் அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்துக.

$x_i$	$y_i$	$(x_i - \bar{x})$	$(y_i - \bar{y})$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(y_i - \bar{y})^2$

- கிடைத்த மொத்தப் பெறுமதிகளை பின்வரும் சூத்திரத்தில் பிரதியீடு செய்து பெருக்கல் திருப்பல் இணைவுக் குணகத்தைக் கணிப்பிடுக.

$$r = \frac{\sum[(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})]}{\sqrt{\sum(x_i - \bar{x})^2 \sum(y_i - \bar{y})^2}}$$

### செயற்பாடு - 02 - தீர்வு

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{15}{5} = 3 \quad \bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{25}{5} = 5$$

$\bar{x}$	$\bar{y}$	$(x_i - \bar{x})$	$(y_i - \bar{y})$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(y_i - \bar{y})^2$
4	3	1	-2	-2	1	4
3	6	0	1	0	0	1
5	10	2	5	10	4	25
1	2	-2	-3	6	4	9
2	4	-1	-1	1	1	1
15	25			15	10	40

$$r = \frac{\sum[(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})]}{\sqrt{\sum(x_i - \bar{x})^2 \sum(y_i - \bar{y})^2}}$$

$$= \frac{15}{\sqrt{10 \times 40}} = \frac{15}{20} = \underline{\underline{0.75}}$$



**செயற்பாடு - 03**

- மாணவர்களைப் பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுத்தவும்.
- ஒரேவகையான தொழிலில் ஈடுபட்டுள்ள A, B, C, D, E, F எனும் வணிக நிறுவனங்களில் விளம்பரத்திற்காக வருடாந்தம் ஏற்பட்ட செலவுகளும் (ரூபா ஆயிரங்களில்) பெற்ற வருடாந்த இலாபமும் (மில்லியனில்) கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

நிறுவனம்	A	B	C	D	E	F
விளம்பரச் செலவு (ஆயிரங்களில்)	31	33	28	31	35	34
இலாபம் (ரூபா மில்லியனில்)	6	7	5	5	7	8

- பின்வரும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி பெருக்கல் திருப்பல் இணைவுக் குணகத்தை கணிப்பிட்டு விபரிக்கவும்.

$$r = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{\sqrt{[n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2][n \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2]}}$$

**செயற்பாடு - 03 - தீர்வு**

$x_i$	$y_i$	$xy$	$x^2$	$y^2$
31	6	186	961	36
33	7	231	1089	49
28	5	140	784	25
31	5	155	961	25
35	9	315	1225	81
34	8	272	1156	64
192	40	1299	6176	280

$$\begin{aligned} r &= \frac{(6 \times 1299) - (192 \times 40)}{\sqrt{[(6 \times 6176) - 192^2][(6 \times 280) - 40^2]}} \\ &= \frac{7794 - 7680}{\sqrt{(37056 - 36864) \times (1680 - 1600)}} \\ &= \frac{114}{\sqrt{192 \times 80}} = \frac{114}{\sqrt{15360}} = \frac{114}{123.9} = 0.92 \end{aligned}$$

பெருக்கல் திருப்பல் இணைவுக் குணகம் 0.92 ஆக இருப்பதன் மூலம் நிறுவனத்தின் விளம்பரச் செலவிற்கும் இலாபத்திற்குமிடையில் வலுவான நேர் இணைவுக் குணகமொன்று காணப்படுவது தெளிவாகின்றது.

**பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:**

- அளவு ரீதியான மாறிகள் இரண்டிற்கிடையில் காணப்படுகின்ற ஏக பரிமாண இணைவுக் குணகத்தை பெருக்கல் திருப்பல் இணைவுக் குணகத்தின் மூலம் அளவிடப்படும்.
- பெருக்கல் திருப்பல் இணைவுக் குணகத்தை (r) பின்வரும் சூத்திரம் மூலம் விளக்க முடியும்.

$$r = \frac{\sum[(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})]}{\sqrt{\sum(x_i - \bar{x})^2, \sum(y_i - \bar{y})^2}}$$

- மேற்குறிப்பிட்ட விளக்கத்திற்கேற்ப பெருக்கல் திருப்பல் இணைவுக் குணகத்தில் பின்வரும் பண்புகள் காணப்படுகின்றன.
  - இரு மாறிகளின் பெறுமதிகள் அவற்றின் உண்மையான இடையிலிருந்து வேறுபடுகின்ற அளவினை அடிப்படையாகக் கொண்டு கணிக்கப்படுகின்ற குணகமொன்றாகும்.
  - பெருக்கல் திருப்பல் இணைவுக் குணகத்தின் பெறுமதி -1, +1 அல்லது அவை இரண்டிற்குமிடையிலான பெறுமதியினை எடுக்கும்.
  - இரு மாறிகளுக்குமிடையிலான பெறுமதிகளுக்கு ஏகபரிமாணத்தைப் பயன்படுத்திக் கணிப்பீடு செய்தாலும் கூட குணகம் மாற்றமடையாது.
- கூட்டுத்தொகை S ஆகவும்,  $(x_i - \bar{x}) = x$  ஆகவும்,  $(y_i - \bar{y}) = y$  ஆகவும் குறியிடுவதன் மூலம் மேற்குறிப்பிட்ட சூத்திரத்தைப் பின்வருமாறு குறியிட்டு முன்வைக்க முடியும்.

$$r = \frac{S_{xy}}{\sqrt{S_{xx} \cdot S_{yy}}}$$

- பெருக்கல் திருப்பல் இணைவுக் குணகத்தைக் கணிப்பதற்கு மேற்குறிப்பிட்ட சூத்திரத்தைச் சுருக்குவதன் மூலம் பின்வரும் சூத்திரத்தைப் பெற்றுக் கொள்ள முடியும்.

$$r = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \cdot \sum y_i}{\sqrt{[(n \sum x_i^2 - (\sum x)^2)] [(n \sum y_i^2 - (\sum y)^2)]}}$$

இங்கு n என்பது தரவுச் சோடிகளின் எண்ணிக்கையாகும்.

$$r = \frac{\sum x_i y_i - n \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sqrt{(\sum x_i^2 - n \bar{x}^2) (\sum y_i^2 - n \bar{y}^2)}}$$

- பெருக்கல் திருப்பல் இணைவுக் குணகத்திற்கேற்ப நேர்கோட்டு ரீதியான தொடர்பினை நேர் அல்லது மறை என இரு திசைகளில் இனங்காண முடியும்.
- சுயாதீனமான மாறிகள் அதிகரிக்கும்போது சார்ந்த மாறிகள் அதிகரித்தல் அல்லது சுயாதீனமான மாறிகள் குறையும்போது சார்ந்த மாறிகள் குறைத்தல் நேர் இணைவுக் குணகமாகும்.
- சாராத மாறி அதிகரிக்கும் பொழுது சார்ந்த மாறி குறைவடைதல் அல்லது சாராத மாறி குறைகின்றபொழுது சார்ந்த மாறி அதிகரித்தல் மறை இணைவுக்குணகமாகும்.
- பெருக்கல் திருப்பல் இணைவுக் குணகம் 0.75 அல்லது அதை விடக் குறைந்த பெறுமதியை எடுக்குமாயின், இரு மாறிகளிடையே பலமான ஏகபரிமாண நேர்கோட்டு ரீதியான தொடர்பு காணப்படும்.

- பெருக்கல் திருப்பல் இணைவுக்குணகம் 0.25 அல்லது அதை விடக் குறைந்த பெறுமதியை எடுக்குமாயின், இரு மாறிகளுக்குமிடையிலான ஏகபரிமாணத் தொடர்பு மிகப் பலவீனமானதாக இருக்கும்.
- மாறிகள் இரண்டுக்குமிடையில் ஏகபரிமாணத் தொடர்பு காணப்பட்டாலும் கூட அதனுடாக ஒரு மாறியின் மாற்றமானது அடுத்த மாறியின் மாற்றத்திற்குக் காரண மாயமையும் எனக் கூற முடியாது. அதற்கான காரணங்களில் சில பின்வருமாறு காணப்படும்.

(1) அர்த்தமற்ற தொடர்பொன்று காணப்படுகின்ற சந்தர்ப்பத்தில்

உதாரணம்:-

- காசல் வீதியில் மகளிர் வைத்தியசாலையில் நாளொன்றில் இடம்பெறுகின்ற சிகக்களின் பிறப்பு எண்ணிக்கைக்கும், கண்டி நகரத்தில் நாளொன்றில் இடம் பெறுகின்ற வாகன விபத்துக்களின் எண்ணிக்கைக்குமிடையில் நேர் இணைவுக் குணகம் காணப்பட்டாலும் கூட அம்மாறிகள் இரண்டும் தொடர்புடைய மாறியன்று.
- வணிகத் தீர்மானங்களை எடுக்கும்போது இவ்வாறான சந்தர்ப்பங்கள் தொடர்பில் கவனம் செலுத்துதல் வேண்டும்.

(2) மாறிகள் இரண்டும் வெளியக 3ம் காரணியின் மாற்றத்தின் அடிப்படையில் மாற்றமடைகின்ற சந்தர்ப்பத்தில்

உதாரணம்:-

- மனிதனின் ஆயுள் எதிர்பார்ப்பு அதிகரித்தல் கைத்தொலைபேசிகளின் பாவனை அதிகரித்தல் போன்ற வேறுபாடுகள் இரண்டும் தொழில்நுட்ப முன்னேற்றத்தில் தங்கியுள்ளமையால் மனிதனின் ஆயுள் எதிர்பார்ப்புக்கும் கைத்தொலைபேசிப் பாவனைக்குமிடையிலான இணைவுக் குணகத்தின் அடிப்படையில் தீர்மான மெடுத்தல் பொருத்தமற்றது.

(3)  $x$  இன் அடிப்படையில் மாத்திரம்  $Y$  யில் மாற்றம் இடம்பெறாத சந்தர்ப்பங்களின் போது

உதாரணம்:-

- பொருளொன்றின் விலை மாற்றத்தின் அடிப்படையில் கேள்வியின் அளவு மாற்றத்தில் அவதானம் செலுத்தும்பொழுது கேள்வியின் அளவு மாற்றம் விலையில் மட்டுமன்றி ஏனைய காரணிகளும் தாக்கத்தை ஏற்படுத்தும்.
- மேற்காட்டிய சந்தர்ப்பத்தில் இந்த பெருக்கல் திருப்பல் இணைவுக் குணகத்தின் அடிப்படையில் தீர்மானமெடுத்தல் பொருத்தமற்றது.

### கணிப்பீட்டு மதிப்பீட்டு நியதிகள்:

வியாபார நிறுவனமொன்றின் பத்திரிகை விற்பனை அதிகரிக்கும்போது இனிப்புப் பண்டங்களின் விற்பனையும் அதிகரிக்கும் என வியாபார நிலைய உரிமையாளர் ஒருவர் கருதுகின்றார். அவர் 7 நாட்களில் விற்பனை செய்யப்பட்ட பத்திரிகைகளின் கிலோகிராம்களின் எண்ணிக்கையினை ( $x$ ) எனவும், விற்பனை செய்யப்பட்ட இனிப்புப் பண்டங்களின் கிலோ கிராம் அளவினை ( $y$ ) எனவும் எடுத்து பின்வரும் பெறுபேற்றினைப் பெற்றுள்ளார்.

$$\sum x_i = 266 \quad \sum y_i = 378 \quad \sum x_i^2 = 10136 \quad \sum y_i^2 = 21258 \quad \sum x_i y_i = 14292$$

- (i) பத்திரிகையின் விற்பனைக்கும், இனிப்புப் பண்டங்களின் விற்பனைக்குமிடையில் காணப்படுகின்ற பெருக்கல் திருப்பல் இணைவுக் குணகத்தைக் கணிக்க.
- (ii) வியாபார நிலைய உரிமையாளரின் கருத்து மேற்கண்ட பெறுபேற்றின் மூலம் உறுதிப்படுத்தப்படுகின்றதா இல்லையா என்பதைக் காரணங்களுடன் தெளிவுபடுத்துக.

**தேர்ச்சி 4.0:** மாறிகளுக்கிடையே காணப்படும் தொடர்புகளை அறிந்து எதிர்வு கூறுவார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 4.4:** வரிசை நிலை இணைவுக் குணகத்தை அளவிடுவார்.

**பாடவேளைகள்:** 04

**கற்றற் பேறுகள்:**

- அளவு ரீதியற்ற மாறிகளை வரிசைப்படுத்திக் காட்டுவார்.
- வரிசை நிலை இணைவுக் குணகத்தை விளக்குவார்.
- வரிசை நிலை இணைவுக் குணகத்தைப் பயன்படுத்தும் சந்தர்ப்பங்களுக்கான உதாரணங்களை வழங்குவார்.
- அளவு ரீதிகளற்ற இரு மாறிகளுக்கிடையிலான வரிசை நிலை இணைவுக் குணகத்தைக் கணிப்பிடுவார்.
- வரிசை நிலை இணைவுக் குணகத்தின் பண்புகளை விளக்குவார்.
- இணைவுக் குணகத்தின் மூலம் இரு மாறிகளுக்கிடையே காணப்படும் உடன்பாடுகள் தொடர்பாக விளக்குவார்.
- அளவு ரீதியான மாறிகளை வரிசைப்படுத்துவார்.
- வரிசைப்படுத்தப்பட்ட அளவு ரீதியான மாறிகளுக்கிடையிலான உடன்பாட்டுத் தன்மையினைப் பரீட்சிப்பார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- வரிசை நிலை இணைவுக் குணகத்தை விளக்குவதற்காக மாணவர்களைப் பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுத்தச் செய்யவும்.

**செயற்பாடு - 01**

- நீங்கள் கற்கும் பின்வரும் பாடங்களில் உங்களது விருப்பிற்குமைய கூடுதலாக விருப்புடைய பாடத்திற்கு 1 உம், அடுத்து விருப்புடைய பாடத்திற்கு 2 உம் எனும் வகையில் பின்வரும் பாடங்களுக்காக இலக்கமிடுமாறு மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.
  - கணக்கீடு
  - பொருளியல்
  - வணிகப் புள்ளிவிபரவியல்
  - ஆங்கிலம்
  - GIT (பொதுத் தகவல் தொழில்நுட்பம்)  
(கவனிக்கவும்:- மாணவர்கள் கற்கும் பாடங்களுக்கமைய மேற்குறிப்பிடப்பட்ட பாடப்பட்டியலை மாற்றி அமைத்துக் கொள்ள முடியும்.)
- பின்வரும் அட்டவணையைக் கரும்பலகையில் குறிப்பிட்டுக் காட்டி எழுமாற்றாக தெரிவு செய்த இரு மாணவர்களை அழைத்து அவர்களின் பாட விருப்புக்களை இலக்க அட்டவணையில் உள்ளடக்குமாறு ஆலோசனை வழங்கவும்.

பாடம்	1ம் மாணவன்	2ம் மாணவன்
கணக்கீடு பொருளியல் வணிகப் புள்ளிவிபரவியல் ஆங்கிலம் GIT (பொதுத் தகவல் தொழில்நுட்பம்)		

- இரு மாணவர்களினால் பாடங்களுக்காக வழங்கப்பட்ட விருப்புக்களின் இலக்கமானது அப்பாடத்திற்கான வரிசைப்படுத்தல்கள் என்றழைக்கப்படும் என மாணவர்களுக்கு விளக்கவும்.
- ஐந்து பாடங்களுக்குமாக இரு மாணவர்களின் வரிசைப்படுத்தல்களில் தொடர்பொன்று உள்ளதா இல்லையா என்பதனை வகுப்பு மாணவர்களிடம் கேட்டறியவும்
- இவ்வரிசைப்படுத்தல்களுக்கிடையே காணப்படும் தொடர்பினை அளவீடு செய்வதற்காகக் கீழே விளக்கப்படும் வரிசை நிலை இணைவுக் குணகத்தைப் பயன்படுத்த முடியும் என்பதனைக் குறிப்பிட்டுப் பின்வரும் சூத்திரத்தை கரும்பலகையில் குறிப்பிடவும்.

$$r_k = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n(n^2 - 1)}$$

- இங்கு d என்பது வரிசை நிலைகளுக்கிடையிலான வித்தியாசம் எனவும், n என்பது அவதானிப்புச் சோடிகளின் எண்ணிக்கை எனவும் குறிப்பிடவும்.
- மேல் குறிப்பிடப்பட்ட இரு மாணவர்களினால் மேற்கொள்ளப்பட்ட வரிசை நிலைகளைப் பயன்படுத்தி வரிசை நிலை இணைவுக் குணக வாய்ப்பாட்டின் மூலம் கணிப்பிடுமாறு மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.
- பெற்ற விடைகளுக்கமைய இரு மாணவர்களினதும் வரிசை நிலைகளுக்கிடையிலான தொடர்புகள் தொடர்பான கருத்துக்களை விளக்குவதற்கான சந்தர்ப்பத்தை மாணவர்களுக்கு வழங்கவும்.
- வணிகத் துறையில் வரிசை நிலை இணைவுக் குணகத்தைப் பயன்படுத்தக்கூடிய சந்தர்ப்பங்கள் தொடர்பாக மாணவர்களுடன் கலந்துரையாடலில் ஈடுபடவும்.
- அளவு ரீதியான மாறிகளை வரிசை நிலைப்படுத்தப்பட்டு வரிசை நிலை இணைவுக் குணகத்தைக் கணிப்பிடும் முறையினைத் தெளிவுபடுத்துவதற்காகப் பின்வரும் செயற்பாட்டில் மாணவர்களை ஈடுபடுத்தச் செய்யவும்.

### செயற்பாடு - 02

- 10 மாணவர்கள் புள்ளிவிபரவியல், வரலாறு ஆகிய பாடங்களுக்கான பரீட்சையின் போது பெற்றுக் கொள்ளப்பட்ட புள்ளிகள் பின்வருமாறு:

மாணவர்	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
புள்ளிவிபரவியல் பாடப் புள்ளிகள்	30	50	25	30	60	70	80	65	75	85
வரலாறு பாடப் புள்ளிகள்	50	60	30	40	70	50	90	60	40	80

- புள்ளிவிபரவியல் பாடத்தில் 10 மாணவர்களும் பெற்ற புள்ளிகளில் கூடுதலான புள்ளிக்கு 1 எனவும், அடுத்துக் கூடிய புள்ளிக்கு 2 என்றவாறு அனைத்துப் புள்ளிகளையும் வரிசை நிலைப்படுத்தவும்.
- வரலாற்றுப் பாடத்தில் 10 மாணவர்களும் பெற்ற புள்ளிகளில் கூடுதலான புள்ளிக்கு 1 ஐயும், அடுத்துக் கூடிய புள்ளிக்கு 2 மாக அனைத்துப் புள்ளிகளையும் வரிசை நிலைப்படுத்தவும்.
- அவ்வரிசை நிலைப் பெறுமானங்களைப் பயன்படுத்தி வாய்ப்பாட்டின் உதவி கொண்டு வரிசை நிலை இணைவுக் குணகத்தினைக் கணிப்பிட்டு விபரிக்கவும்.

தீர்வு - 02

மாணவர்	புள்ளிவிபரவியல்		வரலாறு		
	புள்ளிகள்	வரிசை நிலை	புள்ளிகள்	வரிசை நிலை	$(R_x - R_y)$ $d_i^2$
	$x$	$R_x$	$y$	$R_y$	
A	30	8.5	50	6.5	4
B	50	7	60	4.5	6.25
C	25	10	30	10	0
D	30	8.5	40	8.5	0
E	60	6	70	3	9
F	70	4	50	6.5	6.25
G	80	2	90	1	1
H	65	5	60	4.5	0.25
I	75	3	40	8.5	30.25
J	85	1	80	2	1
மொத்தம்					58

$$\begin{aligned}
 \text{வரிசை நிலை இணைவுக் குணகம் } r_k &= 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n(n^2 - 1)} \\
 &= 1 - \frac{6 \times 58}{10(10^2 - 1)} \\
 &= 1 - \frac{348}{990} \\
 &= 1 - 0.35 \\
 &= \underline{\underline{0.65}}
 \end{aligned}$$

குணகமானது + பெறுமானமொன்றை எடுப்பதனால் புள்ளிவிபரவியல் பாடத்தில் திறமை காட்டிய மாணவர்கள் வரலாற்றுப் பாடத்திலும் திறமை காட்டப்பட்டுள்ளதைக் காணக்கூடியதாக இருக்கின்றது

**பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:**

- வரிசை நிலைப்படுத்தப்பட்ட பெறுமானங்களுக்கிடையே தொடர்பினை வரிசை நிலை இணைவுக் குணகத்தின் மூலம் அளவிடப்படும்.
- வரிசை நிலை இணைவுக் குணகத்தின் மூலமே அளவு ரீதியற்ற மாறிகளுக்கிடையிலான தொடர்பினை அளவிடப்படும்.
- வரிசை நிலை இணைவுக் குணகத்தை ( $r_k$ )

$$r_k = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n(n^2 - 1)} \text{ மூலம் பொருள் கூறப்படும்.}$$

( $d_i$  = வரிசை நிலைகளுக்கிடையிலான விலகல்,  $n$  = அவதானிப்புச் சோடிகளின் எண்ணிக்கை)

- புத்திக்கூர்மை, நேர்மை, அழகு, வடிவமைப்பு போன்ற பண்பு ரீதியான மாறிகளுக்கிடையே காணப்படும் தொடர்பினை அளவிடுவதற்கு வரிசை நிலை இணைவுக் குணகம் பயன்படுத்தப்படும்.
- வணிகத்துறையில் தீர்மானங்களை மேற்கொள்ளும் பொழுது வரிசை நிலை இணைவுக் குணகத்தைப் பயன்படுத்தித் தீர்மானம் எடுக்கக்கூடிய சந்தர்ப்பங்களுக்கான உதாரணங்கள் சில கீழே தரப்பட்டுள்ளது.
  - பொருளொன்று தொடர்பாக சின்னப் பெயர்கள் அடிப்படையில் பொருளொன்று தொடர்பாக நுகர்வாளர்கள் காட்டும் மனப்பாங்குகளுக்கிடையிலான சமமான நிலைமைகள் காணப்படுகின்றதா என்பதனை அறிவதற்கு
  - நடுவர்களினால் வழங்கப்படும் தீர்வுகள் தொடர்பாக பல்வேறு நியாயமான தீர்வுகள் இடம்பெற்றுள்ளதா என்பதனை நியதிகளின் அடிப்படையில் அறிந்து கொள்ள முடியும்.
  - பயிற்சி பெறும் அதிகாரியொருவர், பயிற்சி பெற்ற அதிகாரியொருவர் பெற்ற அனுபவங்களின் அளவிற்குப் பெற்றுக் கொள்ளப்பட்டுள்ளதா என்பதனை அறிந்து கொள்வதற்கும் இவ்விணைவுக் குணகத்தைப் பயன்படுத்த முடியும்.
- வரிசை நிலை இணைவுக் குணகம் பின்வரும் பண்புகளைக் கொண்டிருக்கும்.
  - வரிசை நிலைகளுக்கிடையில் காணப்படும் ஏகபரிமானத் தொடர்பு சுட்டிக் காட்டப்படும்.
  - வரிசை நிலைகள் முழுமையாக உடன்பாடு கொண்டதாக இருப்பின் குணகமானது +1 ஆகவும் வரிசை நிலைகள் முழுமைக்கு எதிரான தன்மை கொண்டதாக இருப்பின் குணகமானது -1 ஆகவும் இருக்கும்.
  - வரிசை நிலை இணைவுக் குணகம் +1 அல்லது -1 அல்லது அவற்றிற்கிடையிலான பெறுமானத்தைக் கொண்டிருக்க முடியும்.
- இரு மாறிகளின் வரிசை நிலை மட்டும் வழங்கப்பட்டுள்ள சந்தர்ப்பங்களின் போது அம்மாறிகள் இரண்டிற்கிடையில் காணப்படும் தொடர்பினை அளவிடக்கூடிய ஒரேயொரு முறையாக இருப்பது வரிசை நிலை இணைவுக் குணகக் கணிப்பிடுவதாகும்.
- அவதானிப்புப் பெறுமானச் சோடி 30 ஐ விடக் கூடிய சந்தர்ப்பங்களில் மட்டுமன்றி இரு மாறிகளில் அவதானம் செலுத்தக்கூடிய அனைத்துத் தகவல்களையும் பயன்படுத்தப்படாத சந்தர்ப்பங்களிலும் மற்றும் தரவுகள் கூட்டமாக்கப்பட்ட மீடறன் பரம்பலொன்றாக வழங்கப்பட்டுள்ளபோதும் மாறிகளுக்கிடையிலான தொடர்பினைக் கணிப்பிடுவதற்காக வரிசை நிலை இணைவுக் குணகத்தைப் பயன்படுத்துவது நடைமுறைச் சாத்தியமற்றது.

**கணிப்பீட்டு மதிப்பீட்டு நியதிகள்:**

A, B, C, D, E, F எனும் வியாபாரச் சின்னத்தின் கீழ் உற்பத்தி செய்யப்படும் தொலைக் காட்சிப் பெட்டிகளுக்காக இரு நுகர்வாளர்கள் மூலம் மேற்கொள்ளப்பட்ட வரிசை நிலைப்படுத்தல்கள் பின்வருமாறு இருந்தது.

சின்னத்தின் பெயர்	A	B	C	D	E	F
வரிசை நிலைப்படுத்தல்	A	B	C	D	E	F
முதலாவது நுகர்வாளர்	3	5	4	2	1	6
இரண்டாவது நுகர்வாளர்	4	5	3	1	2	6

இரு நுகர்வாளர்களின் வரிசை நிலைப்பாட்டிற்கிடையே ஏகபரிமாணத் தொடர்பொன்று உள்ளதா என்பதனை குறித்த குணகத்தைப் பயன்படுத்தி விளக்கவும்.



**தேர்ச்சி 4.0:** மாறிகளுக்கிடையே காணப்படும் தொடர்புகளை அறிந்து எதிர்வு கூறுவார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 4.5:** பிற்செலவு எண்ணக்கருவினை அறிந்து கொள்வார்.

**பாடவேளைகள்:** 06

**கற்றற் பேறுகள்:**

- நியதியுடனான மாதிரி ஒன்றிற்கும், அனுபவ ரீதியான மாதிரி ஒன்றிற்குமிடையிலான வேறுபாடுகளை விளக்குவார்.
- சுயாதீன மாறிக்கு ஒத்ததாக சார்ந்த மாறிகளை சமன்பாட்டின் (மாதிரியொன்று) உதவியுடன் வெளிப்படுத்துவார்.
- பிற்செலவு என்பதை விளக்குவார்.
- எளிய பிற்செலவினையும், பல்மடிப் பிற்செலவுக்குமிடையிலான வேறுபாடுகளை ஒப்பிடுவார்.
- எளிய பிற்செலவினையும், பல்மடிப் பிற்செலவினையும் பயன்படுத்தும் சந்தர்ப்பங்களுக்கான உதாரணங்களை முன்வைப்பார்.
- குடிப் பிற்செலவு மாதிரியை எழுதிக் காட்டுவார்.
- குடிப் பிற்செலவு மாதிரியின் மாறியையும் குணகத்தையும், வழக்களையும் அறிந்து கொள்வார்.
- மதிப்பிடப்பட்ட பிற்செலவு மாதிரியினை எழுதிக் காட்டுவார்.
- மதிப்பிடப்பட்ட பிற்செலவு மாதிரியின் மாறிகளையும் குணகத்தையும் அறிந்து கொள்வார்.
- பிற்செலவின் நன்மைகளை விளக்குவார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- தொடர்புடைய மாறிகள் சிலவற்றை மாணவர்களுக்கு வழங்கி கீழ்க்காணும் வகையில் கலந்துரையாடலில் ஈடுபடச் செய்யவும்.

உதாரணம்:-

- ஏதாவது பண்டமொன்றின் விலை மட்டத்தில் மாற்றமும், அப்பண்டத்திற்குள்ள கேள்வியும்
    - பண்டமொன்றின் கேள்வியில் பல்வேறு காரணிகள் தாக்கத்தையேற்படுத்தும்.
      - கவனத்தில் கொள்ளப்படும் பொருளின் விலை -  $P_x$
      - நுகர்வோனின் சுவை -  $T$
      - நுகர்வோனின் வருமானம் -  $Y$
      - எதிர்காலத்தில் அப்பொருளின் விலை மாற்றமடையக்கூடிய ஆற்றல் -  $E_x$
- எனக் கவனத்தில் கொண்டால்,  
கேள்வித் தொகை  $Q_d$  ஆகவிருப்பின்,  
கேள்வித் தொழிற்பாடு  $Q_d = f(P_x, T, Y, E_x)$  எனச் சுட்டிக் காட்டவும்.

- மழைவீழ்ச்சியின் அளவுகளும், நெல் அறுவடையின் அளவுகளும்.
  - நெல் அறுவடையில் பின்வரும் காரணிகள் தாக்கத்தையேற்படுத்தும்.
    - மழைவீழ்ச்சி (R)
    - பயிரின் தன்மை (C)
    - உரப்பாவனை (F)
    - மண் (S)
- நெல் அறுவடை H ஆயின்,  
உரிய தொழிற்பாடு  $H = f(R, C, F, S)$  என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- நிறுவனமொன்றிற்கு ஏற்படுகின்ற விளம்பரச் செலவும், விற்பனை வருமானமும்
  - வணிக நிறுவனமொன்றின் விற்பனை வருமானத்தில் பின்வரும் விடயங்கள் தாக்கம் செலுத்துகின்றன.
    - விளம்பரச் செலவு (A)
    - பண்டத்தின் விலை ( $P_x$ )
    - சுவை (T)
- விற்பனை வருமானம் Y ஆயின்,  
வருமானத் தொழிற்பாடு  $Y = f(A, P_x, T)$  எனச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- சார்ந்த மாறிகளைத் தீர்மானிப்பதில் அது ஒரு சுயாதீனமான (சாராத) மாறி மட்டும் என்ற வகையில் தாக்கத்தை ஏற்படுத்துகின்ற சந்தர்ப்பங்கள் காணப்படுகின்றன எனவும், அவ்வாறான சந்தர்ப்பங்கள் மிகக் குறைவு எனவும் தெளிவுபடுத்தவும்.
- நடைமுறையில் சார்ந்த மாறிகளைத் தீர்மானிப்பதன் மீது ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட எண்ணிக்கை சுயாதீனமான மாறிகள் தாக்கத்தை ஏற்படுத்துகின்ற சந்தர்ப்பங்கள் மேற்குறிப்பிட்டவாறு காணப்படுகின்றன என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- மாணவர்களைப் பொருத்தமானமாறு குழுக்களாகப் பிரித்து பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுத்தவும்.

### செயற்பாடு - 01

- ஊழியர் சம்பளம் w எனவும்,  
• ஊழியர்களின் அனுபவம் T எனவும்,  
• ஊழியர்களின் கல்வி மட்டம் E எனவும் கவனத்தில் எடுக்கவும்.
  - மாணவர்களின் உயரம் H எனவும்,  
• மாணவர்களின் நிறை W எனவும்,  
• ஆண் பெண் S எனவும் கவனத்தில் எடுக்கவும்.
  - இயந்திரமொன்று உற்பத்தி செய்யும் பண்டங்களின் அளவு Q எனவும்,  
• இயந்திரம் இயக்கப்படுகின்ற நேரம் T எனவும் கவனத்தில் எடுக்கவும்.
- மேற்குறிப்பிட்ட ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பத்திற்கும் பொருத்தமான தொழிற்பாட்டுத் தொடர் பினை சமன்பாட்டின் மூலம் அல்லது சூத்திரமொன்றின் மூலம் காட்டவும்.
  - ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பத்திலும் மாறிகளுக்கிடையில் காணப்படுவது நியதி ரீதியான தொடர்பா அனுபவ ரீதியான தொடர்பா என்பதைத் தெளிவுபடுத்துக.

- தொடர்புடைய மாறிகள் சில காணப்படும் சந்தர்ப்பமொன்றில் கவனத்தில் கொள்ளப் படுகின்ற சுயாதீனமான மாறி ( $x$ ) தவிர்ந்த ஏனைய சுயாதீனமான மாறிகள் நிலையானதாக காணப்படுகின்றது எனக் கருதப்படுமாயின், கவனத்தில் கொள்ளப் படுகின்ற சுயாதீனமான மாறிக்கு ( $x$ ) ஏற்புடையதாக சார்ந்த மாறி ( $y$ ) யின் நடத்தை,  $y = f(x) + U$  எனக் குறிப்பிடப்படும் என்பதைத் தெளிவுபடுத்தவும்.
- தொடர்புடைய மாறிகள் இரண்டு அல்லது பலவற்றிற்கிடையில் காணப்படுகின்ற தொடர்பினை எளிய கோட்டு ரீதியான மாதிரி அல்லது வரைய கோட்டு மாதிரி யொன்றாக இருக்க முடியும் என்பதை விளக்குவதற்கு பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுத்தவும்.

### செயற்பாடு - 02

பின்வரும் சமன்பாட்டினை மாணவர்களுக்கு வழங்கவும்.

(i)  $Q_d = 10 - 2p$

$Q_d$  = கேள்வியின் அளவு

$p$  = விலை

(ii)  $Q_s = -50 + 5p$

$Q_s$  = வழங்கலின் அளவு

$p$  = விலை

(iii)  $y = (x - 20)^2$

$y$  = சராசரி உற்பத்திக் கிரயம்

$x$  = உற்பத்தி செய்யப்படும் அலகுகளின் எண்ணிக்கை

மேலே குறிப்பிட்ட ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பங்களுக்குமேற்ப பின்வரும் அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்துக.

(i)

p	2p	10 - 2p	Qd
2			
6			
8			
10			
14			

(ii)

p	5p	-50 + 5p	Qs
2			
6			
8			
10			
14			

(iii)

x	(x-20)	(x-20) <sup>2</sup>	y
100			
120			
150			
165			
175			
200			

- கிடையச்சினை சுயாதீனமான மாறியாகவும் நிலைக்குத்து அச்சினை சார்ந்த மாறியாகவும் கொண்டு அட்டவணையில் குறிப்பிடப்பட்ட தரவுகளின் அடிப்படையில் வரைபடத்தினைத் தயாரிக்க.
- உயர் தர மட்டத்தில் எளிய கோட்டுத் தொடர்பு மாத்திரம் கவனத்தில் கொள்ளப்படும் என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- பிற்செலவு என்றால் என்ன என்பதை மாணவர்களுக்கு விளக்கவும்.
- பிற்செலவினை இரு பகுதிகளாகப் பிரிக்க முடியும் எனவும், எளிய பிற்செலவு, அது பயன்படுத்தப்படுகின்ற சந்தர்ப்பம், பல்மடிப் பிற்செலவு மற்றும் அது பயன்படுத்தப்படுகின்ற சந்தர்ப்பம் என்பவற்றைத் தெளிவுபடுத்தவும்.
- குடியின் தகவல்களுக்கேற்ப இரு மாறிகளுக்கிடையிலான கணித ரீதியான தொடர்பினை பிற்செலவு மாதிரியொன்றின் மூலம் காட்ட முடியும் எனவும், அது துணிதற் குடி பிற்செலவு மாதிரி எனவும், அது நடைமுறைக்கு பொருத்தமற்றது என்பதனால் மாதிரியொன்றின் உதவியுடன் பிற்செலவு மாதிரியினைக் கட்டியெழுப்ப முடியும் எனவும் அது நியதிப் பிற்செலவு மாதிரி எனவும் மாணவர்களுக்குத் தெளிவுபடுத்தவும்.
- பிற்செலவு கோட்டினைச் சீரமைப்பதன் நன்மைகளை மாணவர்களுடன் கலந்துரையாடவும்.

#### **பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:**

- தொடர்புடைய இரு மாறிகள் மாத்திரம் காணப்படுகின்ற சந்தர்ப்பமொன்றில் சுயாதீனமான மாறிகளுக்குச் சுமத்தப்படுகின்ற பெறுமதிகளுக்கு இணைவாக சார்ந்த மாறிகளின் பெறுமதியானது முழுமையாகத் தீர்மானிக்கப்படுமாயின் அவ்வாறான தொடர்பு நியதிப்படினான தொடர்பொன்று எனக் குறிப்பிடப்படும்.
- சில தொடர்புடைய மாறிகள் காணப்படும் சந்தர்ப்பமொன்றில் சார்ந்த மாறி மாற்ற மடைவதில் தாக்கத்தை ஏற்படுத்தும் சாராத மாறிகள் பல காணப்படுமாயின் அவ்வாறான தொடர்பொன்று அனுமானத் தொடர்பொன்று எனக் கருதப்படும்.
- தொடர்புடைய மாறிகள் பல காணப்படுகின்ற சந்தர்ப்பமொன்றில் ஏனைய காரணிகள் நிலையானதாகக் காணப்படுகின்றது எனக் கொண்டு சுயாதீன மாறியொன்றுக்கு ஏற்புடையதாக சார்ந்த மாறியின் நடத்தையினை மாதிரியொன்றின் மூலம் காட்ட முடியும்.

- அது எளிய கோட்டு ரீதியான மாதிரி ஒன்றாகவோ அல்லது வளைகோட்டு மாதிரியொன்றாகவோ காணப்படலாம்.

உதாரணம்:- பண்டமொன்றின் கேள்வி (Qd) தொடர்பில்

கவனத்தில் கொள்ளப்படுகின்ற பண்டத்தின் விலை ( $P_x$ ), நுகர்வோன் வருமானம் ( $y$ ), நுகர்வோனின் சுவை ( $T$ ), ஏனைய பொருட்களின் விலை ( $P_y$ ) என்பன தாக்கம் செலுத்துமாயின்,

$$Qd = f(P_x, y, T, P_y) \text{ ஆகும்.}$$

- இங்கு கவனத்தில் கொள்ளப்படுகின்ற பண்டத்தின் விலை தவிர்ந்த ஏனைய காரணிகள் நிலையானவையாகக் காணப்படுகின்றன எனக் கருதுகோளாகக் கொள்ளப்படுமாயின், கவனத்தில் கொள்ளப்படுகின்ற பண்டத்தின் விலைக்கேற்ப கேள்வியின் அளவு வேறுபடுவதை பின்வரும் மாதிரியொன்றின் மூலம் காட்ட முடியும்.

$$Qd = f(P_x) + (y, T, P_y)$$

- இங்கு விலை தவிர்ந்த ஏனைய காரணிகள் சகலதும் ( $y, T, P_y$ )  $u$  எனக் கருதப்படு மாயின் தொழிற்பாடு பின்வருமாறு கிடைக்கப் பெறும்.

$$Qd = f(P_x) + U$$

- தொடர்பான மாறிகள் 2 அல்லது பலவற்றிற்கிடையே காணப்படுகின்ற தொடர்பினை கணித ரீதியிலான சமன்பாட்டின் மூலம் வெளியிடுவது பிற்செலவு எனப்படும். அதனை இரு பகுதிகளாகப் பிரிக்க முடியும்.

- எளிய பிற்செலவு

- பல்மடிப் பிற்செலவு

- தொடர்புடைய மாறிகள் இரண்டுக்கிடையில் காணப்படுகின்ற தொடர்பினை கணித ரீதியிலான சமன்பாட்டின் மூலம் வெளியிடுவது எளிய பிற்செலவு எனப்படும்.

- எளிய பிற்செலவு பயன்படுத்தப்படுகின்ற சந்தர்ப்பங்களுக்கான உதாரணங்கள் பின்வருமாறு:

- வாகனங்களின் ஆயுற்காலத்திற்கும், பராமரிப்புக் கிரயத்திற்குமிடையிலான தொடர்பினைக் காட்டுதல்.

- ஊழியர்களின் அனுபவத்திற்கும் சம்பள மட்டத்திற்குமிடையிலான தொடர்பினைக் காட்டுவதற்கு

- ஊழியர்களின் கல்வி மட்டத்திற்கும் அவர்களது சம்பளத்திற்குமிடையிலான தொடர்பைக் காட்டுவதற்கு

- வணிக நிறுவனமொன்றின் விளம்பரச் செலவுக்கும் விற்பனை வருமானத்திற்குமிடையிலான தொடர்பினைக் காட்டுவதற்கு

- தொடர்புடைய மாறி 2 ஐ விடக் கூடிய எண்ணிக்கைக்குமிடையில் காணப்படுகின்ற தொடர்பினை கணித ரீதியான சமன்பாட்டின் மூலம் வெளியிடுவது பல்மடிப் பிற்செலவு எனப்படும்.

- பல்மடிப் பிற்செலவு பயன்படுத்தப்படுகின்ற சந்தர்ப்பங்களுக்கான உதாரணங்களில் சில பின்வருமாறு:

- நுகர்வுக்கான செலவு, வருமானம், குடும்பத்தின் பருமன், பழக்கவழக்கங்கள், எதிர்பார்ப்புக்கள் என்பவற்றுக்கிடையில் காணப்படுகின்ற தொடர்பினைக் காட்டுவதற்கு

- வாகனங்களின் பராமரிப்புச் செலவு, வாகனங்களின் ஆயுற்காலம், வாகனத்தின் வகை, பயன்படுத்தப்படுகின்ற தன்மை என்பவற்றுக்கிடையிலான தொடர்பினைக் காட்டுவதற்கு
- பண்டமொன்றிற்கான கேள்வி, அப்பண்டத்தின் விலை, நுகர்வோனின் வருமானம், சுவை, எதிர்கால விலைமட்டம் என்பன தொடர்பிலான காரணிகளுக்கிடையிலான தொடர்பு.
- தொடர்புடைய மாறிகள் 2 க்கிடையிலான கணித ரீதியான தொடர்பினைப் பின்வரும் முறையில் பிற்செலவு மாதிரியினூடாகக் காட்டலாம்.

(i) குடிப் பிற்செலவு மாதிரி

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + u$$

$y$  - இனால் காட்டப்படுவது சார்ந்த மாறியாகும்.

$x$  - இனால் காட்டப்படுவது சுயாதீன மாறியாகும்.

$\beta_0$  - எளிய கோட்டின் அந்தம் (முனை) பகுதியாகும். அதாவது  $x=0$  ஆக இருக்கும்போது  $y$  யின் பெறுமானமாகும்.

$\beta_1$  - எளிய நேர்கோட்டின் சரிவு (சரிவு)

$u$  - வழுவாகும்.

பெரும்பாலும் நடைமுறை ரீதியான சந்தர்ப்பங்களில்  $x, y$  மாறிகளுக்கிடையில் எளிய நேர்கோட்டுத் தொடர்பொன்று காணப்படுவதில்லை. எளிய நேர்கோட்டுத் தொடர்பினைக் காட்டும்போது வழுவொன்று உருவாகும்.

(ii) மதிப்பிடப்பட்ட பிற்செலவு மாதிரி

மாதிரிகளினூடாகத் தரவுகளைப் பெற்று தயாரிக்கப்படுகின்ற மதிப்பிடப்பட்ட பிற்செலவு மாதிரி பின்வருமாறு காணப்படும்.

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x$$

$\hat{y}$  - என்பது மதிப்பிடப்பட்ட பிற்செலவு மாறியாகும்.

$\hat{\beta}_0$  - என்பது மதிப்பிடப்பட்ட பிற்செலவுக் கோட்டின் அந்தம் (முனைப்) பகுதியாகும்.

$\hat{\beta}_1$  - என்பது மதிப்பிடப்பட்ட பிற்செலவுக் கோட்டின் சரிவு எனப்படுகின்ற வளைவு அதாவது சுயாதீனமான மாறியின் மாற்றத்திற்கேற்ப சார்ந்த மாறியில் ஏற்படுகின்ற மாற்றம்.

$x$  - சுயாதீனமான மாறி.

- பிற்செலவுக் கோடொன்றைச் சீராக்குவதன் நன்மைகளை பின்வருமாறு காட்டலாம்.
- மாறிகளுக்கிடையில் காணப்படுகின்ற நேர்கோட்டு ரீதியான தொடர்பின் தன்மையினை அறிந்து கொள்ள முடிதல். (நேர்த் தொடர்பா, எதிரான தொடர்பா என)
- தகவல் அறிந்த மாறிகளினூடாக அதனுடன் தொடர்புடைய ஏனைய மாறியொன்றின் பெறுமதியினை மதிப்பிட (எதிர்வு கூறல்) முடியுமாயிருத்தல்.

**தேர்ச்சி 4.0:** மாறிகளுக்கிடையே காணப்படும் தொடர்புகளை அறிந்து எதிர்வு கூறுவார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 4.6:** எளிய பிற்செலவுக் கோடொன்றைச் சீரமைப்பதற்குச் சுயாதீனக் கை முறையைப் பயன்படுத்துவார்.

**பாடவேளைகள்:** 02

**கற்றற் பேறுகள்:**

- சுயாதீனக் கை முறையை அறிமுகப்படுத்துவார்.
- சுயாதீனக் கை முறைக்கமைய பிற்செலவுக் கோடொன்றைச் சீரமைப்பார்.
- வழங்கப்பட்ட தரவுகளுக்கான சிதறல் புள்ளி வரைபொன்றை வரைந்து அதனுடாகப் பிற்செலவுக் கோடொன்றை வரைவார்.
- சுயாதீனக் கை முறையில் பிற்செலவுக் கோடொன்றைப் பெறுவதனால் கிடைக்கும் அனுகூலங்கள், பிரதிகூலங்களைச் சுட்டிக் காட்டுவார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- மாணவர்களைப் பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடச் செய்யவும்.  
வணிக நிறுவனமொன்றில் கடந்த 10 வருடங்களில் விளம்பரச் செலவுகளும் விற்பனை வருமானங்களும் ரூபா மில்லியனில் கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

விளம்பரச் செலவுகள் (ரூபா மில்லியனில்)	10	18	15	20	30	30	35	40	50	43
விற்பனை வருமானங்கள் (ரூபா மில்லியனில்)	10	15	18	22	20	30	32	30	35	33

- மேற்காட்டிய தரவுகளைப் பயன்படுத்தி சிதறல் புள்ளி வரைபை வரைவதற்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.
- வரைபில் சகல புள்ளிகளுக்கும் மிகவும் பொருத்தமானவைகளுக்கு மிகவும் நெருக்கம் கொண்டிருக்குமாறு எளிய கோடொன்றை வரைவதற்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.
- அதாவது சிதறல் புள்ளி வரைபில் இயன்றளவில் புள்ளிகள் சமமான எண்ணிக்கையை எளிய நேர்கோட்டின் இரு பக்கங்களிலும் அண்மித்திருக்கக்கூடிய வகையில் எளிய நேர்கோடொன்றை மாணவர்களுக்கு வரைவதற்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.
- கணித ரீதியான அடிப்படையொன்றிற்றி மிக இலகுவாகக் கட்டியெழுப்பக்கூடிய இவ்வாறான பிற்செலவுக் கோட்டை சுயாதீனக் கை முறை எனக் கருதப்படும் என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- அதேபோன்று ஒவ்வொரு மாணவர்களும் தத்தமது விருப்பிற்கமைய அமைக்கப்பட்ட பல்வேறு கோடுகள் அனேகமாக வேறுபட்ட எளிய கோடுகளாகும் என்பதனைச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- எதிர்வரும் வருடத்தின் விளம்பரச் செலவு ரூபா 550 000 ஆக இருப்பின் எதிர்வரும் வருடத்தின் விற்பனை வருமானம் எவ்வளவு?

- விருப்பத்தினடிப்படையில் வரையப்பட்ட எளிய கோட்டின் காரணமாக ஒவ்வொரு மாணவர்களுக்கும் கிடைக்கப் பெற்ற விற்பனை வருமானங்களின் பெறுமானங்களும் வேறுபட்ட பெறுமானங்களைக் கொண்டிருக்கும் என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- மிக விரைவாகப் பிற்செலவுக் கோடொன்றின் தேவை ஏற்படும் சந்தர்ப்பத்தில் சுயாதீனக் கை முறை மிக முக்கியமானது எனவும், மாறிச் சோடிகளின் இணைவுக் குணகத்தை அறிந்து கொள்வதற்கு இலகுவாக இருப்பது இதன் அனுகூலங்களாகும் என்பதைத் தெளிவுபடுத்தவும்.

**பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:**

- வழங்கப்பட்ட மாறிகளுக்குரிய அவதானிப்புச் சோடியை பொருத்தமானவாறு தளமொன்றில் அடையாளமிடப்பட்டு அதில் சகல புள்ளிகளுக்கும் மிகவும் பொருத்தமானவாறு மிக அண்மித்து இருக்கக்கூடியதாக எளிய நேர் கோடொன்றை வரைதல் சுயாதீனக் கைமுறைக்குப் பிற்செலவுக் கோடு சீரமைத்தல் எனப்படும்.
- இங்கு இயன்றளவில் புள்ளிகள் சமமான எண்ணிக்கைகள் எளிய நேர்கோட்டிற்கு இருபக்கமாகவும் அமையக்கூடியவாறு கோடொன்றை உருவாக்குதல் பொருத்தமானது.

சுயாதீன கை முறையின் அனுகூலங்கள்:

- மாறாச் சோடியின் இணைவுக் குணகத்தை அறிந்து கொள்ள முடியும்.
- கணித ரீதியான பிரயோகங்களைப் பயன்படுத்தாது உருவாக்க முடியும்.
- மிக இலகுவாகக் கோட்டைப் பெற்றுக் கொள்ள முடியும்.

சுயாதீனக் கை முறையின் பிரதிகூலங்கள்:

- தனது விருப்பத்தினடிப்படையில் நிர்மாணிக்கப்படுவதனால் தனி நபர் விருப்பத்தினைக் கொண்ட கோடொன்றாக இருத்தல்.
- கணித ரீதியான அடிப்படையொன்று இருப்பதனால் எதிர்வு கூறல் சரியான தன்மையைப் பிரதிபலிக்காது.



**தேர்ச்சி 4.0:** மாறிகளுக்கிடையே காணப்படும் தொடர்புகளை அறிந்து எதிர்வு கூறுவார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 4.7:** எளிய பிற்செலவுக் கோடொன்றைச் சீரமைப்பதற்கு இழிவு வர்க்க முறையைப் பயன்படுத்துவார்.

**பாடவேளைகள்:** 04

**கற்றற் பேறுகள்:**

- இழிவு வர்க்க முறையை அறிமுகப்படுத்துவார்.
- வழங்கப்பட்ட தரவுகளுக்கு இழிவு வர்க்க முறையின் மூலம் பிற்செலவுக் கோட்டிற்குரிய சமன்பாட்டைப் பெற்றுக் கொள்வார்.
- பிற்செலவுக் குணகத்தை விளக்குவார்.
- இழிவு வர்க்கப் பிற்செலவுச் சமன்பாட்டைப் பயன்படுத்தி சுயாதீன மாறிகளுக்கேற்ப சார்ந்த மாறிகளை மதிப்பிடுவார்.
- இழிவு வர்க்க முறையினூடாகப் பிற்செலவுக் கோடொன்றைச் சீரமைப்புச் செய்வதன் மூலம் கிடைக்கும் அணுகுலங்கள், பிரதிகூலங்களைச் சுட்டிக் காட்டுவார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- பின்வரும் செயற்பாட்டில் மாணவர்களை ஈடுபடுத்தச் செய்யவும்.

**செயற்பாடு - 01**

- பின்வரும் தரவுத் தொகுதியை மாணவர்களுக்குப் பெற்றுக் கொடுக்கவும்.

X	2	3	5	6	8	9
Y	6	5	7	8	12	11

- மேற்குறிப்பிடப்பட்ட தரவுகளைச் சிதறல் வரைபடத்தில் குறித்துக் காட்டவும்.
- சிதறல் புள்ளி வரைபின் மீது உங்களது விருப்பினடிப்படையில் பொருத்தமான எளிய கோடொன்றை அமைக்கவும்.
- அக்கோட்டிலிருந்து சிதறல் புள்ளி வரைபில் ஒவ்வொரு புள்ளிகளிலும் இருக்கும் விலகல்களைப் (நிலைக்குத்துத் தூரம்) பெற்றுக் கொள்ளவும்.
- அந்நிலைக்குத்துத் தூரங்களின் கூட்டுத்தொகையைப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.
- அந்நிலைக்குத்துத் தூரங்களின் பரப்புக்களது கூட்டுத்தொகையைப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.
- மேற்காட்டிய செயற்பாட்டிற்கமைய பின்வரும் விடயங்கள் வெளிப்படுத்தப்படுமாறு கலந்துரையாடலொன்றில் ஈடுபடவும்.
  - செயற்பாட்டு ரீதியாக தொடர்புடைய மாறிகளை வரைபடத்திற்குட்படுத்தும் பொழுது எளிய கோடொன்றாக அமைவது மிக அருகையானதாகவே இருக்கின்றது.
  - தரவுத் தொகுதியொன்றிற்குப் பொருந்தக்கூடியவாறு எளிய கோடொன்றை அமைக்கும் பொழுது விலகல்கள் இடம்பெறும்.
- இவ்விலகல்களை இரு முறைகளில் கணிப்பிட முடியும்.
  - X யை நிலையாக வைக்கப்பட்டு Y யில் மாற்றம் செய்யும் பொழுது விலகல்கள் நிலைக்குத்தாக ஏற்படும்.
  - Y யை நிலையாக வைக்கப்பட்டு X இல் மாற்றம் செய்யும் பொழுது அவ்விலகல் கிடையாக ஏற்படும்.

- அவ்விலகல்களை வழு (u) என்றழைக்கப்படும்
  - $\sum ui = 0$  ஆகும் எனத் தெளிவுபடுத்தவும்.
  - $\sum u_i^2$  யைக் கணிப்பிடுவதன் மூலம் மாறல்களைக் கணிப்பிட முடியும் எனத் தெளிவுபடுத்தவும்.
  - மாறல்கள் குறைவடையுமாறு தெரிவு செய்யும் எளிய கோடே தரவுத் தொகுதிக்கு மிகவும் பொருத்தமானதாக எளிய கோடொன்றாகும் என்பதை விளக்கவும்.
  - மாறல்களைக் குறைத்துக் கொள்வதற்காக கணிதத்தில் வகைக்கெழு காண் முறை பயன்படுத்தப்படும்.
  - இழிவு வர்க்க முறையினடிப்படையில் ஏற்படக்கூடிய மாறல்கள் இழிவாகுமாறு எளிய கோடொன்றை சீரமைத்தல் இடம்பெறும் என்பதை உறுதிப்படுத்தவும்.

### செயற்பாடு - 02

- மேற்காட்டிய செயற்பாடு ஒன்றிற்காக வழங்கிய தரவுத் தொகுதியினூடாகப் பின்வரும் செயற்பாட்டில் மாணவர்களை ஈடுபடுத்தச் செய்யவும்.

x	y	xy	x <sup>2</sup>
2	6		
3	5		
5	7		
6	8		
8	12		
9	11		
$\sum x =$	$\sum y =$		

- X பெறுமான நிரலின் கூட்டுத்தொகையைப் பெற்றுக் கொள்ளவும் ( $\sum x$ ).
- Y பெறுமான நிரலின் கூட்டுத்தொகையைப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.
- X, Y ஆகிய பெறுமானங்களைப் பெருக்குவதன் மூலம் கிடைக்கும் X, Y பெறுமான நிரலின் கூட்டுத்தொகையைப் பெற்றுக் கொள்ளவும் ( $\sum xy$ ).
- X பெறுமானங்களை வர்க்கப்படுத்திக் கிடைக்கும் பெறுமான நிரலின் கூட்டுத் தொகையைப் பெற்றுக் கொள்ளவும் ( $\sum x^2$ ).
- பின்வரும் சமன்பாட்டுச் சோடிகளுக்கு அத்தரவுகளைப் பிரதியீடு செய்யவும்.

$$\sum y = n\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \sum x \dots\dots\dots (1)$$

$$\sum xy = \hat{\beta}_0 \sum x + \hat{\beta}_1 \sum x^2 \dots\dots\dots (2)$$

n என்பது அவதானிப்புத் தரவின் எண்ணிக்கையாகும்.

- அவ்வொத்தச் சமன்பாட்டுத் தொகுதியினைத் தீர்க்கும் பொழுது,  $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1$  என்பவற்றின் பெறுமானங்களைப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.
- அவ்வாறு பெற்றுக் கொள்ளப்பட்ட பெறுமானங்களை சமன்பாட்டின்  $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1$  என்பவற்றில் பிரதியீடு செய்யவும்.

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x$$

செயற்பாடு - 02 - தீர்வு

$x$	$y$	$xy$	$x^2$
2	6	12	4
3	5	15	9
5	7	35	25
6	8	48	36
8	12	96	64
9	11	99	81
<b>33</b>	<b>49</b>	<b>305</b>	<b>219</b>

- $\sum x = 33$  ஆகவும்,  $\sum y = 49$  ஆகவும்,  $\sum xy = 305$  ஆகவும்,  $\sum x^2 = 219$  ஆகவும்  $n = 6$  ஆகவும் காணப்படும்.

சமன்பாட்டுத் தொகுதியில் தரவுகளைப் பிரதியீடு செய்யும் பொழுது பின்வருமாறு அமையும்.

$$49 = 6\hat{\beta}_0 + 33\hat{\beta}_1 \dots\dots\dots (1)$$

$$305 = 33\hat{\beta}_0 + 219\hat{\beta}_1 \dots\dots\dots (2)$$

சமன்பாட்டுத் தொகுதியைத் தீர்க்கும் பொழுது பின்வருமாறு  $\hat{\beta}_0$ ,  $\hat{\beta}_1$  என்பவற்றிற்கான பெறுமானம் கிடைக்கப் பெறும்.

$$(1) \times 33 = 1617 = 198\hat{\beta}_0 + 1089\hat{\beta}_1 \dots\dots\dots (3)$$

$$(2) \times 6 = 1830 = 198\hat{\beta}_0 + 1314\hat{\beta}_1 \dots\dots\dots (4)$$

$$(4) - (3) \quad 213 = \quad \quad 225\hat{\beta}_1$$

$$\hat{\beta}_1 = \underline{\underline{0.95}}$$

$\hat{\beta}_1 = 0.95$  யை (1) இல் பிரதியிடும் பொழுது,

$$49 = 6\hat{\beta}_0 + 31.35$$

$$49 - 31.35 = 6\hat{\beta}_0$$

$$6\hat{\beta}_0 = 17.65$$

$$\hat{\beta}_0 = \frac{17.65}{6}$$

$$\hat{\beta}_0 = \underline{\underline{2.94}}$$

$$\hat{y} = \underline{\underline{2.94 + 0.95x}}$$

**பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:**

- சுயாதீனக் கை முறையில் வழங்கப்பட்டுள்ள தரவுத் தொகுதியொன்றிற்கு எளிய கோடொன்றை பல்வேறு அளவுகளிலான வகைகளில் வரைய முடியும். சிறந்த முறையில் தரவுத் தொகுதிக்குப் பொருந்தக்கூடியவாறு பிரதிநிதித்துவப்படுத்தக்கூடிய தான எளிய கோடொன்றை அறிந்து கொள்வதற்காக எளிய கோட்டிலிருந்து சிதறல் புள்ளி வரைபில் ஒவ்வொரு புள்ளிக்குமிடையில் காணப்படும் விலகல்களின் வர்க்கங்களது கூட்டுத்தொகை இழிவாகுமாறு எளிய கோடொன்றைத் தெரிவு செய்யும் முறையே இழிவு வர்க்க முறையாகும்.
- இழிவு வர்க்க முறைக்கமைய வழங்கப்பட்ட தரவுத் தொகுதியொன்றிற்கான பிற்செலவுச் சமன்பாட்டைப் பின்வருமாறு பெற்றுக் கொள்ள முடியும்.

$x, y$  ஆகிய மாறிகளுக்கிடையே எளிய கோட்டு ரீதியான தொடர்பொன்று அனேகமாகக் காணப்படாமையினால் அவற்றிற்கிடையிலான தொடர்பை  $y = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x$  போன்ற சமன்பாடொன்றின் அடிப்படையில் வெளிப்படுத்திக் காட்ட முடியாது.

- எனவே இரு மாறிகளுக்கிடையே காணப்படும் தொடர்பினை கணித ரீதியாகக் காட்டுவதற்கு  $u$  எனும் வழப்பதம் பயன்படுத்தப்படுவது மிகவும் நியாயமானதாகும். இதற்கமைய  $x, y$  என்பவற்றிற்கிடையேயான தொடர்பினை  $y = \beta_0 + \beta_1 x + u$  எனக் காட்ட முடியும்.

$$u = (y - \hat{y})$$

$$\sum u^2 = \sum (y - \hat{y})^2$$

$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 x$  ஆக இருப்பதனால் அதனை மேற்காட்டிய சமன்பாட்டில் பிரதியீடு செய்து  $\sum u^2 = \sum (y - \beta_0 - \beta_1 x)^2$  எனப் பெறப்படும்.

வழுக்களின் வர்க்கங்களின் கூட்டுத்தொகையை இழிவுபடுத்துவதற்காக வகைக் கெழு காண் முறையைப் பயன்படுத்துவதன் மூலம் பின்வரும் நியமச் சமன்பாட்டுத் தொகுதியைப் பெற்றுக் கொள்ள முடியும்.

$$\sum y = n\beta_0 + \beta_1 \sum x$$

$$\sum xy = \beta_0 \sum x + \beta_1 \sum x^2$$

- இந்நியமச் சமன்பாடுகள் இரண்டு  $\beta_0, \beta_1$  என்பவற்றிற்காகத் தீர்ப்பதன் மூலம் பின்வருமாறு  $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1$  கிடைக்கப் பெறும்.

$$\hat{\beta}_1 = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - (\sum x)^2}$$

$$\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x}$$

அப்பொழுது இழிவு வர்க்க முறையினடிப்படையில் பிற்செலவுச் சமன்பாடு  $\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x$  எனும் முறையில் கிடைக்கப் பெறும்.

- $\hat{\beta}_1$  என்பதனைப் பிற்செலவுக் குணகம் என்றழைக்கப்படும்.
- சாராத மாறி ஒவ்வொன்றாக மாற்றமடையும் பொழுது சார்ந்த மாறி மாற்றமடையும் வேகத்தையே பிற்செலவுக் குணகத்தின் மூலம் கருதப்படுகின்றது.

- பிற்செலவுச் சமன்பாட்டின் சாராத மாறிக்காக எந்தவொரு பெறுமானமொன்றையும் பிரதியீடு செய்யும் பொழுது சார்ந்த மாறிக்கான பெறுமானத்தைப் பெற்றுக் கொள்ள முடியும். இதனை எதிர்வு கூறல் என்றழைக்கப்படும்.
- இழிவு வர்க்க முறையிலான பிற்செலவுக் கோடொன்றை சீரமைப்புச் செய்வதன் மூலம் பெறப்படும் அனுகூலங்கள், பிரதிகூலங்களை பின்வருமாறு குறிப்பிட்டுக் காட்ட முடியும்.

#### அனுகூலங்கள்:

- தனிநபர் விருப்பங்களுடன் இணைந்த முறையொன்றல்லாததாக இருத்தல்.
- இடம்பெறக்கூடிய வழக்களை இழிவுபடுத்தி எளிய கோடொன்றைப் பெற்றுக் கொள்ள முடியுமாக இருத்தல்.
- பிற்செலவுக் குணகத்தின் மூலம் சாராத மாறிக்கமைய சார்ந்த மாறியானது மாற்ற மடையும் வேகத்தை இனங்காண முடிதல்.
- பிற்செலவுக் குணகத்தின் மூலம் மாறிகளுக்கிடையே காணப்படும் கோட்டு ரீதியான தொடர்பின் தன்மை சீரானதா, சீரற்றதா என்பதனை இனங்காண முடிதல்.
- இலகுவாக எதிர்வு கூறக்கூடியதாக இருக்கும்.

#### பிரதிகூலங்கள்:

- சுயாதீன கை முறைக்கு ஏற்ப கிரயம் கூடிய முறையொன்றாக இருத்தல்.
- கூடிய நேரம் எடுக்கும்.
- நெகிழ்வுத் தன்மை அற்ற முறையொன்றாக இருத்தல் அதாவது தரவுத் தொகுதிக்கு எளிய கோடொன்று பொருத்தமற்றதாக இருப்பினும் கட்டாயமாக இழிவு வர்க்க முறைக்கமைய எளிய நேர்கோடொன்றை பெற்றுக் கொள்ளப்படும்.
- சிறந்த கணித அறிவு பெற்றிருத்தல் வேண்டும்.
- உயர் கல்வி மட்டத்தில் இருப்போர்களுக்கு மட்டுமே விளக்கம் பெற்றுக் கொள்ளக் கூடிய முறையொன்றாக இருத்தல்.

#### கணிப்பீட்டு மதிப்பீட்டு நியதிகள்:

பின்வரும் செயற்பாட்டில் மாணவர்களை ஈடுபடுத்தச் செய்யவும்.

செயற்பாடு - 2 இற்காக உங்களுக்குப் பெறப்பட்ட பிற்செலவுச் சமன்பாட்டிற்கமைய, பின்வரும் பயிற்சியில் ஈடுபடவும்.

- (i)  $x$  ஆனது ஒவ்வொன்றாக மாற்றமடையும் பொழுது  $y$  யில் மாற்றமேற்படுவதற்கான வேகத்தைப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.
- (ii)  $x$  இன் பெறுமானம் 12 ஆகும் பொழுது  $y$  இன் பெறுமானத்தைப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.
- (iii) செயற்பாடு - 1 இற்காக உங்களுக்குப் பெறப்பட்ட சிதறல் புள்ளி வரைபின் மீது இழிவு வர்க்க முறையில் பெறப்பட்ட பிற்செலவுக் கோட்டை உருவாக்கவும்.
- (iv) தரவுத் தொகுதியொன்றிற்கான பிற்செலவுக் கோடொன்றைப் பெற்றுக் கொள்வதன் அனுகூலங்கள், பிரதிகூலங்கள் என்பனவற்றைச் சுட்டிக் காட்டவும்.

**தேர்ச்சி 4.0:** மாறிகளுக்கிடையே காணப்படும் தொடர்புகளை அறிந்து எதிர்வு கூறுவார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 4.8:** பிற்செலவுக் கோடொன்றின் சிறப்பினைப் பரிசீலிப்பார்.

**பாடவேளைகள்:** 08

**கற்றற் பேறுகள்:**

- துணிதற் குணகத்தை விளக்குவார்.
- சீரமைக்கப்பட்ட பிற்செலவுக் கோடொன்றின் மூலம் துணிதற் குணகத்தைக் கணிப்பிடுவார்.
- கணிப்பிடப்பட்ட துணிதற் குணகத்தினூடாகப் பிற்செலவுக் கோட்டின் சிறப்புத் தன்மை தொடர்பில் விளக்குவார்.
- மதிப்பிடப்பட்ட பிற்செலவுக் கோடொன்றின் மூலம் சார்ந்த மாறிகளுக்கு பெறுமதி யொன்றினைப் பெற்றுக் கொடுக்கும்போது சாராத மாறி (y) யினை உருவாக்குவார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- பின்வரும் செயற்பாட்டில் மாணவர்களை ஈடுபடுத்தவும்.

**செயற்பாடு - 01**

- பின்வரும் தரவுத் தொகுதியினை மாணவர்களுக்கு பெற்றுக் கொடுக்கவும்.

விளம்பரச் செலவு (ரூபா 000) $x$	விற்பனை வருமானம் (ரூபா 000) $y$
2	14
4	18
5	20
7	24
10	30
15	40

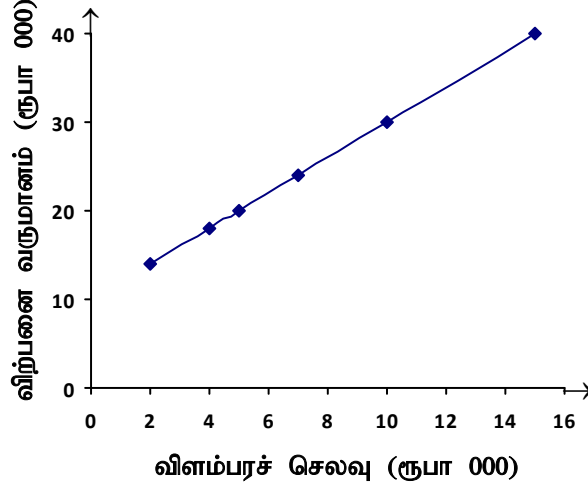
- மேற்குறிப்பிட்ட தரவுகளை சிதறல் புள்ளி வரைபொன்றில் குறிக்க.
- சிதறல் புள்ளி வரைபிற்காக இழிவு வர்க்க முறையினூடாகப் பிற்செலவுக் கோட்டிற்கான சமன்பாட்டினைப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.

$$(\sum x = 43, \sum y = 146, \sum x^2 = 419, \sum xy = 1268)$$

- அப்பிற்செலவுக் கோட்டினை சிதறல் புள்ளி வரைபில் குறிக்கவும்.
- சிதறல் புள்ளி வரைபிற்காக உருவாக்கப்பட்ட பிற்செலவுக் கோடு அச்சிதறல் புள்ளி வரைபிற்கு பொருத்தமானதா என்பது தொடர்பில் கருத்துக் கூறவும்.

**செயற்பாடு - 01 - தீர்வு**

- இந்நிலைமையானது பூரணமான கோடொன்றாகும் எனவும் இவ்வாறான நிலைமையொன்று செயற்பாடற்றது எனவும் மாணவர்களோடு கலந்துரையாடலில் ஈடுபடவும்.



$$\hat{b} = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - (\sum x)^2}$$

$$= \frac{(6 \times 1268) - (43 \times 146)}{(6 \times 419) - 43^2}$$

$$= \frac{7608 - 6278}{2514 - 1849}$$

$$= \frac{2}{6}$$

$$\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$$

$$= 24.33 - (2 \times 7.176)$$

$$= 10$$

$$\hat{y} = 10 + 2x$$

- மேற்குறிப்பிட்ட சந்தர்ப்பத்திற்கேற்ப எந்தவொரு வழுவும் காணப்படவில்லையெனவும், இந்நிலைமை பூரணத்துவமான கோடொன்றாகுமெனவும், எனினும் இந்நிலைமை நடைமுறைக்குப் பொருத்தமற்றது என்பதையும் மாணவர்களுடன் கலந்துரையாடவும்.

**செயற்பாடு - 02**

- பின்வரும் தரவுத் தொகுதியினை மாணவர்களுக்கு வழங்கவும்.

விளம்பரச் செலவு (ரூபா 000) $x$	விற்பனை வருமானம் (ரூபா 000) $y$
2	10
4	15
5	20
6	25
10	35
15	45

- மேற்குறிப்பிடப்பட்ட தரவுகளை சிதறல் புள்ளி வரைபொன்றில் குறிக்கவும்.
- இழிவு வர்க்க முறையினைப் பயன்படுத்தி பிற்செலவுக் கோட்டினை சிதறல் புள்ளி வரைபில் குறிக்கவும்.

$$(\sum x = 42, \sum y = 150, \sum xy = 1355, \sum x^2 = 406)$$

- இங்கு ஒவ்வொரு புள்ளியிலிருந்தும் பிற்செலவுக் கோட்டிற்குள்ள நிலைக்குத்துத் தூரத்தை (விலகலை) குறிக்கவும்.
- சிதறல் புள்ளி வரைபிற்காக உருவாக்கப்பட்ட பிற்செலவுக் கோடானது எவ்வளவு தூரத்திற்கு இச்சிதறல் புள்ளி வரைபிற்குப் பொருத்தமானது என்பதை மாணவர்களுடன் கலந்துரையாடவும்.
- கிடைக்கப்பெற்ற பிற்செலவுக் கோட்டிற்கான ஒவ்வொரு x பெறுமதியினை பிரதியீடு செய்து  $\hat{y}$  நிரலினைப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.
  - $(\hat{y} - \bar{y})$  நிரலைப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.
  - $(\hat{y} - \bar{y})^2$  நிரலைப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.
  - $(y_i - \bar{y})$  நிரலைப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.
  - $(y_i - \bar{y})^2$  நிரலைப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.
- பின்வரும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி துணிதற் குணகத்தை ( $R^2$ ) பெற்றுக் கொள்ளவும்.

$$R^2 = \frac{\sum(\hat{y} - \bar{y})^2}{\sum(y_i - \bar{y})^2}$$

### செயற்பாடு - 02 - தீர்வு

$$\begin{aligned} \hat{b} &= \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - (\sum x)^2} \\ &= \frac{(6 \times 1355) - (42 \times 150)}{(6 \times 406) - 42^2} \\ &= \underline{\underline{2.72}} \\ \hat{a} &= \bar{y} - \hat{b}\bar{x} \\ &= 25 - 19.04 \\ &= \underline{\underline{5.96}} \end{aligned}$$

$$\hat{y} = \hat{a} + \hat{b}x$$

$$\hat{y} = 5.96 + 2.72x$$

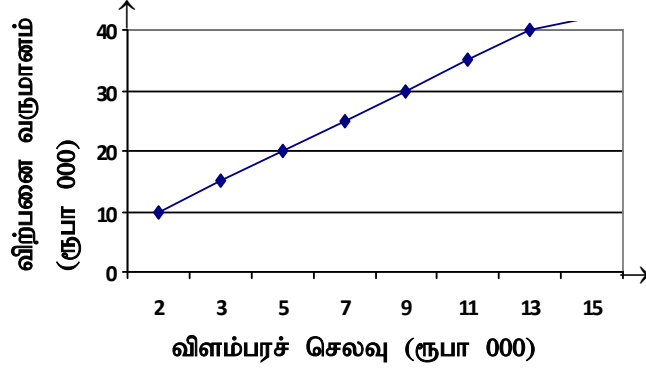
$$x = 5 \text{ ஆக இருக்கும் பொழுது } \hat{y} = 5.96 + (2.72 \times 5)$$

$$\hat{y} = \underline{\underline{19.56}}$$

$$x = 15 \text{ ஆக இருக்கும் பொழுது } \hat{y} = 5.96 + (2.72 \times 15)$$

$$\hat{y} = \underline{\underline{46.76}}$$





$x$	$y$	$\hat{y}$	$(\hat{y} - \bar{y})$	$(\hat{y} - \bar{y})^2$	$(y_i - \bar{y})$	$(y_i - \bar{y})^2$
2	10	11.4	-13.6	184.96	-15	225
4	15	16.84	-8.16	66.58	-10	100
5	20	19.56	-5.44	29.59	-5	25
6	25	22.28	-2.72	7.40	0	0
10	35	33.16	8.16	66.58	10	100
15	45	46.76	21.76	473.50	20	400
42	150			828.61		850

$$R^2 = \frac{\sum(\hat{y} - \bar{y})^2}{\sum(y_i - \bar{y})^2}$$

$$= \frac{828.61}{850}$$

$$R^2 = \underline{\underline{0.97}}$$

**செயற்பாடு - 03**

- செயற்பாடு 01 இன் தரவுகளை அடிப்படையாகக் கொண்டு சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி துணிதற் குணகத்தைக் கணிப்பதற்கு மாணவர்களுக்கு வழிகாட்டவும்.

**செயற்பாடு - 03 - தீர்வு**

$x$	$y$	$\hat{y}$	$(\hat{y} - \bar{y})$	$(\hat{y} - \bar{y})^2$	$(y - \bar{y})^2$
2	14	14	-10.33	106.71	106.71
4	18	18	-6.33	40.07	40.07
5	20	20	-4.33	18.75	18.75
7	24	24	-0.33	0.11	0.11
10	30	30	5.67	32.15	32.15
15	40	40	15.67	245.55	245.55
	146			443.34	443.34

$$R^2 = \frac{\sum(\hat{y} - \bar{y})^2}{\sum(y_i - \bar{y})^2}$$

$$= \frac{443.34}{443.34} = \underline{\underline{1}}$$

**செயற்பாடு - 04**

- செயற்பாடு 02 இன் தரவுகளைப் பயன்படுத்தியும், பின்வரும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தியும் துணிதற் குணகத்தைக் கணிப்பதற்கு மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.

**செயற்பாடு - 04 - தீர்வு**

$x$	$y$	$x^2$	$y^2$
2	10	4	100
4	15	16	225
5	20	25	400
6	25	36	625
10	35	100	1225
15	45	225	2025
42	150	406	4600

$$\begin{aligned} R^2 &= \hat{b}^2 \left[ \frac{n \sum x^2 - (\sum x)^2}{n \sum y^2 - (\sum y)^2} \right] \\ &= 2.72^2 \left[ \frac{6 \times 406 - 42^2}{6 \times 4600 - 150^2} \right] \\ &= 7.3984 \left[ \frac{2436 - 1764}{27600 - 22500} \right] \\ R^2 &= \underline{\underline{0.9748}} \end{aligned}$$

- சகல புள்ளிகளும் பிற்செலவுக் கோட்டிற்கு மத்தியில் வரும் சந்தர்ப்பத்தில் எந்தவித வழுப்பதமும் காணப்படாமையினால் சிதறல் புள்ளி வரைபிற்கான பிற்செலவுக் கோடானது மிகவும் பொருத்தமானது எனவும், அவ்வாறான சந்தர்ப்பங்களில் துணிதற் குணகப் பெறுமதியானது +1 ஆக இருக்கும் என மாணவர்களுக்குத் தெளிவுபடுத்தவும்.
- இரு மாறிகளுக்கிடையில் எந்தவிதமான நேர்கோட்டு ரீதியான தொடர்பும் காணப்படாத சந்தர்ப்பத்தில் உருவாக்கப்படுகின்ற பிற்செலவுக் கோடானது சிதறல் புள்ளி வரைபிற்குப் பொருத்தமற்றதெனவும், அவ்வாறான சந்தர்ப்பத்தில் துணிதற் குணகமானது பூச்சியமானது எனவும் மாணவர்களுக்குத் தெளிவுபடுத்தவும்.
- அதற்கேற்ப துணிதற் குணகத்தின் பெறுமதி +1 இனை அண்மிக்கும்போது பிற்செலவுக் கோடு சிதறல் புள்ளி வரைபிற்குப் பொருத்தமானது எனவும், 0 ஐ அண்மிக்கும்போது பொருத்தப்பாட்டின் தன்மை குறைவு எனவும் மாணவர்களுக்குத் தெளிவுபடுத்தவும்.

### செயற்பாடு - 05

- செயற்பாடு 02 இன் தரவுகளை அடிப்படையாகக் கொண்டு பெற்ற மதிப்பிடப்பட்ட பிற்செலவுக் கோட்டினை மாணவர்களுக்குப் பெற்றுக் கொடுக்கவும்.

$$\hat{y} = 5.96 + 2.72x$$

- விளம்பரச் செலவு ரூபா 16 000 ஆகும்போது விற்பனை வருமானத்தை மதிப்பிடுமாறு மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.
- இம்மதிப்பீட்டிற்கேற்ப விற்பனை வருமானம் தொடர்பிலான நம்பிக்கை மட்டம் தொடர்பில் மாணவருடன் கலந்துரையாடலில் ஈடுபடவும்.
- விளம்பரச் செலவு ரூபா 100 000 ஆகும்போது விற்பனை வருமானத்தை நியமிப்பிற் செலவுக் கோட்டின் உதவியுடன் மதிப்பீடு செய்யுமாறு மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.
- அம்மதிப்பிடப்பட்ட விற்பனை வருமானம் தொடர்பாக நம்பிக்கை மட்டம் தொடர்பில் மாணவர்களுடன் கலந்துரையாடவும்.

### செயற்பாடு - 05 - தீர்வு

$$\hat{y} = 5.96 + 2.72x$$

$$\hat{y} = 5.96 + (2.72 \times 16)$$

$$\hat{y} = \underline{49.48}$$

- விற்பனை வருமானம் ரூபா 49 480/= ஆக இருக்குமென 97% மான நம்பிக்கையுடன் கூறலாம். இங்கு 97% மான நம்பிக்கை மட்டமானது துணிதற் குணகத்தின் பெறுமதிக் கேற்ப தீர்மானிக்கப்படும்.

$$\hat{y} = 5.96 + 2.72x$$

$$\hat{y} = 5.96 + (2.72 \times 100)$$

$$\hat{y} = \underline{277.96}$$

- விளம்பரச் செலவு ரூபா 100 000 ஆகும்போது மதிப்பிடப்பட்ட விற்பனை வருமானம் ரூபா 277 960 என மதிப்பிடப்பட்ட பிற்செலவுக் கோட்டினூடாகக் கிடைக்கப் பெற்றாலும் இப்பெறுமதி பொருத்தமானதல்ல. காரணம் விற்பனை வருமானத்தில் தாக்கத்தையேற்படுத்துகின்ற ஒரே காரணி விளம்பரச் செலவு மாத்திரமின்மையால் விளம்பரச் செலவினை மிகப் பாரிய அளவில் அதிகரித்தாலும் எதிர்பார்த்த விற்பனை வருமானம் கிடைக்கு மென்பதை எதிர்பார்க்க முடியாது.

### பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:

- சிதறல் புள்ளி வரைபின் எல்லாப் புள்ளிகளும் பிற்செலவுக்கோட்டின் மீது அமையப் பெறாது இருக்கும்பொழுது சிதறல் புள்ளி வரைபிற்கான பிற்செலவுக் கோடானது எந்தளவு தூரத்திற்குப் பொருத்தமானது என்பதனை அறிந்து கொள்வது மிக முக்கியமானதாகும்.
- இதற்காகத் துணிதற் குணகம் பயன்படுத்தப்படும்.
- துணிதற் குணகமானது பொதுவாக கோட்டின் பொருத்தப்பாட்டினை அளவீடு செய்வதற்காகப் பயன்படுத்தப்படும் அளவீடொன்றாகும்.
- சார்ந்த மாறியான y இன் மொத்த விலகல்களிலிருந்து எந்தளவு வீதங்களில் நியமப் பிற்செலவு மாதிரியினூடாக சாராத மாறியான x இன் மூலம் விளக்கப்படும் என்பதனைத் துணிதற் குணகத்தினூடாக வெளிக்காட்ட முடியும்.

- துணிதற் குணகத்தை ( $R^2$ ) பின்வரும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திப் பெற்றுக் கொள்ள முடியும்.

$$R^2 = \frac{\sum(\hat{y} - \bar{y})^2}{\sum(y_i - \bar{y})^2}$$

- துணிதற் குணகத்தைக் கணிப்பிடுவதற்காகப் பின்வரும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்த முடியும்.

$$R^2 = \hat{b}^2 \left[ \frac{n \sum x^2 - (\sum x)^2}{n \sum y^2 - (\sum y)^2} \right]$$

- துணிதற் குணகத்தின் பெறுமானம் 0த்திற்கும் +1 இற்குமிடையே அமையப் பெறும்.  
 $0 \leq R^2 \leq +1$
- மதிப்பிடப்பட்ட பிற்செலவுக் கோட்டின் சாராத மாறிக்கான பெறுமானங்களைப் பிரதியீடு செய்வதன் மூலம் சார்ந்த மாறியின் பெறுமானத்தை மதிப்பிட முடியும்.
- சாராத மாறிக்காக வழங்கப்பட்ட தரவுகளுக்கு ஒத்ததாக மிகப் பாரிய பெறுமான மொன்றைப் பிரதியீடு செய்து கிடைக்கும் பெறுமானமானது செயற்பாட்டு ரீதியான மதிப்பீடொன்றாக இருக்காது.

**தேர்ச்சி 5.0:** வணிக இடர்களுக்கு முகம் கொடுப்பதற்கான ஆயத்தத்தை வெளிப்படுத்துவார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 5.1:** வணிகமொன்றின் நிச்சயமற்ற நிகழ்வுகளிலிருந்து நிகழ்தகவு எண்ணக்கருவினைப் பகுப்பாய்வு செய்வார்.

**பாடவேளைகள்:** 02

**கற்றற் பேறுகள்:**

- நிச்சயமற்ற நிகழ்வுகளை அளவிடும் புள்ளிவிபர நுட்ப முறைகளில் ஒன்றாக நிகழ்தகவினை விளக்குவார்.
- வணிக நிகழ்வுகளைப் பட்டியல்படுத்துவார்.
- வணிகத்துடன் இணைந்த நிச்சயமான நிகழ்வுகளை விளக்குவார்.
- வணிகத்துடன் இணைந்த நிச்சயமற்ற நிகழ்வுகளை விளக்குவார்.
- எச்சந்தர்ப்பத்திலும் இடம்பெறாத நிகழ்வுகளை விளக்குவார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- பொதுவாக வாழ்க்கையில் நாம் முகம் கொடுக்கின்ற நிச்சயமற்ற சில நிகழ்வுகளை முன்வைக்கவும்.
  - தனிநபரொருவரின் ஆயுற்காலம்
  - பரீட்சையில் சித்தியடைதல்
  - தேர்தலொன்றில் வெற்றியடைதல்
  - நாளை மழை பொழியும்
- நாம் வாழும் இவ்வுலகில் பெரும்பாலான நிகழ்வுகளின் பெறுபேறுகள் நிச்சயமாக இடம்பெறும் எனக் கூறமுடியாது இருப்பதுடன், எந்தவொரு நிகழ்வினையும் முழுமையாக நிச்சயித்துக் கூறமுடியாது இருப்பதுடன், சகல நிகழ்வுகளினது பெறுபேறானது உறுதியானதாயிருப்பின் தீர்மானமெடுப்பது மிக இலகுவானதாக இருக்கும் என்பதை விளக்கவும்.
- அன்றாடம் எமது வாழ்வில் நாம் சந்திக்கின்ற நிகழ்வுகளைப் போன்று வணிகத்துறையிலும் நிச்சயமற்ற பல நிலைமைகள் காணப்படலாம் என்பதனை உதாரமொன்றின் மூலம் குறிப்பிட்டுக் காட்டவும்.
- மாணவர்களைப் பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுத்தவும்.
  - பின்வரும் சந்தர்ப்பங்கள் தொடர்பில் பகுத்தாய்வு செய்யவும்.
    - சந்தையில் அறிமுகப்படுத்தப்படுகின்ற புதிய பொருளொன்றிற்கு சந்தையில் காணக் கூடிய கேள்வி நிலைமைகள்.
    - வணிக போட்டியாளர்களின் தந்திரோபாயமான நடத்தைகள்.
    - கட்டளையிடப்பட்ட பொருட் தொகுதி குறிப்பிட்ட நேரத்தில் கிடைத்தல்.
    - தொடர்ந்து வரும் காலாண்டில் சந்தைக்கு வழங்கப்படுகின்ற சகல பொருட்களும் விற்பனை செய்யப்படல்.
- இவ்வாறு வணிக உலகில் இலாபம் / நட்டம், விற்பனை செய்யப்படல் / விற்பனை செய்யப்படாமை, கட்டளைகள் கிடைக்கப் பெறல் / கட்டளைகள் கிடைக்காதிருத்தல், கேள்வி அதிகரித்தல் / கேள்வி குறைதல், வழங்கல் வரையறுக்கப்படல் / வழங்கல் வரையறுக்கப்படாதிருத்தல் என்பவற்றோடு இணைந்த நிகழ்வுகளை வணிக உலகிற்கு ஏற்புடையதாக பகுப்பாய்வு செய்யவும்.

- மேற்குறிப்பிட்ட ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பங்களிலும் தீர்மானமெடுக்கும்போது மேலெழும் பிரச்சினைகளைத் தெளிவுபடுத்தவும்.
- நிச்சயமற்ற நிலைமைகளில் சிறந்த தீர்மானமெடுப்பதற்குப் பின்பற்றக்கூடிய செயன் முறைகளைக் குறிப்பிடவும்.
- மாணவர்களை மூன்று குழுக்களாகப் பிரித்து பின்வரும் தலைப்புக்களை அவர்களுக்கு வழங்கவும்.
  - நிச்சயமான நிகழ்வுகள்
  - நிச்சயமற்ற நிகழ்வுகள்
  - எப்போதும் இடம்பெறாத நிகழ்வுகள்
- பின்வருவனவற்றை இனங்காண்பதில் மாணவர்களை ஈடுபடுத்தச் செய்யவும்.
  - வழங்கப்பட்ட தலைப்புக்கள் தொடர்பில் சுருக்கமாக விளக்கவும்.
  - அந்நிகழ்வுகளுக்குப் பொருந்தக்கூடிய உதாரணங்களை வழங்கவும்.
  - அவ்வுதாரணங்களில் குறிப்பிட்டளவு நிகழ்க்கூடியதை அளவிடக்கூடியதாக இருப்பின் அவற்றுக்கு அளவு ரீதியான பெறுமானங்களை வழங்கவும்.

#### **பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:**

- பொதுவாக வாழ்க்கையில் நாம் முகம் கொடுக்கின்ற பெரும்பாலான நிகழ்வுகள் நிச்சயமற்ற தன்மையினைக் கொண்டது.
  - உதாரணம்:
    - பரீட்சையில் சித்தியடைதல்.
    - தேர்தலில் வெற்றியடைதல்.
- வணிகத்துறை தொடர்பில் தீர்மானமெடுக்கும்போது நிச்சயமற்ற நிகழ்வுகள் காணப்படுகின்றன.
  - உதாரணம்:
    - உற்பத்தி செய்யப்படும் சகல பொருட்களும் விற்பனை செய்யப்படல்.
    - கட்டளையிடப்பட்ட மூலப்பொருள் இருப்பானது குறித்த தினத்தில் கிடைக்கப் பெறல்.
- சிறந்த தீர்மானங்களை எடுப்பதற்கு நிச்சயமற்ற நிகழ்வுகளை அளவுரீதியாக, அளவிட வேண்டிய தேவை ஏற்படுகின்றது. நிச்சயமற்ற நிகழ்வுகளை அளவு ரீதியாக அளவீடு செய்யும் நுட்ப முறையே நிகழ்தகவாகும்.

நிகழ்தகவு என்பது,

- ஏதேனும் நிகழ்வொன்று இடம்பெறுவதற்கு அல்லது இடம்பெறாதிருப்பதற்குரிய இயலுமையை பெறுமான ரீதியாக அளவீடு செய்யும் அளவீடாகும்.
- ஏதேனும் நிகழ்வொன்றின் நிகழ்தகவு 0 அல்லது 1 அல்லது அதற்கு இடைப்பட்ட பெறுமானமொன்றாக இருக்கலாம்.
- யாதேனும் நிகழ்வொன்று நிச்சயமாக இடம்பெறுமாயின் அதன் நிகழ்தகவு ஒன்றாகும்.
- எச்சந்தர்ப்பத்திலும் இடம்பெறாத நிகழ்வொன்றின் நிகழ்தகவு 0 ஆகும்.
- நிச்சயமற்ற நிகழ்வொன்றின் நிகழ்தகவு 0 - 1 இற்கும் இடையிலான பெறுமதியினை எடுக்கும்.
- நிச்சயமாக நிகழும் நிகழ்வுகளாக ஏதேனும் பொருளொன்றை மேல் எறியும்போது அது கீழே விழுதல், நாணயமொன்றை மேலெறியும்போது பூ அல்லது தலை விழுதல் போன்றவற்றைக் குறிப்பிடலாம்.
- நிச்சயமாக நிகழாத நிகழ்வுகளாக நபரொருவர் தொடர்ச்சியாக உயிரோடிருத்தல், 1 தொட்டு 6 இலக்கமிடப்பட்ட தாயக்கட்டையொன்றை மேலெறியும்போது 7 கிடைத்தல்.
- நிச்சயமற்ற நிகழ்வு/ எழுமாற்று நிகழ்வாக, லொத்தர் சீட்டிழுத்தலில் வெற்றி கிடைத்தல். எதிர்வரும் மாதங்களில் மழைவீழ்ச்சி கிடைத்தல் என்பவற்றைக் குறிப்பிடலாம்.

**தேர்ச்சி 5.0:** வணிக இடர்களுக்கு முகம் கொடுப்பதற்கான ஆயத்தத்தை வெளிப்படுத்துவார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 5.2:** எழுமாற்றுப் பரிசோதனையை வேறுபடுத்திக் காட்டுவார்.

**பாடவேளைகள்:** 02

**கற்றற் பேறுகள்:**

- அடிப்படை நியதிப் பரிசோதனை, எழுமாற்றுப் பரிசோதனை என்பவற்றிற்கான வேறுபாடுகளை விளக்குவார்.
- அடிப்படை நியதி, எழுமாற்றுப் பரிசோதனை என்பவற்றிற்குப் பொருத்தமான உதாரணங்களை முன்வைப்பார்.
- எழுமாற்றுப் பரிசோதனைகளுக்குப் பொருத்தமான உதாரணங்கள் வணிகத்துறையினூடாக வெளிப்படுத்திக் காட்டுவார்.
- மாதிரி வெளியினை விளக்குவார்.
- மாதிரி வெளியினை தொடைகள், மரவரிப்படம், புள்ளி அட்டவணை, வரைபடங்கள் என்பவற்றின் மூலம் முன்வைப்பார்.
- முயலகை என்றால் என்ன என்பதனை விளக்குவார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

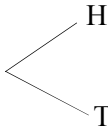
- பின்வரும் சோதனைச் சந்தர்ப்பங்களை வகுப்பில் முன்வைக்கவும்.
  - நாணயமொன்றை மேலே சுண்டுதல்
  - பொருள் உற்பத்திக் கருமங்களில் மூன்று பொருட்களைத் தெரிவு செய்து பரீட்சித்தல்.
  - மக்னீசியம் உலோக நாடாவினை தகனம் செய்தல்.
  - பலூனொன்றை ஊதி அதில் அழுத்தமொன்றை ஏற்படுத்தல்.
  - தாயக்கட்டையொன்றை உருட்டுதல்.
- பின்வரும் விடயங்களை வெளிப்படுத்தி கலந்துரையாடலொன்றை நடாத்தவும்.
  - நாணயமொன்றை மேலே சுண்டும்போது அதன் பெறுமதி கிடைக்குமா? அல்லது தலை கிடைக்குமா? என்பதை நிச்சயமாகக் கூறமுடியாது.
  - உற்பத்திச் செயன்முறையின்போது பொருளொன்றைத் தெரிவு செய்து பரீட்சிக்க முன்னர் அப்பொருள் பழுதுள்ளதா இல்லையா என்பதை உறுதியாகக் கூறமுடியாது.
  - மக்னீசியம் உலோக நாடாவினை தகனமடையச் செய்தான். பின்னர் சாம்பல் நிறமான துகள்கள் எஞ்சுவதைக் காட்டுவதற்கே அதனைத் தகனம் செய்யப்படுகின்றது.
  - வடிவம் மாற்ற மடைகின்றது என்பதும், அதில் காணப்படுகின்ற காற்று அவ்வாறு ஏற்படுவதற்கு காரணம் என்பதைக் காட்டுவதற்கே பலூனை ஊதி அதில் அழுத்த மொன்றை ஏற்படுத்துகின்றது.
  - தாயக்கட்டையினை உருட்டும்போது கிடைக்கப் பெறுகின்ற பெறுமதியினை உறுதியாகக் கூறமுடியாது.
- மேலே முன்வைக்கப்பட்ட பரிசோதனைகள், பரிசோதனை மேற்கொள்ள முன்னர் கிடைக்கும் பெறுபேற்றினை உறுதியாகக் கூறமுடியாத பரிசோதனைகள் என்பதனையும்
- உறுதியான பெறுபேற்றினைப் பெற்றுக் கொள்ளக்கூடிய பரிசோதனையினை வேறுபடுத்திக் காட்டுவதில் மாணவர்களை ஈடுபடுத்தவும்.

- பரிசோதனையை மேற்கொள்ள முன்னர் கிடைக்கும் பெறுபேற்றினை உறுதியாகக் கூறமுடியாத முறையிலான பரிசோதனை எழுமாற்றுப் பரிசோதனை எனவும், பரிசோதனையை மேற்கொள்ள முன்னர் கிடைக்கின்ற பெறுபேறு உறுதியாகத் தெரிந்திருப்பதுடன், அப்பரிசோதனையினை மீண்டும் மேற்கொண்டாலும் கூட அதே பெறுபேறு கிடைக்கும் பரிசோதனை அடிப்படை நியதிப் பரிசோதனை என்பதனை விளக்கவும்.
- எழுமாற்றுப் பரிசோதனை அடிப்படையானது நிகழ்தகவு அடிப்படையினைக் கொண்டது என்பதை மாணவர்களுக்கு விளக்கவும்.
- எழுமாற்றுப் பரிசோதனையில் மாதிரிவெளியினை விளக்குவதற்கும் முன்வைப்பதற்கும் மாணவர்களோடு இணைந்து பின்வரும் ஈடுபடவும்.

(1) நாணயமொன்றை மேலே போடும் எழுமாற்றுப் பரிசோதனையுடன் தொடர்புடைய பின்வரும் செயற்பாடுகளில் ஈடுபடவும்.

- ஆசிரியர் / ஆசிரியையினால் நாணயத்தை மேலே எறிய முன்னர் கிடைக்கக் கூடிய பெறுபேற்றினை மாணவர்களிடம் கேட்ட பின்னர் நாணயத்தை மேலே போடவும். நாணயத்தை மேலே எறியும் பரிசோதனையில் கிடைக்கக்கூடிய சகல பெறுபேற்றினையும் மாணவர்களிடம் கேட்டு அவற்றைக் கரும்பலகையில் குறிக்கவும். அது நாணயத்தை மேலே எறியும் பரிசோதனையின் மாதிரிவெளி எனக் கூறி பின்வரும் நுட்ப முறைகளைப் பயன்படுத்தி முன் வைத்துக் காட்டவும்.

- தொடைகள் மூலம்  $S = \{H, T\}$

- மரவரிப்படம் மூலம் 

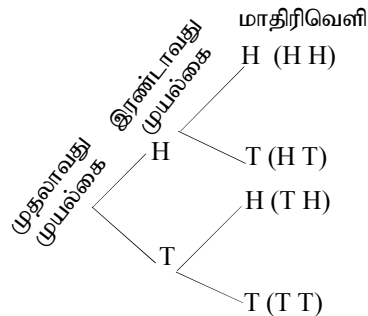
- புள்ளி அட்டவணை மூலம் 

- வரைபின் மூலம் 

(2) நாணயத்தை இருமுறை மேலே எறியும் அப்பரிசோதனையின் மாதிரிவெளி தொடர்பில் மாணவர்களிடம் கேட்டு மேலே குறிப்பிட்ட நான்கு நுட்ப முறைகளின் மூலம் முன்வைத்து காட்டவும்.

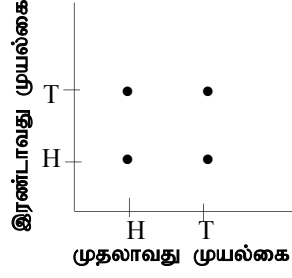
- தொடைகள் மூலம்  $S = \{H, H), (H, T), (T, H), (T, T)\}$

- மரவரிப்படம் மூலம்

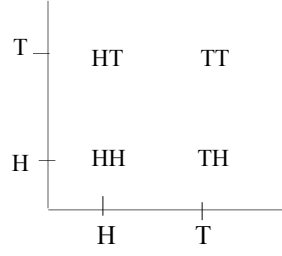




- புள்ளி அட்டவணை மூலம்



- வரைபின் மூலம்



- பின்வரும் பரிசோதனைச் சந்தர்ப்பங்கள் இரண்டையும் மாணவர்களுக்குப் பெற்றுக் கொடுத்து பின்வரும் செயற்பாடுகளில் மாணவர்களை ஈடுபடச் செய்யவும்.

#### செயற்பாடு - 1

- பழுதடைந்த 3 மின்குமிழ்கள் உள்ளடங்கலாக 7 மின்குமிழ்களைக் கொண்ட பெட்டியொன்று.
- எந்தவொரு மின்குமிழையும் எழுமாற்றாகத் தெரிவுசெய்து பரிசோதனை செய்யவும்.
- தெரிவு செய்த மின்குமிழை மீண்டும் சாடியொன்றில் இட்டு, தொடர்ச்சியாக மின்குமிழ்கள் இரண்டைத் தெரிவு செய்து பரிசோதனை செய்தல்.
- தெரிவு செய்த மின்குமிழை மீண்டும் சாடியில் இடாது 3 மின்குமிழ்களைத் தொடர்ச்சியாகத் தெரிவு செய்து பரிசோதனை செய்தல்.

#### செயற்பாடு - 2

- சமபருமனைக் கொண்ட சிவப்பு நிறமான 3 முத்து மணிகள், மஞ்சள் நிறமான 2 முத்து மணிகள், 1 நீல நிற முத்து மணிகளிலிருந்து
- முத்துமணியொன்றினைத் தெரிவுசெய்து நிறத்தைப் பரிசோதித்தல்.
- தெரிவு செய்யும் முத்து மணியினை மீண்டும் சாடியில் இட்டு 2 முத்து மணிகள் வீதம் தொடராக தெரிவு செய்து நிறத்தைப் பரிசோதனை செய்தல்.
- தெரிவு செய்த முத்து மணிகளை மீளவும் சாடியிலிடாது 3 முத்து மணிகளைத் தொடராகத் தெரிவு செய்து நிறத்தை பரிசோதனை செய்தல்.
- ஒவ்வொரு எழுமாற்றுப் பரிசோதனையின் போதும் கிடைக்கக்கூடிய பெறுபேறுகள் சகலவற்றையும் பின்வரும் முறைகளில் முன்வைப்பதற்கு மாணவர்களை ஈடுபடுத்தவும்.
  - தொடைகள் மூலம்
  - மரவரிப்படம் மூலம்
  - புள்ளி அட்டவணை மூலம்
  - வரைபின் மூலம்

- பின்வரும் பிரச்சினைகளை முன்வைத்து மாணவர்களுடன் கலந்துரையாடலில் ஈடுபடவும்.
  - எந்தவொரு எழுமாற்றுச் சோதனையிலும் மாதிரிவெளியினை முன்வைப்பதற்குப் பொருத்தமான முறை / முறைகள் எவை?
  - ஏதாவது எழுமாற்றுப் பரிசோதனையையும் சமமான நிலைமையின் கீழ் மீண்டும் மீண்டும் மேற்கொள்ள முடியுமா?
  - வழங்கப்பட்டுள்ள சந்தர்ப்பங்களில் மீளமைப்புச் செய்யக்கூடிய எழுமாற்றுச் சோதனை எது?
  - எழுமாற்றுச் சோதனையினை மீளமைப்புச் செய்யும்போது சோதனை செய்யப் படுகின்ற ஒரு தடவையை என்ன பெயர் கொண்டு அழைக்கப்படுகின்றது?

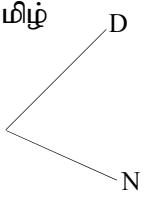
### தீர்வு (செயற்பாடு - 1)

- பழுதடைந்த நிலையிலுள்ள 3 மின்குமிழ்கள் உள்ளடங்கலாக 7 மின்குமிழ்களைக் கொண்ட பெட்டியொன்றிலிருந்து மின்குமிலொன்றை எழுமாற்றாகத் தெரிவு செய்து பரிசோதனை செய்தல்.

- தொடை மூலம் மாதிரிவெளி

$N =$  வழுவற்ற மின்குமிழ்       $D =$  வழுவடன் கூடிய மின்குமிழ்  
 $S = \{S, D\}$

- மரவரிப்படம் மூலம்



- புள்ளி அட்டவணை மூலம்

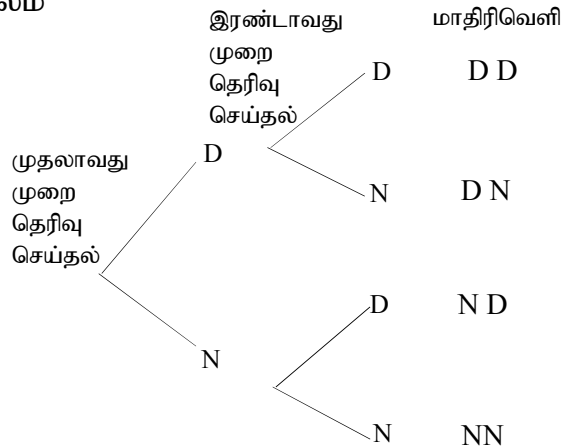


- வரைபின் மூலம்

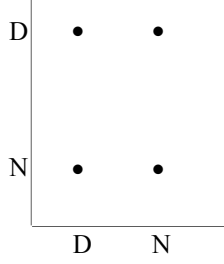
- தெரிவுசெய்த மின்குமிழை மீண்டும் சாடியிலிட்டு, இரண்டு மின்குமிழ்களைத் தொடர்ச்சியாகத் தெரிவு செய்து பரிசீலனை செய்தல்.

- எழுமாற்றுச் சோதனையின் மாதிரிவெளி தொடை மூலம்  $S = \{DD, DN, ND, NN\}$

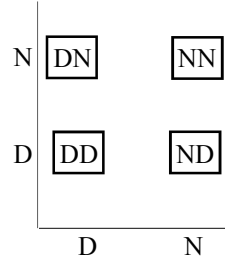
மரவரிப்படம் மூலம்



புள்ளி அட்டவணை மூலம்



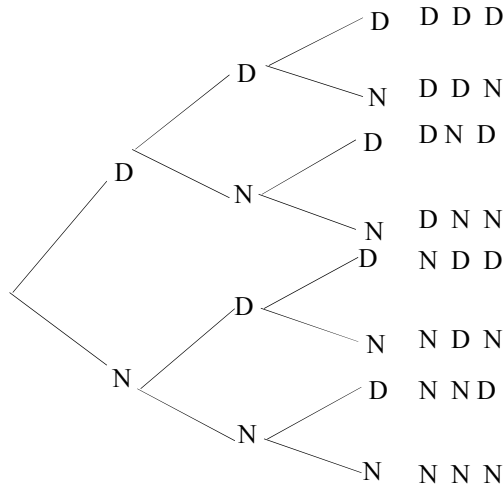
வரைபு மூலம்



- தெரிவுசெய்த மின்குமிழை மீண்டும் சாடியில் இடாது தொடர்ச்சியாக மூன்று மின்குமிழ்களைத் தெரிவு செய்யும் சோதனை செய்யும் மாதிரிவெளியின்போது, தொடை மூலம்

$$S = \{(D,D,D), (D,D,N), (D,N,D), (D,N,N), (N,D,D), (N,D,N), (N,N,D), (N,N,N)\}$$

மரவரிப்படம் மூலம்



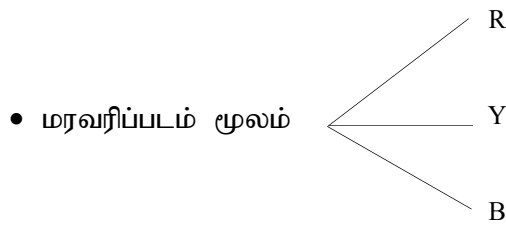
இம்மாதிரிவெளியினை புள்ளி அட்டவணையின் / வரைபடங்களின் மூலம் காட்ட முடியாது.

- மூன்று சந்தர்ப்பங்களை ஒரே தளத்தில் காட்டுவதற்கு முடியாது என்பதே அதற்குரிய காரணமாகும்.

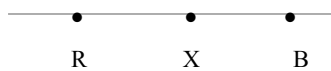
**தீர்வு - செயற்பாடு - 2**

- சிவப்பு நிற முத்து மணிகள் 3, மஞ்சள் நிற முத்து மணிகள் 2, நீல நிற முத்து மணி 1 என்பவற்றில் ஒரு முத்து மணியினைத் தெரிவு செய்து நிறத்தினை சோதனை செய்தல்.

- தொடை மூலம்  $S = \{R, Y, B\}$



- புள்ளி அட்டவணை மூலம்

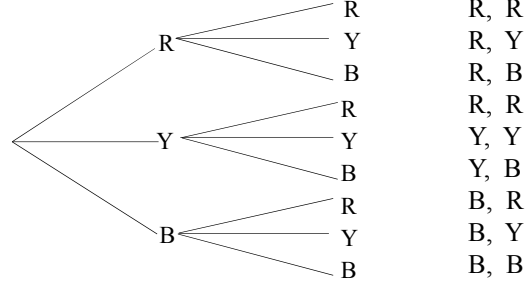


- 3 சிவப்பு முத்து மணிகள், 2 மஞ்சள் முத்து மணிகள், 1 நீல முத்து மணி என்பவற்றில் தெரிவு செய்கின்ற முத்து மணியினை எடுத்து மீண்டும் சாடியில் இட்டு தொடர்ச்சியாக 2 முத்து மணிகளைத் தெரிவு செய்து நிறத்தினைப் பரிசோதனை செய்வதன் எழுமாற்றுப் பரிசோதனையின் மாதிரி வெளி.

- தொடை மூலம்  $S = \{(R, R), (R, Y), (R, B), (Y, R), (Y, Y), (Y, B), (B, R), (B, Y), (B, B)\}$

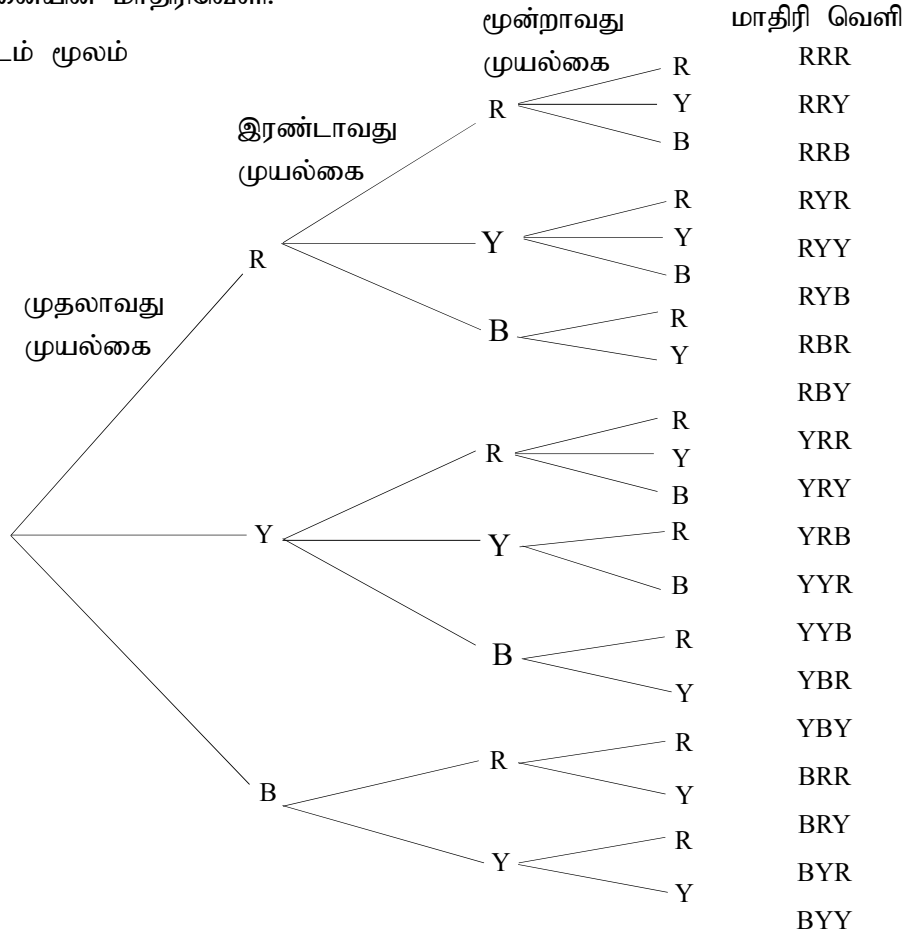
மாதிரி வெளி

- மரவரிப்படம் மூலம்



- 3 சிவப்பு முத்து மணிகள், 2 மஞ்சள் நிற முத்து மணிகள், 1 நீல நிற முத்து மணி என்பவற்றிலிருந்து தெரிவு செய்யும் முத்து மணியினை மீண்டும் சாடியில் இடாது, தொடராக 3 முத்து மணிகளைத் தெரிவு செய்து பரிசீலனை செய்கின்ற எழுமாற்றுப் பரிசோதனையின் மாதிரி வெளி.

மரவரிப்படம் மூலம்



தொடை மூலம்

- $S = \{(RRR), (RRY), (RRB), (RYR), (RYY), (RYB), (RBR), (RBY), (YRR), (YRY), (YRB), (YYY), (YYB), (YBR), (YBY), (BRR), (BRY), (BYR), (BYY)\}$

- சோதனை மேற்கொள்ளும் தடவைகள் அதிகரிக்கும்போது புள்ளி அட்டவணை அல்லது வரைபடங்கள் என்பவற்றின் மூலம் மாதிரி வெளியினைக் காட்டமுடியாது.

**பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:**

- சோதனையொன்றை மேற்கொள்ள முன்னர் கிடைக்கப்பெறும் பெறுபேற்றினை உறுதியாகக் கூறமுடியாத சோதனை எழுமாற்றுச் சோதனை எனப்படும்.

உதாரணமாக:

- தாயக்கட்டையினை உருட்டும்போது கிடைக்கின்ற பெறுமதி
- இயந்திரமொன்றினால் உற்பத்தி செய்யப்படும் பொருளொன்றிலுள்ள வழு கொண்டதாக அல்லது வழு ஏற்படாதிருத்தலைப் பரிசீலனை செய்தல்.
- சோதனையினை மேற்கொள்ள முன்னர் முதலாவதாக பெறுபேற்றினை உறுதியாகக் கூறக்கூடிய சோதனை அடிப்படை நியதிச் சோதனையாகும்.

உதாரணமாக:

- தாவர இதழில் நீர் காணப்படுகின்றதா என்பதனை சோதனை செய்ய அதனை பொலித்தீனினால் மூடிய பின்னர் பொலித்தீன் மேலுறையில் நீர்ஆவி காணப்படல்.
- மக்னீசியம் தகடொன்றினை தகனம் செய்வதனால் சாம்பல் நிறமான துகள் கிடைக்கின்றதா என்பதைப் பரீட்சித்தல்.
- எழுமாற்றுப் பரிசோதனையிலே நிகழ்தகவின் அடிப்படை தங்கியுள்ளது.
- எழுமாற்றுப் பரிசோதனைக்குரிய சகல பெறுபேறுகளும் உரித்தான தொடை மாதிரி வெளி எனப்படும்.
- மாதிரி வெளியினைப் பின்வரும் முறைகளின் மூலம் வெளிக்காட்ட முடியும்.
  - தொடைகள் மூலம்
  - புள்ளி அட்டவணை மூலம்
  - மரவரிப்படம் மூலம்
  - வரைபின் மூலம்

**தொடைகள் மூலம் மாதிரி வெளியினைக் காட்டல்.**

- எழுமாற்றுச் சோதனையினை ஒரு தடவை மாத்திரம் மேற்கொள்வதனால் கிடைக்கப் பெறும் பெறுபேறு சகலவற்றையும் பின்வரும் முறைகளில் தொடைகள் மூலம் காட்ட முடியும். மாதிரி வெளியானது “S” இனால் காட்டப்படும்.

உதாரணம்:

- தாயக்கட்டையினை ஒரு முறை மேலே எறியும்போது கிடைக்கக்கூடிய சகல பெறுபேறுகளையும் உள்ளடக்கிய மாதிரி வெளி.  
 $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

- நாணயமொன்றை ஒரு முறை மேலே எறியும்போது கிடைக்கக்கூடிய பெறுபேறுகள் சகலவற்றையும் உள்ளடக்கிய மாதிரி வெளி.  
 $S = \{H, T\}$

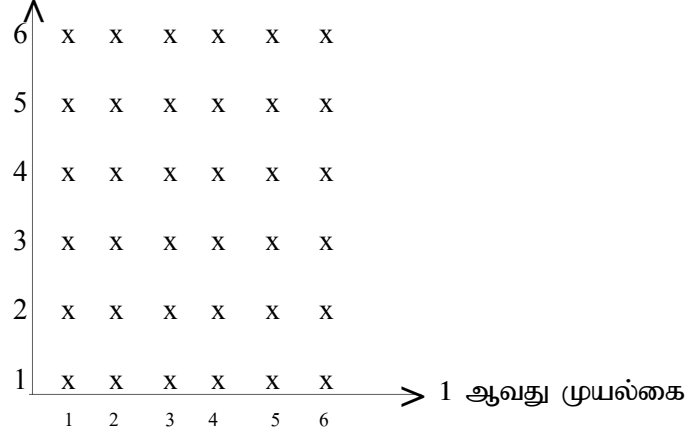
**புள்ளி அட்டவணை மூலம் மாதிரி வெளியினைக் காட்டல்.**

- எழுமாற்றுச் சோதனையொன்று இரு தடவைகள் மாத்திரம் மேற்கொள்ளும்போது கிடைக்கக்கூடிய பெறுபேறுகள் சகலவற்றையும் பின்வரும் முறைகளில் புள்ளி அட்டவணை மூலம் காட்டலாம்.

உதாரணம்: 1

- தாயக்கட்டையினை இரு தடவைகள் மேலே எறியும்போது கிடைக்கக்கூடிய பெறுபேறு சகலதும்.

2வது முயல்கை

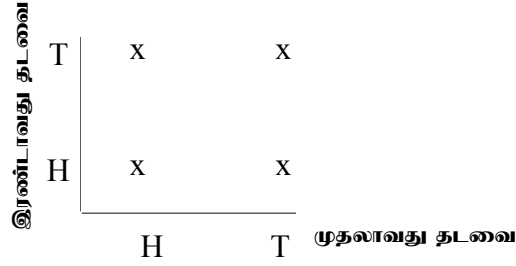


இப்பெறுபேறுகள் சகலவற்றையும் தொடைகள் மூலமும் காட்டலாம்.

$$S = \{(1,1) (1,2) (1,3) (1,4) (1,5) (1,6) (2,1) (2,2) (2,3) (2,4) (2,5) (2,6) (3,1) (3,2) (3,3) (3,4) (3,5) (3,6) (4,1) (4,2) (4,3) (4,4) (4,5) (4,6) (5,1) (5,2) (5,3) (5,4) (5,5) (5,6) (6,1) (6,2) (6,3) (6,4) (6,5) (6,6)\}$$

உதாரணம்: 2

- நாணயமொன்றை இரு முறைகள் மேல் நோக்கி எறியும்போது கிடைக்கக்கூடிய பெறுபேறுகளையும் பின்வருமாறு காட்டலாம்.



இச் சகல பெறுபேறுகளையும் தொடைகள் மூலமும் காட்டலாம்.

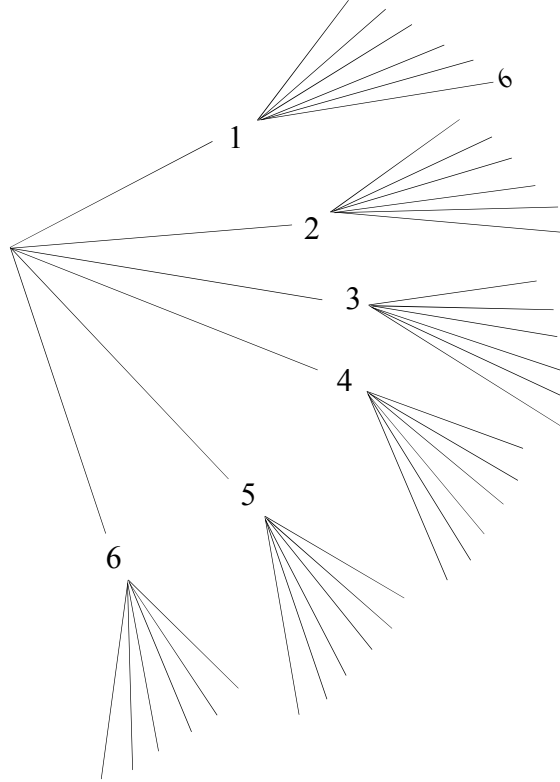
$$S = \{HH, HT, TH, TT\}$$

**மரவரிப்படம் மூலம் மாதிரி வெளியினைக் காட்டல்.**

எழுமாற்றுப் பரிசோதனையொன்று 2 தடவைகள் அல்லது பல தடவைகள் மேற்கொள்ளும் போது கிடைக்கக்கூடிய பெறுபேறுகள் சகலவற்றையும் பின்வரும் முறைகளில் மரவரிப் படத்தின் மூலம் காட்டலாம்.

உதாரணம்:

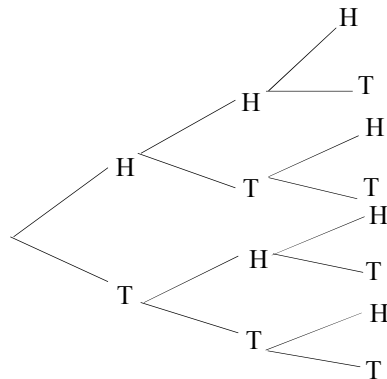
- (1) தாயக்கட்டையொன்றை 2 தடவைகள் மேலே எறியும்போது கிடைக்கக்கூடிய பெறுபேறுகள் அனைத்தையும் பின்வருமாறு காட்டலாம்.



இப்பெறுபேறுகள் அனைத்தையும் தொடைகள் மூலமும் காட்டலாம்.

$$S = \{(1,1) (1,2) (1,3) (1,4) (1,5) (1,6) (2,1) (2,2) (2,3) (2,4) (2,5) (2,6) (3,1) (3,2) (3,3) (3,4) (3,5) (3,6) (4,1) (4,2) (4,3) (4,4) (4,5) (4,6) (5,1) (5,2) (5,3) (5,4) (5,5) (5,6) (6,1) (6,2) (6,3) (6,4) (6,5) (6,6)\}$$

நாணயமொன்றை மூன்று முறை மேலே எறியும்போது கிடைக்கக்கூடிய பெறுபேறுகள் சகலத்தையும் பின்வருமாறு காட்டலாம்.



இப்பெறுபேறுகள் சகலவற்றையும் தொடைகள் மூலமும் காட்டலாம்.

$$S = \{HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT\}$$

**புள்ளி அட்டவணை மூலம் மாதிரி வெளியினைக் காட்டல்.**

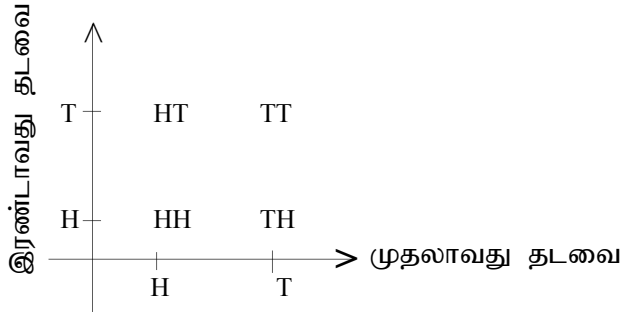
- எழுமாற்றுப் பரிசோதனையொன்று 1 தடவை அல்லது 2 தடவைகள் மாத்திரம் மேற்கொள்ளப்படும்தோது கிடைக்கக்கூடிய பெறுபேறுகள் சகலவற்றையும் புள்ளி அட்டவணை மூலம் காட்டுதல்.

உதாரணம்:

- நாணயமொன்றை ஒரு முறை மேலே எறியும்போது கிடைக்கக்கூடிய பெறுபேறுகள் சகலவற்றையும் புள்ளி அட்டவணை மூலம் பின்வருமாறு காட்டலாம்.



- நாணயமொன்றை இரு முறை மேலே எறியும்போது கிடைக்கக்கூடிய பெறுபேறுகள் சகலவற்றையும் புள்ளி அட்டவணை மூலம் பின்வருமாறு காட்ட முடியும்.



- எழுமாற்றுப் பரிசோதனை மேற்கொள்ளப்படுகின்ற தடவைகளின் எண்ணிக்கையைப் பரிசோதனை எனப்படும்.
- எழுமாற்றுச் சோதனை ஒரு தடவை மாத்திரம் மேற்கொள்ளப்படுமாயின் முயலகையின் எண்ணிக்கை 1 ஆகும்.
- எழுமாற்றுச் சோதனை இரு தடவைகள் மேற்கொள்ளப்படுமாயின் முயலகைகளின் எண்ணிக்கை 2 ஆகும்.
- மாதிரி வெளியினை அட்டவணையொன்றாகவோ அல்லது வரைபடமொன்றாகவோ முன்வைப்பதன் மூலம் எழுமாற்றுச் சோதனை தொடர்பாக தெளிவான விளக்க மொன்றைப் பெற்று எழுமாற்றுப் பிரச்சினைகளை இலகுவாகத் தீர்க்கலாம்.
- எழுமாற்றுச் சோதனை, நியதிப் பரிசோதனை என்பவற்றுக்கிடையிலான வேறுபாடுகளைப் பின்வருமாறு காட்டலாம்.

எழுமாற்றுப் பரிசோதனை	அடிப்படை நியதிப் பரிசோதனை
<ul style="list-style-type: none"> <li>கிடைக்கக்கூடிய பெறுபேற்றினை பரிசோதனை மேற்கொள்ள முன்னர் உறுதியாகக் கூறமுடியாது.</li> <li>கிடைக்கக்கூடிய பெறுபேறுகள் அனைத்தும் மாதிரிவெளி எனக் கூறப்படும்.</li> <li>நிகழ்தகவு அடிப்படையாகக் கொள்ளப்படும்.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>பரிசோதனை மேற்கொள்ள முன்னர் கிடைக்கும் பெறுபேற்றினை உறுதியாகக் கூறலாம்.</li> <li>ஒரு பெறுபேறு மாத்திரம் கிடைக்கப் பெறும். அதனைப் பெற்றுக் கொள்ள சோதனை மேற்கொள்ளப்படும்.</li> <li>நிகழ்தகவு அடிப்படையாகக் கொள்ளப் படுவதில்லை.</li> </ul>



**தேர்ச்சி 5.0:** வணிக இடர்களுக்கு முகம் கொடுப்பதற்கான ஆயத்தத்தை வெளிப்படுத்துவார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 5.3:** நிகழ்வுகளை ஒன்றிணைப்பதற்குத் தொடைக் கோட்பாட்டைப் பயன்படுத்துவார்.

**பாடவேளைகள்:** 04

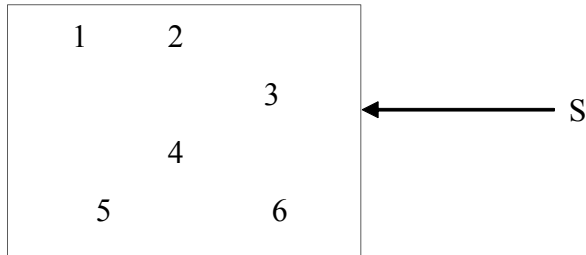
**கற்றற் பேறுகள்:**

- நிகழ்வினை விளக்குவார்.
- மாதிரி வெளியில் ஒவ்வொரு நிகழ்விற்குமுரிய பிரதேசங்களை வேறுபடுத்திக் காட்டுவார்.
- எளிய நிகழ்வுகளுக்கு விளக்கம் கூறுவார்.
- கூட்டு நிகழ்வுகளுக்கு விளக்கம் கூறுவார்.
- கூட்டு நிகழ்வானது எளிய நிகழ்வுகள் பலவற்றை உள்ளடக்கியது என்பதனைச் சுட்டிக் காட்டுவார்.
- ஒன்றிப்பு, இடைவெட்டு என்பவற்றினூடாகக் கூட்டு நிகழ்வினைக் கட்டி எழுப்புவார்.
- நிகழ்வொன்றின் நிரப்பியை வென்வரிப் படத்தின் மூலமும் நியமக் குறியீடுகளினூடாகவும் வெளிப்படுத்திக் காட்டுவார்.
- இரு நிகழ்வுகளின் வித்தியாசத்தை வென்வரிப்படம், நியமக் குறியீடு என்பவற்றின் மூலம் வெளிப்படுத்திக் காட்டுவார்.
- மாதிரி வெளியை விளக்குவார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- மாணவரொருவரை வகுப்பின் முன் அழைத்து கோடலற்ற தாயக் கட்டையொன்றை ஒரு தடவையில் எரியும் பொழுது கிடைக்கும் பெறுபேற்றிற்கு ஏற்ப மாதிரி வெளியை தொடை இலக்கங்களை இரு முறைகளில் கரும்பலகையில் எழுதச் செய்யவும். மாதிரி வெளி “S” எனின்,

$$S = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$$



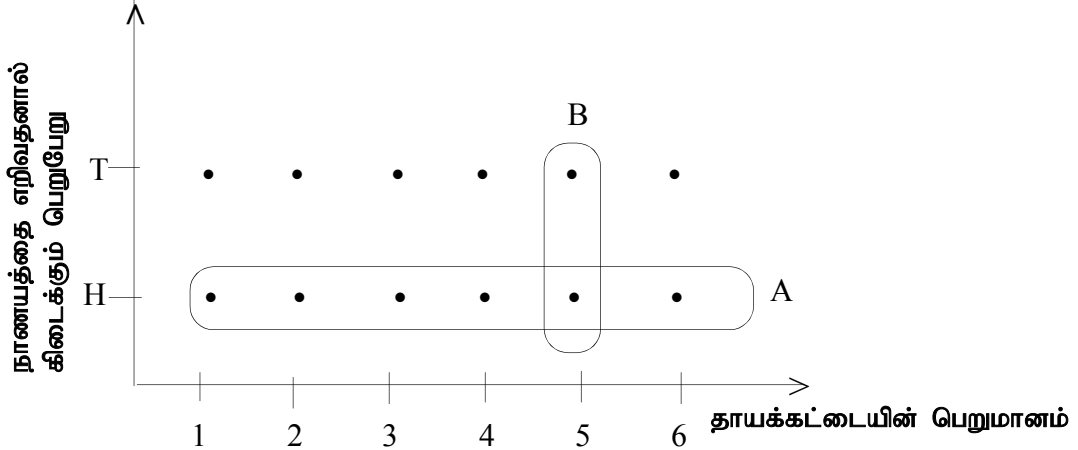
- இப்பரிசோதனையின்போது கிடைக்கக்கூடிய பின்வரும் சந்தர்ப்பங்களை மாணவர் களைக் கொண்டு அடையாளப்படுத்தப்பட்டு பின்வருமாறு பெயரிடச் செய்யவும்.
  - இலக்கம் 2 கிடைத்தல் A எனவும்,
  - இலக்கம் 4 கிடைத்தல் B எனவும்,
  - இலக்கம் 6 கிடைத்தல் C எனவும்,
  - இரட்டை எண்கள் கிடைத்தல் D எனவும் பெயரிடவும்.

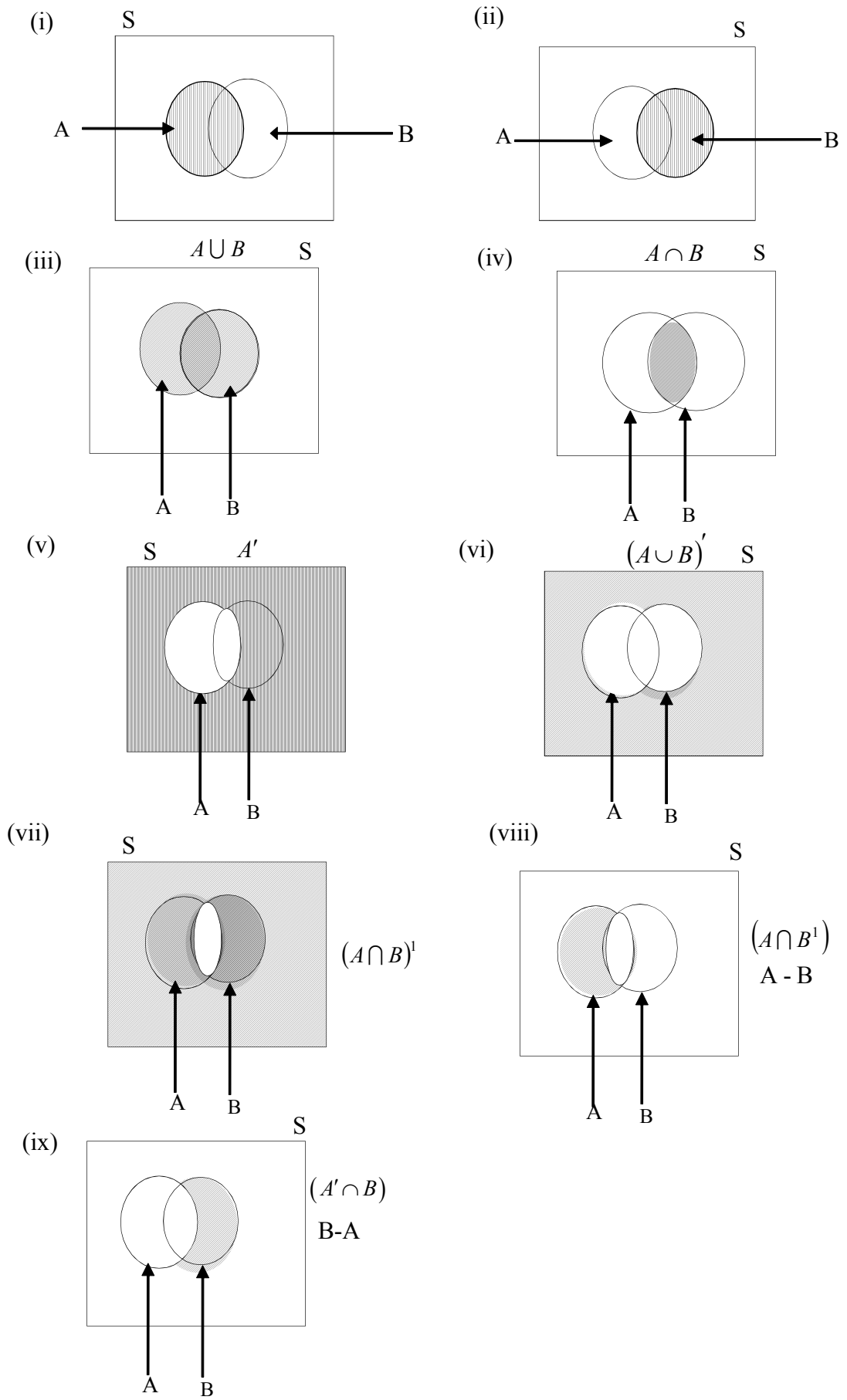
- இங்கு 2 கிடைப்பதற்கான நிகழ்வை A எனவும், 4 கிடைப்பதற்கான நிகழ்வை B எனவும், 6 கிடைப்பதற்கான நிகழ்வை C எனவும் குறிப்பிட்டு இவைகள் எளிய நிகழ்வுகளாகும் என்பதனைக் குறிப்பிட்டுக் காட்டவும்.
- இந்நிகழ்விற்காக ஒரு மாதிரிப் புள்ளி மட்டும் காணப்படுகின்றது என்பதனை தெளிவு படுத்தவும்.
- இரட்டை எண்கள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்வானது D என்பது கூட்டு நிகழ்வொன்றாகும் எனவும், இது எளிய பல நிகழ்வுகளின் கூட்டுத்தொகையாகும் என்பதனைச் சுட்டிக் காட்டவும். கூட்டு நிகழ்வொன்றில் மாதிரிப் புள்ளி ஒன்றை விடக் கூடிய அளவில் காணப்படுகின்றது என்பதனை மாணவர்களுடன் கலந்துரையாடவும்.
- மாணவர்களை பின்வரும் செயற்பாடுகளில் ஈடுபடுத்தச் செய்யவும்.

### செயற்பாடு - 1

- 1 இலிருந்து 6 வரையில் இலக்கமிடப்பட்ட கோடாத தாயக்கட்டையொன்றையும் நாணயமொன்றையும் ஒரே முறையில் மேல் எறியும் பரிசோதனைக்கமைய ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பங்களையும் நியமக் குறியீட்டின் மூலம் வெளிப்படுத்தப்பட்டு மரவரிப்பட மொன்றை வரையவும்.
  - (i) நாணயத்தின் தலை விழுவதற்கான நிகழ்வு A.
  - (ii) தாயக்கட்டையின் 5 விழுவதற்கான நிகழ்வு B.
  - (iii) நாணயத்தின் தலை அல்லது தாயக்கட்டையின் 5 விழுதல்.
  - (iv) நாணயத்தின் தலையும் தாயக்கட்டையின் 5ம் இலக்கம் கிடைப்பதற்கான நிகழ்வு.
  - (v) இப்பரிசோதனைகளுக்கமைய நாணயத்தின் தலை விழாதிருப்பதற்கான நிகழ்வு.
  - (vi) நாணயத்தின் தலை அல்லது தாயக்கட்டையின் 5ம் இலக்கம் கிடைக்கா திருத்தல்.
  - (vii) நாணயத்தின் தலை கிடைத்தலும், தாயக்கட்டையின் 5 கிடைத்தலுமாகிய நிகழ்வுகள் இரண்டும் ஒரே முறையில் இடம்பெறாதிருத்தல்.
  - (viii) நாணயத்தின் தலை விழுதலும் தாயக்கட்டையின் 5ம் இலக்கம் கிடைத்தலு மான நிகழ்வு.
  - (ix) தாயக்கட்டையில் 5 விழுதலும் நாணயத்தின் தலை விழாதிருத்தலுமான நிகழ்வு.

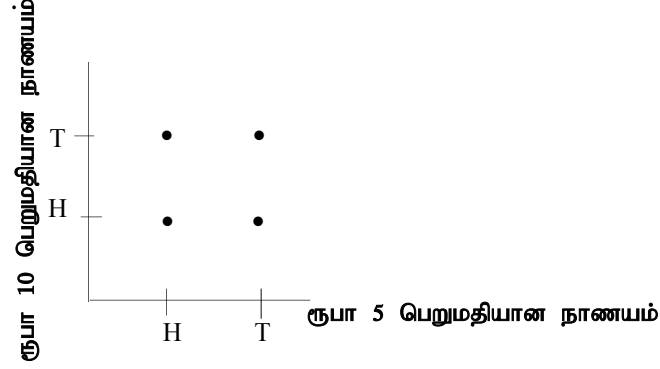
### செயற்பாடு - 1 (தீர்வு)





- மாதிரி வெளியொன்றில் மாதிரிப் புள்ளிகளின் எண்ணிக்கைக்கமையக் காணப்படும் மொத்த நிகழ்வுகளின் எண்ணிக்கையை விளக்குவதற்காக மாணவர்களுடன் கலந்துரையாடலில் ஈடுபடவும்.

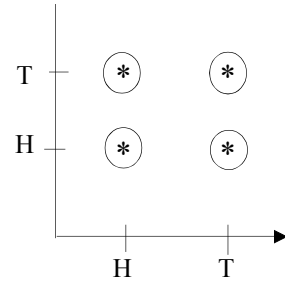
ரூபா 5 பெறுமதியான நாணயத்தையும் ரூபா 10 பெறுமதியான நாணயத்தையும் ஒரே முறையில் மேல் எறியக்கூடிய பரிசோதனைக்கமைய மாதிரி வெளியின் மீது மாணவர்களின் கவனத்தைச் செலுத்தச் செய்யவும்.



பின்வரும் நியதிகளினடிப்படையில் பெயர்த்தெடுக்கப்பட்டுக் காட்டக்கூடிய நிகழ்வுகளின் எண்ணிக்கையைத் தனித்தனியாகக் கேட்டறிந்து குறித்துக் கொள்ளவும்.

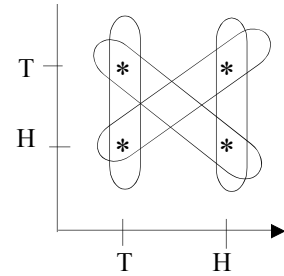
மாதிரிப் புள்ளி (1) இல் உள்ளடங்கும் நிகழ்வுகளின் எண்ணிக்கை

$$= 4$$



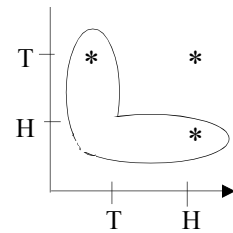
மாதிரிப் புள்ளி (2) ஐ உள்ளடக்கிய நிகழ்வுகளின் எண்ணிக்கை

$$= 6$$



மாதிரிப் புள்ளி (3) ஐ உள்ளடக்கிய நிகழ்வுகளின் எண்ணிக்கை

$$= 4$$



- மாதிரிப் புள்ளி 4 உடன் கூடிய நிகழ்வுகளின் எண்ணிக்கை

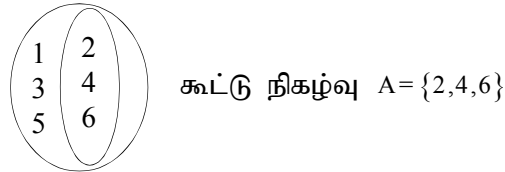
$$= 1$$

- மாதிரிப் புள்ளி ஒன்றேனும் உள்ளடக்காத நிகழ்வுகளின் எண்ணிக்கை = 1

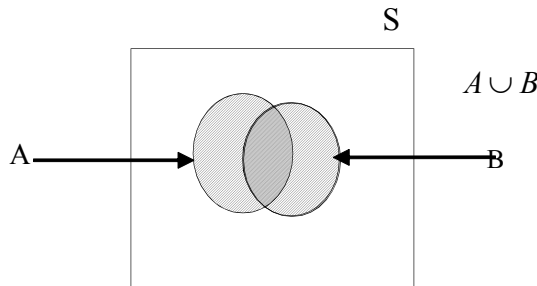
மாதிரிப் புள்ளி 4 ஐ உள்ளடக்கிய மாதிரி வெளியிலிருந்து பெயர்த்தெடுக்கக் கூடிய மொத்த நிகழ்வுகளின் எண்ணிக்கை = 16

### பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:

- மாதிரி வெளியினடிப்படையில் விளக்கப்பட்ட பெறுபேறுகளில் எந்தவொரு துணைத் தொடையொன்றையும் நிகழ்வொன்றாக விளக்க முடியும். நிகழ்வொன்று மாதிரிப் புள்ளி ஒன்றினால் அல்லது பலவற்றை உள்ளடக்கப்பட்டிருக்க முடியும்.
  - அவ் எந்தவொரு தனித்த மாதிரிப் புள்ளியொன்றையும் எளிய நிகழ்வொன்றாக அழைக்க முடியும்.
  - நிகழ்வொன்றிற்குப் பக்கச் சார்பாக அவயங்கள் ஒன்றை விட அதிகமாகக் காணப்படுமாயின் அது கூட்டு நிகழ்வாகும். இவ்வாறு மாதிரி வெளியினை விளக்கப்படுத்தும் நிகழ்வொன்றை மேலும் பிரதிநிதித்துவப்படுத்தக்கூடியதாக இருப்பின் அவ்வாறான நிகழ்வொன்று கூட்டு நிகழ்வொன்றாகக் கருதப்படும்.
- உதாரணம்: தாயக்கட்டையொன்றை மேல் எரியும்பொழுது இரட்டைப் பெறுமானங்கள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்வு.

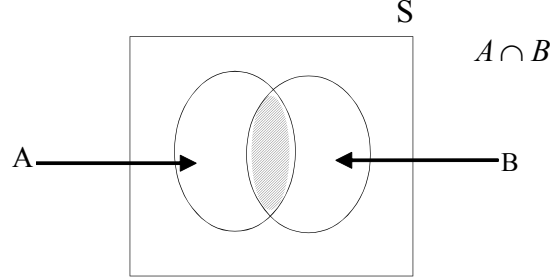


- A, B ஆகிய மாதிரி வெளி (S) இன் அடிப்படையில் பொருள் கூறப்படும் எந்தவொரு நிகழ்வு இரண்டாக இருக்கும்பொழுது அவற்றின் எந்தவொரு நிகழ்வொன்று இடம்பெறுவதற்கான மாதிரிப் புள்ளியை உள்ளடக்கும் பிரதேசம் அந்நிகழ்வுகளின் ஒன்றிற்பு என அழைக்கப்படும். இதனை  $(A \cup B)$  என்றவாறு அடையாளப்படுத்தப்படும்.

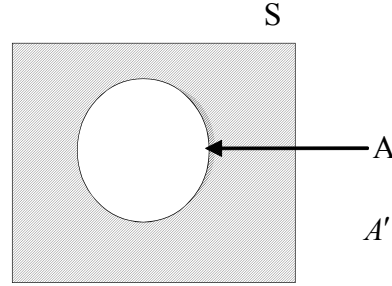


- மேலும் A, B, C, ..... என்றவாறு மாதிரி வெளியில் பொருள் கூறப்படும் எந்தவொரு நிகழ்வுத் தொகுதியொன்றாகக் கருதும்பொழுது அது எவ்வகையிலேனும் நிகழ்வொன்றிற்குரிய மாதிரி உறுப்பாக உள்ளடங்கும் பிரதேசம்  $A \cup B \cup C \dots$  என்றவாறு காணப்படும்.

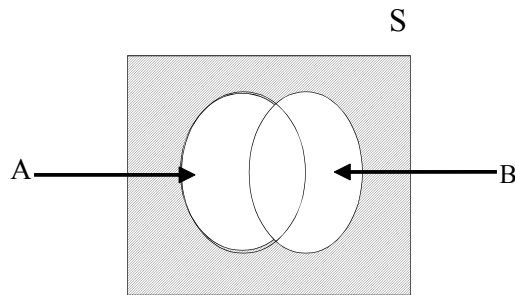
- A, B எனும் மாதிரி வெளியின் (S) மீது பொருள் கூறப்பட்ட எந்தவொரு நிகழ்வுகள் இரண்டு காணப்படும்பொழுது A, B ஆகிய நிகழ்வுகள் இரண்டும் ஒரே முறையில் நிகழ்வதற்கு ஒத்த மாதிரிப் புள்ளிகளை உள்ளடக்கிய பிரதேசம் அம்மாதிரிகள் இரண்டின் இடைவெட்டு என்றழைக்கப்படும். இதனை  $(A \cap B)$  என அடையாளப்படுத்தப்படும்.



- A என்பது மாதிரி வெளியினடிப்படையில் (S) பொருளுள்ளதாக இருக்கும் எந்தவொரு நிகழ்வொன்றாகக் காணப்படும் பொழுது A நிகழ்விற்குரியதல்லாத மாதிரிப் புள்ளியை உள்ளடக்கிய பிரதேசம் A யின் ஒன்றிற்பு நிகழ்வு  $(A^1)$  என அழைக்கப்படும்.



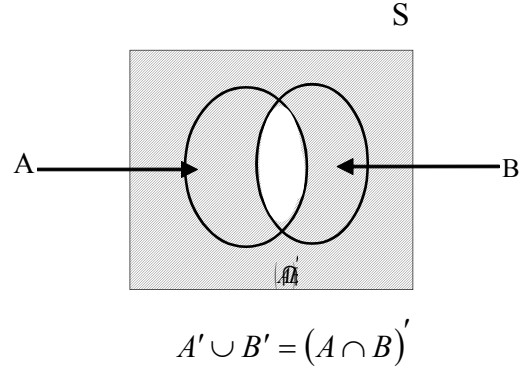
- A, B என்பது மாதிரி வெளி (S) இன் அடிப்படையில் பொருள் கூறும் எந்தவொரு நிகழ்வுகள் இரண்டாக இருக்கும் பொழுது A நிகழ்வுக்கும் B நிகழ்வுக்குமுரியதல்லாத மாதிரிப் புள்ளியை உள்ளடக்கிய பிரதேசம்  $(A \cup B)^1$  என விளக்கப்படும். இந்த  $(A \cup B)^1$  என்பதனை  $(A' \cap B')$  எனவும் காட்ட முடியும்.



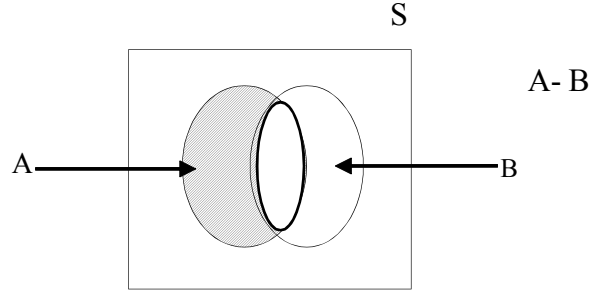
$$A' \cap B' = (A \cup B)^1$$

- A, B ஆகிய இரு நிகழ்வுகளும் ஒரே முறையில் உரித்தற்ற ஏனைய மாதிரிப் புள்ளிகளை உள்ளடக்கிய பிரதேசம்  $(A \cap B)^1$  என அடையாளப்படுத்தப்படும்.

- இந்த  $(A \cap B)'$  எனும் கருத்திற்கு  $A' \cup B'$  எனவும் காட்ட முடியும்.

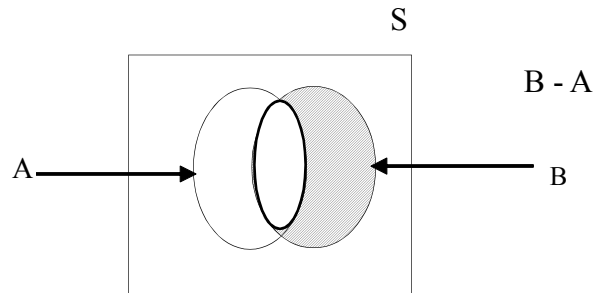


- A, B எனும் மாதிரி வெளியினடிப்படையில் பொருள் கூறப்படும் எந்தவொரு நிகழ்வுகள் இரண்டாக இருக்கும்பொழுது A நிகழ்விற்குரியதாகக் காணப்பட்டாலும் கூட B நிகழ்விற்குரியதல்லாத மாதிரி உறுப்பு உள்ளடங்கும் பிரதேசத்தை  $A - B$  என பொருள் கூற முடியும்.



இதனை  $(A \cap B)'$  எனவும் அடையாளப்படுத்த முடியுமா?

- அவ்வாறே B நிகழ்விற்குரியதாகக் காணப்பட்டாலும் கூட A நிகழ்விற்கு உரியதல்லாத மாதிரி உறுப்பில் உள்ளடக்கப்படும் பிரதேசம்  $B - A$  என பொருள் கூற முடியும்.



- இதனை  $(A' \cap B)$  எனவும் அடையாளப்படுத்த முடியும்.
- மாதிரி வெளியினடிப்படையில் வெளிப்படுத்தப்பட்டுள்ள எல்லாப் பெறுபேறுகளிலிருந்தும் விளக்கம் கூறக்கூடிய மொத்த நிகழ்வுகளின் எண்ணிக்கையை நிகழ்வு வெளி என அழைக்க முடியும்.
- அப்பொழுது n மாதிரி எண்ணிலடங்காத எண்ணிக்கையைக் கொண்ட மாதிரி வெளியொன்றின் மூலம் விளக்கம் கூறக்கூடிய நிகழ்வு வெளிக்குரிய மொத்த நிகழ்வுகளின் எண்ணிக்கையை  $2^n$  ம் வழி மூலம் வெளிப்படுத்திக் காட்ட முடியும்.
- நிகழ்வு வெளியானது மாதிரிவெளியைப் போன்று வரைபு மூலம் அல்லது படங்கள் மூலம் உருவாக்க முடியாது.

**தேர்ச்சி 5.0:** வணிக இடர்களுக்கு முகம் கொடுப்பதற்கான ஆயத்தத்தை வெளிப்படுத்துவார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 5.4:** பொருட் தொகுதியொன்றைத் தயாரித்தலையும் பொருட் தொகுதியொன்றைத் தெரிவு செய்தலையும் மேற்கொள்வார்.

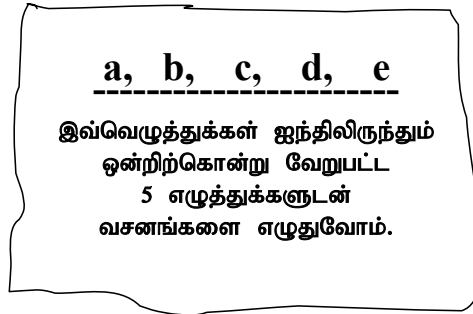
**பாடவேளைகள்:** 04

**கற்றற் பேறுகள்:**

- ஒன்றிற்கொன்று வேறுபட்ட பொருட்தொகுதியொன்றை ஒழுங்குமுறைக்கமைய வகைப் படுத்தக்கூடிய விதிமுறைகளின் எண்ணிக்கையை சுட்டிக் காட்டுவார்.
- வரிசை மாற்றத்திற்கும் சேர்மானத்திற்கும் பொருள் கூறுவார்.
- வரிசை மாற்றம், சேர்மானம் என்பவற்றைப் பெற்றுக் கொள்ளக்கூடிய சூத்திரங்களை எழுதிக் காட்டுவார்.
- வரிசை மாற்றத்திற்கும் சேர்மானத்திற்குமிடையிலான வேறுபாடுகளை விளக்குவார்.
- உரிய சூத்திரங்களைப் பயன்படுத்தி சரியாக பிரச்சினைகளைத் தீர்ப்பார்.
- எழுமாற்றுப் பரிசோதனையொன்றிற்காக மரவரிப்படத்தைப் பயன்படுத்தி மாதிரி வெளியைப் பெற்றுக் கொள்வார்.
- மரவரிப் படங்களைப் பயன்படுத்தி எழுமாற்றுப் பரிசோதனையொன்று தொடர்பாக நிகழ்தகவுப் பிரச்சினைகளைத் தீர்ப்பார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- பின்வரும் பதாகையை வகுப்பில் முன்வைக்கவும்.



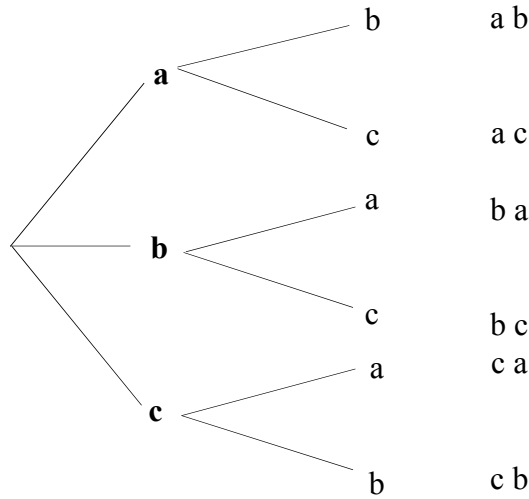
பின்வரும் வினாக்களை மாணவர்களிடம் வினவவும்.

- வசனத்தின் முதலாவது எழுத்தை எத்தனை முறைகளில் தெரிவு செய்ய முடியும்?
- முதலாவது எழுத்துத் தெரிவு செய்ததன் பின்னர் அவ்வசனத்தின் இரண்டாவது எழுத்தை எத்தனை முறைகளில் தெரிவு செய்ய முடியும்?
- முதலாவது, இரண்டாவது எழுத்துக்கள் இரண்டையும் தெரிவு செய்ததன் பின்னர் வசனத்தின் மூன்றாவது எழுத்தை எத்தனை முறைகளில் தெரிவு செய்ய முடியும்?
- முதலாவது மூன்று எழுத்துக்கள் தெரிவு செய்ததன் பின்னர் நான்காவது எழுத்தை எத்தனை முறைகளில் தெரிவு செய்ய முடியும்?
- முதலாவது எழுத்து நான்கைத் தெரிவு செய்ததன் பின்னர் வசனத்தின் இறுதி எழுத்தை எத்தனை முறைகளில் தெரிவு செய்ய முடியும்?
- ஒன்றிற்கொன்று வேறுபட்ட எழுத்துக்கள் 5 உடன் கூடியதான வசனங்கள் எத்தனை அமைக்க முடியும்?



- பின்வரும் விடயங்கள் வெளிப்படுமாறு கலந்துரையாடலை மேற்கொள்ளவும்.
  - வசனத்தின் முதலாவது எழுத்தைத் தெரிவு செய்வதற்கு மாற்று முறைகள் 5 உண்டு என
  - வசனத்தின் இரண்டாவது எழுத்தைத் தெரிவு செய்வதற்கு மாற்று முறைகள் 4 உண்டு என
  - வசனத்தின் மூன்றாவது எழுத்தைத் தெரிவு செய்வதற்கு மாற்று முறைகள் மூன்று உண்டு என
  - வசனத்தின் 4 ஆவது எழுத்தைத் தெரிவு செய்வதற்கு இரண்டு முறைகள் உண்டு என
  - வசனத்தின் இறுதி எழுத்தைத் தெரிவு செய்வதற்கு ஒரு முறை மட்டுமே உண்டு என
- வழங்கப்பட்ட 5 எழுத்துக்களை பல்வேறு மாற்ற முறைகளில் எழுத்துக்களைச் சீரமைத்து 120 வசனங்களை உருவாக்க முடியும்.
- இவ்வாறு தெரிவு செய்யக்கூடிய வசனங்களின் எண்ணிக்கையானது  $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$  எனும் முறையில் பெற்றுக் கொள்ள முடியும் எனச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$  என்பதனை  $5!$  எனக் காட்ட முடியும் (5 முறைகளில்) என்பதனைத் தெளிவுபடுத்தவும்.
- இதற்கமைய  $3! = 3 \times 2 \times 1$  எனவும்
- $6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$  எனவும் பெற்றுக் கொள்ள முடியும் என்பதனை விளக்கவும்.
- மாணவர்களை பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுத்தவும்.
  - a, b, c ஆகிய மூன்று எழுத்துக்களிலிருந்தும் வேறுபட்ட எழுத்துக்கள் இரண்டு வீதம் எடுத்து உருவாக்கக்கூடிய அனைத்து வசனங்களையும் எழுதிக் காட்டுவதற்கு மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.  
(ab. ac. ba. bc. ca. cb)

அல்லது



என விளக்கவும்.

- சான், குமார், எட்வட் ஆகிய மூன்று பிள்ளைகளில் இரு பிள்ளைகள் தெரிவு செய்யக்கூடிய வேறுபட்ட முறைகள் அனைத்தையும் எழுதிக் காட்டுவதற்கு மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.
  - (i) சானும் குமாரும்
  - (ii) சானும் எட்வட்டும்
  - (iii) குமாரும் எட்வட்டும்
- a, b, c ஆகிய எழுத்துக்கள் மூலம் தடவைக்கு வேறுபட்ட எழுத்துக்கள் 2 வீதம் எடுத்து வசனங்களை உருவாக்கும் முறையாகும் என
- மூன்று பிள்ளைகளிலிருந்து இரு பிள்ளைகள் வீதம் எடுத்தல், தெரிவு செய்தல் எனச் சுட்டிக் காட்டவும்.

### செயற்பாடு: 1

- (i) 1, 2, 3, 4, 5, 6 ஆகிய இலக்கங்களினால் வேறுபட்ட இலக்கங்கள் இரண்டு வீதம் எடுத்து உருவாக்கக்கூடிய இலக்க எண்ணிக்கை எத்தனை?
  - (ii) அவ்வாறு தயாரிக்கப்பட்ட இலக்கங்களிலிருந்து இலக்கமொன்றை எழு மாற்றாகத் தெரிவு செய்யப்படுமாயின் அது ஒற்றை எண்ணிக்கையாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவினைக் கணிக்கவும்.

### செயற்பாடு - 1 - தீர்வு:

$$(i) \quad n = 6 \quad r = 2$$

$${}^n P_r = \frac{n!}{(n-r)!} = {}^6 P_2 = \frac{6!}{(6-2)!} = \frac{6 \times 5 \times 4!}{4!} = \underline{\underline{30}}$$

30 இலக்கங்கள் உருவாக்க முடியும்.

- (ii) எழுமாற்றாகத் தெரிவு செய்யப்படும் இலக்கமொன்று ஒற்றை எண்ணிக்கை யொன்றாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவினை மரவரிப் படத்தின் மூலம் பெற்றுக் கொள்ள முடியும்.

முதலாவது இலக்கம்	இரண்டாவது இலக்கம்	பெறுபேறு	நிகழ்தகவு
$\frac{3}{6}$ O	$\frac{2}{5}$ O	O, O	$\frac{06}{30}$
	$\frac{3}{5}$ E	O, E	$\frac{09}{30}$
$\frac{3}{6}$ E	$\frac{3}{5}$ O	E, O	$\frac{09}{30}$
	$\frac{2}{5}$ E	E, E	$\frac{06}{30}$

மேற்காட்டிய மரவரிப்படத்திற்கமைய ஒற்றை எண்ணிக்கையைப் பெற்றுக் கொள்ளக் கூடிய முறை இரண்டாகும். (O, O) உம் (E, O)

$$\therefore \text{ஒற்றை எண்ணிக்கை பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு} = \frac{06}{30} + \frac{09}{30} = \frac{15}{30} = \underline{\underline{0.5}}$$

இப்பிரச்சினையை வரிசை மாற்றத்தின் மூலம் பின்வருமாறு தீர்க்க முடியும்.

- எண்ணிக்கையின் இலக்கம் இரண்டும் ஒற்றையாக இருக்கக்கூடிய முறைகளின் எண்ணிக்கை  $= 3p_1 \times 2p_1 = 6$
- இலக்கங்களின் முதலாவது இலக்கம் இரட்டையாகவும் இறுதி இலக்கம் ஒற்றையாகவும் இருக்கக்கூடிய முறைகளின் எண்ணிக்கை  $= 3p_1 \times 3p_1 = 9$
- மொத்த மாதிரிப் புள்ளிகளின் எண்ணிக்கை  $= 6p_2 = 30$
- ஒற்றை எண்ணிக்கையொன்றைப் பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு  $= \frac{6+9}{30} = \frac{15}{30} = \underline{\underline{0.50}}$

### செயற்பாடு - 2:

- (i)  $B_1, B_2, B_3, B_4$  ஆகிய ஆண்பிள்ளைகள் நான்கு பேர்களும்,  $G_1, G_2, G_3$  ஆகிய பெண்பிள்ளைகள் மூன்று பேர்களும் இருக்கும் குழுவிலிருந்து இரு பிள்ளைகள் தெரிவு செய்யக்கூடிய முறைகளின் எண்ணிக்கை எத்தனை?
- (ii) இருவரும் ஆண் பிள்ளைகளாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவினைக் கணிக்கவும்.
- (iii) இருவரும் பெண் பிள்ளைகளாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவினைக் கணிக்கவும்.
- (iv) குறைந்தது ஒரு ஆண்பிள்ளையாவது தெரிவு செய்யக்கூடிய நிகழ்தகவினைக் கணிக்கவும்.

### செயற்பாடு - 2 -தீர்வு:

- (i) பால் வேறுபாட்டைக் கருத்திற் கொள்ளாது பிள்ளைகள் ஏழு பேர்களிலிருந்து இவ் விருவராகத் தெரிவு செய்யக்கூடிய முறைகளின் எண்ணிக்கையை வரிசை மாற்றத் தினூடாகக் கணிக்க முடியும்.  
அப்பொழுது  $n = 7, \quad r = 2$

$$\therefore n_{Cr} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

$$\begin{aligned} {}^7C_2 &= \frac{7!}{2!(7-2)!} \\ &= \frac{7 \times 6 \times 5!}{2 \times 1 \times 5!} = \underline{\underline{21}} \end{aligned}$$

நிகழ்தகவை அறிந்து கொள்வதற்காக முதலாவதாக மரவரிப்படத்தைப் பயன்படுத்துவோம்.

முதலாவது தெரிவு	இரண்டாவது தெரிவு	பெறுபேறு	நிகழ்தகவு	
	$\frac{3}{6}$	B	B.B	$\frac{12}{42}$
	$\frac{3}{6}$	G	B.G	$\frac{12}{42}$
$\frac{4}{7}$	B			
	$\frac{4}{6}$	B	G.B	$\frac{12}{42}$
	$\frac{2}{6}$	G	G.G	$\frac{06}{42}$
$\frac{3}{7}$	G			

இருவரும் ஆண்பிள்ளைகளாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு =  $\frac{4}{7} \times \frac{3}{6} = \frac{12}{42} = \frac{6}{21} = \frac{2}{7}$

இருவரும் பெண்பிள்ளைகளாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு =  $\frac{3}{7} \times \frac{2}{6} = \frac{6}{42} = \frac{3}{21} = \frac{1}{7}$

குறைந்தது ஒரு ஆண் பிள்ளையாவது தெரிவு

செய்வதற்கான நிகழ்தகவு =  $\frac{12}{42} + \frac{12}{42} + \frac{12}{42} = \frac{36}{42} = \frac{6}{7}$

இதனைப் பின்வருமாறும் கணிக்க முடியும்.

குறைந்தது ஒரு ஆண்பிள்ளையாவது கிடைப்பதற்கான

நிகழ்தகவு =  $1 - p(G.G)$

=  $1 - \frac{6}{42}$

=  $\frac{42-6}{42}$

=  $\frac{36}{42}$

=  $\frac{6}{7}$

அடுத்து வரிசை மாற்றத்தைப் பயன்படுத்தி மேற்காட்டிய நிகழ்தகவினைக் கணிப்போம்.

$$\begin{aligned}
\text{(i) இருவரும் ஆண்பிள்ளைகளாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு} &= \frac{4p_1 + 3p_1}{7p_2} \\
&= \frac{4 \times 3}{42} \\
&= \frac{12}{42} = \frac{2}{7}
\end{aligned}$$

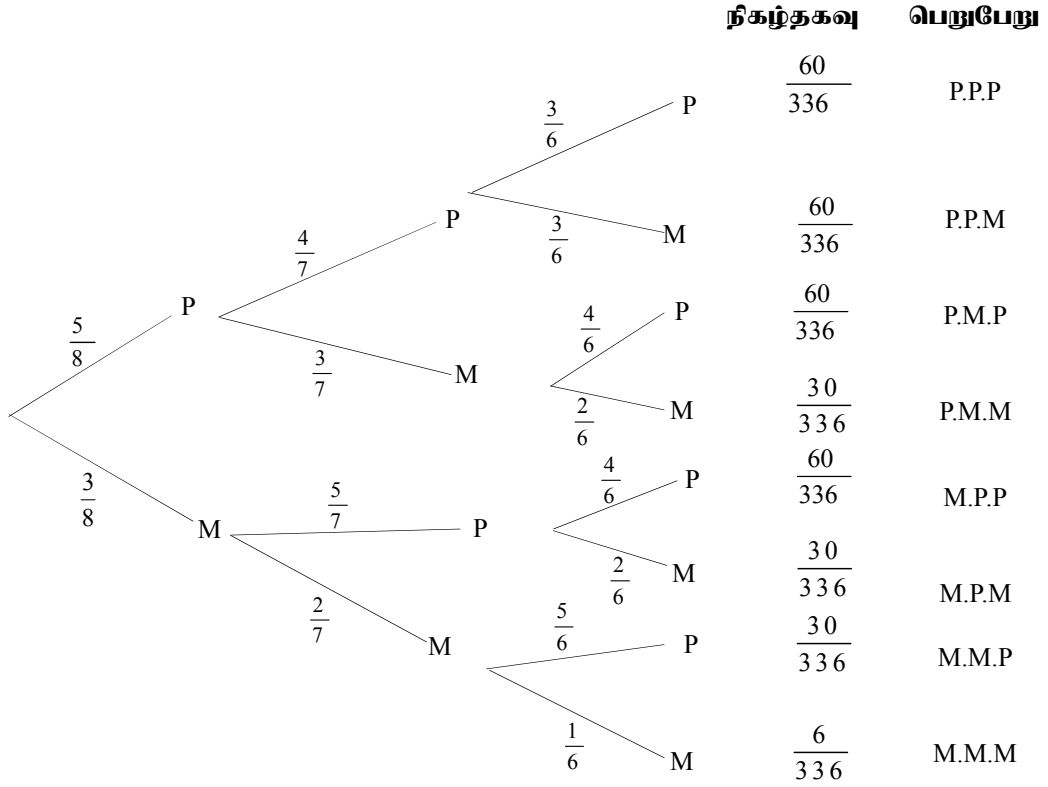
$$\begin{aligned}
\text{(ii) இருவரும் பெண்பிள்ளைகளாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு} &= \frac{3p_1 + 2p_1}{7p_2} \\
&= \frac{3 \times 2}{42} \\
&= \frac{6}{42} = \frac{1}{7}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{(iii) குறைந்தது ஒருவராவது ஆண்பிள்ளையாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு} \\
&= \frac{(4p_1 \times 3p_1) + (4p_1 \times 3p_1) + (3p_1 \times 4p_1)}{7p_2} \\
&= \frac{(4 \times 3) + (4 \times 3) + (4 \times 3)}{42} \\
&= \frac{36}{42} = \frac{6}{7}
\end{aligned}$$

### செயற்பாடு - 3

கம்பனியொன்றில் உற்பத்தி முகாமையாளர் 5 பேர்களும் விற்பனை முகாமையாளர் 3 பேர்களும் சேவையாற்றுகின்றனர். அவர்களுள் எந்தவொரு முகாமையாளர்கள் 3 பேர்கள் பணிப்பாளர்களாக நியமிக்கப்பட வேண்டியுள்ளது. இப்பணிப்பாளர் சபைக்கு,

- (1) உற்பத்தி முகாமையாளர்கள் இருவர் நியமிக்கப்படல்.
- (2) விற்பனை முகாமையாளர்கள் இருவர் நியமிக்கப்படல்.
- (3) விற்பனை முகாமையாளரொருவர் நியமிக்கப்படல்.
- (4) அவர்களுள் உற்பத்தி முகாமையாளர்கள் ஒருவரேனும் பணிப்பாளராக வருவதற்கான நிகழ்தகவினைக் கணிக்க.



(i) உற்பத்தி முகாமையாளர் இருவர் நியமிப்பதற்கான நிகழ்தகவு.

- மரவரிப்படம் மூலம்

PPM, PMP, MPP ஆகிய புள்ளிகளின் நிகழ்தகவுப் பெறுமானங்களைக் கூட்டு வதன் மூலம் பெற்றுக் கொள்ளவும்.

$$\frac{60 + 60 + 60}{336} = \frac{180}{336} = \frac{15}{28}$$

- வரிசை மாற்றத்தினூடாக

$$= \frac{Sc_2 \times 3c_1}{8c_3} = \frac{10 \times 3}{56} = \frac{30}{56} = \frac{15}{28}$$

(ii) விற்பனை முகாமையாளர் இருவர் நியமிப்பதற்கான நிகழ்தகவு.

- மரவரிப்படத்தின் மூலம்

PMM, MPM, MMP ஆகிய புள்ளிகளின் நிகழ்தகவுப் பெறுமானங்களைக் கூட்டு வதன் மூலம் பெற்றுக் கொள்ளவும்.

$$= \frac{30 + 30 + 30}{336} = \frac{90}{336} = \frac{15}{56}$$

- வரிசை மாற்றத்தினூடாக

$$= \frac{Sc_3 \times 3c_0}{8c_3} = \frac{5 \times 3}{56} = \frac{15}{56}$$

(iii) விற்பனை முகாமையாளரொருவராக நியமனம் பெறாதிருப்பதற்கான நிகழ்தகவு

- வரிப்படத்தைப் பயன்படுத்துவதன் மூலம்

$$= \frac{60}{336} = \frac{5}{28}$$

- சேர்மானத்தின் மூலம்

$$= \frac{{}^Sc_3 \times 3c_0}{{}^8c_3} = \frac{10 \times 1}{56} = \frac{10}{56} = \frac{5}{28}$$

(iv) அதில் காணப்படும் பிரிவினர்களுள் உற்பத்தி முகாமையாளர் ஒருவராவது நியமிக்கப்படுவதற்கான நிகழ்தகவு.

$$= 1 - \frac{5}{28}$$

$$= \frac{28-5}{28}$$

$$= \frac{23}{28}$$

**பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:**

- ஒன்றிற்கொன்று வேறுபட்ட பொருட்தொகுதியொன்று வழங்கப்பட்டிருக்கும்பொழுது அவற்றை முதலாவதாக  $n_1$  முறையிலும் இரண்டாவதை  $n_2$  முறையிலும் ஒழுங்கு முறைப்படுத்தும்பொழுது மொத்த ஒழுங்குமுறைப்படுத்தப்பட்டவைகளின் எண்ணிக்கை  $n_1 \times n_2$  ஆக இருக்கும்.
- $n$  வித்தியாசமான பொருட் தொகுதியொன்றை வழங்கப்பட்டுள்ளபோது அவற்றுள் முதலாவது உருப்படி  $n$  முறையில் முதலாவது உறுப்பினைத் தெரிவு செய்ததன் பின்னர் இரண்டாவது உருப்படி  $(n-1)$  முறையிலும் மூன்றாவது உருப்படி  $(n-2)$  முறையிலும் தெரிவு செய்ய முடியும்.
- அப்பொருட் தொகுதியின் இறுதி உருப்படியை ஒரு முறையில் மட்டுமே தெரிவு செய்ய முடியுமாக இருப்பதுடன் அது  $(n-n)+1$  எனும் வகையில் அடையாளப்படுத்த முடியும்.
- இதற்கமைய  $n.(n-1).(n-2).(n-3).....(n-n)+1$  என்பதனை ஒழுங்குமுறையானது எனக் கருதப்படும்.
- இங்கு  $!$  இன் பெறுமானம் 1 ஆகவும்  $0!$  இன் பெறுமானம் 1 எனவும் ஏற்றுக் கொள்ளப்படும்.
- ஒன்றிற்கொன்று வேறுபட்ட பொருட்கள்  $n$  தொகுதியொன்றிலிருந்து ஒரு தடவைக்கு வேறுபட்ட பொருட்களை  $r$  வீதம் எடுக்கக்கூடிய ஒழுங்குமுறையொன்றே  $r$  இன் வரிசை மாற்றம் என அழைக்கப்படும்.

- இதற்கமைய வேறுபட்ட பொருள்  $n$  தொகுதியொன்றில் வேறுபட்ட பொருட்களில்  $r$  அளவுகளில் எடுக்கக்கூடிய வரிசை நிலைமாற்றத்தின் எண்ணிக்கையை  $n$  என அடையாளப்படுத்தப்படுவதுடன் அவ்வரிசை மாற்ற எண்ணிக்கையை பின்வருமாறு அறிந்து கொள்ள முடியும்.

$${}^n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

- ஒன்றிற்கொன்று வேறுபட்ட பொருள்  $n$  தொகையிலிருந்து தடவைக்கு பொருள்கள்  $r$  வீதம் தெரிவு செய்து எடுத்தலை  $r$  இன் சேர்மானம் என அடையாளப்படுத்தப்படும்.
- அச்சேர்மான எண்ணிக்கையைப் பின்வருமாறு காட்ட முடியும்.

$${}^n C_r = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$



**தேர்ச்சி 5.0:** வணிக இடர்களுக்கு முகம் கொடுப்பதற்கான ஆயத்தத்தை வெளிப்படுத்துவார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 5.5:** ஈருறுப்புக் கூற்றொன்றை பரவலாக்குவார்.

**பாடவேளைகள்:** 04

**கற்றற் பேறுகள்:**

- ஈருறுப்புக் கூற்றை விளக்குவார்.
- ஈருறுப்புக் கூற்றொன்றைப் பரவலாக்குவார்.
- எந்தவொரு வலுவுடன் கூடிய ஈருறுப்புக் கூற்றொன்றை பரவலாக்குவார்.
- ஈருறுப்புப் பரவலாக்கத்திற்காக ஈருறுப்புத் தேற்றத்தினைப் பயன்படுத்துவார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- பின்வரும் கூற்றினை வகுப்பில் முன்வைக்கவும்.

$$(a+b)^2$$

- தரம் 10, 11 இல் கற்ற முறைக்கேற்ப அக்கூற்றினை பரம்பலாக்குவதற்கு ஆலோசனை வழங்கவும்
- பின்வரும் விடயங்கள் வெளிப்படும் வகையில் கலந்துரையாடலொன்றை நடாத்தவும்.
  - கணித ரீதியிலான (பதங்களுடன் கூடிய) கூற்றொன்று கணிதத்தில் ஈருறுப்புக் கூற்று எனப்படும்.
  - அவ்வாறான கூற்றொன்றை எந்தவொரு வலுவுடனும் கூடியதாக முன்வைக்க முடியும்.

$(a+b)$ ,  $(a+b)^2$ ,  $(a+b)^3$ , .....  $(a+b)^n$  என்றவாறு

- $(a+b)^2$  என்பது  $(a+b)(a+b)$  ஆகும் என தெளிவுபடுத்தவும்.
- இப்பதங்கள் இரண்டையும் பெருக்கும்போது கிடைக்கும் பெறுபேறு  $a^2 + 2ab + b^2$  ஆகும் எனச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- இங்குள்ள முறையாவது,

$$(a+b)^2 =$$

(முதல் சொல்லின் இரண்டாவது வலு + 2 × சொல்லின் பெருக்கல் இரண்டாவது சொல்லின் 2வது வலு)

- ஈருறுப்புப் பரம்பலொன்றின் வலு அதிகரிக்கும்போது அதனைப் பரவலாக்குவதனால் சிக்கல் கொண்டதாகும் என விளக்கவும். அதனால் எந்தவொரு வலுவுடனுமான ஈருறுப்புக் கூற்றொன்றின் பரம்பலை அவற்றின் போக்கினை இனங்கண்டு வெளிப்படுத்துவதற்கு இலகுவாகும் எனச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- $(a+b)^3$  இன் பரவலாக்கலைப் பெற்றுக் கொள்வதற்கு மாணவர்களை ஈடுபடுத்தவும்.
- இங்கு  $(a+b)^2$  ஐப் பரவலாக்குவதன் மூலம் கிடைக்கும் கூற்றாகிய  $(a^2 + 2ab + b^2)$  ஐ மீண்டும்  $(a+b)$  யினால் பெருக்குவதன் மூலம் விடையினைப் பெற்றுக் கொள்வது இலகுவாகும்.



- $(a+b)^2, (a+b)^3, (a+b)^4$  போன்ற கூற்றுக்களின் பரம்பலின் குணகத்தை மாத்திரம் கரும்பலகையில் குறிப்பிட்டுப் பின்வருமாறு கூட்டாக எழுதவும்.

$$\begin{array}{cccc}
 (a+b)^2 & = & 1 & 2 & 3 \\
 & & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
 & & {}^2C_0 & {}^2C_1 & {}^2C_2 \\
 (a+b)^3 & = & 1 & 3 & 3 & 1 \\
 & & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
 & & {}^3C_0 & {}^3C_1 & {}^3C_2 & {}^3C_3 \\
 (a+b)^4 & = & 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \\
 & & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
 & & {}^4C_0 & {}^4C_1 & {}^4C_2 & {}^4C_3 & {}^4C_4
 \end{array}$$

- எந்தவொரு ஈருறுப்புக் கூற்றினதும் எந்தவொரு வலுவொன்றின் பரம்பலின் குணகத்தினை, சேர்மானத்தைப் பயன்படுத்திப் பெற்றுக் கொள்ள முடியும் எனச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- அதற்கேற்ப  $(a+b)^n$  இன் பரம்பலைக் கட்டியெழுப்புவதற்கு மாணவர்களை நெறிப்படுத்தவும்.

$$(a+b)^n = {}^nC_0 a^n b^0 + {}^nC_1 a^{n-1} b^1 + {}^nC_2 a^{n-2} b^2 + {}^nC_3 a^{n-3} b^3 + \dots + {}^nC_n a^{(n-n)} b^n$$

#### பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:

- இரு கோவைப்பதங்களுடனான கூற்று ஈருறுப்பு கூற்றாகும். உதாரணம்:  $(a+b)$
- ஒரே மாதிரியான ஈருறுப்பு கூற்றுக்கள் 2, 3, 4 என்றவாறு பெருக்கம் அந்த ஈருறுப்புக் கூற்றின் வலுவாகக் குறிப்பிடப்படும்.

$$(a+b)(a+b)(a+b) = (a+b)^3 \dots$$

$$(a+b)(a+b) = (a+b)^2 \dots$$

- இவ்வாறான பதங்களைப் பெருக்கிச் சுருக்குவதன் மூலம் கிடைக்கும் கூற்றானது ஈருறுப்புக் கூற்றின் பரம்பலாகும்.
- ஈருறுப்புப் பரம்பலின் குணகத்தின் போக்கானது முக்கோண வடிவமாகும்.
- அது பஸ்கல் முக்கோணம் என அழைக்கப்படும்.

$$\begin{array}{cccccc}
 & & & & & 1 \\
 & & & & & & 1 & & 1 \\
 & & & & & 1 & & 2 & & 1 \\
 & & & & & 1 & & 3 & & 3 & & 1 \\
 & & & & 1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1 \\
 & & 1 & & 5 & & 10 & & 10 & & 5 & & 1
 \end{array}$$

- $(a + b)^n$  முறையிலான ஈருறுப்புக் கூற்றுப் பரம்பலின் பதங்களின் எண்ணிக்கை  $n+1$  ஆகும்.
- ஈருறுப்புக் கூற்றொன்றைப் பரம்பல் செய்யும் முதல் பதத்தின் சுட்டி  $n$  இலிருந்து படிப்படியாகக் குறைந்து 0 வரையிலும், 2வது பதத்தின் சுட்டி 0 இலிருந்து படிப்படியாக அதிகரித்து  $n$  வரையிலும் தொடர்ச்சியாக பரம்பல் அடையும்.
- ஈருறுப்புக் கூற்றொன்றொன்றின் பதங்களின் குணகச் சேர்மானத்தைப் பயன்படுத்தியும் பெற்றுக் கொள்ள முடியும்.
- ஈருறுப்புப் பரம்பலைப் பொதுவாக பின்வரும் முறையிலும் காட்ட முடியும் எனவும், அது ஈருறுப்புத் தேற்றம் என பெயரிடப்படும்.

$$(a + b)^n = {}^n C_0 a^n b^0 + {}^n C_1 a^{n-1} b^1 + {}^n C_2 a^{n-2} b^2 + \dots + {}^n C_n a^0 b^n$$

#### கணிப்பீட்டு மதிப்பீட்டு நியதிகள்:

- பின்வரும் கூற்றுக்களின் பரம்பலை எழுதுவதற்கு மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.
  - $(x + 3)^7$
  - $(2a + b)^4$
  - $(3x + y)^5$
  - $(p + 4)^6$

**தேர்ச்சி 5.0:** வணிக இடர்களுக்கு முகம் கொடுப்பதற்கான ஆயத்தத்தை வெளிப்படுத்துவார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 5.6:** நிகழ்தகவுப் பிரவேசத்திற்காக அகவயமான கருதுகோள் அணுகுமுறையைப் பயன்படுத்துவார்.

**பாடவேளைகள்:** 02

**கற்றற் பேறுகள்:**

- அகவயமான கருதுகோள் அணுகுமுறையினை விளக்குவார்.
- அகவயமான கருதுகோள் அணுகுமுறைக்கேற்ப நிகழ்தகவினை அளவிடக்கூடிய சந்தர்ப்பங்களைச் சுட்டிக் காட்டுவார்.
- அகவயமான கருதுகோள் அணுகுமுறைக்கேற்ப நிகழ்வொன்றின் நிகழ்தகவினைக் கணிப்பிடுவார்.
- அகவயமான கருதுகோள் அணுகுமுறையின் பலவீனங்களைச் சுட்டிக் காட்டுவார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- பின்வரும் கூற்றினை வகுப்பில் முன்வைக்கவும்.
  - ஏசியன் கிரிக்கட் போட்டியின் முதலாவது போட்டியின் நாணயச் சுழற்சியில் இலங்கை வெற்றி பெறும்.
  - கோடலற்ற நாணயமொன்றை மேல் எறியும்பொழுது தலை விழுவதற்கும் பூ விழுவதற்கும் சமமான சந்தர்ப்பம் இருக்கும்.
- பின்வரும் விடயங்களை வெளிப்படுத்தி கலந்துரையாடலை நடாத்தவும்.
  - மாதிரி வெளியின் அடிப்படையில் கருத்துக் கூறப்படுகின்ற சகல மாதிரிப் புள்ளிகளும் கிடைப்பதற்குச் சமமான சந்தர்ப்பம் காணப்படுமாயின் அவை ஒத்த நிகழ்வுகள் எனப்படுமென.
  - 1 தொடக்கம் 6 வரையில் இலக்கமிடப்பட்ட சாதாரண தாயக்கட்டையொன்றை மேலே எறிகின்ற எழுமாற்றுப் பரிசோதனைக்கான மாதிரி வெளி தொடர்பில் மாணவர்களின் கவனத்தை ஈர்க்கச் செய்யவும்.
  - தாயக்கட்டையில் இலக்கம் 1 கிடைக்கக்கூடிய சந்தர்ப்பம் ஒன்று மாத்திரம் காணப்படுகின்றதென்பதை மாணவர்களுக்குச் சுட்டிக் காட்டவும்.
  - மாதிரி வெளியிலுள்ள மொத்த பெறுபேற்றின் எண்ணிக்கை ஆறு என்பதனால் தாயக்கட்டையின் இலக்கம் 1 கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு  $\frac{1}{6}$  எனச் சுட்டிக் காட்டவும்.
  - அம்மாதிரி வெளியில் ஒற்றை இலக்கங்கள் கிடைக்கக்கூடிய சந்தர்ப்பங்களை மாணவர்களிடம் கேட்கவும். பின்னர் ஒற்றை இலக்கப் பெறுமதிகள் கிடைக்கக்கூடிய நிகழ்தகவு  $\frac{3}{6}$  என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.
  - சாதாரண தாயக்கட்டையொன்றை மேலே போடும்போது கிடைக்கக்கூடிய பெறுபேறாக மாதிரி வெளியில் குறிப்பிடப்படுகின்ற பெறுபேறுகளுக்கு மேலதிகமாக வேறு ஏதாவது இடம்பெறுமா என்பதைக் கேட்கவும்.
  - தாயக்கட்டை உருளாது விளிம்பில் அல்லது சாய்ந்து இருப்பதற்கான சந்தர்ப்பம் காணப்படுகின்றது என்பதை கலந்துரையாடல் மூலம் வெளிப்படுத்தவும்.

**பயிற்சி: 1**

பையொன்றிலுள்ள பழுதடைந்த 4 மின்குமிழ்களும், பழுதடையாத 6 மின்குமிழ்களும் காணப்படும்போது எழுமாற்றாகத் தெரிவு செய்யப்படுகின்ற மின்குமிழானது பழுதடைந்த மின்குமிழாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவினைக் கண்டுபிடிக்க.

**விடை:**

பழுதடைந்த மின்குமிழ் கிடைக்கும் நிகழ்வு D ஆயின்,

அப்போது  $n(D) = 4$

பொதியிலுள்ள மொத்த மின்குமிழ்களின் எண்ணிக்கை 10 ஆக இருப்பதனால்  $n(S) = 10$  ஆகும்.

$$\begin{aligned} \therefore P(D) &= \frac{n(D)}{n(S)} \\ &= \frac{4}{10} = \frac{2}{5} \end{aligned}$$

**பயிற்சி: 2**

உபுலின் பிறந்த தினம் வாரத்தின் கடைசி நாளொன்றில் இருக்கக்கூடிய நிகழ்தகவு எவ்வளவு?

**விடை:**

நடக்கக்கூடிய மொத்தப் பெறுபேறுகளின் எண்ணிக்கை (கிழமை நாட்களின் எண்ணிக்கை) = 7 ஆகும்.

உபுலின் பிறந்த தினம் வாரத்தின் கடைசி நாளில் இருக்கலாம் எனக் கூறக்கூடிய நாட்கள் = 2 ஆகும்.

அதன்படி அவரின் பிறந்த தினம் வாரத்தின் கடைசி நாளில் வரக்கூடியது (E) என எடுத்தால்,

$$\begin{aligned} P(E) &= \frac{n(E)}{n(S)} \\ &= \frac{2}{7} \end{aligned}$$

**பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:**

- எழுமாற்றுச் சோதனையில் கிடைக்கக்கூடிய சகல பெறுபேறுகளும் ஒத்ததாக இருக்கும் என்பதே அகவயமான கருதுகோள் அணுகுமுறையின் அடிப்படைக் கருதுகோளாக அமைகின்றது.
- இந்த ஒத்த தன்மையுடைய பெறுபேறுகள் ஒன்று அல்லது பலவற்றினூடாக விளக்கம் கூறப்படுகின்ற நிகழ்வு ஒத்த தன்மையுள்ள நிகழ்வு என அழைக்கப்படும்.
- ஒத்த தன்மையுள்ள பெறுபேறுகளைக் கொண்ட மாதிரி வெளியின் அடிப்படையில் விளக்கம் கூறப்படுகின்ற ஏதாவது நிகழ்வொன்றிற்குச் சார்பாக கிடைக்கக்கூடிய பெறுபேற்றின் எண்ணிக்கையை மாதிரிவெளியின் மொத்தப் பெறுபேறுகளின் எண்ணிக்கைக்குக் காட்டப்படுகின்ற விகிதமானது அகவயமான கருதுகோள் அணுகுமுறையில் நிகழ்தகவு என விளக்கம் கூறப்படும்.

- அதன்படி A என்பது S ஆயின் மாதிரி வெளியின் அடிப்படையில் கருத்துக் கூறப்பட்ட நிகழ்வு, நிகழும்போது அந்த A நிகழ்வு இடம்பெறக்கூடிய நிகழ்தகவு

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \quad \text{எனக் கணிக்க முடியும்.}$$

$$\begin{aligned} P(A) &= A \text{ இடம்பெறக்கூடிய நிகழ்தகவு.} \\ n(A) &= A \text{ நிகழ்விற்குச் சார்பாக கிடைக்கக்கூடிய பெறுபேறுகளின் எண்ணிக்கை} \\ n(S) &= \text{மாதிரி வெளியில் மொத்த பெறுபேற்றின் எண்ணிக்கை.} \end{aligned}$$

- நாணயமொன்றை மேலே எறிதல், தாயக்கட்டையொன்றை மேலே எறிதல் போன்ற எழுமாற்றுப் பரிசோதனையுடன் தொடர்புடைய ஒத்த பெறுபேற்றினைக் கொண்ட மாதிரிவெளியின் அடிப்படையில் விளக்கம் கூறப்படுகின்ற எந்தவொரு நிகழ்வினதும் நிகழ்தகவினைக் கண்டுபிடிப்பதற்கு அகவயமான கருதுகோள் அணுகுமுறை பயனுடையது.
- அத்துடன் உற்பத்திப் பொருட்தொகுதியொன்றில் குறிப்பிட்டளவு பழுதடைந்த பொருட்களின் விகிதம் காணப்படுகின்ற சந்தர்ப்பத்தில் அந்த உற்பத்தி இருப்பினை எழுமாற்றாகத் தெரிவு செய்கின்ற அலகொன்று பழுதடைந்ததொன்றாக இருக்கக்கூடிய நிகழ்தகவினைத் தேடல் போன்ற செயற்பாட்டு சந்தர்ப்பங்கள் தொடர்பில் இந்த அணுகுமுறையினைப் பயன்படுத்த முடியும்.
- நாணயமொன்றை மேலே எறியும்போது விளிம்பில் நின்றல் போன்ற மிக அரிதாக நடக்கக்கூடியதாயினும் நடக்கக்கூடிய நிகழ்வு தொடர்பில் இந்த அணுகுமுறையில் கவனம் செலுத்தப்படாமை இதன் பலவீனமொன்றாகக் காட்டமுடியும்.
- பெறுபேறு ஒத்ததாகயிருக்குமா, ஒத்ததாகயிருக்காதா என்பதை உறுதிப்படுத்த முடியாத போது இந்த அணுகுமுறையினைப் பயன்படுத்த முடியாது.
- நடக்கக்கூடிய சகல நிகழ்வுகளினதும் எண்ணிக்கை தெரியாத சந்தர்ப்பங்களில் நிகழ்தகவினைக் கணிப்பதற்கு இந்த அணுகுமுறையினைப் பயன்படுத்த முடியாது.

**தேர்ச்சி 5.0:** வணிக இடர்களுக்கு முகம் கொடுப்பதற்கான ஆயத்தத்தை வெளிப்படுத்துவார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 5.7:** நிகழ்தகவு அணுகுமுறையொன்றாக சார்பு மீடறன் அணுகு முறையைப் பயன்படுத்துவார்.

**பாடவேளைகள்:** 04

**கற்றற் பேறுகள்:**

- சார்பு மீடறனைச் சரியாக வெளிப்படுத்துவார்.
- பரிசோதனை மேற்கொள்ளும் ஒவ்வொரு தடவைகளுக்கும் ஒத்ததாக கருத்திற் கொள்ளப்படும் நிகழ்வு நிகழ்வதற்கான சார்பு மீடறனை வரைவுபடுத்திக் காட்டுவார்.
- வரைபடத்தினூடாக பரிசோதனை மேற்கொள்ளப்படும் தடவைகளின் எண்ணிக்கை அதிகரிக்கும்பொழுது கருத்திற் கொள்ளப்படும் நிகழ்வு நிகழ்வதற்கான சார்பு மீடறனை அடிப்படையாகக் கொண்டு நிகழ்தகவிற்குப் பொருள் கூறுவார்.
- சார்பு மீடறன் அணுகுமுறையைப் பயன்படுத்தக்கூடிய சந்தர்ப்பங்களைக் குறிப்பிட்டுக் காட்டுவார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- பின்வரும் கூற்றினை வகுப்பில் முன்வைக்கச் செய்யவும்.
  - கோடலற்ற தாயக்கட்டை ஒன்றை மேலெறிதல் எழுமாற்றுச் சோதனையின்போது ஒற்றை எண் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு.
  - வழுவடன் கூடிய பொருட் தொகுதியொன்றில் அவதானம் செலுத்தும்பொழுது உற்பத்தி வரிசையிலிருந்து பொருட்கள் 5 வீதம் கொண்ட மாதிரியொன்றைத் தெரிவுசெய்து பரிசோதனை செய்யும் பொழுது வழுவொன்றுடன் கூடிய பொரு ளொன்று கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு.
- பின்வரும் விடயங்கள் வெளிப்படுமாறு கலந்துரையாடலொன்றை மேற்கொள்ளவும்.
  - கோடலற்ற தாயக்கட்டையொன்றை மேல் எறிதல் நிகழ்தகவுப் பரிசோதனையைக் கொண்ட மாதிரி வெளியில் கிடைக்கக்கூடிய நிகழ்வுகள் சமமானதாக இருக்கும்.
  - ஆயினும் பொருள் மாதிரியொன்றை சோதனை செய்யும் எழுமாற்று சோதனை யினால் கிடைக்கின்ற பெறுபேறு சமமான நிகழ்வாக இருக்காதிருக்கும்.
  - சமமற்ற பெறுபேறுடன் கூடிய மாதிரி வெளியில் காணப்படும் எழுமாற்று பரிசோதனைகளுக்குரியதாக நிகழ்தகவிற்கு விளக்கம் கூறுவதற்காக அகவயமான கருதுகோள் அணுகுமுறையைப் பயன்படுத்த முடியாது.
  - உற்பத்திச் செயல்முறையிலிருந்து தெரிவு செய்யப்படும் பொருளொன்று வழுவொன்றுடன் கூடியதாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவினைத் தீர்மானிப்பதற்கு மீள் வைப்புடனான பொருள்கள் 5 வீதம் கொண்ட மாதிரிகள் அதிகளவில் பெற்று அவ் ஒவ்வொரு மாதிரியினதும் வழுவடன் கூடிய பொருள்களின் எண்ணிக்கையை பதிவுசெய்து கொள்ளுதல் வேண்டும்.
  - அப்பொழுது பொருளொன்று வழுவொன்றுடன் கூடியதாக இருப்பதற்கான சார்பு மீடறனைப் பெற்றுக் கொள்ள முடியும்.



- மாணவர்களை இரு குழுக்களாக வகைப்படுத்தி பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுத்தவும்.
  - (1) நாணயமொன்றை மேல் எறிதல் எழுமாற்றுப் பரிசோதனையொன்றில் தலை விழுவதற்கான நிகழ்வு.
  - (2) தாயக்கட்டையை ஒருமுறை மேல் எறிதல் எழுமாற்றுப் பரிசோதனையில் ஒற்றை எண் கிடைப்பதற்கான நிகழ்வு.
- சமமான நிலைமைகளினடிப்படையில் மீள இடம்பெறலான பரிசோதனையினை மேற்கொள்வதன் மூலம் கிடைக்கும் பெறுபேற்றிற்கமைய பின்வரும் அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்தவும்.

பரிசோதனைத் தடவைகளின் எண்ணிக்கை	குறிப்பிட்ட புள்ளிக்குச் சார்பாக பெறுபேறு கிடைக்கப்பெற்ற தடவைகளின் எண்ணிக்கை	சார்பு மீடறன்
5		
10		
15		
30		
50		
100		
150		

(சார்பு மீடறனுக்கு அண்மித்த முதலாவது 10 ஆம் இடத்தைச் சுற்றிச் செல்லவும்)

- அட்டவணையில் குறிப்பிடப்பட்ட தகவல்களை வரைபடமொன்றின் மீது குறிப்பிட்டுக் காட்டவும். வரைபடமொன்றை வரையும் பொழுது கிடை அச்சில் பரிசோதனை இடம்பெற்ற தடவைகளின் எண்ணிக்கையும், நிலைக்குத்து அச்சில் சார்பு மீடறனையும் அடையாளப்படுத்தவும். பரிசோதனை மேற்கொள்ளப்பட்ட தடவைகளின் எண்ணிக்கைக்குச் சார்பாக சார்பு மீடறனை புள்ளியின் மூலம் அடையாளமிடப்பட்டு அதனைத் தொடுக்கவும்.
- வரைபினூடாக பரிசோதனை மேற்கொள்ளப்பட்ட தடவைகளின் எண்ணிக்கைக்கு ஒத்ததாக கருத்திற் கொள்ளப்படும் நிகழ்வு நிகழ்வதற்கான சார்பு மீடறனின் போக்கினை விளக்குவதில் மாணவர்களை ஈடுபடுத்தச் செய்யவும்.
- பரிசோதனை மேற்கொள்ளப்படும் தடவைகளின் எண்ணிக்கை அதிகரிக்கும் பொழுது கருத்திற் கொள்ளப்படும் நிகழ்வின் சார்பு மீடறனானது ஏதேனும் நிலையான பெறுமானத்தில் காணப்படும் அந்நிலையான பெறுமானமானது உரிய நிகழ்வு நிகழ்வதற்கான நிகழ்த்தகவாகும் என்பதனைத் தெளிவுபடுத்தவும்.
- சார்பு மீடறன் அணுகுமுறையின் மூலம் நிகழ்தகவினை அறியக்கூடிய வேறு சந்தர்ப்பங்களுக்கான உதாரணங்கள் வழங்குவதற்கு மாணவர்களைத் தூண்டச் செய்யவும்.

**பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:**

- சமமற்ற பெறுபேறுகளுடன் கூடிய நிகழ்தகவுப் பரிசோதனையின் அடிப்படையில் (மாதிரிவெளி) விளக்கப்பட்டுள்ள நிகழ்வொன்றின் நிகழ்தகவினை சார்பு மீடறன் அணுகுமுறையைப் பயன்படுத்தி கணிக்க முடியும்.
- சமநிலைத்தன்மை கொண்ட நிலைமையின் அடிப்படையில் மீள்வைப்புடனான பரிசோதனையை மேற்கொள்ளும் பொழுது கருத்திற் கொள்ளப்படும் நிகழ்வின் சார்பு மீடறனானது யாதேனும் நிலையான பெறுமானத்திற்கு அண்மித்துக் காணப்படுமாயின் அந்நிலையான பெறுமானமானது கருத்திற் கொள்ளப்படும் நிகழ்வின் நிகழ்தகவாகும்.
- பின்வரும் சூத்திரங்களை அடிப்படையாகக் கொண்டு சார்பு மீடறன் அணுகுமுறைக் கமைய நிகழ்தகவு கணிக்கப்படும்.

நிகழ்விற்குரிய சார்பாக பெறுபேறுகள்  
கிடைக்கப் பெற்ற தடவைகளின் எண்ணிக்கை

$$\text{நிகழ்தகவு} = \frac{\text{சோதனை மேற்கொள்ளப்பட்ட தடவைகளின் மொத்த எண்ணிக்கை}}{\text{சார்பு மீடறன் அணுகுமுறைக் கமைய நிகழ்தகவுகளைக் கணிக்கக்கூடிய சந்தர்ப்பங்களுக்காகச் சார்பு மீடறன் அணுகுமுறையைப் பயன்படுத்த முடியாதது.}}$$

- பின்வரும் சந்தர்ப்பங்களுக்காகச் சார்பு மீடறன் அணுகுமுறையைப் பயன்படுத்த முடியாதது.
  - மீளவும் தொடர்ந்து இடம்பெறக்கூடிய பரிசோதனை மேற்கொள்ள முடியாத பொழுது
  - புள்ளிவிபர ரீதியாகத் தரவுகளைப் பெற்றுக் கொள்ள முடியாதபொழுது
- சார்பு மீடறன் அணுகுமுறைக்கமைய நிகழ்தகவுகளைக் கணிக்கக்கூடிய சந்தர்ப்பங்களுக்கான உதாரணங்களாவன:
  - (i) பொருள்களின் தரத்தினைப் பரிசோதனை செய்யும் பொழுது
  - (ii) ஏதேனும் பொருளொன்றிற்காக நுகர்வோர் விருப்பினை தேடியறிதல்.
  - (iii) அரசியல் கட்சியொன்றின் பிரபல்யத் தன்மையை அறிதல்.

**தேர்ச்சி 5.0:** வணிக இடர்களுக்கு முகம் கொடுப்பதற்கான ஆயத்தத்தை வெளிப்படுத்துவார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 5.8:** நிகழ்தகவின் பிரவேசமொன்றாக தனியாள் அனுபவ ரீதியான அணுகுமுறையைப் பயன்படுத்துவார்.

**பாடவேளைகள்:** 02

**கற்றற் பேறுகள்:**

- தனியாள் அனுபவ அணுகுமுறையை விளக்குவார்.
- தனியாள் அனுபவ ரீதியான அணுகுமுறையின் மூலம் நிகழ்தகவினை வெளிப்படுத்துகின்ற சந்தர்ப்பங்களைச் சுட்டிக் காட்டுவார்.
- நிகழ்தகவினை வெளிப்படுத்துகின்ற முறையொன்றாக இந்த அணுகுமுறையின் பலவீனங்களை குறிப்பிடுவார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- பின்வரும் பதாகையினை (போஸ்டர்) வகுப்பின் முன்பாகக் காட்சிப்படுத்தவும்.

அடுத்து வரும் சனாதிபதித் தேர்தலில்  
X எனும் நபர் வெற்றியடைவதற்கான  
நம்பிக்கை 80% காணப்படுகின்றது.

- பின்வரும் விடயங்களை வெளிப்படுத்தி கலந்துரையாடலை மேற்கொள்ளவும்.
  - இக்கூற்றானது நிச்சயமற்ற அளவுரீதியான கூற்றொன்றாகுமென.
  - நபரொருவரின் முன்னறிவு, அனுபவம் என்பவற்றின் அடிப்படையில் இந்த எதிர்வு கூறல் வெளியிடப்பட்டுள்ளதென.
- பின்வரும் சந்தர்ப்பங்களை மாணவர்களுக்கு முன்வைத்து தனிநபர் நம்பிக்கை அனுபவம் என்பவற்றின் அடிப்படையிலமைந்த நிகழ்தகவுப் பெறுமதியினை ஒப்படைத்தல் தொடர்பில் மாணவர்களின் விளக்கத்தை விரிவுபடுத்துவதற்குத் தேவையான நடவடிக்கைகளை எடுக்கவும்.
  - (1) மண்டபமொன்றில் கூடியிருந்த அண்ணளவான 200 பேரில் அவதானம் செலுத்தியதன் பின்னர் அனுபவமுள்ள விசேட வைத்திய நிபுணர் ஒருவகையான நோய்க் குணங்கள் காணப்படுகின்றது எனக்கருதி மண்டபத்தில் 10 பேர்களைத் தெரிவு செய்தார்.

வைத்தியரின் அறிவு, அனுபவம், நீண்டகால அனுபவம் போன்ற காரணிகளை அடிப்படையாகக் கொண்டு தெரிவு செய்த தனியாள் மாதிரியினுள் உரிய நோய் நிலைமை காணப்படுகின்றது என்ற கூடுதல் நம்பிக்கையுடன் தீர்மானிக்கப் பட்டுள்ளது என.
  - (2) ஒரு வகுப்பிலுள்ள மாணவர்கள் இம்முறை க.பொ.த. (உயர்தரம்) பரீட்சை எழுதுவதற்குள்ளனர். அவர்களுள் 5 பேர் A சித்தியினை தனது பாடத்தில் பெறுவார்கள் என அப்பாடத்தைக் கற்பித்த ஆசிரியர் கூறுகின்றார்.

உரிய ஆசிரியர் தனது மாணவர்களின் திறன் தொடர்பில் நீண்ட காலமாகப் பெற்றுள்ள அனுபவம், அவர்கள் இதுவரை பெற்றுள்ள அடைவு மட்டம் என்பவற்றைக் கவனத்திற் கொண்டு, அவர்கள் A சித்தியினைப் பெறுவார்கள் என்ற கூடிய நம்பிக்கையில் கூறியுள்ளார்.

- (3) உற்பத்தி நிறுவனமொன்றில் பயன்படுத்தப்படுகின்ற இயந்திரமொன்று 6 மாதங்களுக்கு ஒருமுறை பழுதுபார்க்கப்படுகிறது என்பதைத் தெரிந்துள்ள வணிக ரொடுவர் இதற்கு 4 மாதங்களுக்கு முன்னர் பழுதுபார்க்கப்பட்ட இயந்திரத்தை இன்னும் 2 மாதங்களில் பழுதுபார்ப்பதற்காகப் பணத்தை ஒதுக்குகின்றார்.

இங்கு நீண்டகால அனுபவத்தின் அடிப்படையில் 6 மாதங்களுக்கு ஒருமுறை அந்த இயந்திரம் பழுதுபார்க்கப்படல் அவசியம் என்பதை உரிய வணிகர் அறிந்து வைத்துள்ளதால் அதற்காக நிதிப் பிரச்சினைக்கு முகங்கொடுக்காதவாறு பூரண ஆயத்தமொன்றை ஏற்படுத்திக் கொள்வதற்கு அவர் தூண்டப்பட்டுள்ளார்.

**பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:**

- ஏதாவது நிச்சயமற்ற நிகழ்வொன்று அல்லது கூற்றொன்று தொடர்பில் பெற்றுக் கொள்ளக்கூடிய தகவல்களுக்கு மேலதிகமாக, தனியாளின் அறிவு, அனுபவம், நம்பிக்கை, தர்க்கரீதியான திறன் என்பவற்றை அடிப்படையாகக் கொண்டு நிகழ் தகவல் பெறுமதியினை ஒப்படைத்தல் தனியாளர் அனுபவரீதியான அணுகுமுறை எனப்படும்.
- தனியாளர் அனுபவ ரீதியான அணுகுமுறை வணிக உலகிற்கு முக்கியத்துவம் பெறுகின்ற சந்தர்ப்பத்தினையும் காணலாம்.  
அவற்றுள்,
  - மிக விரைவாக வணிகத் தீர்மானங்களுக்கு வரலாம்.
  - வணிகக் கருமங்களில் ஈடுபட்டுள்ள தனியாட்களின் அனுபவத்தை பெற்றுக் கொள்ள முடிவுமாயிருத்தல்.
  - தனியாளின் நம்பிக்கையின் அடிப்படையில் நிகழ்தகவினைப் பற்றிக் கூறுதல் மிகப் பொருத்தமானது என.
- எனினும் தனியாளர் சார்பானது என்பதனால், உரிய நிகழ்தகவு தனியாட்களுக்கிடையில் வேறுபடலாம் என்பதனால் புள்ளிவிபர நுட்ப முறைகளை விருத்தி செய்யும்போது இதனை முக்கிய முறையொன்றாக இந்த அணுகுமுறையிலுள்ள பலவீனமாக இருக்கின்றது.

**தேர்ச்சி 5.0:** வணிக இடர்களுக்கு முகம் கொடுப்பதற்கான ஆயத்தத்தை வெளிப்படுத்துவார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 5.9:** நிகழ்தகவுப் பிரவேசமொன்றாக வெளிப்படை உண்மை அணுகுமுறையைப் பயன்படுத்துவார்.

**பாடவேளைகள்:** 06

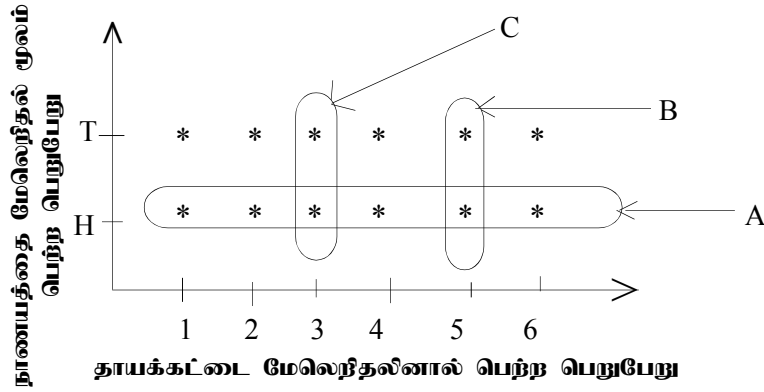
**கற்றற் பேறுகள்:**

- நிகழ்தகவுகள் தொடர்பான வெளிப்படை உண்மை அணுகுமுறைகளை வெளிப்படுத்துவார்.
- வெளிப்படை உண்மை அணுகுமுறையைப் பயன்படுத்தி பல்வேறு நிகழ்வுகளின் நிகழ்தகவிற்கான வெளிப்படுத்தல்களை எழுதிக் காட்டுவார்.
- நிகழ்தகவின் கூட்டல் விதிக்குப் பொருள் கூறுவார்.
- நெருக்கமான வகையில் புறநீங்கும் நிகழ்வுகளை விளக்குவார்.
- நெருக்கமான வகையில் புறநீங்கும் நிகழ்வுகளின் ஒன்றிற்பிக்கான கூட்டல் விதியை வெளிப்படுத்திக் காட்டுவார்.
- எந்தவொரு நிகழ்வுகள் இரண்டின் ஒன்றிற்பிக்கான கூட்டல் விதியை வெளிப்படுத்துவார்.
- கூட்டல் விதியைப் பயன்படுத்தி நிகழ்தகவுப் பிரச்சினையைத் தீர்ப்பார்.
- பல்வேறு நிகழ்வுகளின் நிகழ்தகவினைக் கணிப்பிடுவதற்கு மரவரிப் படங்களையும் தேற்றங்களையும் பயன்படுத்துவார்.
- பல்வேறு நிகழ்வுகளில் ஏற்படக்கூடிய முறைகளைக் கணிப்பிட்டு தர்க்கரீதியான தீர்மானங்களுக்கு வருவார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- பின்வரும் சந்தர்ப்பத்தின் மீது மாணவர் கவனத்தைச் செலுத்தச் செய்யவும்.  
“வெசாக் வெளிச்சக்கூடுகளை பிரகாசிப்பதற்காக அதனைத் தயாரித்த மாணவர் குழு இருளடையும் வரையில் காத்திருந்தனர்.”  
“அவரிடமிருந்து யாதேனுமொன்றைப் பெற்றுக் கொள்வது ஆமையிடமிருந்து சிறகு கேட்பது போலாகும்.”
- பின்வரும் விடயங்கள் வெளிப்படுமாறு கலந்துரையாடலை மேற்கொள்ளவும்.
  - இன்று மாலை இருளடையும் என்பது நிச்சயமாகும்.
  - வெசாக் கூடுகளில் ஒளியேற்றுவதற்கான சந்தர்ப்பம் கிடைப்பது நிச்சயமற்றதாகும்.
  - ஆமையிடமிருந்து சிறகு பெற்றுக் கொள்வது எப்போதும் எதிர்பார்க்க முடியாத தொன்றாகும்.
- இம்முறைகளுக்கமைய நிச்சயமான, நிச்சயமற்ற, எப்பொழுதும் இடம்பெறாதது எனும் வகையில் எங்களைச் சூழ இடம் பெறுபவைகளை வகைப்படுத்த முடியும்.
- நிச்சயமான நிகழ்வொன்றின் நிகழ்தகவு 1 (100%) எனும் வகையிலும், எப்பொழுதும் நடைபெறாத நிகழ்வொன்றின் நிகழ்தகவு 0 த்தினாலும் நிச்சயமற்ற நிகழ்வொன்றின் நிகழ்தகவு 0த்திற்கும் 1க்கும் இடையிலான பெறுமானத்தையும் எடுக்கும் என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- யாதேனும் நிகழ்வொன்றின் நிகழ்தகவு மறைப் பெறுமானமொன்றை எடுக்காது என்பதைத் தெளிவுபடுத்தவும்.

- இவ்வாறு யாதேனும் நிகழ்வொன்றின் நிகழ்தகவு தொடர்பாக ஏற்றுக் கொள்ளப்பட்ட உண்மைகள் தொடர்பில் பரிசோதனை செய்யப்படவேண்டும் என வலியுறுத்தவும்.
- 1 இலிருந்து 6 வரை இலக்கம் கொண்ட சாதாரண தாயக்கட்டையொன்றையும் கோடாத நாணயமொன்றையும் ஒரேமுறையில் மேல் எறியும் பரிசோதனைக்குரிய மாதிரி வெளியின் மீது மாணவர்களின் அவதானத்தைச் செலுத்தச் செய்யவும்.
  - நாணயத்தின் தலை விழுவதற்கான நிகழ்வு A எனவும்,
  - தாயக்கட்டையின் 5 விழுவதற்கான நிகழ்வு B எனவும்,
  - தாயக்கட்டையின் 3 விழுவதற்கான நிகழ்வு C எனவும் அம்மாதிரி வெளியின் மீது அடையாளப்படுத்தவும்.
- பின்வரும் நிகழ்தகவுகளை கணிப்பிடுமாறு மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.
  - (1) நாணயத்தின் தலை விழுதல்.
  - (2) தாயக்கட்டையின் 5 விழுதல்.
  - (3) தாயக்கட்டையின் 3 விழுதல்.
  - (4) தாயக்கட்டையின் 3 அல்லது 5 விழுதல்.
  - (5) தாயக்கட்டையின் 5 விழுவதும் நாணயத்தின் தலை விழுதலும்.
  - (6) தாயக்கட்டையின் 5 அல்லது நாணயத்தின் தலை விழுதல்.



$$1. P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

$$2. P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

$$3. P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

$$4. P(B \cup C) = P(B) + P(C) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$5. P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)}$$

$$= \frac{1}{12}$$

$$6. P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{6} - \frac{1}{12}$$

$$= \frac{6+2-1}{12}$$

$$= \frac{7}{12}$$

**செயற்பாடு: 01**

ஒப்பந்தக்காரரொருவர் A, B எனும் இரு நிர்மாணச் செயற்றிட்டங்களுக்காக விலை கோரல் மனு முன்வைக்கப்பட்டுள்ளது. அவருக்கு ஒப்பந்தம் கிடைப்பது தொடர்பாக 80% நம்பகத்தன்மையும் B ஒப்பந்தம் கிடைத்தல் தொடர்பானது. 60% நம்பகத்தன்மையும் காணப்படுவதுடன் அவ்விரு ஒப்பந்தங்களும் கிடைப்பது தொடர்பாக 50% நம்பகத்தன்மையும் கொண்டிருக்கும்.

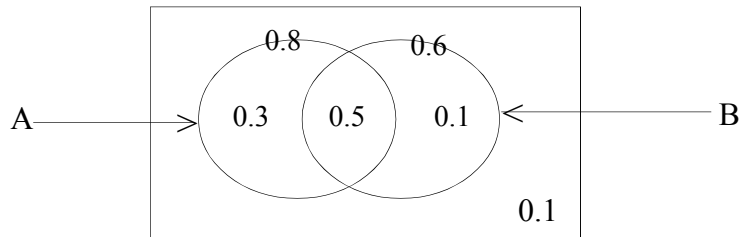
(அ) இப்பெறுபேற்றினை மரவரிப் படத்தின் மூலம் வெளிப்படுத்தவும்.

(ஆ) பின்வரும் ஒவ்வொரு நிகழ்வுகளினதும் நிகழ்தகவினைக் கணிக்கவும்.

- (i) மேற்கூறப்பட்டவற்றுள் ஒப்பந்தமொன்று கிடைத்தல்.
- (ii) அவருக்கு இவ்வொப்பந்தங்களில் ஒன்றேனும் கிடைக்காமல் இருப்பது.
- (iii) அவருக்கு இவ்விரு ஒப்பந்தங்களும் ஒரே முறையில் கிடைக்காமல் இருப்பது.
- (iv) A ஒப்பந்தம் மட்டும் கிடைத்தல்.
- (v) B ஒப்பந்தம் மட்டும் கிடைத்தல்.
- (iv) இவ்விரு ஒப்பந்தங்களில் ஒன்று மட்டும் கிடைத்தல்.

**செயற்பாடு 01 - தீர்வு:**

(அ)



$$(ஆ) (i) P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad (ii) P(A \cup B)' = 1 - P(A \cup B)$$

$$= 0.8 + 0.6 - 0.5 \quad = 1 - 0.9$$

$$= \underline{0.9} \quad = \underline{0.1}$$

$$(iii) P(A \cap B)' = 1 - P(A \cap B) \quad P(A' \cup B') = P(A') + P(B') - P(A' \cap B')$$

$$= 1 - 0.5 \quad \text{அல்லது} \quad = 0.2 + 0.4 - 0.1$$

$$= \underline{0.5} \quad = \underline{0.5}$$

$$\begin{aligned}
\text{(iv)} \quad P(A - B) &= P(A \cap B') \\
&= P(A) - P(A \cap B) \\
&= 0.8 - 0.5 \\
&= \underline{0.3}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{(v)} \quad P(B - A) &= P(A' \cap B) \\
&= P(B) - P(A \cap B) \\
&= 0.6 - 0.5 \\
&= \underline{0.1}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{(vi)} \quad P(A \cap B') \cup (A' \cap B) \\
&= 0.3 + 0.1 \\
&= \underline{0.4}
\end{aligned}$$

**பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:**

- யாதேனும் நிகழ்வொன்றின் நிகழ்தகவு தொடர்பாகப் பெறுமானமிடப்படும் பொழுது அது பொதுவாக ஏற்றுக் கொள்ளப்பட்ட உடன்பாட்டிற்கு உடன்படல் வேண்டும்.
- சுற்றுச்சூழலில் காணப்படும் விடயங்களைக் கருத்திற் கொண்டு இது தொடர்பாக கட்டியெழுப்பப்பட்ட வெளிப்படை உண்மைகள் காணப்படும்.
- $X$  என்பது  $S$  ஆயின் மாதிரி வெளியினடிப்படையில் பொருளுள்ள எந்தவொரு நிகழ் வொன்றாக இருக்கும் பொழுது அதன் நிகழ்தகவு  $P(X) \geq 0$  ஆகும்.
- இதற்கமைய யாதேனும் நிகழ்வொன்றின் நிகழ்தகவு மறைப் பெறுமானமொன்றல்லாத தாக இருத்தல் வேண்டும்.
- $x_1, x_2, \dots, x_n$  என்பது  $S$  ஆயின் மாதிரி வெளியினடிப்படையில் பொருள் கூறப்பட்ட பொதுவாக கூட்டமாக்கப்பட்ட நிகழ்வுகளாக இருக்கும்பொழுது அவற்றில் எந்தவொரு நிகழ்வொன்றும் நிகழ்வதற்கான நிகழ்தகவு  $\sum P(x) = 1$  ஆகும்.
- $A, B$  என்பது  $S$  மாதிரி வெளியினடிப்படையில் கருத்துள்ள ஒவ்வொரு நிகழ்வுக்கும் பொது உறுப்பில்லாத நிகழ்வு இரண்டாக இருப்பின் அவை தம்முள் புறநீங்கும் நிகழ்வுகள் என அழைக்கப்படும்.
- அந்நிகழ்வுகள் ஒரே முறையில் இடம்பெற முடியாததாக இருப்பதனால்  $A, B$  இடம் பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு  $P(A \cap B) = 0$  ஆகும்.
- $A, B$  என்பது  $S$  மாதிரி வெளியினடிப்படையில் பொருள் கூறப்பட்ட தம்முள் புறநீங்கும் நிகழ்வுகள் இரண்டாக இருக்கும் பொழுது  $A$  அல்லது  $B$  நிகழ்வதற்கான நிகழ்தகவு  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$  ஆகும்.
- $A, B, C$  என்பது  $S$  ஆயின் மாதிரி வெளியினடிப்படையில் பொருள் கொண்ட தம்முள் புறநீங்கும் நிகழ்வுத் தொகுதியொன்றாக இருக்கும்பொழுது, அவற்றில் ஏதேனுமொரு நிகழ்வு நிகழ்வதற்கான நிகழ்தகவு,  $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C)$  ஆகும்.
- $A, B$  என்பது  $S$  மாதிரி வெளியினடிப்படையில் பொருள் கூறப்படும் எந்தவொரு நிகழ்வுகள் இரண்டாக இருக்கும்பொழுது  $A$  அல்லது  $B$  நிகழ்வதற்கான நிகழ்தகவு  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$  ஆகும்.



**தேர்ச்சி 5.0:** வணிக இடர்களுக்கு முகம் கொடுப்பதற்கான ஆயத்தத்தை வெளிப்படுத்துவார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 5.10:** நிகழ்தகவுப் பிரச்சினைகளைத் தீர்ப்பதற்கு நிபந்தனை நிகழ்தகவுக்கான நுட்பமுறைகளைப் பயன்படுத்துவார்.

**பாடவேளைகள்:** 04

**கற்றற் பேறுகள்:**

- நிபந்தனை நிகழ்தகவை விளக்குவார்.
- சரியான சூத்திரங்களைப் பயன்படுத்தி நிபந்தனை நிகழ்தகவுடன் இணைந்த பிரச்சினைகளைத் தீர்ப்பார்.
- நிபந்தனை நிகழ்தகவுச் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி பெருக்கல் விதியினைக் குறிப்பிடுவார்.
- நிபந்தனை நிகழ்தகவு எண்ணக்கருவின் உதவியுடன் வணிகத்துறையினுள் தர்க்க ரீதியான தீர்மானங்களுக்கு வருவதற்கான தீர்மானத்தைக் காட்சிப்படுத்துவார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- பின்வரும் கூற்றுக்களை வகுப்பில் முன்வைக்கவும்.
  - (1) சிறுபோகத்தில் மழை கிடைக்குமாயின் விவசாயிகள் பாரியளவில் நெல் உற்பத்தி செய்வார்கள்.
  - (2) தொலைக்காட்சியில் விளம்பர அறிவித்தலொன்று வெளியிடப்படுமாயின் பொருளுக்கு பாரிய கேள்வியொன்று கிடைக்கும்.
  - (3) உயர்தரப் பரீட்சையில் சித்தியடைந்தால் அவனுக்குப் பெரும்பாலும் தொழிலொன்று கிடைக்கும் சந்தர்ப்பம் காணப்படுகின்றது.
  - (4) அரையிறுதிச் சுற்றில் வெற்றி பெற்றால் இறுதிப்போட்டியில் கலந்து கொள்ள முடியும்.
- பின்வரும் விடயங்கள் வெளிப்படும் வகையில் கலந்துரையாடலை நடாத்தவும்.
  - சிறுபோகத்தில் மழை கிடைப்பது நெல்லுற்பத்தியில் தாக்கத்தை ஏற்படுத்தும்.
  - விளம்பர அறிவித்தலுக்கேற்ப பொருளுக்கான கேள்வி தீர்மானிக்கப்படும்.
  - தொழில் கிடைப்பதில் உயர்தரப் பெறுபேறு தாக்கம் செலுத்தும்.
  - அரையிறுதிப் போட்டியில் வெற்றி பெறுவதன் அடிப்படையிலே இறுதிப் போட்டியில் கலந்து கொள்ள முடியும்.

இதற்கேற்ப நடைமுறை உலகில் பெரும்பாலான நிகழ்வுகள் இடம்பெறுவதில் காணப்படுகின்ற இயலுமையில் ஏனைய நிகழ்வுகள் தாக்கம் செலுத்துகின்றன என்பதைத் தெளிவுபடுத்தவும்.

இங்கு முதலாவது நிகழ்வின் தாக்கத்திற்கேற்ப இரண்டாவது நிகழ்வு நிகழ்வதன் நிகழ்தகவு புள்ளிவிபரவியலில் நிபந்தனை நிகழ்தகவு எனக் குறிப்பிடப்படுகின்றது என்பதை மாணவர்களுக்கு தெரியப்படுத்தவும்.

- பின்வரும் அட்டவணையை மாணவர்களுக்கு வழங்கவும்.

100 தனிநபர்களைப் பயன்படுத்தி மேற்கொள்ளப்பட்ட ஆய்வில் அவர்களின் கல்வி மட்டம், ஆண் பெண் பால் நிலைமை என்பன தொடர்பில் பின்வரும் தரவுகள் பெறப்பட்டுள்ளது.

	ஆண்	பெண்	மொத்தம்
க.பொ.த.(உ.த) சித்தி	24	20	44
பட்டம் அல்லது அதற்கு மேல்	26	30	56
மொத்தம்	50	50	100

மேற்குறிப்பிட்ட அட்டவணைக்கேற்ப தனியாளொருவரை எழுமாற்றாகத் தெரிவு செய்யும் போது,

(i) ஆணாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு	$\frac{50}{100}$
(ii) பெண்ணாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு	$\frac{50}{100}$
(iii) க.பொ.த. (உ.தரம்) சித்தியடைந்த ஒருவராக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு	$\frac{44}{100}$
(iv) பட்டம் அல்லது அதனை விடக்கூடிய தகைமை கொண்ட ஒருவராக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு	$\frac{56}{100}$
(v) பட்டம் அல்லது அதனை விடக்கூடிய தகைமை கொண்ட பெண் ஒருவராக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு	$\frac{26}{100}$
(vi) பெண் என்பது தெரியும்போது அவள் பட்டம் அல்லது அதனை விடக்கூடிய கல்வித் தகைமையினைக் கொண்ட ஒருவராக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு	$\frac{26}{50}$

(i) இலிருந்து (v) வரையான வினாக்களின் விடைகளுடன் ஒப்பிடும்போது (vi) வினாவின் விடைக்குமிடையிலான மையக்கருத்தானது குறுகியுள்ளது என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும். மாதிரி வெளியும் குறுகியுள்ளது என்பதை விளக்கவும்.

- அதற்கேற்ப இன்னொரு நிகழ்வுடன் ஒப்பிடும்போது நிகழ்தகவுப் பெறுமதி உயர்வடைந்துள்ளது என்பதையும் உறுதிப்படுத்துக.
- தகவல் சிறப்பாகத் தெரியும்போது நிகழ்தகவுப் பெறுமதி உயர் பெறுமதியினைப் பெறுவது நிபந்தனை நிகழ்தகவில் இடம்பெறும்.

- அட்டவணையிலுள்ள தரவுகளுக்கேற்ப பின்வரும் முறையிலும் (vi) வது வினாவிற்கு விடையினைப் பெற்றுக் கொள்ள முடியும்.

- பெண்ணாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு  $\frac{50}{100}$

- பட்டம் அல்லது அதனை விடக்கூடிய கல்வித் தகைமைகளுடன் கூடிய பெண்ணாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு  $\frac{26}{100}$

- பெண்ணாக இருப்பது தெரிந்த நிலையில் பட்டம் அல்லது அதனை விடக் கூடிய கல்வித் தகைமைகளைக் கொண்ட ஒருவராக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு ஆகும்.  $\frac{26}{100} = \frac{26}{50} = \frac{26}{50}$

- இம்முறையில் நிபந்தனை நிகழ்தகவுப் பிரச்சினைகளைத் தீர்ப்பதற்குச் சூத்திர மொன்றைப் பெற்றுக் கொள்ள முடியும்.

இரு நிகழ்தகவுகளும் ஒரே தடவையில் இடம்பெறக்கூடிய நிகழ்தகவு ஆரம்பத்தில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள நிகழ்வு இடம்பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு

சூத்திரத்திற்கேற்ப அல்லது அட்டவணையை வாசிப்பதன் மூலம் பின்வரும் வினாக்களுக்கு விடைகளைப் பெற்றுக் கொள்ள மாணவர்களுக்கு சந்தர்ப்பம் வழங்கவும்.

- (1) ஆணாக இருக்கும்போது பட்டம் அல்லது அதனை விடக்கூடிய கல்வித்தகைமையுள்ள ஒருவராக இருத்தல்.
- (2) உயர்தரம் சித்தியடைந்த ஒருவராக இருப்பது தெரிந்திருப்பதுடன், அவர் ஆணொருவராக இருத்தல்.
- (3) பட்டம் அல்லது அதனை விடக்கூடிய கல்வித் தகைமைகளுடன் கூடிய ஒருவராகத் தெரிந்திருப்பதுடன் அவர் ஒரு பெண்ணாக இருத்தல்.

நிகழ்தகவைக் கண்டுபிடிக்க.

விடை: (1)  $\frac{30}{50}$  (2)  $\frac{20}{44}$  (3)  $\frac{26}{56}$

சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி விடையினைப் பெறும் முறை:

$$(1) \frac{\frac{30}{100}}{\frac{50}{100}} = \frac{30}{50} \quad (2) \frac{\frac{20}{100}}{\frac{44}{100}} = \frac{20}{44} \quad (3) \frac{\frac{26}{100}}{\frac{56}{100}} = \frac{26}{56}$$

சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திப் பெற்றுக் கொண்ட விடையினை குறுக்குப் பெருக்கம் செய்வதன் மூலம்,

- (1) பட்டம் அல்லது அதனை விடக் கூடிய கல்வித் தகைமையுள்ள ஆணொருவராக இருக்கக்கூடிய நிகழ்தகவு ( $x$ ) ஆக இருப்பின் அதனைப் பின்வருமாறு பெற்றுக் கொள்ளலாம்.

$$\frac{30}{50} = \frac{x}{50}$$

$$\frac{50}{100} \times 30 = 50x$$

$$\frac{50}{100} \times 30 \times \frac{1}{50} = x$$

$$\therefore x = \frac{30}{100}$$

- (2) உயர்தரம் சித்தியடைந்த ஆணொருவராக இருப்பதன் நிகழ்தகவை ( $y$ ) பின்வருமாறு பெற்றுக் கொள்ளலாம்.

$$\frac{20}{44} = \frac{y}{44}$$

$$44y = \frac{44}{100} \times 20$$

$$y = \frac{44}{100} \times 20 \times \frac{1}{44}$$

$$\therefore y = \frac{20}{100}$$

- (3) பட்டம் அல்லது அதனை விடக்கூடிய கல்வித் தகைமையைக் கொண்ட பெண்ணாக இருப்பதன் நிகழ்தகவினை ( $Z$ ) பின்வருமாறு பெற்றுக் கொள்ள முடியும்.

$$\frac{26}{50} = \frac{Z}{50}$$

$$50Z = \frac{50}{100} \times 26$$

$$Z = \frac{50}{100} \times 26 \times \frac{1}{50}$$

$$\therefore Z = \frac{26}{100}$$

இம்முறையில் நிபந்தனை நிகழ்தகவின் விதியின் உதவியுடன் பெருக்கல் விதியினை பெற்றுக் கொள்ள முடியுமென்பதை உறுதிப்படுத்தவும்.

வணிகக் கருமங்களின்போது நிபந்தனை நிகழ்தகவினைப் பயன்படுத்தக்கூடிய சந்தர்ப்பங்களை இயலுமான வரை மாணவர்களிடம் கேட்டு அறிந்து கொள்ளுங்கள். உதாரணங்கள் சில பின்வருமாறு:

- (1) மூலப்பொருட்களின் இருப்பானது உரிய நேரத்தில் கிடைப்பதன் அடிப்படையில் பொருட் கட்டளைகளை வழங்கும் ஆற்றல்.
- (2) வேலைநிறுத்தமொன்று இடம் பெறுவதனால் வெளியீடுகளை உரிய நேரத்தில் பெற்றுக் கொடுக்கும் ஆற்றல்.
- (3) ஊழியர்களுக்கு வழங்கப்படுகின்ற பயிற்சியின் அடிப்படையில் அவர்களின் வினைதிறன் மாற்றமடைவதிலுள்ள ஆற்றல்.

#### **பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:**

- எழுமாற்றுப் பரிசோதனையுடன் தொடர்புடையதாக வழங்கப்படுகின்ற நிகழ்வொன்று இடம்பெறுதலின் அடிப்படையில் இன்னொரு நிகழ்வு இடம்பெறுவதில் காணப்படுகின்ற ஆற்றல் நிபந்தனை நிகழ்தகவு எனப்படும்.

உதாரணம்: மூலப்பொருள் இருப்பொன்று உரிய நேரத்தில் கிடைப்பதன் அடிப்படையில் கட்டளையினை உரிய திகதியில் பெற்றுக் கொடுப்பதில் காணப்படுகின்ற ஆற்றல்.

- நிபந்தனை நிகழ்தகவுடன் தொடர்புடைய பிரச்சினைகளை இலகுவாகத் தீர்ப்பதற்கு பின்வரும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்த முடியும்.

கருதுகோள் பரிசோதனையுடன் தொடர்புடைய இரு நிகழ்வுகள் A, B ஆயின்,

- A நிகழ்வு இடம்பெற்றுள்ளது எனத் தெரியவரும்போது B நிகழ்வு இடம்பெறுகின்ற நிபந்தனை நிகழ்தகவு  $P(B|A)$  எனக் காட்டப்படுவதுடன்,

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \text{ ஆகும்.}$$

$$P(A) \neq 0 \text{ ஆக இருத்தல் வேண்டும்.}$$

- B நிகழ்வு இடம்பெற்றுள்ளது எனத் தெரியவரும்போது A நிகழ்வு இடம்பெறுவதன் நிபந்தனை நிகழ்தகவு  $P(A|B)$  எனக் காட்டப்படுவதுடன்,

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \text{ ஆகும்.}$$

$$P(B) > 0 \text{ ஆக இருத்தல் வேண்டும்.}$$

- நிபந்தனை நிகழ்தகவுக் கூற்றினை குறுக்குப் பெருக்கம் செய்வதன் மூலம் நிகழ்தகவு பெருக்கல் விதியினையும் பெற்றுக் கொள்ள முடியும்.

$$\frac{P(B|A)}{1} \times \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$$

$$\frac{P(A|B)}{1} = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A|B)$$

இதற்கேற்ப A, B என்பவை எழுமாற்றுப் பரிசோதனைக்குரிய எந்தவொரு நிகழ்வுகள் இரண்டாயின் A யும் B யும் ஒரே முறையில் இடம்பெறக்கூடிய நிகழ்தகவு

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$$

அல்லது

$$P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A|B)$$

என்ற முறையில் பெற்றுக் கொள்ள முடியும்.

#### கணிப்பீட்டு மதிப்பீட்டு நியதிகள்:

- (1) மூலப்பொருள் இருப்பு குறிப்பிட்ட நேரத்தில் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு 80% என உற்பத்தியாளர் தனது கடந்தகால அனுபவத்தின் மூலம் வெளிப்படுத்துகின்றார். மூலப்பொருள் இருப்பு உரிய வேளையில் கிடைப்பதற்கானதும், பொருள் தொகையை உரிய வேளையில் வழங்குவதற்குமாகக் காணப்படும் ஆற்றல் 60% மாகும்.
- (2) மூலப்பொருள் இருப்பு உரிய வேளையில் கிடைக்கப் பெறும் என வழங்கப்பட்டுள்ள போது பொருள் இருப்பு உரிய வேளையில் வழங்குவதற்கான நிகழ்தகவினைக் கணிக்கவும்.

**தேர்ச்சி 5.0:** வணிக இடர்களுக்கு முகம் கொடுப்பதற்கான ஆயத்தத்தை வெளிப்படுத்துவார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 5.11:** பிரச்சினைகளைத் தீர்ப்பதற்கு சுயாதீனமானவை தொடர்பான நிகழ்தகவுத் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்துவார்.

**பாடவேளைகள்:** 04

**கற்றற் பேறுகள்:**

- சாராதவை என்றால் என்ன என்பதை விளக்குவார்.
- பல்வேறு நிகழ்வுகளினூடாக சாராத நிகழ்வுகளை வேறுபடுத்திக் காட்டுவார்.
- வணிக நடவடிக்கைகளுக்குரிய தீர்மானங்களை எடுப்பதற்குச் சாராதவை தொடர்பான நிகழ்தகவுத் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்துவார்.
- சாராத நிகழ்வுகள் இரண்டு ஒரே முறையில் நிகழ்வதற்கான நிகழ்தகவினைக் கணிப்பிடுவார்.
- சாராத நிகழ்வுகள் சில ஒரேமுறையில் நிகழ்வதற்கான நிகழ்தகவினைக் கணிப்பிடுவார்.

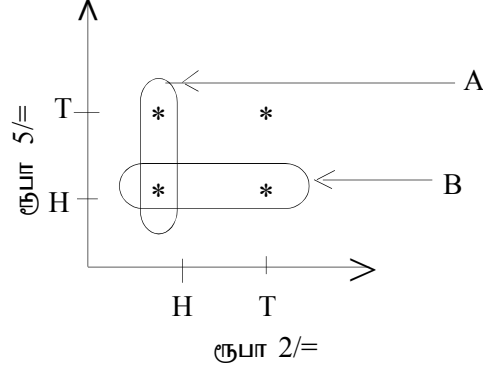
**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- நாணயத்தை இரு தடவைகளில் மேல் எறியும் பரிசோதனை தொடர்பாக மாணவர்களின் அவதானத்தைச் செலுத்தச் செய்யவும்.
- முதலாவது தடவையில் தலை விழுவதற்கான நிகழ்தகவினைக் கேட்டறியவும்.
- அந்நாணயத்தை இரண்டாவது தடவையில் மேல் எறியும் பொழுது தலை விழுவதற்கான நிகழ்தகவினைக் கேட்டறியவும்.
- முதலாவது தடவை தலைவிழுதலும், இரண்டாவது தடவையில் தலை விழுவதில் தாக்கத்தை ஏற்படுத்தாது என்பதனைச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- அவ்வாறே முதலாவது தடவையில் தலை விழுதல் அல்லது தலை விழாதிருத்தல் இரண்டாவது தடவையில் நாணயத்தை மேல் எறியும் பொழுது பெறப்படும் பெறுபேற்றின் மீது எவ்வித முறையிலும் எவ்விதத் தாக்கமொன்றும் இடம்பெறாது என்பதனைச் சுட்டிக் காட்டவும்.

இவ்வாறான சாராத நிகழ்தகவுகளுக்கான உதாரணங்கள் எனும் வகையில் குறிப்பிட்டுக் காட்டக்கூடிய பின்வரும் முறையிலான சந்தர்ப்பங்கள் தொடர்பாக மாணவர்களோடு கலந்துரையாடவும்

- (1) ஒரே பருமனும் வடிவமும் உடைய சிவப்பு நிற முத்துக்கள் நான்கும், நீல நிற முத்துக்கள் மூன்றும் இருக்கும் பாத்திரமொன்றிலிருந்து எழுமாற்றாகத் தொடர்ச்சியாக மீள்வைப்புடன் கூடியதாக முத்துக்கள் 2 வெளியே எடுத்தல்.
- (2) மிளகாய் அரைத்தலுக்காகத் தனித்தனியாக இரண்டு இயந்திரங்களைப் பயன்படுத்தும் நிறுவனமொன்றில் ஒரு இயந்திரத்தை இயக்கச் செய்தலும், அடுத்து இயந்திரத்தை இயக்க செய்தல் அல்லது இயக்காது விடல்.
- (3) மண்ணெண்ணெய்யை எரிபொருளாகப் பயன்படுத்தப்படும் இயந்திர ஆலையொன்றின் மின்சாரம் துண்டிக்கப்படலும் இயந்திரம் செயற்படுத்தலும்.

- ரூபா 2 பெறுமதியான நாணயமொன்றையும் ரூபா 5 பெறுமதியான நாணயமொன்றையும் ஒரே முறையில் மேல் எறியும் சோதனைக்குரிய மாதிரிவெளியின் மீது மாணவர்களது கவனத்தைச் செலுத்தச் செய்யவும்.



- ரூபா 2 நாணயத்தின் தலைவிழுதல் நிகழ்வினை A எனப் பெயரிடவும்.
- ரூபா 5 நாணயத்தின் தலைவிழுதல் நிகழ்வினை B எனப் பெயரிடவும்.
- இரு நாணயங்களினதும் தலை விழுவதை எதிர்பார்க்கக்கூடியதாக இருக்கின்றது என்பதனைச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- இரு நாணயங்களினதும் தலைவிழுவதற்கான நிகழ்தகவு  $\frac{1}{4}$  ஆகும் எனச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- இதற்கமைய A, B ஆகிய இரு நிகழ்வுகளும் நிகழ்வதற்கான நிகழ்தகவானது A நிகழ்வதன் நிகழ்தகவினதும் B நிகழ்வதற்கான நிகழ்தகவின் பெருக்கத்திற்குச் சமமானதாகும் எனச் சுட்டிக் காட்டவும்.

$$P(A) = \frac{1}{2} \text{ ஆகவும், } P(B) = \frac{1}{2} \text{ இருப்பதனால், } P(A \cap B) = \frac{1}{4}$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{4} \text{ ஆகும்.}$$

- யாதேனும் இரு நிகழ்வுகள் நிகழ்தல் சாராதவையாக இருப்பின் அவ்விரு நிகழ்வுகளும் நிகழாமல் இருப்பதும் சாராதவையா எனும் பிரச்சினைக்கான தீர்வினை பின்வரும் உதாரணத்தின் மூலம் கலந்துரையாடலில் ஈடுபடவும்.
- எலுமிச்சைப் பழச் சுவை கொண்ட இனிப்புக்கள் 3 உம் அன்னாசிப் பழச் சுவை கொண்ட இனிப்புக்கள் நான்கையும் உள்ளடக்கிய உறையொன்றிலிருந்து எழுமாற்றாக இனிப்பொன்றை எடுத்து மீளவும் அதனை இட்டு மற்றொர் இனிப்பொன்றை எடுப்பதற்கான பரிசோதனையிலிருந்து பின்வரும் வினாக்களைக் கேட்டறியவும்.
  - (1) முதலாவது இனிப்பு எலுமிச்சைப் பழச்சுவை கொண்டதாக இருப்பின் இரண்டாவதும் எலுமிச்சைப் பழச்சுவை கொண்டதாக இருக்க முடியுமா?
  - (2) முதலாவது இனிப்பு எலுமிச்சைப் பழச்சுவை அற்றதாக இருப்பின் இரண்டாவது இனிப்பு எலுமிச்சைப் பழச்சுவை இல்லாதிருக்க முடியுமா?



- (3) இவ்வாறான முறையில் A, B நிகழ்வுகள் சுயாதீனமானதாக இருப்பின்,  $A', B'$  ஆகிய நிகழ்வுகளும், A,  $B'$  ஆகிய நிகழ்வுகளும்,  $A', B$  ஆகிய நிகழ்வுகளும், சாராதவையா எனப் பின்வரும் முறையில் நிறுவிக் காட்டவும்.

- A, B என்பன சாராதவை எனக் கொண்டால்,

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \text{ ஆகும்.}$$

இதற்கமைய  $A', B'$  என்பன சுயாதீனமாயின்,

$$P(A' \cap B') = P(A') \cdot P(B') \text{ என நிறுவ முடியும்.}$$

$$\begin{aligned} P(A' \cap B') &= P(A \cup B)' \\ &= 1 - P(A \cup B) \\ &= 1 - \{P(A) + P(B) - P(A \cap B)\} \\ &= 1 - \{P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B)\} \\ &= 1 - P(A) - P(B) + P(A) \cdot P(B) \\ &= [1 - P(A)] - P(B) [1 - P(A)] \\ &= [1 - P(A)] [1 - P(B)] \end{aligned}$$

$$\underline{\underline{P(A' \cap B') = P(A') \cdot P(B')}}$$

அவ்வாறே A, B என்பன சாராதவையாக இருப்பின்,

$$P(A \cap B') = P(A) \cdot P(B') \text{ என நிறுவ வேண்டும்.}$$

$$\begin{aligned} P(A \cap B') &= P(A) - P(A \cap B) \\ &= P(A) - P(A) \cdot P(B) \\ &= P(A)(1 - P(B)) \end{aligned}$$

$$\underline{\underline{P(A \cap B') = P(A) \cdot P(B')}} \text{ ஆகும்.}$$

### பயிற்சி - 01

- பின்வரும் ஒவ்வொரு நிகழ்வுத் தொகுதியினூடாகச் சாராத நிகழ்வுகளை வேறு படுத்திக் காட்டுக.

- (1) ஒரே வகை கொண்ட எலுமிச்சப்பழச்சுவை உடைய 3 இனிப்புக்களும், அன்னாசிப் பழச்சுவையுடைய 4 இனிப்புக்களும் உள்ளடக்கப்பட்ட பொதியொன்றிலிருந்து எழுமாற்றாக மீள்வைப்பின்றி தொடர்ச்சியாக இனிப்புக்கள் இரண்டு வெளியே எடுத்தல்.
- (2) தந்தை வைத்தியரொருவராதலும் மகன் ஆசிரியரொருவராதலும்
- (3) சாந்தி பல்கலைக்கழகத்திற்குத் தெரிவாதலும் ஐகன் பல்கலைக்கழகத்திற்குத் தெரிவாதலும்.
- (4) இலங்கை மாணவரொருவர் ஒரே கல்வி ஆண்டில் வைத்திய ஓளடத்திற்குத் தெரிவாதலும் சட்ட பீடத்திற்குத் தெரிவாதலும்.

- (5) தரக் கட்டுப்பாட்டாளனொருவர் ஒரு தினத்தில் பரிசோதனைக்குட்படுத்தப்பட்ட முதலாவது இருப்பு நிராகரிக்கப்படலும், இரண்டாவது இருப்புத்தொகை நிராகரிக்கப்படலும்.  
 (6) ஏற்றுக் கொள்ளப்பட்ட அட்டவணையொன்றை பூரணப்படுத்தலுக்காகப் பெற்றுக் கொள்வதற்காகக் குறிப்பிட்ட மூலப்பொருள் தொகையொன்றை நிராகரிக்கப்படலும் குறித்த கட்டளை பூரணப்படுத்தப்படல்.

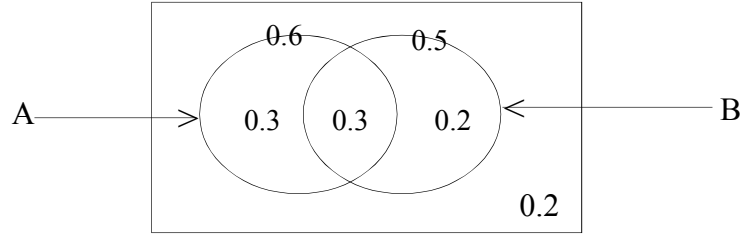
**தீர்வு:**

- (1) சார்ந்தது (2) சாராதது (3) சாராதது  
 (4) சார்ந்தது (5) சாராதது (6) சார்ந்தது

**பயிற்சி - 02**

- A, B என்பது  $P(A)=0.6$  ஆகவும்,  $P(B)=0.5$  ஆகவும்,  $P(A \cup B)=0.8$  எனும் வகையில் S எனும் மாதிரி வெளியினடிப்படையில் கருத்துக் கொண்ட எந்தவொரு நிகழ்வுகள் இரண்டாக இருக்கும்பொழுது,
  - $P(A \cap B)$  யைக் கணிக்கவும்.
  - A, B எனும் நிகழ்வுகள் சாராதவையா சார்ந்தவையா என்பதனைப் பரிசோதனை செய்யவும்.
  - $A', B'$  ஆகிய நிகழ்வுகள் சாராதவையா சார்ந்தவையா என்பதனைப் பரிசோதனை செய்யவும்.
  - A, B' எனும் நிகழ்வுகள் சாராதவையா சார்ந்தவையா என்பதனைப் பரிசோதனை செய்யவும்.
  - $A', B$  எனும் நிகழ்வுகள் சாராதவையா சார்ந்தவையா என்பதனைப் பரிசோதனை செய்யவும்.

**தீர்வு:**



$$(i) \quad P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$0.8 = 0.6 + 0.5 - P(A \cap B)$$

$$\therefore P(A \cap B) = 0.6 + 0.5 - 0.8$$

$$= \underline{0.3}$$

$$(ii) \quad P(A) \cdot P(B) = 0.6 \times 0.5$$

$$= \underline{0.30} \text{ ஆகும்.}$$

A, B எனும் நிகழ்வுகள் சாராதவையாகும்.

$$(iii) \quad P(A' \cap B') = P(A \cup B)'$$

$$= 1 - 0.8$$

$$= \underline{0.2}$$

அவ்வாறாயின்,

$$\begin{aligned} P(A') \cdot P(B') &= 0.4 \times 0.5 \\ &= \underline{\underline{0.2}} \end{aligned}$$

∴  $A'$ ,  $B'$  எனும் நிகழ்வுகள் சாராதவைகளாகும்.

$$\begin{aligned} \text{(iv)} \quad P(A \cap B)' &= P(A) - P(A \cap B) \\ &= 0.6 - 0.3 \\ &= \underline{\underline{0.3}} \end{aligned}$$

அதேபோன்று,

$$\begin{aligned} P(A) \cdot P(B') &= 0.6 \times 0.5 \\ &= \underline{\underline{0.3}} \end{aligned}$$

$A$ ,  $B'$  ஆகிய நிகழ்வுகள் சாராதவைகளாகும்.

$$\begin{aligned} \text{(v)} \quad P(A' \cap B) &= P(B) - P(A \cap B) \\ &= 0.5 - 0.3 \\ &= \underline{\underline{0.2}} \end{aligned}$$

அதேபோன்று,

$$\begin{aligned} P(A') \cdot P(B) &= 0.4 \times 0.5 \\ &= \underline{\underline{0.2}} \end{aligned}$$

$A'$ ,  $B$  எனும் நிகழ்வுகள் சாராதவைகளாகும்.

#### பாடவீடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:

- ஒரு நிகழ்வொன்று இடம்பெறுதல் அல்லது இடம்பெறாது மற்றொரு நிகழ்வொன்று இடம்பெறல் அல்லது இடம்பெறாதிருப்பதில் தாக்கமொன்றை ஏற்படுத்தாத நிகழ்வு சாராத நிகழ்வு என்றழைக்கப்படும்.
- $A$ ,  $B$  என்பன சாராத நிகழ்வுகள் இரண்டாக இருக்கும் பொழுது  $B$  வழங்கப்பட்டுள்ள பொழுது  $A$  இடம்பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு அதாவது  $P(A|B) = P(A)$  எனவும்,  $A$  வழங்கப்பட்டுள்ளபொழுது  $B$  இடம்பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு  $P(B|A) = P(B)$  எனவும் பொருள் கூற முடியும். (இங்கு  $A$ ,  $B$  என்பன சாராதவையாக இருப்பதனால்  $B$  நிகழ்வு நிகழ்வதன் மூலம்  $A$  நிகழ்வின் மீது தொடக்கத்தில் காணப்பட்ட நிகழ்தகவு எவ்வேளையிலும் மாற்றமடைய முடியாது.)
- மேற்காட்டிய பெறுபேற்றை நிகழ்தகவு தொடர்பாக பெருக்கல் விதிக்குப் பிரதியீடு செய்வதன் மூலம்,

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$$

$$\therefore P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \quad P(B|A) = P(B) \text{ ஆக இருப்பதனால்}$$

- $A$ ,  $B$ ,  $C$  ஆகிய நிகழ்வுகள் மூன்றும் சாராததாக இருப்பின்,  
∴  $P(A \cap B \cap C) = P(A) \cdot P(B) \cdot P(C)$  ஆக இருப்பதுடன் இது எந்தவொரு நிகழ்வுகளின் எண்ணிக்கையில் சாராதவைகளுக்காகப் பிரதியீடு செய்ய முடியும்.

**தேர்ச்சி 5.0:** வணிக இடர்களுக்கு முகம் கொடுப்பதற்கான ஆயத்தத்தை வெளிப்படுத்துவார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 5.12:** மொத்த நிகழ்தகவு மாதிரியையும் பேய்ஸ் தேற்றத்தையும் பயன்படுத்துவதற்காக மாதிரிவெளியைச் சரியாக வகைப்படுத்திக் காட்டுவார்.

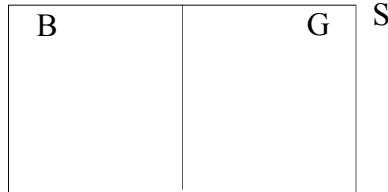
**பாடவேளைகள்:** 08

**கற்றற் பேறுகள்:**

- தம்முள் புறநீங்கும் கூட்டமாக்கப்பட்ட பூரணமான நிகழ்வுகளைத் தெளிவுபடுத்துவார்.
- மொத்த நிகழ்தகவு விதிக்கு அடிப்படையாக அமையும் நிகழ்வுகளை மாதிரி வெளியின் அடிப்படையில் விளக்குவார்.
- மொத்த நிகழ்தகவு விதிக்கு விளக்கம் கூறுவார்.
- மொத்த நிகழ்தகவு விதியைப் பயன்படுத்தக்கூடிய சந்தர்ப்பங்களுக்கான உதாரணங்களை முன்வைப்பார்.
- மொத்த நிகழ்தகவு விதியின் மூலம் நிகழ்தகவுப் பிரச்சினைகளைத் தீர்ப்பார்.
- பேய்ஸ் தேற்றத்திற்கு விளக்கம் கூறுவார்.
- பேய்ஸ் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தக்கூடிய சந்தர்ப்பங்களுக்கான உதாரணங்களை முன்வைப்பார்.
- பேய்ஸ் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி பிரச்சினைகளைத் தீர்ப்பார்.
- மரவரிப் படத்தினூடாக நிகழ்தகவுப் பிரச்சினைகளைத் தீர்ப்பார்.

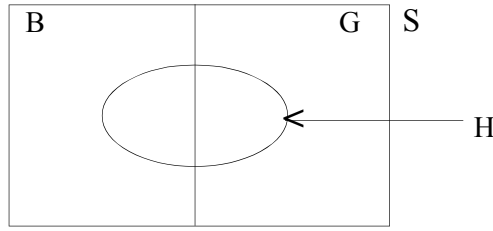
**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- பின்வரும் தொடைகளை வகுப்பில் முன்வைத்து மாணவரொருவரை முன்னால் அழைத்து தொடைகளை வென்வரிப்படத்தில் காட்டுவதற்கு இடமளிக்கவும்.  
 $S = \{ \text{கலவன் பாடசாலையொன்றின் வகுப்பிலுள்ள மாணவர்கள்} \}$   
 $B = \{ \text{அவ்வகுப்பிலுள்ள ஆண், பெண் மாணவர்கள்} \}$   
 $G = \{ \text{அவ்வகுப்பிலுள்ள பெண் மாணவர்கள்} \}$
- மாணவனினால் வெளிப்படுத்தக்கூடிய பல்வேறு வென் வரிப்படங்களில் மிகவும் சரியான வரைபடம் இதுவென்பதை மாணவர்களுக்குச் சுட்டிக் காட்டவும்.



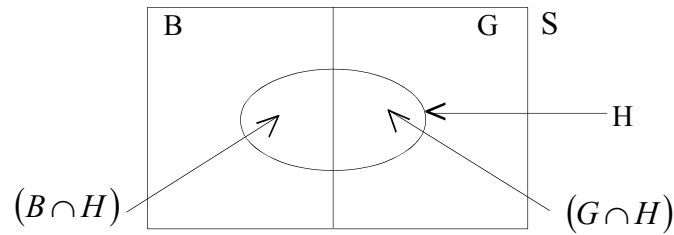
- ஆண் பிள்ளைகள், பெண் பிள்ளைகள் என வகுப்பிலுள்ள மாணவர்களை வேறுபடுத்திக் காட்டும்போது வகுப்பிலுள்ள சகல மாணவர்களும் அப்பரீட்சைக்குரியவர்கள் என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- வகுப்பிலுள்ள மாணவர்களை எழுமாற்றாகத் தெரிவு செய்யும்போது அவர் ஆண் பிள்ளையொருவராக அல்லது பெண் பிள்ளையொருவராக இருக்கக்கூடிய நிகழ்தகவு 1 என சுட்டிக் காட்டவும்.

- தெரிவு செய்யப்படுகின்ற பிள்ளை ஆண் பிள்ளையாக இருத்தல், பெண் பிள்ளையாக இருத்தல் என்ற நிகழ்வு நெருக்கமான முறையில் புற நீங்கும் நிகழ்வு என்பதை சுட்டிக் காட்டவும்.
- அந்நிகழ்வுகள் இரண்டினதும் ஒன்றிப்பு மூலம் மாதிரி வெளி முழுமையாக உள்ளடக்கப் படுவதனால் அவை கூட்டமாக்கப்பட்ட பூரண நிகழ்வு எனப்படுகின்றதென்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- இன்னொரு மாணவரை வகுப்பின் முன்பாக அழைத்து மேற்குறிப்பிட்ட வென்வரிப் படத்தினுள் அவ்வகுப்பிலுள்ள 5 அடிக்கு மேற்பட்ட மாணவர்களின் தொடையினைப் பதிவு செய்து அதனை H எனப் பெயரிடுமாறு ஆலோசனை கூறவும்.  
(இவ்வகுப்பில் 5 அடிக்குக் கூடுதலான ஆண் மாணவர்களும், பெண் மாணவிகளும் இருப்பதாகவும், 5 அடிக்குக் குறைவான குட்டையான மாணவர்களும், மாணவிகளும் உள்ளனர் என்பதைக் கருதுகோளாகக் கொள்க.)
- அப்போது வென்வரிப் படம் பின்வரும் முறையில் காட்டப்படும் எனவும், H என்பது நெருக்கமான முறையில் புறநீங்கும் கூட்டமாக்கப்பட்ட பூரணமான நிகழ்வுகளான B, G எனும் இரு நிகழ்வுகளுக்கும் பொதுவான நிகழ்வுகள் என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.



- அப்போது நிகழ்வாகிய H நிகழ்வதற்கான நிகழ்தகவினை கணிப்பிடுகின்ற முறையினைப் பூரணமாக நிகழ்தகவு விதியின் உதவியுடன் விளக்கலாம் என்பதைக் கூறவும். அதற்கேற்ப,

$$P(H) = P(B \cap H) + P(G \cap H) \text{ என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.}$$



- நிபந்தனை நிகழ்தகவு, நிகழ்தகவுப் பெருக்கல் விதி என்பன தொடர்பில் கற்ற பாட விடயங்களை மனதில் மீளெழுச் செய்து,

$$P(B \cap H) = P(B) \cdot P(H | B) \text{ எனவும்,}$$

$$P(G \cap H) = P(G) \cdot P(H | G) \text{ எனவும்,}$$

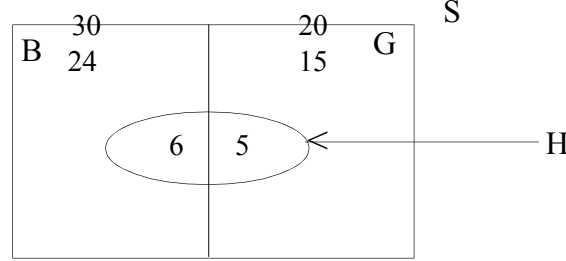
உறுதிப்படுத்தி அதற்கேற்ப,

$$P(H) = P(B) \cdot P(H | B) + P(G) \cdot P(H | G) \text{ எனவும் சுட்டிக் காட்டவும்.}$$

- இதன் மூலம் பூரணமான நிகழ்தகவு விதியினைத் தெளிவுபடுத்தவும்.

**பயிற்சி - 1**

- 30 ஆண் மாணவர்களையும், 20 பெண் மாணவிகளையும் கொண்ட வகுப்பறையில் 5 அடிக்கு மேல் உயரம் கொண்ட 6 ஆண் மாணவர்களும், பெண் மாணவர்கள் 5 பேரும் இருப்பார்களாயின் இத்தகவல்களை வென்வரிப்படத்தில் குறிப்பதற்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.

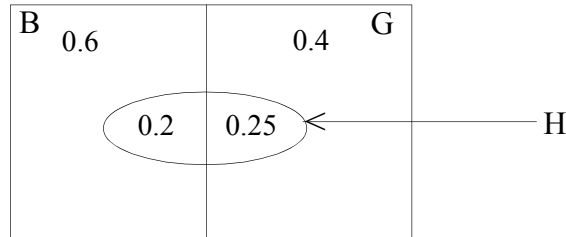


இவ்வகுப்பில் எழுமாற்றாகத் தெரிவு செய்யப்படுகின்ற மாணவரொருவர்,

- (1) ஆண் மாணவனாக இருப்பதற்கான
- (2) பெண் மாணவியாக இருப்பதற்கான
- (3) ஆண் மாணவனாயின் 5 அடிக்கு மேல் உயரம் கொண்டவராக இருப்பதற்கான
- (4) பெண் மாணவியாயின் 5 அடிக்கு மேல் உயரம் கொண்டவராக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவினைக் கணிப்பதற்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.

அந் நிகழ்தகவுப் பெறுமதியினைப் பதிவுசெய்து வென்வரிப்படத்தினை மீளக் கட்டியெழுப்புவதற்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.

- அவ்வாறு எழுமாற்றாகத் தெரிவுசெய்த மாணவனொருவன் 5 அடிக்கு மேல் உயரம் கொண்டவராக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவினைக் கண்டுபிடிப்பதற்கு பூரணமான நிகழ்தகவு விதியினைப் பதிலீடு செய்வதற்கு மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.



$$\begin{aligned}
 P(H) &= P(B \cap H) + P(G \cap H) \\
 &= P(B) \cdot P(H/B) + P(G) \cdot P(H/G) \\
 &= (0.6 \times 0.2) + (0.4 \times 0.25) \\
 &= 0.120 + 0.100 \\
 &= \underline{\underline{0.22}}
 \end{aligned}$$

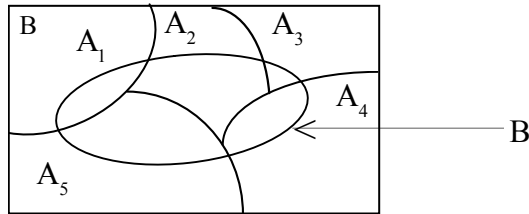
- அவ்வாறு தெரிவு செய்த மாணவனொருவன் 5 அடிக்கு மேல் உயரம் கொண்டவர் எனக் வழங்கப்பட்டிருப்பின், அவர் ஆண் மாணவனாக இருக்கும் நிகழ்தகவினைக் கண்டுபிடிப்பதற்கும், நிபந்தனை நிகழ்தகவுச் சூத்திரம், பேயர்ஸ் தேற்றம் என்பவற்றில் பிரதியீடு செய்வதன் மூலம் கண்டுபிடிக்க முடியும் என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.

$$\begin{aligned}
P(B|H) &= \frac{P(B \cap H)}{P(H)} \\
&= \frac{P(B) \cdot P(H|B)}{P(H)} \\
&= \frac{0.6 \times 0.2}{0.22} = \frac{6}{11}
\end{aligned}$$

- பூரணமான நிகழ்தகவு விதி, பேயர்ஸ் தேற்றம் என்பவற்றை பயன்படுத்துகின்ற செயற்பாட்டு ரீதியான சில சந்தர்ப்பங்களை மாணவர்களுடன் கலந்துரையாடவும்.

### பாடவீடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:

- நெருங்கிய வகையில் புறநீங்கும் நிகழ்வுத் தொகுதியொன்றின் ஒன்றிப்பு மூலம் முழுமையான மாதிரி வெளியும் உள்வாங்கப்படுமாயின் அந்நிகழ்வு நெருங்கிய வகையில் புறநீங்குவதாகவும் கூட்டமாக்கப்பட்ட வகையில் பூரணமான நிகழ்வுகளாக இருந்து B எனும் அவ்வனைத்து நிகழ்வுகளினடிப்படையில் நிகழும் வேறொரு நிகழ்வொன்றாக இருப்பின் B இடம்பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு  $P(B)$  யைப் பின்வருமாறு குறிப்பிட்டுக் காட்ட முடியும்.
- $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$  எனும் மாதிரி வெளியினடிப்படையில் கருத்துக் கூறப்படும் நெருங்கிய வகையில் புறநீங்குதலாகவும் கூட்டமாக்கப்பட்ட வகையில் பூரணமான நிகழ்வாகவும் இருந்து B என்பது அவ்வனைத்து நிகழ்வுகளினடிப்படையில் இடம் பெறும் மற்றொரு நிகழ்வொன்றாகவும் காணப்படுமாயின் B இடம்பெறுவதற்கான நிகழ்தகவை பின்வருமாறு சுட்டிக் காட்ட முடியும்.



$$P(B) = P(A_1) \cdot P(B|A_1) + P(A_2) \cdot P(B|A_2) + \dots + P(A_n) \cdot P(B|A_n)$$

- இக்கூற்றினை சிக்மா அடையாளத்தின் மூலம் பின்வருமாறு குறிப்பிட்டுக் காட்ட முடியும்.

$$P(B) = \sum_{i=1}^n P(A_i) \cdot P(B|A_i)$$

இதனைப் பூரணமான நிகழ்தகவு விதி எனும் கருத்தைக் கொடுக்கின்றது.

- $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$  என்பது நெருங்கிய வகையில் புறநீங்குதலுடன் கூட்டமாக்கப்பட்ட வகையில் பூரணமான நிகழ்வுத் தொகுதியொன்றிற்கும் பொதுவாகக் காணப்படும் B எனும் நிகழ்வு இடம்பெற்றுள்ளது என வழங்கப்பட்டுள்ளபோது  $A_i$  இன் மூலம் காட்டப்பட்டிருக்கும் நிகழ்வொன்று நிகழ்வதற்கான நிகழ்தகவினைப் பின்வருமாறு கணிப்பிட முடியும்.

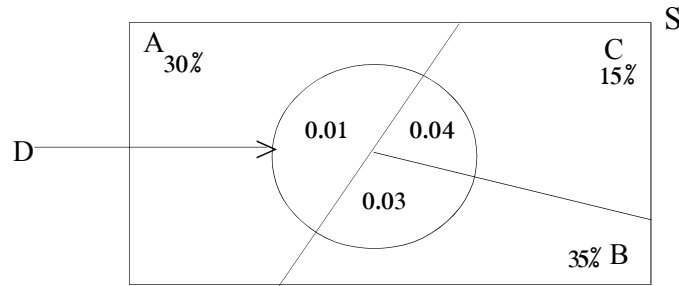
$$P(A_i | B) = \frac{P(A_i) \cdot P(B | A_i)}{P(B)}$$

$$P(A_i | B) = P(A_1) \cdot P(B | A_1) + P(A_2) \cdot P(B | A_2) + \dots + P(A_n) \cdot P(B | A_n)$$

இதனை பேயர்ஸ் தேற்றம் என்றழைக்கப்படும்.

### கணிப்பீட்டு மதிப்பீட்டு நியதிகள்:

- (1) உற்பத்தியாளரொருவர் ஒரு வகை மூலப்பொருளை A, B, C எனும் பதிவு செய்யப்பட்ட வழங்குனர்கள் மூலரிடமிருந்து மட்டுமே கொள்வனவு செய்கின்றார். இம் மூலப்பொருள் வகையின் மொத்தத் தேவையின் 50% A யின் மூலமும் 35% B யின் மூலமும் எஞ்சிய பகுதி C யின் மூலமும் வழங்கப்படும். A, B, C ஆகிய வழங்குனர் மூவரின் வழங்கல்களிலிருந்து முறையே 1%, 3%, 4% பழுதடைந்தவையென அனுபவங்கள் மூலம் அறிந்து வைத்துள்ளார். இந்நிறுவனத் திற்குரிய மூலப்பொருள்கள் களஞ்சியப்படுத்தி வைக்கப்பட்டிருக்கும் இடத்திலிருந்து அலகொன்றை எழுமாற்றாகத் தெரிவு செய்யப்படுமாயின்,
- அது பழுதடைந்த உருப்படியொன்றாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவினைக் கணிக்கவும்.
  - அது பழுதடைந்த உருப்படியொன்றாக இருப்பின் அது A யின் மூலம் வழங்கப்பட்டதொன்றாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவினைக் கணிக்கவும்.
  - அது பழுதடைந்த உருப்படியொன்றாக இருப்பின் அது B யின் மூலம் வழங்கப்பட்ட ஒன்றாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவினைக் கணிக்கவும்.
  - அது பழுதடைந்த உருப்படியொன்றாக இருப்பின் அது C யின் மூலம் வழங்கப்பட்ட ஒன்றாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவினைக் கணிக்கவும்.
  - அது பழுதடைந்த உருப்படியொன்றாக இருப்பின் அவ்வுருப்படி A யினால் அல்லது B யினால் அல்லது C யினால் வழங்கப்பட்ட ஒன்றாக இருப்பது உறுதியானது என்பதனை உறுதிப்படுத்தவும்.



$$\begin{aligned}
 (i) \quad P(D) &= P(A \cap D) + P(B \cap D) + P(C \cap D) \\
 &= P(A) \cdot P(D | A) + P(B) \cdot P(D | B) + P(C) \cdot P(D | C) \\
 &= (0.5 \cdot 0.01) + (0.35 \times 0.03) + (0.15 \times 0.04) \\
 &= 0.0050 + 0.0105 + 0.0060 \\
 &= \underline{\underline{0.0215}}
 \end{aligned}$$



$$(ii) \quad P(A|D) = \frac{P(A \cap D)}{P(D)} = \frac{0.5 \times 0.01}{0.0215} = \frac{0.005}{0.0215} = \frac{10}{43}$$

$$(iii) \quad P(B|D) = \frac{P(B \cap D)}{P(D)} = \frac{0.35 \times 0.03}{0.0215} = \frac{0.0105}{0.0215} = \frac{21}{43}$$

$$(iv) \quad P(C|D) = \frac{P(C \cap D)}{P(D)} = \frac{0.15 \times 0.04}{0.0215} = \frac{0.006}{0.0215} = \frac{12}{43}$$

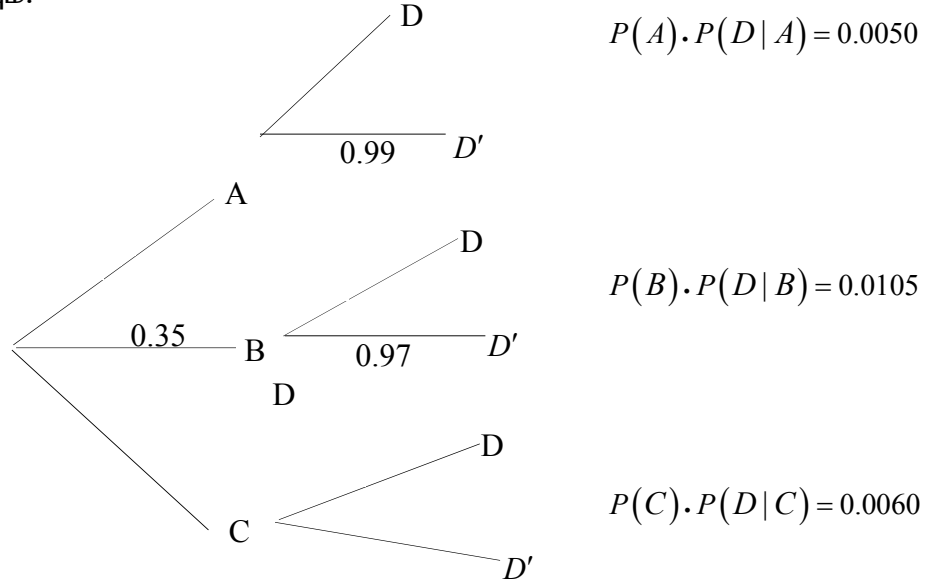
$$(v) \quad P(A \cup B \cup C | D) = \frac{P(A \cap D) + P(B \cap D) + P(C \cap D)}{P(D)}$$

$$= \frac{0.0050 + 0.0105 + 0.0060}{0.0215}$$

$$= \frac{0.0215}{0.0215}$$

$$= \underline{\underline{1}}$$

- இதற்கமைய எழுமாற்றாகத் தெரிவு செய்த மூலப்பொருள் அலகு பழுதடைந்ததாக இருப்பின் அது A யினால் அல்லது B யினால் அல்லது C யினால் வழங்கப்பட்ட தொன்றாக இருப்பது உறுதியானதாகும்.
- இப்பிரச்சினையை மரவரிப் படத்தைப் பிரயோகித்து தீர்ப்பதில் மாணவர்களை ஈடுபடுத்தச் செய்யவும்.



$$P(D) = P(A) \cdot P(D|A) + P(B) \cdot P(D|B) + P(C) \cdot P(D|C) = \underline{\underline{0.0215}}$$

**தேர்ச்சி 5.0:** வணிக இடர்களுக்கு முகம் கொடுப்பதற்கான ஆயத்தத்தை வெளிப்படுத்துவார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 5.13:** எழுமாற்று மாறிகளுக்கு விளக்கம் கூறி, நிகழ்தகவுப் பரம்பலைக் கட்டியெழுப்புவார்.

**பாடவேளைகள்:** 08

**கற்றற் பேறுகள்:**

- எழுமாற்று மாறியினை விளக்குவார்.
- எழுமாற்று மாறியினை வகைப்படுத்திக் காட்டுவார்.
- பின்னக எழுமாற்று மாறிகளுக்கான உதாரணங்களை வழங்குவார்.
- தொடர்ச்சியான எழுமாற்று மாறிகளுக்கான உதாரணங்களை முன்வைப்பார்.
- நிகழ்தகவுப் பரம்பலொன்றை அறிமுகப்படுத்துவார்.
- நிகழ்தகவுப் பரம்பலொன்றின் மூலம் பூர்த்தி செய்யவேண்டிய நிபந்தனைகளை விளக்குவார்.
- எழுமாற்று மாறியொன்றின் நிகழ்தகவுப் பரம்பலில் எதிர்வு பெறுமானத்தையும் மாற்றற்றினையும் அறிமுகப்படுத்துவார்.
- எழுமாற்றுப் பரிசோதனைக்கு ஏற்றவாறு பின்னக எழுமாற்று மாறியொன்றின் நிகழ்தகவுப் பரம்பலைக் கட்டியெழுப்புவார்.
- பின்னக எழுமாற்று பரம்பலொன்றின் எதிர்வு பெறுமானத்தையும் மாற்றற்றினையும் கணிப்பிடுவார்.
- பின்னக எழுமாற்றியொன்றின் நிகழ்தகவுப் பரம்பலினூடாக வணிகத் தீர்மானங்களை எடுப்பார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

**செயற்பாடு - 1**

- பின்வரும் சந்தர்ப்பங்களை மாணவர்களுக்குப் பெற்றுக் கொடுக்கவும்.
  - (1) நாணயமொன்றை ஆறு முறை மேல் எறியும்பொழுது தலை பெறக்கூடிய தடவைகளின் எண்ணிக்கை.
  - (2) வருடத்தின் மாதங்களின் எண்ணிக்கை.
  - (3) வலைய, மாகாண, தேசிய மட்டங்களில் நடத்தப்படும் விளையாட்டுப் போட்டி யொன்றின்போது பாடசாலை மாணவரொருவர் வெற்றி கொள்ளக்கூடிய தடவை களின் எண்ணிக்கை.
  - (4) மாணவரொருவர் வாரமொன்றில் பாடசாலைக்கு வருகை தரக்கூடிய நாட்களின் எண்ணிக்கை.
  - (5) தமது பாடசாலை நூல்நிலையத்தில் தற்போதிருக்கும் புத்தகங்களின் எண்ணிக்கை.
  - (6) ஒரு வாரத்தினுள் உங்களது பாடசாலையின் சிற்றுண்டிச்சாலையில் விற்பனை செய்யப்படும் வெதுப்பிகளில் இருக்கவேண்டிய நிறை.
  - (7) மின்குமிழ்களில் இருக்கக்கூடிய ஆயுட்காலம்.

- மேற்காட்டிய ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பங்களின்போதும் கிடைக்கக்கூடிய பெறுபேற்றினைக் கலந்துரையாடவும்.
- மேற்குறிப்பிடப்பட்ட சந்தர்ப்பங்களைப் பின்வருமாறு தொகுதிகளாக வேறுபடுத்துவதற்கு மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.
  - கிடைக்கப் பெறும் பெறுபேற்றை உறுதியாக முன்னரே கூறக்கூடியதாக இருக்கும்.
  - கிடைக்கப் பெறும் பெறுபேற்றை உறுதியாக முன்னரே கூறமுடியாதிருக்கும்.
- பின்வரும் விடயங்கள் வெளிப்படுமாறு கலந்துரையாடலொன்றைக் கட்டியெழுப்புகள்.
  - நாணயத்தை ஆறு தடவை மேல் எறியும்பொழுது தலை பெறக்கூடிய தடவைகளின் எண்ணிக்கையை உறுதியாகக் குறிப்பிட்டுக் கூறமுடியாது. ஆயினும் தடவைகளின் எண்ணிக்கையை 0, 1, 2, 3, 4, 5 அல்லது 6 ஆக இருக்க முடியும்.
  - வருடத்தின் மாதங்களின் எண்ணிக்கையானது நிச்சயமானது.
  - வலைய, மாகாண, தேசிய மட்டங்களில் பங்குபற்றும் விளையாட்டுப் போட்டி யொன்றின் போது போட்டியாளரொருவர் வெற்றி கொள்ளக்கூடிய தடவைகளின் எண்ணிக்கையை முன்னரே உறுதியாக குறிப்பிட்டுக் கூற முடியாது. ஆயினும் தடவைகளின் எண்ணிக்கையை 0, 1, 2, 3 ஆக இருக்க முடியும்.
  - மாணவரொருவர் ஒரு வாரத்தில் பாடசாலைக்கு வரக்கூடிய நாட்களின் எண்ணிக்கையை முன்னரே உறுதியாகக் கூறமுடியாது. ஆயினும் சமூகமளிக்கக்கூடிய நாட்களின் எண்ணிக்கை 0, 1, 2, 3, 4, 5 ஆக இருக்க முடியும்.
  - தனது பாடசாலை நூல் நிலையத்தில் தற்போதிருக்கும் புத்தகங்களின் எண்ணிக்கையை உறுதியாக குறிப்பிட்டுக் கூறமுடியும்.
  - வாரத்தினுள் சிற்றுண்டிச்சாலையில் விற்பனை செய்யப்படும் வெதுப்பிகளின் நிறையை முன்னரே உறுதியாகக் கூறமுடியாது. அவற்றின் பெறுமானங்கள் வீச்சினுள் இருக்க முடியும்.
  - வகுப்பறைகளில் காணப்படும் குமிழ்களின் ஆயுட்காலத்தை முன்னரே கூறமுடியாது. வீச்சினுள் இருக்க முடியும்.

கிடைக்க வேண்டிய பெறுபேற்றினை முன்னரே உறுதியாகக் கூறமுடியாத நிகழ் தகவுப் பரிசோதனையொன்றின் மூலம் தீர்மானிக்கப்படும் மாறிகள் எழுமாற்று மாறிகளாகும் என விளக்கவும்.

## செயற்பாடு - 2

பின்வரும் சந்தர்ப்பங்களை மாணவர்களுக்குப் பெற்றுக் கொடுக்கவும். ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பங்களுக்குரிய எழுமாற்று மாறிகளைப் பெயரிட்டு அம்மாறிகளுக்காக உறுதியான பெறுமானங்களை வழங்க முடியுமா? அல்லது வீச்சினுள் பெறுமானங்களை ஒழுங்கமைக்க முடியுமா? என்பதனைக் குறிப்பிட்டுக் காட்டுவதற்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.

சந்தர்ப்பம்	மாறிகள்	உறுதியான பெறுமான மொன்றை எடுக்க முடியுமா? முடியாதா?
<p>1. இயந்திரமொன்றினால் ஒருநாளில் உற்பத்தி செய்யக்கூடிய பழுதடைந்த உருப்படிகளின் எண்ணிக்கை.</p> <p>2. தொழிற்சாலையொன்றின் ஒரு தொகுதி யிலிருந்து ஒரு நாளில் உற்பத்தி செய்யப் படும் பொருட்களில் இருக்கக்கூடிய நிறை.</p> <p>3. வருடாந்தம் பொருளொன்றிற்கு இருக்கக் கூடிய விலைமட்டங்கள்.</p> <p>4. நிறுவனமொன்றிற்கு ஒரு நாளையில் பெறக் கூடிய தொலைபேசி அழைப்புக்களின் எண்ணிக்கை.</p> <p>5. ஒரு நாளையில் விற்பனை செய்யக்கூடிய மேற்சட்டைகளின் கழுத்துப் பகுதிகளின் அளவுகள் (கொலர்).</p>		

- பின்வரும் விடயங்கள் வெளிப்படுமாறு கலந்துரையாடலொன்றில் ஈடுபடவும்.
  - இலக்கம் 1 இற்கான சந்தர்ப்பத்திற்குரிய எழுமாற்று மாறி பழுதடைந்த உருப்படிகளின் எண்ணிக்கையாக இருக்கும்.
  - இங்கு பழுதடைந்த உருப்படிகளின் எண்ணிக்கை 0, 1, 2, ..... என்றவாறு உறுதியான பெறுமானங்களாக இருப்பதனால் இது பின்னக மாறியொன்றாகும்.
  - இலக்கம் 2 இற்கான சந்தர்ப்பத்திற்குரிய எழுமாற்று மாறியாக பொருட்களின் நிறை இருக்கின்றது. இம்மாறிகளுக்குக் குறித்த பெறுமானமொன்றை வழங்க முடியாது. இவற்றிற்கான பெறுமானங்கள் வீச்சொன்றின் பெறுமானங்களையே பெற்றுக் கொள்ளக்கூடியதாக இருப்பதனால் இது தொடர்ச்சியான மாறியொன்றாகும்.
  - இலக்கம் 3 இற்கான சந்தர்ப்பத்திற்குரிய எழுமாற்று மாறியாக இருக்கின்றது. பொருட்களின் விலையே, விலை என்பது தொடர்ச்சியான மாறியொன்றாகக் காணப்பட்டாலும் வருடத்தில் பொருளொன்றின் விலையினைக் குறிப்பிட்ட நிலையான பெறுமானங்களை (உதாரணம்: ரூபா 100, ரூபா 101, ரூபா 101.50, ..... ) என இருப்பதனால் இது பின்னக எழுமாற்று மாறியொன்றாகும்.
  - இலக்கம் 4 இற்கான தொலைபேசி அழைப்புக்களுக்கான எண்ணிக்கைக்குரிய சந்தர்ப்பம் எழுமாற்று மாறியொன்றாக இருக்கின்றது. இங்கு 0.1, 2, ..... எனும் வகையில் நிலையான பெறுமானங்களாக இருக்கக்கூடியதாக இருப்பதனால் இது பின்னக எழுமாற்று மாறியொன்றாகும்.

- இலக்கம் 5 இற்கான மேற்சட்டையின் கழுத்துப் பகுதியின் (கொலரின்) அளவானது எழுமாற்று வகையைச் சார்ந்ததாகும். இது  $15, 15\frac{1}{2}, 16, \dots$  எனும் வகையில் குறித்த பெறுமானங்களாக இருப்பதனால் பின்னக எழுமாற்றி மாறியொன்றாகும்.

### செயற்பாடு - 3

நிகழ்தகவுப் பரம்பலை விளக்குவதற்காகப் பின்வரும் சந்தர்ப்பங்கள் தொடர்பாக மாணவர்களைச் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுத்தவும்.

- நாணயத்தை மூன்று முறை சுண்டும் பொழுது கிடைக்கக்கூடிய தலைகளின் எண்ணிக்கையை  $X$  எனக் கொள்க.
  - (1)  $X$  இற்காகக் கிடைக்கக்கூடிய பெறுமானங்களை ( $X_i$ ) எவை என்பதனை ஒவ்வொரு மாணவர்களிடமும் தனித்தனியாகக் கேட்டறியவும்.
  - (2) அவ்வாறு மாணவர்களினால் வெளிப்படுத்தப்படும் நிறுவனங்களின் பெறுமானங்களை கரும்பலகையில் எழுதிக் காட்டவும். மாணவர்களினால் கூறப்படும் கூற்றுக்களின் பிழையான பெறுமானங்கள் காணப்படுமாயின் அதன் பிழைகளைச் சுட்டிக் காட்டவும்.
  - (3) கரும்பலகையில் குறிப்பிடப்பட்ட சரியான ஒவ்வொரு பெறுமானங்கள் பெறுவதற்கான நிகழ்தகவினை முன்னர் கற்ற குணகத்தின் விதியை அல்லது மரவரிப் படத்தைப் பயன்படுத்தி கணிப்பிடுமாறு மாணவர்களுக்க ஆலோசனை வழங்கவும்.
  - (4) இதற்கமைய பின்வரும் அட்டவணையை மாணவர்களுக்கு வழங்கிப் பூரணப் படுத்தவும்.

தலைகளின் எண்ணிக்கை	நிகழ்தகவு
.....	.....
.....	.....
.....	.....

- பூரணப்படுத்தப்பட்ட அட்டவணையைப் பயன்படுத்திப் பின்வரும் விடயங்கள் வெளிப்படுமாறு கலந்தாலோசனையை முன்வைக்கவும்.
  - எழுமாற்று மாறியினால் எடுக்கக்கூடிய பெறுமானம்  $x$  எனவும், நிகழ்தகவு  $P(x)$  என்றவாறும் நிகழ்தகவுப் பரம்பலில் இரு கூறுகள் இருக்கின்றது என்பதனை விளக்கவும்.
  - $P(x)$  நிரலில் எவ்விதப் பெறுமானமும் 0த்தை விடக் குறைவற்றதாக இருப்பதோடு அந்நிரலின் கூட்டுத்தொகை 1 இற்குச் சமமானதாக இருக்கும் என்பதனை விளக்கவும்.
  - இவ்விரு நிபந்தனைகளும் நிறைவேற்றப்படும் எழுமாற்று மாறியொன்றின் பரம்பலை நிகழ்தகவுப் பரம்பலொன்றாகும் என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.

**செயற்பாடு - 4**

- நிகழ்தகவுப் பரம்பலொன்றின் உத்தேச பெறுமானத்தையும் மாற்ற்திறனையும் தெளிவு படுத்துவதற்காகப் பின்வரும் விபரத்தினை மாணவர்களுக்குப் பெற்றுக் கொடுக்கவும்.
- 50 குச்சிகளை உள்ளடக்கிய தீப்பெட்டிகளில் 5% த்தில் இருக்கும் குச்சிகளின் எண்ணிக்கை 48 ஆகவும், 10% கொண்ட தீப்பெட்டியில் குச்சிகளின் எண்ணிக்கை 49 ஆகவும், 60% கொண்ட தீப்பெட்டிகளில் குச்சிகளின் எண்ணிக்கை 50 ஆகவும், எஞ்சிய 25% கொண்ட தீப்பெட்டிகளில் குச்சிகளின் எண்ணிக்கை 51 ஆகவும் உள்ளது என ஆய்வொன்றிலிருந்து அறிய முடிந்தது.
- பின்வரும் ஆலோசனைகளை மாணவர்களுக்கு வழங்கி செயற்பாட்டில் ஈடுபடுத்தவும்.
  - (1) தீப்பெட்டியொன்றில் இருக்கக்கூடிய குச்சிகளின் எண்ணிக்கை  $X = x$  எனக் கருதி  $X$  இன் நிகழ்தகவுப் பரம்பலை எழுதிக் காட்டுங்கள்.
  - (2)  $x$  நிரலின் பெறுமானங்கள்  $P(x)$  நிரலின் பெறுமானங்களினால் பெருக்கப்பட்டு, அப்பெருக்கப்பட்ட பெறுமானங்களின் கூட்டுத்தொகையைப்  $[\sum x_i P(x_i)]$  பெற்றுக் கொள்ளவும்.
  - (3) மேற்காட்டிய 2 ஆவது படிமுறையின்போது பெறப்பட்ட பெறுமானம் பொதுவாக தீப்பெட்டியொன்றில் எதிர்பார்க்கக்கூடிய குச்சிகளின் எண்ணிக்கை எனும் நிகழ்தகவுப் பரம்பலின் உத்தேசப் பரம்பலாகும் எனச் சுட்டிக் காட்டி மேலே குறிப்பிடப்பட்ட வகையின் தீப்பெட்டிகள் 10 000 உற்பத்தி செய்வதற்கு எதிர்பார்க்கப்படுமாயின் தேவைப்படும் என உத்தேசிக்கப்படும் குச்சிகளின் எண்ணிக்கையைக் கணிப்பிடவும் என ஆலோசனை வழங்கவும்.
- நிகழ்தகவுப் பரம்பலொன்றின் உத்தேச பெறுமானத்தைப் போன்று மாற்ற்திறனையும் கணிக்க முடியும் எனவும், அதற்காக உரிய வாய்ப்பாட்டைப் பயன்படுத்துவது பொருத்தமானது என மாணவர்களுக்குத் தெளிவுபடுத்திக் கொடுக்கவும்.

**தீர்வு (செயற்பாடு - 4)**

- தீப்பெட்டியொன்றின் தீக்குச்சிகளின் எண்ணிக்கையை  $x$  எனக் கொள்வோம்.

$x$	$P(x)$	$x \cdot P(x)$	$x^2 \cdot P(x)$
48	0.05	2.4	115.2
49	0.1	4.9	240.1
50	0.6	30	1500
51	0.25	12.75	650.25
		50.05	2505.55

$$E(x) = \sum x \cdot P(x)$$

$$= \underline{50.05}$$

$$= 50.05 \times 10,000$$

$$= \underline{500,500}$$

$$\text{var}(x) = \sum x^2 \cdot P(x) - [E(x)]^2$$

$$= 2505.55 - (50.05)^2$$

$$= \underline{0.55}$$

### பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:

- நிகழ்தகவு மாறி என்பது, நிகழ்தகவுப் பரிசோதனையொன்றின் மூலம் பெறுமானங்கள் நிரணயிக்கப்படும் எண்ணிக்கைப் பெறுமானங்களுடன் கூடிய தொழிற்பாடொன்றாகும். வேறு வகையில் குறிப்பிடுவதாயின் மாதிரிவெளியொன்றினடிப்படையில் கருத்துக் கொண்ட எண்ணிக்கை ரீதியாக எடுக்கும் தொழிற்பாடொன்றாகும்.
- எழுமாற்று மாறியொன்றில் பொதுவாக ஆங்கிலம் பெரிய எழுத்துக்களாக (capital) X, Y என்றவாறு காட்டப்படுவதுடன், அதற்காக எடுக்கப்படும் அப்பெறுமானங்களை  $x, y$  எனும் வகையில் ஆங்கிலச் சிறிய எழுத்துக்களினால் (Simple) காட்டப்படும். நிகழ்தகவு மாதிரிகளுக்கான உதாரணங்கள்:

- (1) கணக்காய்வாளரொருவர் 5 கணக்கேடுகளின் சரியான தன்மையினை ஆய்வு செய்கிறார். பிழைகளற்ற கணக்கேடுகளின் எண்ணிக்கையை X மூலம் காட்டும் பொழுது,  
 $X = 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots$  எனும் பெறுமானங்களில் ஒன்றாக இருக்க முடியும்.
- (2) பொருட்களைக் கொள்வனவு செய்வதற்காக விற்பனையகமொன்றிற்கு ஒரு மணித்தியாலத்தில் வருகை தருவோர்களின் எண்ணிக்கையை X மூலம் முன் வைக்கும்பொழுது,  
 $X = 0, 1, 2, 3, \dots$  ஆகிய பல்வேறு பெறுமானங்களில் ஒன்றாக இருக்க முடியும்.

- எழுமாற்று மாறியொன்றிற்காக எடுக்கக்கூடிய பெறுமானமொன்றின் தன்மைக்கமையப் பின்வருமாறு வகைப்படுத்தப்பட முடியும்.

#### • பின்னக எழுமாற்று மாறி

முடிவுற்ற புள்ளிகளைக் கொண்டோ அல்லது கணிப்பிடக்கூடிய முடிவுற்ற புள்ளிகளைக் கொண்டோ மாதிரிவெளிகளின் பொருள் கூறப்பட்டிருக்கும் எழுமாற்று மாறிகளைப் பின்னக எழுமாற்று மாறி என அழைக்கப்படும். அப்பெறுமானங்கள் பூச்சியம் அல்லது நேர் அல்லது மறை முழுமையான எண்ணிக்கையில் அல்லது பகுதிகளினால் குறிப்பிடப்பட்ட சரியான பெறுமானங்களாகக் காட்ட முடியும்.

பின்னக எழுமாற்று மாறிகளுக்கான உதாரணங்கள் பலவற்றை கீழே காட்டப்பட்டுள்ளது.

- நாளைய தினத்தில் வகுப்பிற்குச் சமூகம் கொடுக்கக்கூடிய மாணவர்களின் எண்ணிக்கை.
- ஒரு வருடத்தினுள் விபத்திற்குற்படும் காப்புறுதி செய்யப்பட்டிருக்கும் வாகனங்களின் எண்ணிக்கை.
- புத்தகமொன்றின் 100 சொற்களில் இருக்கக்கூடிய வழுவுள்ள சொற்களின் எண்ணிக்கை.
- தொடர்ச்சியான எழுமாற்று மாறி  
நேர்கோட்டு ரீதியாகத் தொடர்ச்சியாகப் பரம்பி இருக்கும் பரம்பலொன்றின் புள்ளிகளுக்கு ஒத்ததாக முடிவுற்ற புள்ளிகளைக் கொண்ட மாதிரிவெளிகளில் பொருள் கூறப்பட்டிருக்கும் எழுமாற்று மாறிகள் தொடர்ச்சியான எழுமாற்று மாறிகள் என்றழைக்கப்படும்.

அப்பெறுமானங்கள் நேர் அல்லது மறை அல்லது பூச்சியத்தை உள்ளடக்கிய பெறுமானம் குறிப்பிட்ட வீச்சினுள் பரம்பிக் காணப்படும். தொடர்ச்சியான எழுமாற்று மாறிகளுக்கான உதாரணங்கள் பல கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

- (1) 300ml எனக் குறிப்பிடப்பட்டிருக்கும் குளிர் பான போத்தலொன்றில் இருக்கக் கூடிய பொருள்களின் அளவு.
  - (2) எதிர்வரும் ஒரு மணித்தியால காலத்தில் A எனும் நகரத்தில் காணக்கூடிய வெப்பநிலை.
  - (3) தொழிற்சாலையொன்றில் உற்பத்தி செய்யப்படும் X எனும் உலர் மின்கல மொன்றில் இருக்கக்கூடிய ஆயுட்காலம்.
- பின்னக அல்லது தொடர்ச்சியான எழுமாற்று மாறிகளுக்கான பெறுமானங்களும் ஒத்த நிகழ்வுகளுடன் கூடியதாகத் தயாரிக்கப்படும் அட்டவணையொன்றை தொழிற்பா டொன்று, அல்லது சமன்பாடொன்றையே நிகழ்தகவுப் பரம்பல் என்றழைக்கப்படும்.
  - பின்னக எழுமாற்று மாறிகளுக்கான நிகழ்தகவுப் பரம்பலொன்று என்பது மாறிகளுக் காகப் பெறக்கூடிய சகல பெறுமானங்களும் அப்பெறுமானங்களுக்கு ஒத்ததாக நிகழ்தகவுகளுடன் கூடியதாகத் தயாரிக்கப்படும் அட்டவணையையே குறிக்கும். நிகழ்தகவுகளைப் பெற்றுக் கொள்ளும் பொழுது மரவரிப் படங்கள், தொடைகள், வரிசை மாற்றம், சேர்மானம் என்பனவற்றைப் பயன்படுத்த முடியும்.

$X$	$P(X)$
$x_1$	$P(x_1)$
$x_2$	$P(x_2)$
.	.
.	.
.	.
$x_n$	$P(x_n)$

எனும் வகையில் நிகழ்தகவுப் பரம்பலைக் கட்டி யெழுப்ப முடியும். இப்பரம்பலானது நிகழ்தகவுத் தொழிற்பாடு அல்லது நிகழ்தகவுச் சார்புத் தொழிற்பாடு என்றழைக்கப்படும்.

$p(x_i)$  இன் மூலம் நிகழ்தகவுப் பெறுமானங்கள் பிரதிநிதித்துவப்படுத்திக் காட்டப்படுவ தினால் எவ்வேளையிலும் அது 0த்திற்கும் 1 இற்குமிடையே இருக்க வேண்டும்.

X இன் அனைத்துப் பெறுமானங்களுக்குமான இந்நிகழ்தகவுப் பெறுமானங்களையும் கூட்டும்பொழுது 1 இற்குச் சமமானதாக இருக்க வேண்டும்.

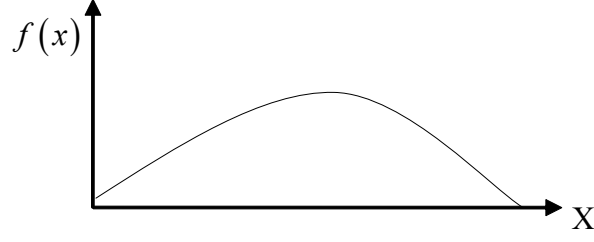
இவ்வாறு பின்னக நிகழ்தகவுப் பரம்பலொன்றை வெளிப்படுத்திக் காட்டுவதற்காகப் பின்வரும் நிபந்தனைகள் இரண்டையும் பூர்த்தி செய்யப்பட்டிருத்தல் வேண்டும்.

$$(i) P(x_i) \geq 0$$

$$(ii) \sum_{i=1}^n P(x_i) = 1$$

- தொடர்ச்சியான எழுமாற்று மாறியொன்றின் நிகழ்தகவுப் பரம்பலொன்று என்பது, X எனும் எழுமாற்று மாறியானது உண்மையான கோட்டு ரீதியாகக் காணப்படும் பெறுமானங்களைப் பெற்றுக் கொள்ளும் பொழுது பின்வரும் வரைபில் காட்டப்பட்டுள்ள வாறு மீடறன் வளையியொன்றைப் பெற்றுக் கொள்ள முடியும் எனக் கருதுவோம்.





இவ்வளைகோட்டினடிப்படையின் பரப்பு 1 இற்குச் சமனாகுமாறு நிகழ்தகவின் அடர்த்தி  $f(X)$  எனும் கணித ரீதியான தொழிற்பாடொன்றாகக் காட்ட முடியுமாக இருப்பின் அது  $X$  எனும் எழுமாற்று மாறியின் நிகழ்தகவுப் பரம்பல் அல்லது நிகழ்தகவு அடர்த்தித் தொழிற்பாடு என அழைக்கப்படும்.  $f(X)$  இன் அடிப்படையில் மொத்தப் பரப்பு 1 இற்குச் சமமானதாக இருக்க வேண்டி இருப்பதுடன் நிகழ்தகவுகள் மறைப் பெறுமானங்களல்லாததாகவும் இருத்தல் வேண்டும். இவ்வாறு தொடர்ச்சியான எழுமாற்று மாறிகளுக்குப் பின்வரும் இரு நிபந்தனைகள் பூர்த்தி செய்யப்பட்டிருத்தல் வேண்டும்.

(i)  $f(x) \geq 0$

(ii)  $\int f(x) dx = 1$

• **பின்னக எழுமாற்று மாறியொன்றின் எதிர்பார்ப்புப் பெறுமானம்**

எழுமாற்றுப் பரிசோதனையொன்றைத் தொடர்ச்சியாக மேற்கொள்ளும் பொழுது அப்பரிசோதனையுடன் தொடர்பான நிகழ்தகவுப் பரிசோதனைக்குக் கிடைக்கக்கூடிய சராசரிப் பெறுமானம் அவ்வெழுமாற்று மாறியின் எதிர்பார்ப்புப் பெறுமானம் என்றழைக்கப்படும்.

ஏதேனும் எழுமாற்று மாறியொன்றின் உத்தேசப் பெறுமானம் அதன் இடையாகும்.  $X$  எனும் எழுமாற்று மாறியொன்றிற்காக  $x_1, x_2, \dots, x_n$  எனும் பெறுமானங்களும் அதற்கு ஒத்ததான நிகழ்தகவுகள்  $P(x_1), P(x_2), \dots, P(x_n)$  எனவும் காணப்படுமாயின் உத்தேச (எதிர்பார்ப்பு) பெறுமானமெனும் இடையை  $E(x)$  என அழைக்கப்படும்பொழுது,

$$E(x) = x_1 \cdot P(x_1) + x_2 \cdot P(x_2) + \dots + x_n \cdot P(x_n)$$

$$E(X) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot P(x_i)$$

எழுமாற்று மாறியொன்றின் எதிர்பார்ப்புப் பெறுமானமானது அதிலிருந்து விலகி இருப்பதற்குரிய பெறுமானத்தை மாற்றத்திறன் எனக் கணிக்கப்படும்.

பின்னக எழுமாற்று மாறியொன்றின் பெறுமானங்கள்  $x_1, x_2, \dots, x_n$  ஆகவும், அதற்கு ஒத்ததான நிகழ்தகவு  $P(x_1), P(x_2), \dots, P(x_n)$  ஆகும்பொழுது பின்னக நிகழ்தகவுப் பரம்பலின் மாற்றத்திறன்  $Var(X)$  என அழைக்கப்படும்பொழுது,

$$Var(X) = x_1^2 P(x_1) + x_2^2 P(x_2) + \dots + x_n^2 P(x_n) - [E(x)]^2$$

$$Var(X) = \sum_{i=1}^n x_i^2 P(x_i) - [E(x)]^2$$

**தேர்ச்சி 5.0:** வணிக இடர்களுக்கு முகம் கொடுப்பதற்கான ஆயத்தத்தை வெளிப்படுத்துவார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 5.14:** நியம நிகழ்தகவு மாதிரியை அறிந்து கொள்வார்.

**பாடவேளைகள்:** 04

**கற்றற் பேறுகள்:**

- நியம நிகழ்தகவு மாதிரிகளின் தேவைப்பாட்டினைத் தெளிவுபடுத்துவார்.
- பின்னக எழுமாற்று மாறிக்குரிய நிகழ்தகவு மாறியினைப் பட்டியல்படுத்துவார்.
- தொடர்ச்சியான எழுமாற்று மாறிக்குரிய நிகழ்தகவு மாதிரியினைக் குறிப்பிடுவார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- நிகழ்தகவு மாதிரிகளின் தேவைப்பாட்டினைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கு பின்வரும் பிரச்சினைகளை மாணவர்களுக்கு வழங்கவும்.
  - கோடலற்ற நாணயங்கள் 50 இனை மேல் எறியும்போது கிடைக்கப் பெறும் தலைகளின் எண்ணிக்கைகளின் உத்தேச பெறுமதியினையும் மாறிகளின் எண்ணிக்கையினையும் கணக்குமாறு மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.
  - மாணவர்கள் அவற்றைக் கணிப்பதற்கு முயற்சித்த பின், அது ஒரு சிக்கலான கரும மென்பதை மாணவர்களுக்கு துலங்கச் செய்த பின்னர் பின்வரும் விடயங்கள் வெளிப் படும் வகையில் கலந்துரையாடலை நடாத்தவும்.
  - இவ்வாறான சிக்கலான நிகழ்தகவுப் பிரச்சினைகளை இலகுவாகத் தீர்ப்பதற்கு நிகழ்தகவு மாதிரி தேவையானது எனக் கூறவும்.
  - பின்னக சிக்கலான நிகழ்தகவுப் பிரச்சினைகளைத் தீர்ப்பதற்கு பின்னக நிகழ்தகவு மாதிரியும், தொடர்ச்சியான சிக்கலான நிகழ்தகவுப் பிரச்சினைகளைத் தீர்ப்பதற்குத் தொடர்ச்சியான நிகழ்தகவு மாதிரியும் காணப்படுகின்றதென தெளிவுபடுத்திக் கொடுக்கவும்.
- பின்வரும் பிரச்சினைகள் தொடர்பில் மாணவர்களின் கவனத்தைச் செலுத்தச் செய்யவும்.
  - (1) இயந்திரமொன்றின் மூலம் 10 000 பொருட்களை உற்பத்தி செய்யும்போது குறைந்தது 3வது வழுவடன் கூடியதாக இருக்கும் நிகழ்தகவைக் கணிப்பிடல்.
  - (2) ஒரு மணித்தியாலத்தினுள் எரிபொருள் நிரப்பு நிலையமொன்றிற்கு இரு லொறிகள் வரும் நிகழ்தகவினைக் கணிப்பிடல்.
  - (3) 300 மி.மீ. கொள்ளளவு கொண்ட குளிர்பான போத்தலொன்றில் உள்ளடக்கப்பட்டுள்ள குளிர்பானத்தின் அளவு 295 மி.மீற்றரை விடக் குறையும் நிகழ்தகவினைக் கணிப்பிடல்.
- இவ்வாறான சிக்கலான நிகழ்தகவுப் பிரச்சினைகளை இலகுவாகத் தீர்ப்பதற்கு நிகழ்தகவு மாதிரி காணப்படுகின்றதென்பதை மாணவர்களுக்குக் கூறவும்.

**பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:**

- சிக்கலான நிகழ்தகவுப் பிரச்சினைகளை இலகுவாகத் தீர்ப்பதற்கு பயன்படுத்தப்படுகின்ற நிகழ்தகவுச் சூத்திரம், அட்டவணை, வரைபுகள் என்பன நிகழ்தகவு மாதிரிகளாக இனங்காணப்படுகின்றது.
- விசேட முறையிலான நடைமுறைப் பிரச்சினைகளை அறிந்து கொள்வதற்கு நிகழ்தகவு மாதிரி தேவையானது.
- பல்வேறு நிகழ்தகவு மாதிரிகளின் பண்புகளை இனங்காண்பதன் மூலம் உரிய சந்தர்ப்பங்களுக்கு அவற்றை அண்ணளவாக்கம் செய்ய முடியும்.
- பின்னக நிகழ்தகவு மாதிரியொன்றாக ஈருறுப்பு நிகழ்தகவு தொழிற்பாட்டினையும் பொய்சோன் நிகழ்தகவுத் தொழிற்பாட்டினையும் பயன்படுத்த முடியும்.
- பின்னக நிகழ்தகவு மாதிரியொன்று எழுமாற்று மாறியில் ஒவ்வொரு பெறுமதியுடன் தொடர்புடைய நிகழ்தகவுகளை வெளிப்படுத்திக் காட்டுகின்ற சூத்திரம் என்பதனால் அது கூட்டுத் தொழிற்பாடு எனும் பெயரைப் பெற்றுவிடும்.
- தொடர்ச்சியான நிகழ்தகவு மாதிரியொன்றாக செவ்வன் நிகழ்தகவு தொழிற்பாட்டினைப் பயன்படுத்த முடியும்.
- தொடர்ச்சியான நிகழ்தகவு மாதிரியொன்று எழுமாற்று மாறி கோட்டு வரைபடத்தில் காணப்படும் சகல பெறுமதிகளுக்குமுரிய நிகழ்தகவினை வெளிப்படுத்திக் காட்டும் சூத்திரம் என்பதனால் அது அடர்த்தித் தொழிற்பாடு எனப் பெயரிடப்படுகிறது.

**தேர்ச்சி 5.0:** வணிக இடர்களுக்கு முகம் கொடுப்பதற்கான ஆயத்தத்தை வெளிப்படுத்துவார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 5.15:** ஈருறுப்பு மாதிரியைப் பயன்படுத்தி நிகழ்தகவுப் பிரச்சினைகளைத் தீர்ப்பார்.

**பாடவேளைகள்:** 10

**கற்றற் பேறுகள்:**

- பேர்னோயிப் பரிசோதனையை விளக்குவார்.
- உரிய நிபந்தனைகளைக் குறிப்பிட்டு ஈருறுப்புப் பரம்பலுக்கு விளக்கம் கூறுங்கள்.
- ஈருறுப்புத் தேற்றத்தினூடாக ஈருறுப்பு எழுமாற்று மாறிகளுக்கான உதாரணங்களை வழங்குவார்.
- ஈருறுப்புப் பரம்பல் தொழிற்பாட்டிற்கு விளக்கம் கூறுவார்.
- ஈருறுப்புப் பரம்பல் தொழிற்பாட்டினைப் பயன்படுத்தி நிகழ்தகவுப் பிரச்சினைகளைத் தீர்ப்பார்.
- ஈருறுப்பு நிகழ்தகவு அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி பிரச்சினைகளை இலகுவாகத் தீர்ப்பார்.
- ஈருறுப்புப் பரம்பலொன்றின் இடை, மாற்றத்தின் என்பவற்றிற்கு விளக்கம் கூறி அதனைக் கணிப்பிடுவார்.
- ஈருறுப்புப் பரம்பலொன்றின் பண்புகளை விபரிப்பார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- பின்வரும் பத்திரத்தை வகுப்பில் முன்வைக்கவும்.

பரிசோதனை	விளைவு (பெறுபேறு)	
நாணயமொன்றை ஒரு முறை மேலே எறிதல்.		
நாணயமொன்றை இருமுறை மேலே எறிதல்.	இரண்டாவது முறை	முதல் முறை

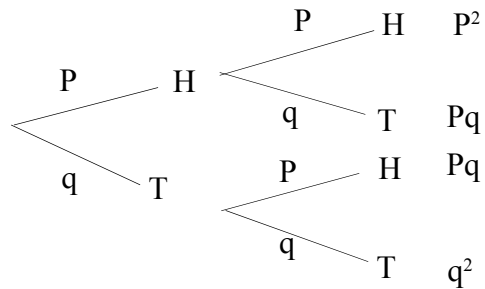
- மாணவரொருவரை வகுப்பில் முன்பாக அழைத்து மேற்குறிப்பிட்ட அட்டவணையிலுள்ள வெற்றிடங்களை நிரப்புமாறு ஆலோசனை வழங்கவும்.
- பின்வரும் விடயங்களை வெளிப்படுத்தி கலந்துரையாடலில் ஈடுபடவும்.
  - நாணயமொன்றை ஒரு முறை மேலே எறியும் பரிசோதனையின் பெறுபேறு இரண்டு காணப்படுமென.
  - இவ்வாறு இரு பெறுபேறுகளுடனான எழுமாற்றுப் பரிசோதனையினை ஒருமுறை மேற்கொள்ளல் பேர்னோயிப் பரிசோதனையாகும் என.
  - நாணயமொன்றை இருமுறை மேலே எறியும் பரிசோதனையில் கிடைக்கும் பெறுபேறுகள் 4 ஆகுமென.

- பெறுபேறுகள் இரண்டினைக் கொண்ட பரிசோதனையொன்றை ஒரு முறைக்கு மேல் மேற்கொள்ளும்போது அது ஈருறுப்புப் பரிசோதனையாகக் கருதப்படுமென.
- நாணயத்தை இருமுறை மேலே எறியும்போது அப்பரிசோதனை ஈருறுப்பு முயல்கைகள் இரண்டை உள்ளடக்கியது என.  
(முயல்கைகள் என்பது பரிசோதனை மேற்கொள்ளப்படுகின்ற முறைகளாகும்.)
- நாணயத்தில் தலை விழும் என எதிர்பார்க்கப்படின் தலை விழக்கூடிய நிகழ்வு வெற்றியை (S) எனவும், தலை விழாதிருக்கும் நிகழ்வைத் தவறுதல் (F) எனவும் குறிப்பிடப்படுகின்றது என.
- இங்கு நாணயத்தை முதலாவது முறை மேலே எறியும்போது தலை விழுவதற்கான நிகழ்தகவு அல்லது வெற்றி கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு  $(P)=1/2$  எனச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- நாணயத்தை இரண்டாவது முறை மேலே எறியும்போது தலை விழுவதற்கான நிகழ்தகவு அல்லது வெற்றி கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு  $1/2$  எனச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- நாணயத்தை முதலாவது முறை மேலே எறியும்போது தலை விடுதல் அல்லது விழாதிருத்தல் இரண்டாவது முறை அந்நாணயத்தை மேலே எறியும்போது தலை விழுவதல் அல்லது விழாதிருத்தலில் எந்த விதத்திலும் தாக்கத்தை ஏற்படுத்தாதென விளக்கவும்.
- நாணயத்தை இரு முறை மேலே எறியும் மேற்குறிப்பிட்ட பரிசோதனை சந்தர்ப்பத்தின் உதவியுடன் தலை கிடைக்கக்கூடிய தடவைகளின் எண்ணிக்கை X ஆயின், அது எழுமாற்று மாறியாக அதனைப் பெயரிட்டு X யின் நிகழ்தகவுப் பரம்பலைக் கட்டியெழுப்புவதில் மாணவர்களை ஈடுபடுத்தவும்.
- இங்கு வெற்றியினைப் பெற்றுக் கொள்ளக்கூடிய நிகழ்தகவு P எனவும், (தலை விழக்கூடிய நிகழ்தகவு) தவறக்கூடிய நிகழ்தகவு q எனவும் (தலை விழாத நிகழ்தகவு) பயன்படுத்துமாறு மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.
- பின்வரும் அட்டவணையை மாணவர்களைக் கொண்டு பூரணப்படுத்தவும்.

X	P(X)	P(X) p, q உதவியுடன்
0	$\frac{1}{4}$	$q^2$
1	$\frac{2}{4}$	$2Pq$
2	$\frac{1}{4}$	$p^2$

இறுதி நிரலின் பெறுமதிகளைப் பெற்றுக் கொள்வதற்குப் பின்வரும் மரவரிப் படத்தைப் பயன்படுத்திக் கொள்ளமுடியும்.

தலை விழும் நிகழ்வு → H  
பெறுமதி விழும் நிகழ்வு → T



- இவ்வாறு  $X$  எனும் மாறியின் ஒவ்வொரு பெறுமதியினையும் பெற்றுக் கொள்கின்ற நிகழ்தகவு  $P(x) > 0$  என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும். அத்துடன்  $x$  எனப்படுகின்ற எழுமாற்று மாறி பெற்றுக் கொள்கின்ற சகல பெறுமதிகளினதும் நிகழ்வுகளின் மொத்தம் 1 என்பதை சுட்டிக் காட்டவும்.

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = 1 \text{ ஆக இருப்பதனால்,}$$

$$\sum_{i=0}^2 P(x) = q^2 + 2Pq + P^2 = 1 \text{ என்பதை உறுதிப்படுத்தவும்.}$$

- இது  $(p+q)^2$  இன் விரிவு என்பதனைச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- இம்முறையில் சமநிறையுள்ள நாணயத்தை மூன்று முறை மேலே எறியும் பரிசோதனையில் தலை விழுவதற்கான தடவைகளின் எண்ணிக்கையினை  $X$  என எடுத்து  $X$  நிகழ்தகவுப் பரம்பலைக் கட்டியெழுப்புவதற்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.

X	P(X)	P(X) P, q யின் உதவியுடன்
0	$\frac{1}{8}$	$q^3$
1	$\frac{3}{8}$	$3pq^2$
2	$\frac{3}{8}$	$3q^2p$
3	$\frac{1}{8}$	$p^3$

- இப்பரம்பலின் உதவியுடன்  $X$  எனப்படுகின்ற எழுமாற்று மாறியின் ஒவ்வொரு பெறுமதியினை எடுக்கின்ற நிகழ்தகவு  $P(x) > 0$  எனவும்,  $\sum_{i=0}^3 P(x) = q^3 + 3pq^2 + 3p^2q + p^3 = 1$  எனச் சுட்டிக் காட்டவும். இது  $(q+p)^3$  யின் விரிவு என்பதனையும் குறிப்பிடவும்.
- மேற்குறிப்பிட்ட கூற்றில் ஒவ்வொரு பதத்தினதும் குணகமான 0, 1, 2, 3 போன்ற பெறுமதிகள்  ${}^3C_0$   ${}^3C_1$   ${}^3C_2$   ${}^3C_3$  முறையில் சேர்மான நுட்பமுறையினைப் பயன்படுத்தி பெற்றுக் கொள்ளக்கூடிய முறையினைச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- அதற்கேற்ப  $(q+p)^3$  இன் பரம்பலை பின்வருமாறு எழுத முடியும் என்பதை கலந்துரையாடலின் மூலம் வெளிப்படுத்தவும்.

$$\sum_{i=0}^3 P(x) = {}^3C_0 P^0 q^3 + {}^3C_1 P^1 q^{3-1} + {}^3C_2 P^2 q^{3-2} + {}^3C_3 P^3 q^{3-3}$$

- இப்பரிசீலனையை அடிப்படையாகக் கொண்டு ஈருறுப்புப் பரம்பலினூடாக விளக்கப்படுகின்ற  $X$  எனப் பெயர் கொண்ட மாறி  $x$  எனும் பெறுமானத்தைப் பெறும் நிகழ்தகவிற்கு  $pqn$  ஐயும்  $X$  போன்ற குறியீடுகளைப் பயன்படுத்தி கூற்றொன்றைப் பெற்றுக் கொள்வதற்கு மாணவர்களுக்கு வழிகாட்டவும்.

**பயிற்சி - 1:**

- (1) 4 விடைகளைக் கொண்ட பல்தேர்வு வினாப்பத்திரமொன்றில் 5 வினாக்களுக்கு எழுமாற்றாக மாணவனொருவர் விடையளிப்பானாயின்,
- ஒரு விடையாவது சரியாக இல்லாமலிருப்பதற்கு
  - ஒரு விடை மாத்திரம் சரியாக இருப்பதற்கு
  - இரு விடைகள் மாத்திரம் சரியாக இருப்பதற்கு
  - ஆகக் கூடியது இரு விடைகளாயினும் சரியாக இருப்பதற்கு
  - ஆகக் குறைந்தது இரு விடைகள் சரியாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவினைக் கண்டுபிடிக்க.

**விடைகள்:**

பல்தேர்வு வினாக்களின் எண்ணிக்கை  $n = 5$

ஒரு வினாவிற்குச் சரியான விடை வழங்குவதற்கான நிகழ்தகவு  $p = 0.2$   $q = 0.8$

$$X \sim Bi(n, p)$$

$$X \sim Bi(5, 0.2)$$

$$P(x = x) = {}^n C_x p^x q^{n-x}$$

$$(i) P(x = 0) = {}^5 C_0 \times 0.2^0 \times 0.8 \times 0.8^{5-0} \\ = 1 \times 1 \times 0.3277 \\ = \underline{\underline{0.3277}}$$

$$(ii) P(x = 1) = {}^5 C_1 \times 0.2^1 \times 0.8 \times 0.8^{5-1} \\ = 5 \times 0.2 \times 0.8^4 \\ = 5 \times 0.2 \times 0.4096 \\ = \underline{\underline{0.4096}}$$

$$(iii) P(x = 2) = {}^5 C_2 \times 0.2^2 \times 0.8^3 \\ = 10 \times 0.04 \times 0.512 \\ = \underline{\underline{0.2048}}$$

$$(iv) P(x \leq 2) = p(x = 0) + p(x = 1) + p(x = 2) \\ = 0.3277 + 0.4096 + 0.2048 \\ = \underline{\underline{0.9421}}$$

$$(v) P(x \geq 2) = 1 - P(x = 0) - P(x = 1) \\ = 1 - [0.3277 + 0.4096] \\ = 1 - 0.7373 \\ = \underline{\underline{0.2627}}$$

- $n = 5$  ஈருறுப்புப் பரம்பல் அட்டவணையில்  $p = 0.2$  நிரலைப் பயன்படுத்தி மேற் குறிப்பிட்ட விடைகளை இலகுவாகப் பெற்றுக் கொள்ளும் முறையினை மாணவர் களுக்குச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- 5 விடைகளைக் கொண்ட பல்தேர்வு வினாப்பத்திரத்திலுள்ள 50 வினாக்களுக்கு எழுமாற்றாக விடையளிக்கும் மாணவனொருவனுக்கு எதிர்பார்க்கக்கூடிய சரியான விடைகளின் எண்ணிக்கை தொடர்பில் மாணவர்களிடம் கேட்கவும்.

- இங்கு ஒரு வினாவிற்கு சரியான விடையளிக்கும் நிகழ்தகவு 0.2 என்பதனால் (20%) 50 வினாக்களுக்கு 20% ம் சரியான விடை கிடைக்கும் என அனுமானிக்கப் படும். இதற்கமைய எதிர்பார்க்கக்கூடிய சரியான விடைகளின் எண்ணிக்கை 10 என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- இவ்வாறு நிகழ்தகவு விதியின் மூலம் “உத்தேச எதிர்பார்ப்புப் பெறுமதி” என்பது இடையாக குறிப்பிடப்படுவதனால் அதுவே அந்த ஈருறுப்புப் பரம்பலின் இடை என்பதையும் சுட்டிக் காட்டவும்.

**பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:**

- இரு விளைவுகளை (பெறுபேறுகளை) மாத்திரம் கொண்ட ஒரு எழுமாற்றுப் பரிசோதனை சந்தர்ப்பமானது பேர்னொலி பரிசோதனை எனப்படும்.
- இரு பெறுபேறுகளை மாத்திரம் கொண்ட எழுமாற்றுப் பரிசோதனையொன்று ஒரு தடவைக்கு மேல் மேற்கொள்ளப்படுமாயின் அவ்வாறான ஒரு பரிசோதனைச் சந்தர்ப்பம் ஈருறுப்புப் பரிசோதனை எனப்படும்.
- ஈருறுப்புப் பரிசோதனையுடன் தொடர்புடையதாக கருத்துக் கூறப்படுகின்ற  $X$  எனப்படுகின்ற எழுமாற்று மாறியொன்றிற்கு நிகழ்தகவு பரம்பலொன்று காணப்படுவதற்குப் பின்வரும் நான்கு நிபந்தனைகள் பூர்த்தி செய்யப்படல் வேண்டும்.
  - பரிசோதனை வரையறுத்த எண்ணிக்கையைக் கொண்டிருத்தல் வேண்டும்.
  - ஒவ்வொரு பரிசோதனையையும் வெற்றி (S), தோல்வி (F) என்ற இரு பெறுபேறுகளை மாத்திரம் கொண்டிருத்தல் வேண்டும்.
  - ஒவ்வொரு பரிசோதனையிலும் வெற்றியினைப் பெறக்கூடிய நிகழ்தகவு சமமாக இருத்தல் வேண்டும்.
  - ஒவ்வொரு பரிசோதனையும் ஏனைய சகல பரிசோதனைகளிலிருந்தும் சாராததாக இருத்தல் வேண்டும்.
- இந்நான்கு நிபந்தனைகளையும் நிறைவு செய்கின்ற  $X$  எனும் பின்னக எழுமாற்று மாறியொன்று  $X$  எனும் பெறுமதியினைப் பெறும் நிகழ்தகவு,

$$P(X = x) = {}^n C_x P^x . q^{n-x}$$

$X; 0, 1, 2, \dots, n$  எனப் பொருள் கூறப்படும்.

இது ஈருறுப்புப் பரம்பலின் நிகழ்தகவு தொழிற்பாடு எனக் கூறப்படும்.

- இச்சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி ஈருறுப்புப் பரம்பல் முறையைப் பெறும் எழுமாற்று பரிசோதனையின் உதவியுடன் நிகழ்தகவுப் பிரச்சினைகளைத் தீர்க்கலாம்.  
 $n = 5, n = 10, n = 15$  போன்ற பல்வேறு சந்தர்ப்பங்களுடன் தொடர்புடையதாக வெற்றி கிடைப்பதற்கான பல்வேறு நிகழ்தகவுப் பெறுமதிகளின் கீழ்  $X$  இன் நிகழ்தகவுப் பெறுமதிகளை அட்டவணைப்படுத்தியுள்ளதுடன், அவ் அட்டவணையைப் பயன்படுத்திக் கணித்தலை மிக இலகுவாக மேற்கொள்ளலாம்.
- ஈருறுப்புப் பரம்பலொன்றின் இடை  $\mu = np$  ஆக இருப்பதுடன் மாற்றற்றின்  $\sigma^2 = npq$  எனக் கொள்ளப்படும்.
- $q$  என்பது எப்போதும் 1ஐ விடக் குறைந்த பெறுமதியொன்றென்பதனால் ( $q = 1 - p$ ) ஈருறுப்புப் பரம்பலொன்றின் மாற்றற்றின் சகல சந்தர்ப்பங்களிலும் அதன் இடையை விடக் குறைந்ததாகும்.
- வெற்றியினைப் பெறக்கூடிய நிகழ்தகவு  $p = 0.5$  ஆக இருக்கக்கூடிய ஈருறுப்புப் பரம்பலானது செவ்வனாகப் பரம்பியிருப்பதுடன்  $p < 0.5$  விடக் குறைந்த ஈருறுப்புப் பரம்பல் நேர் ஓராயமாகவும்,  $p > 0.5$  குறைந்த ஈருறுப்புப் பரம்பல் மறை ஓராயமாகவும் இருக்கும்.



**தேர்ச்சி 5.0:** வணிக இடர்களுக்கு முகம் கொடுப்பதற்கான ஆயத்தத்தை வெளிப்படுத்துவார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 5.16:** புவசோன் மாதிரியைப் பயன்படுத்தி நிகழ்தகவுப் பிரச்சினைகளைத் தீர்ப்பார்.

**பாடவேளைகள்:** 12

**கற்றற் பேறுகள்:**

- புவசோன் எழுமாற்று மாறிகள் கட்டியெழுப்பப்பட்டிருக்கும் கருதுகோள்களை எழுதிக் காட்டுவார்.
- புவசோன் பரம்பலை விளக்குவார்.
- புவசோன் எழுமாற்று மாறிகளுக்கான உதாரணங்களை முன்வைப்பார்.
- புவசோன் பரம்பலில் நிகழ்தகவுத் தொழிற்பாட்டினை எழுதிக் காட்டுவார்.
- புவசோன் எழுமாற்று மாறியொன்றின் இடை மாற்ற்திறன் என்பவற்றை விளக்குவார்.
- புவசோன் பரம்பலொன்றின் பண்புகளை விளக்குவார்.
- புவசோன் நிகழ்தகவுத் தொழிற்பாட்டினையும் உரிய அட்டவணையையும் பயன்படுத்தி பிரச்சினைகளைத் தீர்ப்பார்.
- புவசோன் பரம்பலின் பண்புகளை ஒழுங்கமைப்பார்.
- ஈருறுப்புப் பரம்பலொன்றை புவசோன் பரம்பலொன்றின் மூலம் அண்ணளவாக்கம் செய்வதற்குத் தேவையான நிபந்தனைகளை வெளிப்படுத்துவார்.
- குறித்த நிபந்தனைகள் பூர்த்தி செய்யப்படும் பொழுது ஈருறுப்புப் பரம்பல் தொடர்பிலான பிரச்சினைகளைத் தீர்ப்பதற்குப் புவசோன் பரம்பலைப் பயன்படுத்துவார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

பின்வரும் கூற்றுக்களை வகுப்பில் முன்வைக்கவும்.

- ஒவ்வொரு வாரத்திலும் ஆகக் குறைந்தது மூன்று மாணவர்கள் நோய்வாய்ப்படுவதன் காரணமாக அவர்களை வைத்திசாலைக்கு அல்லது வீட்டுக்குக் கொண்டு செல்வதற்கான போக்குவரத்துச் செலவை ஏற்க வேண்டியேற்படுகின்றது.
- ஒவ்வொரு நாளிலும் ஏதாவது பிரதேசமொன்றில் திடீர் விபத்து தொடர்பில் அறியக் கிடைக்கின்றது.
- மருத்துவ பரிசோதனை நிலையத்திற்கு வருகை தந்த நோயாளியொருவரின் இரத்தத்தில் அடங்கியுள்ள வெண்குருதித் துணிக்கைகள் குறைவாகக் காணப்படுவதை இரத்தப் பரிசோதனையினூடாக வெளிப்படுத்தப்பட்டுள்ளது.
- பாடசாலைக் காரியாலயத்திற்கு நாளொன்றிற்கு 20 தொலைபேசி அழைப்புக்கள் கிடைக்கப் பெறுவதாக அதிபர் தெரிவிக்கின்றார்.

பின்வரும் விடயங்களை வெளிப்படுத்தி கலந்துரையாடலில் ஈடுபடவும்.

- மேற்குறிப்பிடப்பட்ட சகல கூற்றுக்களிலிருந்தும் வெளிப்படுத்தப்படுகின்ற மாறிகள் பின்னக மாறிகளாகும் என.
- அவற்றில் 1ம் 2ம் கூற்றுக்களின் மூலம் வெளிப்படுத்தப்படுகின்ற மாறிகள், காலம், மாதிரிவெளி என்பவற்றின் அடிப்படையில் பரம்பலடைகின்றன என.
- மூன்றாவது கூற்றில் வெளிப்படுத்தப்படுகின்ற மாறிகள் மாதிரிவெளியின் அடிப்படையில் பரம்பலடைகின்றன என.

- நான்காவது கூற்றில் வெளிப்படுத்தப்படுகின்ற மாறி காலத்தினடிப்படையில் பரம்பலடைகின்றன என.
- காலம், மாதிரிவெளி என்பவற்றின் அடிப்படையில் பரம்பலடைகின்ற இவ்வாறான எழுமாற்று மாறிகளுடன் இணைந்த எழுமாற்றுப் பரிசோதனைகளுக்குரிய நிகழ்தகவுப் பிரச்சினைகள் புவசோன் பரம்பலினூடாக மாதிரி செய்யப்பட்டுள்ளதெனச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- மேற்கூறப்பட்ட கூற்றுக்களைப் பயன்படுத்தி பொய்சோன் பரம்பலொன்றின் போது பயன்படுத்தப்படும் கருதுகோள்களை மாணவர்களுக்குத் தெளிவுபடுத்தவும்.
- மேலே (1) உதாரணத்திற்கேற்ப ஒரு வாரத்தினுள் வீட்டிற்கு அல்லது வைத்திய சாலைக்கு அனுப்பப்படுகின்ற மாணவர்களின் எண்ணிக்கை மற்றோர் வாரத்தினுள் அவ்வாறு அனுப்பப்படுகின்ற மாணவர்களின் எண்ணிக்கையில் தாக்கத்தை ஏற்படுத்தாது என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- மேலே (3) உதாரணத்திற்கேற்ப ஒரு நோயாளியின் இரத்த மாதிரியில் அடங்கியுள்ள வெண்குருதிச் சிறுதுணிக்கைகளின் எண்ணிக்கை மற்றோர் நோயாளியின் இரத்த மாதிரியில் அடங்கியுள்ள வெண்குருதிச் சிறுதுணிக்கைகளின் எண்ணிக்கையில் தாக்கத்தையேற்படுத்தாது என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- பாடசாலைத் தொலைபேசிக்கு நாளொன்றிற்கு கிடைக்கப் பெறுகின்ற சாதாரண தொலைபேசி அழைப்புக்களின் எண்ணிக்கை 20 ஆயின், இரண்டு நாட்களுக்கான அழைப்புக்களின் எண்ணிக்கை 40 உம், அரை நாட்களுக்கு 10 அழைப்புக்களும் கிடைக்கப் பெறுவதாகக் கருதப்படுகின்றது எனச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- 5 வினாடிகள் எனும் சிறிய கால இடைவெளியில் தொலைபேசி அழைப்புக்கள் 1 ஐ விடக் கூடியதாக கிடைப்பதற்குரிய சந்தர்ப்பங்களைக் கவனத்தில் கொள்ளப் படாத சிறிய பெறுமானமொன்றாகும் என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- ஓர் இடத்திலிருந்து ஒரு சிறிய வேலையில் ஓத்த தன்மை கொண்ட இரு நிகழ்வுகள் இடம்பெறுவதற்குரிய சந்தர்ப்பத்தையும் கருத்திற் கொள்ளாது விடக் கூடிய அளவை விடச் சிறிய பெறுமானமொன்றாகும் என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- காலம், மாதிரிவெளி என்பவற்றின் அடிப்படையில் பரம்பலடைகின்ற ஏனைய மாறிகளுக்கான உதாரணங்களை மாணவர்களிடம் கேட்டவாறு மேற்குறிப்பிடப்பட்ட கருதுகோள்களை நியாயப்படுத்தவும்.
- காலம் அல்லது மாதிரிவெளியினடிப்படையில் பரம்பலடையும் பின்னக எழுமாற்று மாறிகளின் நிகழ்தகவுப் பிரச்சினைகளைத் தீர்ப்பதற்காக பொய்சோன் பரம்பலைப் பிரயோகிக்க முடியும் எனத் தெளிவுபடுத்தவும். இதற்காகப் பயன்படுத்தப்படும் பொய்சோன் பரம்பலொன்றின் நிகழ்தகவுத் தொழிற்பாட்டினை கரும்பலகையின் மீது குறிக்கவும்.

$$P(X=x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$$

- இங்கு  $\lambda$  என்பது பொய்சோன் பரம்பலின் இடை எனவும்,  $e$  என்பது 2.7183 எனும் நியதியொன்றாகும் எனவும் பின்னக எழுமாற்று மாறி  $X$  எனவும் மாணவர்களுக்குத் தெளிவுபடுத்தவும்.

### செயற்பாடு - 1

- மாணவர்களைப் பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுத்தச் செய்யவும்.
  - வைத்தியசாலையொன்றில் ஒரு நாளைக்கு பிறக்கும் குழந்தைகளின் சராசரி எண்ணிக்கை 3 என கடந்த கால அறிக்கைகளைப் பரீட்சித்தபோது அறிந்து கொள்ள முடிந்தது எனக் கருதுக. நாளைய நாளினுள் இவ்வைத்தியசாலையில்,
    - குழந்தைப் பிறப்பொன்று இடம்பெறாதிருத்தல்.
    - சரியாக ஒரு குழந்தையின் பிறப்பு மாத்திரம் இடம்பெறல்.
    - குறைந்தது ஒரு குழந்தையின் பிறப்பாவது இடம்பெறல்.
    - ஆகக்கூடியது இரு குழந்தைகளின் பிறப்பு இடம்பெறுவதற்கான நிகழ்தக வினைக் கண்டுபிடிக்க.

### விடைகள்:

$$(i) \quad \lambda = 3 \quad x = 0 \qquad (ii) \quad P(X=1) = \frac{2.7183^{-3} \times 3^1}{1!}$$

$$P(X=x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} \qquad = \frac{3}{2.7183^3}$$

$$P(x=0) = \frac{2.7183^{-3} \times 3^0}{0!} \qquad = \underline{\underline{0.1494}}$$

$$= \frac{1}{2.7183^3} \qquad (iii) \quad P(X \geq 1) = 1 - P(x=0)$$

$$= \underline{\underline{0.0498}} \qquad = 1 - 0.0498$$

$$= \underline{\underline{0.9502}}$$

$$(iv) \quad P(X \leq 2) = P(x=0) + P(x=1) + P(x=2)$$

$$= \frac{2.7183^{-3} \times 3^0}{0!} + \frac{2.7183^{-3} \times 3}{1!} + \frac{2.7183^{-3} \times 3^2}{2!}$$

$$= 0.0498 + 0.1494 + 0.2240$$

$$= \underline{\underline{0.4232}}$$

கவனிக்கவும்:  $\lambda = 3$  எனும் புவசோன் பரம்பல் அட்டவணையினை வாசிப்பதன் மூலம் இப்பெறுமதிகளைப் பெற்றுக் கொள்வதற்கு மாணவர்களை ஈடுபடுத்தவும்.

- கால இடைவெளியொன்றின் மாதிரி வெளிப் பிரதேசத்தில் நிகழ்வுகள் இடம்பெறுவதற்கான நிகழ்தகவானது அக்கால இடைவெளியில் மாதிரி வெளிப் பிரதேசத்தில் தொடர்ந்து (பரப்பிற்கு) சமமானதாகும் என மாணவர்களுக்கு உறுதிப்படுத்துவதற்காகப் பின்வரும் செயற்பாட்டில் அவர்களை ஈடுபடுத்தச் செய்யவும்.

## செயற்பாடு - 2

வங்கியொன்றிற்கு வாடிக்கையாளர்களின் வருகை தொடர்பாக அறியும் சோதனையின் போது ஒரு மணித்தியால காலப்பகுதியினுள் வாடிக்கையாளர்கள் சராசரியாக 24 நபர்கள் வருகை தருவதாக உறுதியாகியது. ஒரு வாடிக்கையாளர் வங்கிக்கு வருகை தந்து கொடுக்கல் வாங்கல்களை முடிவுறுத்தியதன் பின்னர் வங்கியிலிருந்து வெளியில் செல்வதற்கு 10 நிமிட காலத்தை எடுக்கின்றது. வாடிக்கையாளரொருவர் வங்கியிலிருந்து வெளியேறும் காலத்தினுள் வங்கிக்கு,

- வாடிக்கையாளரொருவராவது வருகை தராதிருத்தல்.
- இரு வாடிக்கையாளர்கள் வருகை தரல்.
- குறைந்தது மூன்று வாடிக்கையாளர்கள் வருகை தரல்.
- கூடியது நான்கு வாடிக்கையாளர்கள் வருகை தருவதற்கான நிகழ்தகவினைக் கணிக்கவும்.

## தீர்வு - செயற்பாடு - 2

ஒரு மணித்தியாலத்தில் வருகை தரும் வாடிக்கையாளர்களின் எண்ணிக்கை  $\rightarrow 24$

10 நிமிடங்களில் வருகை தரும் வாடிக்கையாளர்களின் இடை  $\rightarrow \lambda = \frac{24}{6} = \underline{4}$

$$P(X=x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$$

$$(i) \quad P(x=0) = \frac{2.7183^{-4} \times 4^0}{0!} \quad (ii) \quad P(x=2) = \frac{2.7183^{-4} \times 4^2}{2!}$$
$$= \underline{0.0183} \quad \quad \quad = \underline{0.1465}$$

$$(iii) \quad P(X \geq 3) = 1 - \{P(x=0) + P(x=1) + P(x=2)\}$$
$$= 1 - (0.0183 + 0.0733 + 0.1465)$$
$$= \underline{0.7619}$$

$$(iv) \quad P(x \leq 4) = P(x=0) + P(x=1) + P(x=2) + P(x=3) + P(x=4)$$
$$= 0.0183 + 0.0733 + 0.1465 + 0.1954 + 0.1954$$
$$= \underline{0.6289}$$

- பொய்சோன் பரம்பலொன்றின் இடை, மாற்றற்றின் என்பன சமமாக இருப்பதனால் இடை  $\lambda$  ஆக இருப்பதுடன் அதன் மாற்றற்றினையையும் கூட  $\lambda$  மூலம் அடையாளப்படுத்தப்படும் எனவும் விளக்கவும்.
- பொய்சோன் பரம்பலொன்றின் பின்வரும் பண்புகளை மாணவர்களுடன் கலந்துரையாடவும்.
  - பொய்சோன் பரம்பல் பின்ன மாறிகளின் நிகழ்தகவுப் பிரச்சினைகளைத் தீர்ப்பதற்காக பயன்படுத்தப்படும்.
  - பொய்சோன் பரம்பலொன்றின் இடையானது அதன் மாற்றற்றினுக்குச் சமமானதாகும்.

- வெற்றி கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு பூச்சியத்திற்கு அண்மிக்கும் பொழுதும் முயல்கைகளின் எண்ணிக்கை அதிகமாக இருக்கும் பொழுதும் ஈருறுப்புப் பரம்பலொன்றை பொய்சோன் பரம்பலொன்றின் மூலம் அண்ணளவாக்கம் செய்ய முடியும்.
- ஈருறுப்புப் பரம்பலொன்றை பொய்சோன் பரம்பலொன்றின் மூலம் அண்ணளவாக்கம் செய்ய முடியும் எனவும், இதற்காக பின்வரும் நிபந்தனைகள் பூர்த்தி செய்யப்பட வேண்டும் என மாணவர்களுக்குத் தெளிவுபடுத்தவும்.
  - முயல்கைகளின் எண்ணிக்கை விசாலமாகும் பொழுது ( $n \geq 50$ )
  - வெற்றி கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு பூச்சியத்தினை நெருங்கும் பொழுது ( $p < 0.1$ )
  - இடை 5 ஐ விட குறைவாக இருத்தல்  $\mu = np < 5$
- மேற்குறிப்பிடப்பட்ட நிபந்தனைகள் பூர்த்தி செய்யப்படும் சந்தர்ப்பத்தின் பொழுது ஈருறுப்புப் பரம்பலொன்றின் இடையான  $np$  பொய்சோன் பரம்பலின் இடையான  $\lambda$  எனக் கொண்டு ஈருறுப்புப் பரம்பல் தொடர்பான பிரச்சினையினை பொய்சோன் பரம்பல் மூலம் தீர்க்க முடியும் என மாணவர்களுக்கு விளக்கவும்.
- புவசோன் பரம்பல் தொடர்பில் இதுவரை கற்ற விடயங்களின் உதவியுடன் அதன் பண்புகளை ஒழுங்குபடுத்துமாறு மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.

#### பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:

- காலம் அல்லது இடத்தினடிப்படையில் பரம்பிச் செல்கின்ற பின்னக எழுமாற்று மாறிகளுடன் இணைந்த நிகழ்தகவுப் பிரச்சினைகளைத் தீர்ப்பதற்குக் கட்டியெழுப்பப்படுகின்ற கோட்பாட்டு ரீதியான நிகழ்தகவு மாதிரி புவசோன் பரம்பல் எனப்படும்.

$$P(x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} \quad x = 0, 1, 2, \dots$$

என்பது புவசோன் பரம்பலின் நிகழ்தகவினை நிகழ்தகவுச் சார்புத் தொழிற்பாடு எனப்படும்.

- இங்கு  $\lambda$  என்பது புவசோன் பரம்பலின் இடை என்பதுடன்  $e$  என்பது மாறிலியாகும்.  $e = 2.7183 \dots$  ஆகும்.
- புவசோன் பரம்பலொன்றின் இடையும் மாறத்திறனும் சமமாகும்.
- மேற்குறிப்பிட்ட புவசோன் பரம்பலின் சார்புத் தொழிற்பாட்டினைக் கட்டியெழுப்பும் போது பின்வரும் கருதுகோள்கள் கவனத்தில் கொள்ளப்பட்டுள்ளன.
  - (i) குறிப்பிட்ட கால இடைவெளியில் (மாதிரிவெளிப் பிரதேசமொன்றின்) இடம்பெறுகின்ற நிகழ்வுகள் வேறு நிச்சயிக்கப்படாத கால இடைவெளியில் (மாதிரிவெளிப் பிரதேசத்தின்) இடம்பெறுகின்ற நிகழ்வுகளில் சாராததாக இருக்கும்.
  - (ii) குறிப்பிட்ட கால இடைவெளியில் (மாதிரிவெளிப் பிரதேசத்திற்கு) நிகழ்வுகள் நிகழக்கூடிய நிகழ்தகவுகள் அக்கால இடைவெளியின் (மாதிரிவெளிப் பிரதேசத்தில்) தொடர்ச்சியாக (பரப்பிற்கு) சமமாகவிருக்கும்.
  - (iii) மிகச் சிறிய கால இடைவெளியில் (மாதிரிவெளிப் பிரதேசத்தில்) 2 நிகழ்வுகள் அல்லது அதைவிடக் கூடிய எண்ணிக்கையில் நிகழக்கூடிய நிகழ்தகவு அவதானம் செலுத்தக்கூடிய அளவிலும் பார்க்கச் சிறியதாக இருத்தல்.

- புவசோன் பரம்பலின் பண்புகளைப் பின்வருமாறு ஒழுங்குபடுத்தலாம்.
  - புவசோன் பரம்பலின் பின்னக எழுமாற்று மாறியுடன் தொடர்புடைய நிகழ்தகவு மாதிரியொன்றாகும்.
  - புவசோன் பரம்பலொன்றின் இடையானது அதன் மாற்ற்திறனுக்குச் சமமாகும்.
  - வெற்றி கிடைக்கக்கூடிய நிகழ்தகவு பூச்சியத்தை அண்மிக்கும்போதும், பரிசோதனைகளின் எண்ணிக்கை அதிகளவில் இருக்கும்போதும் ( $n \geq 50$ ) ஈருறுப்புப் பரம்பலொன்றிற்கு மிகச் சிறந்த அண்ணளவாக்கமாக இடை ( $\lambda = nP$ ) எனக் கருதி புவசோன் பரம்பலைப் பயன்படுத்த முடியும்.
  - ( $np < 5$ ) எனவும் மேற்குறிப்பிட்ட இரு தேவைப்பாடுகளையும் ஒன்றிணைக்கப்பட்டுச் சுட்டிக் காட்ட முடியும்.

### கணிப்பீட்டு மதிப்பீட்டு நியதிகள்:

- மாணவர்களைப் பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுத்தச் செய்யவும்.  
தொழிற்சாலையொன்றில் உற்பத்தி செய்யப்படுகின்ற உற்பத்திப் பொருள் உருப்படி யொன்றைக் கவனத்தில் கொள்ளும்போது மொத்த உற்பத்தியில் 1% வழுக்களைக் கொண்டுள்ளது என நீண்டகால அனுபவத்தினூடாக உறுதிப்படுத்தப்பட்டுள்ளது எனக் கருதவும். இவ்வற்பத்திப் பொருள் இருப்பிலிருந்து 400 அலகுகளைக் கொண்ட எழுமாற்று மாதிரியொன்றைப் பரிசோதனை செய்யும்போது,
  - (i) வழுவுடனான அலகு காணப்படாதிருப்பதற்கான
  - (ii) வழுவுடனான இரு அலகு காணப்படுவதற்கான
  - (iii) ஆகக்கூடியது வழுவுடனான அலகுகள் 2 காணப்படுவதற்கான
  - (iv) மேற்குறிப்பிடப்பட்ட பகுதிகளிலிருந்து ஆகக் குறைந்தது வழுவுடனான இரு அலகுகளேனும் காணப்படுவதற்கான நிகழ்தகவினைக் கண்டுபிடிக்க.

### தீர்வு:

இங்கு வெற்றியினைப் பெற்றுக் கொள்வதற்கான நிகழ்தகவு 0.01 எனவும், தடவைகளின் எண்ணிக்கை  $n = 400$  எனவும் விளக்கி, இப்பிரச்சினையைத் தீர்ப்பதற்கு மாணவர்களுக்கு ஈருறுப்புப் பரம்பலின் தொழிற்பாட்டினை பயன்பாட்டிற்கு மாணவர்களை ஈடுபடுத்தச் செய்யவும்.

$$x \sim \text{Bin}(n, p)$$

$$x \sim \text{Bin}(400, 0.01)$$

$$P(X = x) = {}^n C_x \cdot P^x \cdot q^{n-x} \quad x = 1, 2, 3, \dots$$

$$P(x = 0) = {}^400 C_0 \times 0.01^0 \times 0.99^{400-0}$$

இவ்வாறு கணிப்பிடுவது சிக்கலானது என்பதை மாணவர்கள் விளங்கிக் கொள்வதற்குச் சந்தர்ப்பம் வழங்கவும்.  $n$  பெரிதாக இருக்கும்போதும்  $p$  மிகச் சிறியதாக இருக்கும்போதும் (பூச்சியத்திற்கு அண்மித்ததாக இருக்கும்போது)  $\lambda = np$  எனும் புவசோன் பரம்பலின் மூலம் இதன் பெறுமதியினைக் கிட்டியதாகப் பெற்றுக் கொள்ள முடியும் என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.

$$\lambda = np$$

$$\lambda = 400 \times 0.01$$

$$\lambda = \underline{\underline{4}}$$

$P \rightarrow 0$  ஆகவும்  $n \rightarrow \alpha$  ஆகவும் இருப்பதனால்,

$$x \approx Pois(\lambda = np)$$

$$x \approx Pois(\lambda = 4)$$

$\lambda = 4$  புவசோன் பரம்பல் அட்டவணையைப் பயன்படுத்துவதில் மாணவர்களை ஈடுபடுத்தவும்.

$$(i) P(X = 0) \quad \lambda = 4$$

$$= \underline{\underline{0.0183}}$$

$$(ii) P(x) = 2$$

$$= \underline{\underline{0.1465}}$$

$$(iii) P(x \leq 2) = P(x = 0) + P(x = 1) + P(x = 2)$$

$$= 0.0183 + 0.0733 + 0.1465$$

$$= \underline{\underline{0.2381}}$$

$$(iv) P(x \geq 2) = 1 - P(x = 0) + P(x = 1)$$

$$= 1 - (0.0183 + 0.0733)$$

$$= 1 - 0.0916$$

$$= \underline{\underline{0.9084}}$$

**தேர்ச்சி 5.0:** வணிக இடர்களுக்கு முகம் கொடுப்பதற்கான ஆயத்தத்தை வெளிப்படுத்துவார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 5.17:** நிகழ்தகவு மாதிரியொன்றாக செவ்வன் பரம்பலை அறிந்து கொள்வார்.

**பாடவேளைகள்:** 06

**கற்றற் பேறுகள்:**

- செவ்வன் பரம்பலொன்றின் பண்புகளைச் சுட்டிக்காட்டி செவ்வன் பரம்பலை விளக்குவார்.
- செவ்வன் பரம்பலின் அடர்த்தித் தொழிற்பாட்டை விளக்குவார்.
- செவ்வன் பரம்பலின் பரமானங்களை வெளிப்படுத்திக் காட்டுவார்.
- செவ்வன் பரம்பலொன்றின் மாறிகளுக்கான உதாரணங்களை முன்வைப்பார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- பின்வரும் புள்ளிப் பரம்பலை வகுப்பில் முன்வைக்கவும்.

புள்ளிகள்	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50	50 - 60	60 - 70	70 - 80	80 - 90	90 - 100
மாணவர்கள்	02	04	10	20	28	20	10	04	02

- இப்பரம்பலுக்கான வலையுரு வளையியையும் அதன் மீது மீடறன் பல்கோணியையும் உருவாக்குவதற்கு மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.
- வரைபடத்திற்கமைய தரவுகளின் பரம்பலானது சமச்சீரான பரம்பலொன்றாகும் என்பதனை கலந்துரையாடவும்.
- இப்பரம்பலின் இடை, இடையம், ஆகாரம், நியம விலகல் என்பவற்றைக் கணிப்பிடுவதில் மாணவர்களை ஈடுபடுத்தவும்.
- இப்பரம்பலின் இடை = இடையம் = ஆகாரம் = 55 ஆகும் என்பதனை மாணவர்களின் விடைகளின் மூலம் உறுதிப்படுத்திக் கொள்ளவும்.
- இப்பரம்பலின் நியம விலகல் 16 ஆகும் எனச் சுட்டிக் காட்டி வரையப்பட்ட மீடறன் பல்கோணியின் துணையுடன் இடையிலிருந்து இரு பக்கமாக 16 வீதமாகக் காணப்படும் நியம விலகலை அடையாளப்படுத்துவதற்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.
- இடைப்பெறுமானம் 55 இலிருந்து நியம விலகல் +16 என்ற அளவில் -16 வீதமாக இருபக்கமாகக் காணப்படும் பொழுது அதன் வீச்சு  $39 \leq X \leq 71$  எனச் சுட்டிக் காட்டவும். அவ் வீச்சினுள் செவ்வன் வளையும் கிடையச்சுக்கிடையிலான பிரதேசத்தின் பரப்பு 68.27% இற்கு மிகவும் அண்மித்ததாக உள்ளதென்பதை குறிப்பிட்டுக் காட்டவும்.
- இடையானது 55 இலிருந்து நியம விலகல் இரண்டு வீதம் இருக்குமாறு +32, -32 ஆக இரு பக்கங்களும் காணப்படும் பொழுது அதன் வீச்சு  $23 \leq X \leq 87$  ஆக இருக்குமெனச் சுட்டிக் காட்டவும். அவ்வீச்சினுள் செவ்வன் வளைக்கும் கிடையச்சிற்கு மிடையிலான பிரதேசத்தின் பரப்பு 95.45% த்திற்கு அண்மித்ததாக இருக்குமெனச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- இடையானது 55 இலிருந்து நியம விலகல் 3 என்ற வகையில் +48, -48 ஆக இரு பக்கங்களும் இருக்கும்பொழுது அதன் வீச்சு  $7 \leq X \leq 103$  எனச் சுட்டிக்காட்டவும். அவ் வீச்சில் செவ்வன் வளையும், கிடையச்சுக்கிடையிலான பிரதேசத்தின் பரப்பு 99.73% இற்கு அண்மித்ததாக இருக்குமென்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.



- இப்பகுப்பாய்விற்கு அடிப்படையாகக் கொள்ளப்பட்ட இரண்டு பிரதான அளவீட்டு முறைகள் எவை என்பதை மாணவர்களிடம் கேட்டறியவும்.
- இம்முறையில் செவ்வன் பரம்பலின் போக்கை எடுப்பதும் அன்றாட வாழ்க்கையில் முகங் கொடுக்கக்கூடிய மாறிகளுக்கான உதாரணங்கள் எவை என்பதை மாணவர்களிடம் கேட்டறியவும்.
- வணிகத் துறையில் இவ்வாறான செவ்வன் பரம்பலின் போக்கை எடுக்கும் மாறிகள் தொடர்பாக மாணவர்களிடம் கேட்டறியவும்.

#### பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:

- கோடலற்ற மணியொன்றின் வடிவத்தை எடுக்கின்ற மீடறன் வளையியொன்றை உருவாக்கப்பட்ட சீரான மீடறன் பரம்பலொன்றே செவ்வன் பரம்பல் என அழைக்கப்படும்.
  - செவ்வன் பரம்பலொன்றின் இடை = இடையம் = ஆகாரம் ஆகும். 99.73க்குக் கூடிய அளவொன்றை இடையிலிருந்து இரு பக்கமாக +2 ம் - நியம விலகல் முன்றைக் கொண்ட வீச்சினுள் காணப்படும்.
  - செவ்வன் பரம்பலொன்றின் மீடறன் வளைக்கும், கிடையச்சுக்கிடையிலான மொத்தப் பரப்பு.
  - இடையிலிருந்து வலப்பக்கமாக நியமவிலகல்  $1(+\sigma)$  உம் இடப்பக்கமாக நியம விலகல்  $1(-\sigma)$  வரையில் காட்டப்பட்டுள்ள வீச்சினுள் செவ்வன் வளையியின் மொத்தப் பரப்பு 68.17% ஆகும்.
  - இடையிலிருந்து வலப்பக்கமாக நியம விலகல் இரண்டு  $(+2\sigma)$  உம் இடப்பக்கமாக நியம விலகல் இரண்டு  $(-2\sigma)$  வரையில் காட்டப்பட்ட வீச்சினுள் செவ்வன் வளையிக்கு மொத்தப் பரப்பில் 95.45% மாகும்.
  - இடையிலிருந்து வலப்பக்கமாக நியமவிலகல் 3 உம்  $(+3\sigma)$  இடப்பக்கமாக நியம விலகல் முன்று  $(-3\sigma)$  வரையிலான வீச்சினுள் செவ்வன் வளையிக்கு மொத்தப் பரப்பில் 99.73% மாகும்.
- இப்பண்புகளை பூர்த்தி செய்யும் செவ்வன் பரம்பலொன்றின் பின்னக எழுமாற்று மாறி தொடர்பிலான நிகழ்தகவு மாதிரியொன்றாகப் பயன்படுத்த முடியும்.
- செவ்வன் பரம்பலின் நிகழ்தகவு அடர்த்தித் தொழிற்பாடு

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad \text{எனக் காட்ட முடியும்.}$$

- செவ்வன் வளையின் பரப்பின் பரம்பலானது இடையிலும் நியமவிலகலிலுமே தங்கியிருப்பதனால் இடை ( $\mu$ ) மாற்றத்தின் ( $\sigma^2$ ) என்பவை செவ்வன் பரம்பலொன்றினால் உருவாக்கப்படுகின்ற பரமானங்களாகக் கருதப்படும்.
- பரீட்சையொன்றின் புள்ளிகள், தனிநபர்களின் உயரம், நிறை, ஆயுட்காலம் போன்ற அன்றாட வாழ்க்கையில் சந்திக்கின்ற சில மாறிகள் செவ்வன் பரம்பலொன்றின் போக்கினை எடுக்குமென எதிர்பார்க்கலாம்.
- வணிக நிறுவனமொன்றின் நாளாந்த விற்பனை வருமானம், மாதாந்தப் பொது மேந்தலைக்கிரயம், நாளாந்த வெளியீடுகள், ஊழியர் விடுமுறை போன்ற மாறிகள் செவ்வன் பரம்பலின் போக்கை எடுக்குமென எதிர்பார்க்கலாம்.

**தேர்ச்சி 5.0:** வணிக இடர்களுக்கு முகம் கொடுப்பதற்கான ஆயத்தத்தை வெளிப்படுத்துவார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 5.18:** நிகழ்தகவுப் பிரச்சினைகளைத் தீர்ப்பதற்கு நியமச் செவ்வன் பரம்பலைப் பயன்படுத்துவார்.

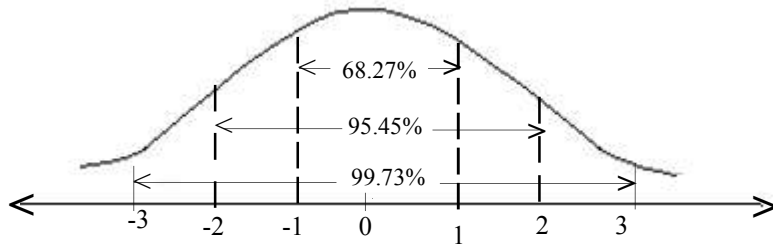
**பாடவேளைகள்:** 14

**கற்றற் பேறுகள்:**

- நியம செவ்வன் பரம்பலை அறிமுகப்படுத்துவார்.
- நியம செவ்வன் பரம்பலொன்றின் நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பை வெளிப்படுத்துவார்.
- செவ்வன் பரம்பலை நியம செவ்வன் பரம்பலுக்குப் பிரதியீடு செய்வார்.
- நியம செவ்வன் பரம்பலொன்றின் பண்புகளைப் பட்டியல்படுத்துவார்.
- செவ்வன் பரம்பலுக்கும் நியம செவ்வன் பரம்பலுக்குமிடையிலான வேறுபாடுகளைக் குறிப்பிடுவார்.
- நியம செவ்வன் பரம்பல் அட்டவணையைப் பயன்படுத்திப் பிரச்சினைகளைத் தீர்ப்பார்.
- ஈருறுப்புப் பரம்பலின் பிரச்சினைகளை செவ்வன் அண்ணளவாக்கம் செய்வதன் மூலம் தீர்ப்பார்.
- புவசோன் பரம்பல் பிரச்சினைகளைச் செவ்வன் அண்ணளவாக்கம் செய்வதன் மூலம் தீர்ப்பார்.
- நியமச் செவ்வன் பரம்பலொன்றின் முக்கியத்துவத்தை விளக்குவார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- பின்வரும் வரைபடத்தை வகுப்பில் காட்சிப்படுத்தவும்.



- இவ்வரைபடத்தையும் முன்னைய பாடத்தில் கட்டியெழுப்பப்பட்ட மீடறன் வளையிக்கு மிடையிலான ஒற்றுமை வேற்றுமைகள் எவையென மாணவர்களிடம் கேட்கவும்.
- பின்வரும் விடயங்கள் வெளிப்படும் வகையில் கலந்துரையாடலொன்றை நெறிப் படுத்தவும்.

செவ்வன் வளையிக்கும் கிடையச்சக்குமிடையிலான பரப்பளவில் 99.73% இருந்து இடையில் இரு பக்கங்களினதும் +, - என்பவற்றின் நியமவிலகல் 3க்கிடையில் அமையப்பெறுமென.

- செவ்வன் வளையின் இருபக்க முனைகளினதும் கிடையச்சைத் தொடாது ஒன்றை யொன்று சந்திக்காது எனவும், மாறியானது இடையிலிருந்து நியம விலகலின் 3 இன் தூர எல்லையிலிருந்து மறை முடிவிலி வரையிலும், நேர்முடிவிலி வரையிலும் எந்தவொரு பெறுமதியினையும் எடுப்பதற்கு 0.135% எனும் மிகச் சிறிய நிகழ்தகவு காணப்படுவதன் காரணமாகவே இவ்வாறு நடப்பதற்கு காரணமாகும்.

- இவ்வரைபடத்திற்குரிய மாறியானது  $Z$  மூலம் காட்டப்பட்டுள்ளதுடன், அதன் இடையானது 0 மாகக் கருதப்பட்டுள்ளது என்பதை மாணவர்களுக்கு தெளிவுபடுத்தவும்.
- இடை 0 ஆகவும் நியமவிலகல் 1 ஆகவும் இருக்கும் வகையில் அவ்வாறு கட்டியெழுப்பப்பட்ட கோட்பாட்டு ரீதியான செவ்வன் பரம்பலொன்றானது நியம செவ்வன் பரம்பல் எனப்படும் என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- முன்னைய பாடத்தில் கற்ற முறையிலேயே செவ்வன் பரம்பலொன்றின் போக்கை எடுக்கும் பல்வேறு மாறிகளை ( $X$ ) இவ்வரைபடத்தில் காட்டப்பட்டுள்ள முறையில் கோட்பாட்டு ரீதியான பரம்பலொன்றாக உருவாக்க முடியும் என்பதை மாணவர்களுடன் கலந்துரையாடவும்.
- $X$  மூலம் குறிப்பிடப்படுகின்ற செவ்வன் பரம்பலின் போக்கினை எடுக்கும் எந்தவொரு தொடர் மாறியொன்றும் பெற்றுக் கொள்கின்ற பெறுமதியானது நியம செவ்வன் மாறியின் ( $Z$ ) பெறுமானமொன்றாகும் நிலைக்கு மாற்றப்படுகின்ற முறையினை மாணவர்களுடன் கலந்துரையாடவும்.
- நியம செவ்வன் பரம்பலொன்றின் நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பினை அறிமுகப்படுத்தவும்.
- செவ்வன் வளையிக்கு இடையாக இருபக்கத்திற்கு ஒரு பக்கத்தின் வாலின் பரப்பளவான 0.5ஐ மிகக் குறைந்த வீச்சின் பரப்பினைக் காட்டும் வகையில் நியம செவ்வன் பரம்பலின் மூலம் அட்டவணைப்படுத்தப்பட்டுள்ளதென்பதை சுட்டிக் காட்டவும்.
- நியம செவ்வன் பரம்பலின் அட்டவணையை அறிமுகப்படுத்தி  $X$  யில் ஏதாவது பெறுமானமொன்றை  $Z$  யின் பெறுமானமொன்றாக மாற்றுவதற்கு மாணவர்களுக்கு பயிற்சியளிக்கவும்.
- பின்வரும் பயிற்சியில் மாணவர்களை ஈடுபடுத்தவும்.
  - (1) ஒரு வகைப் பரீட்சைப் புள்ளிப் பரம்பலொன்றின் இடை 55 ஆகவும், நியமவிலகல் 16 ஆகவும் இருப்பின், அப்பரீட்சையில் தோற்றிய பரீட்சகர் ஒருவரை எழுமாற்றாகத் தெரிவு செய்யப்படுவாராயின் அவரது புள்ளிகள் என்ன?
    - (1) 55 - 75 க்குமிடையிலிருத்தல்.
    - (2) 79ஐ விடக் கூடுதலாக இருத்தல்.
    - (3) 79ஐ விடக் குறைவாக இருத்தல்.
    - (4) 35 - 55 க்குமிடையில் இருத்தல்.
    - (5) 35 புள்ளியை விடக் குறைவாக இருத்தல்.
    - (6) 35ஐ விடப் புள்ளி கூடுதலாக இருத்தல்.
    - (7) 40 - 60க்குமிடையில் இருப்பதற்குமான நிகழ்தகவினைக் கணிக்க.
    - (8) இப்பரீட்சையின் உச்ச புள்ளியைப் பெற்ற பரீட்சார்த்தி 10% தொகுதியின் பரீட்சகரொருவர் எனும் வகையில் பெற்ற குறைந்த புள்ளியினைக் கணிக்க.

### தீர்வு:

புள்ளியை  $x$  எனக் கருதுவோம்.

$$\mu = 55 \quad \sigma = 16$$

$$X \sim N(\mu, \sigma^2)$$

$$X \sim N(55, 16^2)$$

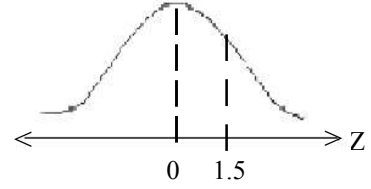
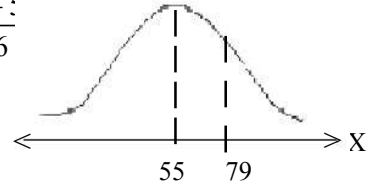
$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma} \sim N(0, 1)$$

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \sim N(0, 1)$$

$$(1) \Pr(55 \leq x \leq 79) = \Pr\left(\frac{55-55}{16} \leq Z \leq \frac{79-55}{16}\right)$$

$$= \Pr(0 \leq Z \leq 1.5)$$

$$= \underline{\underline{0.4332}}$$



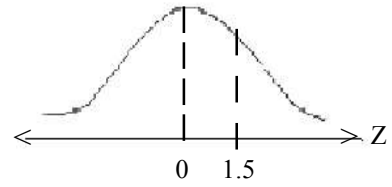
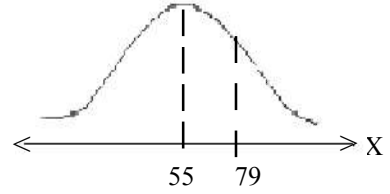
- தெரிவு செய்த அபேட்சகரொருவரின் புள்ளி 55ற்கும் 79க்குமிடையில் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு 0.4332 ஆகும்.

$$(2) \Pr(x \geq 79) = \Pr\left(Z \geq \frac{79-55}{16}\right)$$

$$= \Pr(Z \geq 1.5)$$

$$= 0.5000 - 0.4332$$

$$= \underline{\underline{0.0668}}$$



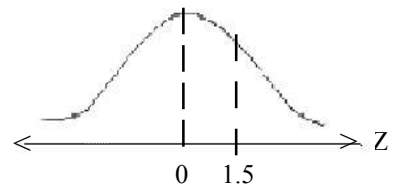
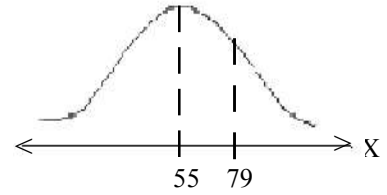
- தெரிவு செய்த அபேட்சகரொருவரின் புள்ளி 79 ஐ விட அதிகமாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு 0.0668 ஆகும்.

$$(3) \Pr(x \leq 79) = \Pr\left(Z \leq \frac{79-55}{16}\right)$$

$$= \Pr(Z \leq 1.5)$$

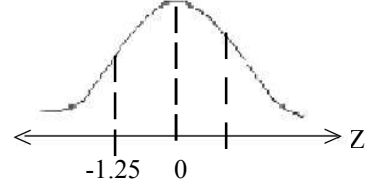
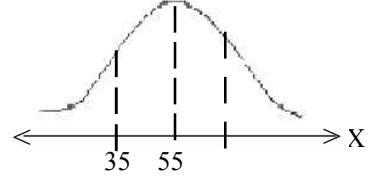
$$= 0.5000 + 0.4332$$

$$= \underline{\underline{0.9332}}$$



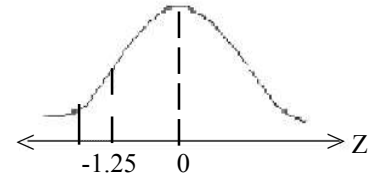
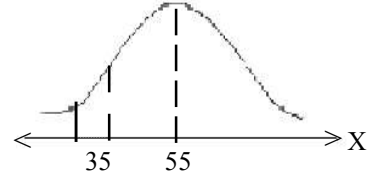
- தெரிவு செய்த அபேட்சகரின் புள்ளி 79 ஐ விடக் குறைவாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு 0.9332 ஆகும்.

$$\begin{aligned}
(4) \quad \Pr(35 \leq x \leq 55) &= \Pr\left(\frac{35-55}{16} \leq Z \leq \frac{55-55}{16}\right) \\
&= \Pr(-1.25 \leq Z \leq 0) \\
&= \underline{\underline{0.3944}}
\end{aligned}$$



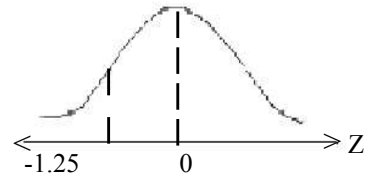
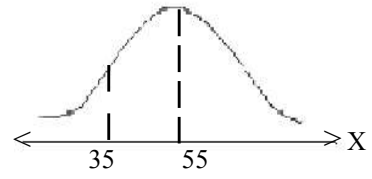
- தெரிவு செய்த அபேட்சகரின் புள்ளி 35 இற்கும் 55 இற்கும் இடையில் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு 0.3944 ஆகும்.

$$\begin{aligned}
(5) \quad \Pr(x \leq 35) &= \Pr\left(Z \leq \frac{35-55}{16}\right) \\
&= \Pr(Z \leq -1.25) \\
&= 0.5000 - 0.3944 \\
&= \underline{\underline{0.1056}}
\end{aligned}$$



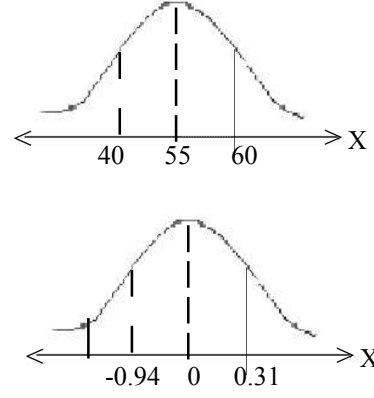
- தெரிவு செய்த அபேட்சகரின் புள்ளி 35 ஐ விடக் குறைவாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு 0.1056 ஆகும்.

$$\begin{aligned}
(6) \quad \Pr(x \geq 35) &= \Pr\left(Z \geq \frac{35-55}{16}\right) \\
&= \Pr(Z \geq -1.25) \\
&= 0.5000 + 0.3944 \\
&= \underline{\underline{0.8944}}
\end{aligned}$$



- தெரிவு செய்த அபேட்சகரின் புள்ளி 35 ஐ விடக் குறைவாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு 0.8944 ஆகும்.

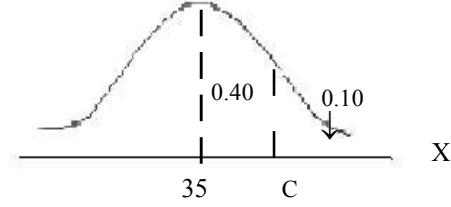
$$\begin{aligned}
(7) \Pr(40 \leq x \leq 60) &= \Pr\left(\frac{40-55}{16} \leq Z \leq \frac{60-55}{16}\right) \\
&= \Pr(-0.94 \leq Z \leq 0.31) \\
&= 0.3264 + 0.1217 \\
&= \underline{\underline{0.4481}}
\end{aligned}$$



- தெரிவு செய்த அபேட்சகரின் புள்ளி 40 - 60க்குமிடையில் காணப்படுவதற்கான நிகழ்தகவு 0.4481 ஆகும்.

உச்ச புள்ளி பெற்ற 10%த் தொகுதியில் இழிவுப் புள்ளி C ஆயின் Cக்குரிய Z பெறுமானம் 1.28 ஆகும்.

$$\begin{aligned}
Z &= \frac{x - \mu}{\sigma} \\
1.28 &= \frac{x - 55}{16} \\
x - 55 &= 1.28 \times 16 \\
x - 55 &= 20.48 \\
x &= 20.48 + 55 \\
&= \underline{\underline{75.48}}
\end{aligned}$$



- பரீட்சையில் உச்ச புள்ளியைப் பெற்ற அபேட்சகர்கள் 10% தொகுதியின் அபேட்சக ரொருவர் பெற்ற இழிவுப்புள்ளி 75 ஆகும்.

### பாடவீடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:

- இடை  $\mu = 0$  ஆகவும் மாற்றத்தின்  $\sigma^2 = 1$  ஆகவும் இருக்கின்ற செவ்வன் பரம்பலை நியமச் செவ்வன் பரம்பல் என அழைக்கப்படும்.
- செவ்வன் பரம்பலின் நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பானது,

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(z)^2}$$

- நியம செவ்வன் வளையியானது கிடையச்சைச் தொடாதிருப்பதுடன் அதன் இரு பக்க முனைகளின் முடிவு வரை மறை பெறுமானம் வரையிலும், அதன் நேர்ப் பெறுமானம் வரையிலும் முடிவிலி வரையிலும் பரந்து காணப்படுமென்ற கருதுகோள் இங்கு கவனத்தில் கொள்ளப்படும்.
- நியம செவ்வன் வளையிக்கு பரப்பளவானது 99.78%,  $-3 \leq Z \leq +3$  எனும் வீச்சுக்கு உட்பட்டதாக இருக்கும்.

- $X$  மூலம் காட்டப்படுகின்ற எந்தவொரு செவ்வன் பரம்பலின் போக்கை எடுக்கின்ற எந்தவொரு தொடர் மாறியின் பெறுமானத்தையும் நியம செவ்வன் மாறிப் பெறுமானம் ( $Z$ ) என மாற்றுவதற்கு பின்வரும் சூத்திரம் பயன்படுத்தப்படும்.

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma} \sim N(0,1)$$

- நியம செவ்வன் வளையிக்கு மொத்த பரப்பளவானது ஒரு சதுர அலகொன்றாகக் கருதப்படும்.
- சார்பு மீடறன் பரம்பலொன்றின் ஒவ்வொரு வகுப்பாயிடைகளின் எல்லைகளுக்கு மிடையே உள்ளடக்கப்படுகின்ற மீடறன்களுக்குச் சார்பு மீடறன் பெறுமானங்களின் மொத்தமானது 1 ஆக இருப்பதற்கான அடிப்படையை வழங்கும்.
- நியம செவ்வன் வளையிற்கு மொத்த பரப்பளவின் ஒரு வாலானது (இடையின் இடது பக்கத்திற்கு அல்லது வலது பக்கத்திற்கு) 0.5 ஆக இருப்பதுடன், அப்பரப்பளவின் மிகச் சிறிய இடைவெளிகளுக்கு வகைப்படுத்திக் காட்டி நியம செவ்வன் பரம்பல் என்ற பெயரில் அட்டவணைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது.
- தொடர்ச்சியான மாறியொன்றில் யாதேனும் பெறுமானமொன்றை எடுக்கின்ற நிகழ்தகவு அல்லது பெறுமதியானது வீச்சொன்றில் உள்ளடங்கக்கூடிய நிகழ்தகவினை அவ்வட்டவணையைப் பயன்படுத்திப் பெற்றுக் கொள்ள முடியும்.
- ஈருறுப்புப் பரம்பலொன்று  $n$  மிகக் கூடுதலாக இருக்கும்போது,
  - $P = 0.5$  அல்லது
  - $np \geq 5$  அல்லது
  - $nq \geq 5$  அல்லது
 ஆக இருக்கும்போது  $np = \mu$  ஐயும்  $npq = \sigma^2$  ஆகுமாறு பரமாணங்களைப் பெற்று ஈருறுப்புப் பரம்பல் பிரச்சினையைச் செவ்வன் அண்ணளவாக்கத்தின் உதவியுடன் தீர்க்கலாம்.
- புவசோன் பரம்பலொன்றின்  $\lambda \geq 20$  ஆக இருக்கும் சந்தர்ப்பத்தில்  $\lambda = \mu$  ஐ  $\lambda = \sigma^2$  ஆகுமாறு பரமாணங்களைப் பெற்று புவசோன் பரம்பல் பிரச்சினையினை செவ்வன் அண்ணளவாக்கம் மூலம் தீர்க்க முடியும்.
- ஈருறுப்புப் பரம்பல், புவசோன் பரம்பல் என்பவற்றிற்குரிய பிரச்சினைகளைத் தீர்க்கும் போது பின்னக மாறியை தொடர் மாறி எனும் நிலைக்கு மாற்றுவதற்கு  $\pm 0.5$  பயன்படுத்தப்படும். அப்பெறுமானம் தொடர்ச்சியான சீரமைப்புக் காரணி என அழைக்கப்படும்.
- செவ்வன் பரம்பலொன்றின் முக்கியத்துவம்
  - நடைமுறை உலகில் கூடுதலான பிரச்சினைகள் தொடர்ச்சியான நிகழ்தகவு மாறிகளை அடிப்படையாகக் கொண்டிருப்பதனால் அவ்வகைச் சந்தர்ப்பங்களுக்கு ஏற்றவாறு நிகழ்தகவுப் பிரச்சினைகளை இலகுவாகத் தீர்க்க முடிதல்.
  - ஈருறுப்பு, புவசோன் போன்ற ஏனைய நிகழ்தகவுப் பரம்பல்கள் மூலம் மாதிரிக் குட்பட்ட தரவுகளைக் கூட சில சந்தர்ப்பங்களில் நிபந்தனைகளுக்கு உட்பட்டதாக செவ்வன் பரம்பலினூடாகக் கிட்டிய முறையில் விளக்க முடியும்.
  - புள்ளி விபர அனுமானங்களின்போது முடிவுகளுக்கு வருவதற்காக பெரும்பாலும் செவ்வன் பரம்பலே பயன்படுத்தப்படும்.

**கணிப்பீட்டு மதிப்பீட்டு நியதிகள்:**

- (1) நிறுவனமொன்றில் உற்பத்தி செய்யப்படுகின்ற மின்குமிழ் வகையொன்றின் சராசரி வாழ் தன்மை, நியம விலகல் சம்பந்தமான ஆய்வொன்று தொடர்பான பிரச்சினைகள் ஆய்வாளரொருவருக்கு மேலெழுந்துள்ளன. அனுபவங்களின் அடிப்படையில் மின்குமிழ்களில் 0.62% மானவை குறைந்தது 650 மணித்திலாய ஆயுட்காலத்தைக் கொண்டவை எனக் கண்டறியப்பட்டுள்ளது. அத்துடன் 575 மணித்தியாலங்களுக்கு முன்னர் செயலிழக்கின்ற மின்குமிழ்களின் வீதம் 11% மட்டுமேயாகும். மேற்காட்டிய தகவல்களை அடிப்படையாகக் கொண்டு ஆயுட்காலமானது செவ்வனான பரம்பலைக் கொண்டுள்ளது எனக் கருதி மின்குமிழ்களின் ஆயுட்காலங்களின் இடையிணையும் நியம விலகலிணையையும் கணிக்க.
- (2) சிறப்புச் சந்தையொன்றிற்குச் செல்கின்ற நுகர்வோர்களின் எண்ணிக்கை, அவர்களினால் செலவிடப்படும் பணத்தின் அளவு என்பவை தொடர்பில் கவனத்தில் கொண்டு ஆய்வு செய்தபோது பின்வரும் தகவல்களை அறிந்து கொள்ளக்கூடியதாக இருந்தது. நுகர்வோர் ஒருவர் சராசரியாகச் செலவிடும் பணம் ரூபா 1 500 ஆக இருந்ததுடன், நியமவிலகல் ரூபா 1 000 ஆகவும் செவ்வனாக பரம்பியுள்ளது. ரூபா 1000த்திற்கும் ரூபா 1 800 இற்குமிடையிலான பணத்தொகையினை செலவிடும் நுகர்வோர்களின் எண்ணிக்கை 62 பேர்களாகும்.
  - (i) அன்றைய தினம் வருகை தருவார்கள் என எதிர்பார்க்கக்கூடிய மொத்த நுகர்வோர்களின் எண்ணிக்கை.
  - (ii) ரூபா 2 500 வை விடக் கூடுதலாகச் செலவிடக்கூடியதென எதிர்பார்க்கக் கூடிய நுகர்வோர்களின் எண்ணிக்கையைக் கணிக்க.

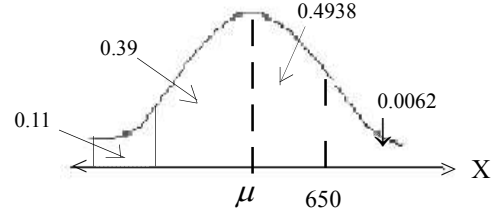
**விடை - 1**

- (1) ஆயுட்காலம்  $x$  எனக் கருதுவோம்.

$$x \sim N(\mu, \sigma^2)$$

$$\Pr(x \geq 650) = 0.62\%$$

$$\Pr(x \leq 575) = 11\%$$



$$650 \text{ மணித்தியாலத்திற்குரிய } Z \text{ பெறுமானம்} = 2.5$$

$$675 \text{ மணித்தியாலத்திற்குரிய } Z \text{ பெறுமானம்} = -1.23$$

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

$$2.5 = \frac{650 - \mu}{\sigma}$$

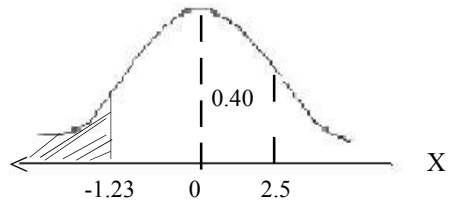
$$2.5\sigma + \mu = 650 \dots\dots\dots (1)$$

$$-1.23\sigma + \mu = 575 \dots\dots\dots (2)$$

$$(1) - (2) \quad 3.73\sigma = 75 \dots\dots\dots (2)$$

$$\sigma = \frac{75}{3.73}$$

$$\sigma = 20$$





$\sigma = 20$  ஐ (1) இல் பிரதியீடு செய்தால்,

$$2.5 \times 20 + \mu = 650$$

$$\mu = 650 - 50$$

$$\mu = 600$$

$$\therefore \underline{\underline{\mu = 600}} \quad \underline{\underline{\sigma = 20}}$$

(2) (i) செலவிடப்பட்ட தொகை  $x$  எனக் கருதுவோம்.

$$X \sim (\mu, \sigma^2)$$

$$x \sim N(1500, 1000^2)$$

$$\Pr(1000 \leq x \leq 1800)$$

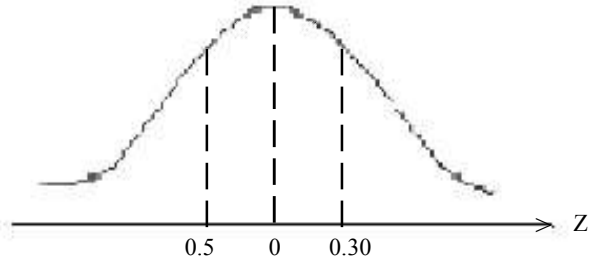
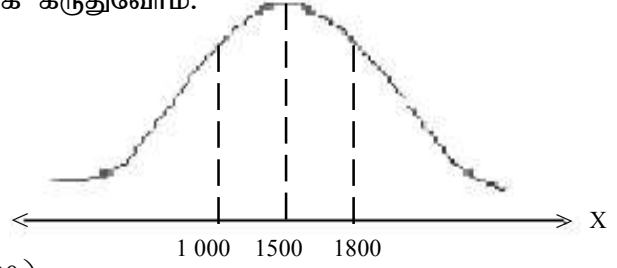
$$\Pr\left(\frac{1000-1500}{1000} \leq Z \leq \frac{1800-1500}{1000}\right)$$

$$\Pr(-0.5 \leq Z \leq 0.3)$$

$$0.1915$$

$$0.1179$$

$$\underline{\underline{0.3094}}$$

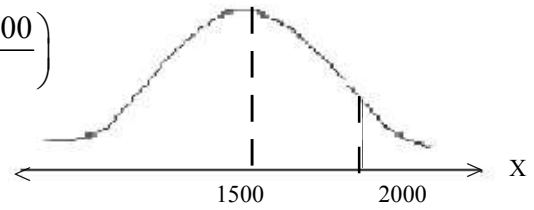


0.3094 நிகழ்தகவைக் கொண்ட நுகர்வோரின் எண்ணிக்கை = 62 பேர்களாவர்.

$$\text{இதற்கமைய மொத்த நுகர்வோரின் எண்ணிக்கை} = \frac{62}{0.3094} = 200$$

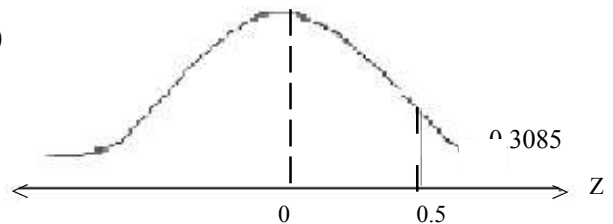
$$(ii) \Pr(x \geq 2000) = \Pr\left(Z \geq \frac{2000-1500}{1000}\right)$$

$$= \Pr(Z \geq 0.5)$$



$$= 0.3085 \times 200$$

$$= \underline{\underline{62}}$$



**தேர்ச்சி 6.0:** வணிகத் தீர்மானங்களை எடுப்பதற்குத் தேவையான தரவு சேகரிப்பதற்குப் பொருத்தமான மாதிரி முறைகளைப் பயன்படுத்துவார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 6.1:** புள்ளிவிபர அனுமானத்திற்காக மாதிரி ஆய்வொன்றினைத் திட்டமிடுவார்.

**பாடவேளைகள்:** 06

**கற்றற் பேறுகள்:**

- புள்ளிவிபர அனுமானங்களை விளக்குவார்.
- குடிக்கும் மாதிரிக்குமிடையிலான வேறுபாடுகளைச் சுட்டிக் காட்டுவார்.
- குடிக்கும் (புரணமான கணிப்பீடு) மாதிரி ஆய்வுக்குமிடையிலான வேறுபாடுகளைச் சுட்டிக் காட்டுவார்.
- புள்ளிவிபரத்திற்கும் பரமானத்திற்குமிடையிலான வேறுபாடுகளைச் சுட்டிக் காட்டுவார்.
- மாதிரியெடுத்தல் என்றால் என்ன என்பதை விளக்குவார்.
- மாதிரிச் சட்டகத்தையும் மாதிரி அலகையும் விபரிப்பார்.
- மீள்வைப்புடன், மீள்வைப்பின்றிய மாதிரி எடுத்தல் முறைகளுக்கான வேறுபாடுகளைச் சுட்டிக் காட்டுவார்.
- மாதிரி ஆய்வொன்றின் முக்கியத்துவத்தைச் சுட்டிக் காட்டுவார்.
- குடித்தொகையை விட மாதிரி ஆய்வொன்றின் அனுசூலங்களை விபரிப்பார்.
- பல்வேறு மாதிரிகளைப் பெற்றுக் கொள்வதற்கு பொருத்தமான மாதிரி எடுத்தல் சட்டகத்தை முன்மொழிவார்.
- மாதிரி ஆய்வினைப் பயன்படுத்தக்கூடாத சந்தர்ப்பங்களைச் சுட்டிக் காட்டுவார்.
- மாதிரி ஆய்வொன்றின் படிமுறைகளை ஒழுங்குபடுத்துவார்.
- மாதிரி வழக்களை அறிமுகப்படுத்துவார்.
- மாதிரி அல்லா வழக்களை அறிமுகப்படுத்தி, அவ்வழ ஏற்படுவதற்குத் துணையாக அமையும் காரணங்களைச் சுட்டிக் காட்டுவார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

பின்வரும் சந்தர்ப்பங்களில் மாணவர்களின் கவனத்தை ஈர்க்கச் செய்து கலந்துரையாடலில் ஈடுபடுத்தவும்.

- நீங்கள் இனிப்புப் பண்டமொன்றைக் கொள்வனவு செய்வதற்கு முன்னர் சிறிய துண்டொன்றை எடுத்துச் சுவை பார்த்துக் கொள்வனவு செய்யும் சந்தர்ப்பமொன்றை எண்ணிப் பாருங்கள்.
- மாம்பழங்களைக் கொள்வனவு செய்வதற்கு முன்வரும் சந்தர்ப்பங்களின்போது வியாபாரி மாம்பழமொன்றை வெட்டி அதன் சிறிய துண்டொன்றை சுவை பார்க்கத் தரும் சந்தர்ப்பத்தை எண்ணிப் பாருங்கள்.
- அரிசியைக் கொள்வனவு செய்யும் நுகர்வாளரொருவர் அரிசி உறையிலிருந்து சிறிதளவு பகுதியை கையில் எடுத்து உற்று நோக்குவதை நனவிழிக்குக் கொண்டு வாருங்கள்.
- உங்கள் வீட்டில் அம்மா தயாரித்த உணவொன்றின் உப்பு, புளிப்புச் சுவையினைப் பார்க்கும் முறையினை பற்றிச் சிறிது எண்ணிப் பாருங்கள்.

பின்வரும் விடயங்கள் வெளிப்படும் வகையில் கலந்துரையாடலில் ஈடுபடவும்.

- இனிப்புப் பண்டமொன்றைக் கொள்வனவு செய்ய முன்னர் அதன் சிறிய துண்டொன்றைச் சுவை பார்த்து கொள்வனவு செய்தல் அல்லது செய்யாதிருந்தல் தீர்மானிக்கப்படுகின்றது என,
- மாம்பழம் கொள்வனவு செய்யும் பொழுது வியாபாரியினால் வழங்கப்படும் மாம்பழத்தின் சிறிய துண்டொன்றைச் சுவைத்துப் பார்த்து அதனைக் கொள்வனவு செய்தல் அல்லது செய்யாதிருந்தல் தீர்மானிக்கப்படும் என,
- நுகர்வோர் அரிசியினைக் கொள்வனவு செய்வதற்கு முன்னர் அரிசியின் சிறு அளவினைக் கையிலெடுத்து அதன் வாசனை, அவை பழுதடைந்துள்ளதா? உடைந்துள்ளதா? அல்லது அவற்றில் நெல், நெற்கோது, குறுங்கற்கள் உள்ளதா? என்பதனை ஆய்வு செய்து அதனைக் கொள்வனவு செய்வது அல்லது செய்யாதிருப்பது தீர்மானிக்கப்படும் என,
- தாயினால் உணவுக்குத் தேவையான உப்பு அல்லது புளிச்சுவையினை அறிவதற்கு, அதில் சிறிதளவு கையில் எடுத்துச் சுவைத்து உணவின் சுவை தொடர்பில் தீர்மானம் எடுக்கப்படுமென,
- இவ்வாறு முழுமையிலிருந்து சிறு பகுதியொன்றைத் தெரிவு செய்து அப்பகுதியை அறிந்து முடிவுக்கு வரமுடியும் என கலந்துரையாடலின் மூலம் வெளிப்படுத்திக் கொள்ளவும். இது புள்ளிவிபர அனுமானம் என அழைக்கப்படும்.

• பின்வரும் சந்தர்ப்பங்களை மாணவர்களுக்குக் காட்சிப்படுத்தி கலந்துரையாடலில் ஈடுபடவும்.

- தேயிலை தொழிற்சாலையின் தேயிலை உற்பத்திகளின் நிறையின் நியமத்தை அறிந்து கொள்வதற்காக வாரமொன்றினுள் உற்பத்தி செய்யப்பட்ட மொத்த தேயிலைப் பொதிகளை முழுமையாக எடுத்து அவற்றின் நிறைகளை அறிந்து கொள்ளல்.  
அத்தேயிலை தொழிற்சாலையில் தெரிவு செய்த ஒரு வாரத்தின் இரு தினங்களில் உற்பத்தி செய்த 500 தேயிலைப் பொதிகளின் நிறைகளைத் தேடியறிதல்.
- புதிதாக அறிமுகப்படுத்திய ஏதேனும் சோயா உணவு வகையொன்றின் சந்தைக் கேள்வியினை அறிந்து கொள்வதற்குச் சிறப்புச் சந்தையொன்றிற்கு வருகை தரும் நுகர்வோர்களிடமிருந்து கருத்துக்களை பெற்றுக் கொள்ளல்.  
அவ்விற்பனையகத்திற்கு ஒரு நாளினுள் வருகை தரும் நுகர்வோர்களிடமிருந்து அச்சோயா உணவு வகைகள் தொடர்பிலான கருத்துக்களைக் கேட்டறிந்து ஆய்வொன்றினை மேற்கொள்ளல்.
- மேல் மாகாணத்தில் க.பொ.த (உயர்தர) வகுப்பு நடைபெறுகின்ற பாடசாலைகளில் ஏதேனும் செயற்றிட்டமொன்றை மேற்கொள்வதற்கு மாகாணத்திலுள்ள 10 பாடசாலைகளைத் தெரிவு செய்து அச் செயற்றிட்டத்தை நடைமுறைப்படுத்தல்.

தகவல்களைச் சேகரிக்கும்போது ஆய்விற்கு உட்படுத்த வேண்டிய சகல அலகுகளையும் முழுமையானதாகக் கருதும்போது அது குடியெனக் கருதப்படுமென,

முழுமையானதை வெளிப்படுத்தக்கூடிய வகையில் அம்முழுமையிலிருந்து தெரிவு செய்யப்படுகின்ற பகுதியொன்றானது மாதிரி எனக் கருதப்படும் எனவும் விளக்கி, மேற்காட்டிய கூற்றுக்களிலிருந்து குடி, மாதிரி என்றால் என்ன என்பதை வகைப்படுத்துவதற்கு மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.

குடி	மாதிரி
(1) வாரமொன்றினுள் உற்பத்தி செய்த மொத்தத் தேயிலைப் பொதிகளின் நிறை	(1) இரு தினங்களில் உற்பத்தி செய்த தேயிலைப் பொதிகள் 500 இன் நிறை.
(2) சிறப்புச் சந்தைக்கு மாதமொன்றினுள் வருகை தந்த நுகர்வோரின் எண்ணிக்கை.	(2) அவ்விற்பனையகத்திற்கு ஒரு தினத்தினுள் வருகை தந்த நுகர்வோர்களின் எண்ணிக்கை
(3) மேல்மாகாணத்தில் உயர்தர வகுப்புக்களுக்காக இருக்கின்ற பாடசாலைகளின் எண்ணிக்கை.	(3) அம்மாகாணத்தில் உயர்தர வகுப்புக்கள் இருக்கும் 10 பாடசாலைகளைத் தெரிவு செய்தல்.

- இவ்வாறு குடியிலிருந்து சிறிய பகுதியொன்றை (மாதிரியொன்றை) தெரிவு செய்யும் செயன்முறையை மாதிரி எடுத்தல் என அழைக்கப்படும் என்பதைத் தெளிவுபடுத்தவும்.
  - அத்துடன் மேற்காட்டிய சகல உதாரணங்களிலும் முடிவான அளவு பெறுமதிகள் காணப்படுவதனால் அவை முடிவான குடி எனவும்,
  - குடி அலகுகளின் எண்ணிக்கை அதிகளவு விசாலமாகும்போது உதாரணமாக ஒரு தொகை அரிசியில் அரிசி மணிகளின் எண்ணிக்கை, உலகத்தில் காணப்படுகின்ற நீருற்றுக்களின் எண்ணிக்கை போன்றவை கணிப்பிட முடியாத முடிவற்ற குடியெனவும் சுட்டிக் காட்டவும்.
  - பின்வரும் கூற்றுக்கள் இரண்டையும் கரும்பலகையில் எழுதவும்.
    - (1) சனத்தொகை புள்ளிவிபரத் திணைக்களத்தினால் 10 வருடங்களுக்கு ஒரு முறை மேற்கொள்ளப்படுகின்ற சனத்தொகை மதிப்பீட்டின் மூலம் சனத்தொகை தொடர்பிலான முக்கியமான பல தகவல்கள் வெளிப்படுத்திக் கொள்ளப்படும்.
    - (2) பாரிய தொழிற்சாலையொன்றில் உற்பத்தி செய்யப்படுகின்ற மின்குமிழ்களில் பழுதடையாத மின்குமிழ்களின் வீதத்தை அறிந்து கொள்வதற்கு ஒரு நாளில் உற்பத்தி செய்த 100 மின்குமிழ்களை மாத்திரம் எடுத்து அவையனைத்தையும் பரிசீலனை செய்து, பழுதடையாத மின்குமிழ்களின் எண்ணிக்கையினை அறிந்து கொள்ளப்படும்.
  - இவ்விரு கூற்றுக்கள் மூலமும் வெளிப்படுத்தப்படுகின்றவைகளை மாணவர்களுடன் கலந்துரையாடவும்.
  - முதலாவது கூற்றின்படி சனத்தொகை தொடர்பிலான முக்கியமான தகவல்களை அறிந்து கொள்வதற்கு சகல வீடுகளுக்கும் சென்று தரவுகள் சேகரிக்கப்படும் என,
  - அதாவது குடியொன்றின் சகல அலகுகளையும் ஒவ்வொன்றாக ஆய்வுக்கு உட்படுத்தப்படின் அது குடியொன்று என அழைக்கப்படும் என்பதை விளக்கவும்.
  - 2வது கூற்றின் மூலம் வெளிப்படுத்தப்படுகின்றவைகளை மாணவர்களிடம் கேட்டறியவும்.
- நிறுவனமொன்றில் உற்பத்தி செய்யப்படுகின்ற சகல மின்குமிழ்களையும் பரிசீலித்தல் கடினமான விடயமொன்றாக இருப்பதுடன் அதற்கு நேரம், உழைப்பு, கிரயம் என்பன கூடுதலாக விரயமாக்கப்படுமென்பதையும் மின்குமிழ்கள் பழுதடைவதற்கும் சந்தர்ப்பம் உண்டு எனவும் விளக்கி, ஒரு தினத்தில் உற்பத்தி செய்யப்படும் மின்குமிழ்களில் 100ஐத் தெரிவு செய்து பழுதடைந்த மின்குமிழ்களின் வீதத்தைத் தெரிவு செய்வது மிகவும் பொருத்தமானது என விளக்கவும்.

அதாவது குடியினைப் பிரதிநிதித்துவப்படுத்தக்கூடிய வகையில் அதில் ஒரு பகுதியைத் தெரிவு செய்து (மாதிரியொன்றை) அம்மாதிரியின் சகல அலகுகளையும் அறிந்து கொள்ளல் செயற்பாட்டு ரீதியாக இடம்பெறும் கருமமொன்றாகும் என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.

- குடிசனப் புள்ளிவிபரத் திணைக்களத்தின் மூலம் மேற்கொள்ளப்படும் குடிசனக் கணிப்பீட்டிற்காகக் கூடுதலான காலம், செலவு, உழைப்பு செலவாகின்றது என்பது தெளிவாகின்றது. இலங்கையில் சகல சனத்தொகையும் இதில் பிரதிநிதித்துவப்படுத்த வேண்டி இருப்பதனால் கணக்கெடுப்புச் செய்வதற்கு, சகல வீடுகளையும் உள்ளடக்கியதாக தரவுகள் பெற்றுக் கொள்ளப்பட வேண்டுமெனவும், அதற்காகப் பயிற்சி பெற்ற அதிகாரிகள் அதில் ஈடுபடுத்தப்பட வேண்டுமெனவும், கூடிய கிரயத்தினை ஏற்க வேண்டியிருப்பதுடன், குடித்தொகை மதிப்பீட்டின் பெறுபேறுகளைப் பகுப்பாய்வு செய்து பெறுபேற்றினைப் பெறுவதற்குக் கூடுதலான காலம் எடுக்க வேண்டியிருக்குமென்பதையும் சுட்டிக் காட்டவும்.

அத்துடன் ஏதாவது நாடொன்றில் உள்நாட்டு யுத்தச் சூழல் காணப்படுகின்றபோது சரியான தரவுகளைப் பெற்றுக் கொள்வது கடினமான கருமமென்பதையும் சுட்டிக் காட்டவும். உற்பத்தி நிறுவனமொன்று தொடர்பில் அந்நிறுவனத்தினால் உற்பத்தி செய்யப்படுகின்ற சகல பொருட்களையும் பரிசீலிக்கும்போது அப்பொருட்கள் சேதமடையக்கூடிய நிலைமை காணப்படும் எனவும், இவ்விடயங்கள் கணக்கெடுப்பின் போது முகம் கொடுக்கப்படுகின்ற பிரதிகூலமொன்றாகும் என்பதையும் விளக்கவும்.

- இரண்டாவது கூற்றில் தொழிற்சாலையொன்றில் உற்பத்தி செய்யப்படுகின்ற சகல மின்குமிழ்களையும் பரிசோதனை செய்யாது நாளொன்றில் உற்பத்தி செய்யப்படுகின்ற 100 மின்குமிழ்களை மாத்திரம் பரிசீலனைக்கு உட்படுத்தி, பழுதுடன் கூடிய வீதத்தை அறிவதற்கு மாதிரி ஆய்வொன்றினை மேற்கொள்ள முடியும் என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.

இதற்காக 100 மின்குமிழ்களை மாத்திரம் ஆய்வுக்கு உட்படுத்தப்படுவதன் காரணமாக செலவிடப்படுகின்ற நேரம், உழைப்பு, கிரயம் என்பன குறைவடையும் என்பதனைச் சுட்டிக் காட்டவும். அதேபோன்று மாதிரி ஆய்வின் பெறுபேற்றினை மிகக் குறைந்த நேரத்தில் பெற்றுக் கொள்ளக்கூடிய முறையில் அம்மாதிரி அலகுகளை நுட்பமான வகையில் விரிவாக பரிசோதனை செய்ய முடியுமாக இருப்பதுடன் அலகுகளுக்கு ஏற்படும் சேதமானது இழிவு மட்டத்தில் காணப்படும் எனவும், இம்முறை நிறுவனமொன்று தொடர்பில் காணப்படும் எனவும் மிக விளைத்திறனான முறையொன்றாகும் என்பதனையும் சுட்டிக் காட்டவும்.

- பரமானங்களையும் மீடறன்களையும் விளக்குவதற்கு பின்வரும் கூற்றுக்கள் இரண்டையும் கரும்பலகையில் குறிக்கவும்.
  - (1) கொழும்பு நகரில் வசிக்கும் மனிதர்களின் மாதாந்தச் சம்பளத்தின் சராசரியினை கண்டுபிடித்தல்.
  - (2) கொழும்பு நகரில் தெரிவு செய்யப்பட்ட ஒரு வீதியில் வசித்தவர்களின் மாதாந்தச் சம்பளத்தின் சராசரியினை கண்டுபிடித்தல்.
- முதலாவது கூற்றானது குடியுடன் தொடர்புடைய விடயம் எனவும், அங்கு குடி தொடர்பில் அளவீடொன்றினைக் கண்டுபிடிப்பது முக்கியமானது எனவும், அதற்காக குடியிடை ( $\mu$ ) யினைக் கண்டுபிடிக்க வேண்டுமென்பதையும் சுட்டிக் காட்டவும். குடியிடையானது உறுதியான நிலையான பெறுமதியொன்றாக இருக்க முடியும்

எனவும், அது தெரியாத பெறுமதியொன்றாகும் என்பதையும் சுட்டிக் காட்டவும். குடி தொடர்பில் பெற்றுக் கொள்ளப்படுகின்ற புள்ளிவிபர அளவீட்டுப் பரமாணங்கள் எனப்படுமென்பதையும் விளக்கவும்.

- இரண்டாவது கூற்றானது மாதிரியொன்றுடன் தொடர்புடையது எனவும் மாதிரி இடை ( $\bar{x}$ ) யினை அதற்காகக் கணிப்பிட முடியுமெனவும், அவ்வாறான மாதிரியொன்று தொடர்பில் பெற்றுக் கொள்ளும் புள்ளிவிபர ரீதியான அளவீடு மீடறன் எனவும் தெளிவுபடுத்தவும்.
- பின்வரும் நான்கு அட்டவணைகளை கரும்பலகையில் குறிக்கவும்.
  - கொழும்பு மாவட்டத்தின் வாக்காளரின் பெயர்ப்பட்டியல்.
  - மாணவர்களை பாடசாலைக்கு இணைத்துக் கொள்ளும் அட்டவணை.
  - நிறுவனமொன்றுக்கு ஊழியர்களை இணைத்துக் கொள்ளும் அட்டவணை.
  - வைத்தியசாலையில் நோயாளர்களை அனுமதிக்கும் அட்டவணை.

பின்வரும் விடயங்களை வெளிப்படுத்தி கலந்துரையாடலில் ஈடுபடவும்.

- வாக்காளர் பெயர்ப்பட்டியலானது கொழும்பு மாவட்டத்தில் வாக்களிக்கும் தகைமை யினைப் பெற்ற சகல வாக்காளர்களினதும் விபரங்களை உள்ளடக்கிய அட்டவணை யொன்றாகுமெனவும்,
- பாடசாலைக்கு மாணவர்களைச் சேர்த்துக் கொள்ளும் அட்டவணை மூலம் பாட சாலையில் சேர்ந்த சகல மாணவர்களினதும் விபரங்களை அறிந்து கொள்ளக் கூடிய அட்டவணையொன்றாகும் எனவும்,
- ஊழியர்களை இணைத்துக் கொள்ளும் அட்டவணை மூலம் அந்நிறுவனத்தில் இணைந்த சகல ஊழியர்களினதும் விபரங்களை அறிந்து கொள்ள முடியுமெனவும்,
- நோயாளர்களை அனுமதிக்கும் அட்டவணை மூலம் வைத்தியசாலையில் அனுமதி யளிக்கப்பட்ட சகல நோயாளர்களையும் அறிந்து கொள்ள முடியுமெனவும், கலந்துரையாடலில் ஈடுபடவும்.

இம்முறையில் குடிகளின் சகல அலகுகளையும் இனங் காண்பதற்காகத் தயாரிக்கப் படுகின்ற அட்டவணையே மாதிரி சட்டகம் எனப்படும் என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும். இம் மாதிரிச் சட்டகத்தினுள் சகல விபரங்களும் உள்ளடக்கப்படல் வேண்டுமென்பதுடன் பிழையான தகவல்கள் உள்ளடக்கப்படாதிருத்தல், மீண்டும் மீண்டும் எழுதாதிருத்தல், பூரணத்துவமுடையதாகவிருத்தல் போன்ற பண்புகளை இதில் காணலாம் என்பதை மாணவர்களுக்கு மேற்காட்டிய அட்டவணையின் மூலம் சுட்டிக் காட்டவும்.

பின்வரும் ஒவ்வொரு கூற்று தொடர்பிலும் மாணவர்களின் கவனத்தை ஈர்க்கச் செய்யவும்.

- கொழும்பு மாவட்ட வாக்காளர் பெயர்ப் பட்டியலிலுள்ள ஒவ்வொரு வாக்காளரும்
- பாடசாலை தொடர்பிலான ஆய்வின்போது பாடசாலையிலுள்ள ஒவ்வொரு மாணவனும்
- வைத்தியசாலையொன்றின் நோயாளர்கள் தொடர்பிலான ஆய்வொன்றில் ஒவ்வொரு நோயாளியும்

மேற்குறிப்பிட்ட குடியிற்கு விளக்கம் கூறும்போது அக்குடிகளுக்குட்படுத்தப்பட்டிருக்கும் அலகாகப் பொருள் கூற முடியும் என்பதை மாணவர்களுக்கு விளக்கவும்.

- மீள்வைப்புடனான மாதிரி, மீள்வைப்பற்ற மாதிரி என்பவற்றை விளக்குவதற்கு மாணவர்களை பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுத்தவும்.
- 2, 7, 9 எனும் குடிகளின் பருமன் 2 என்ற வகையில் மாதிரிகளை எடுத்து,
  - (1) மீள்வைப்பின்றி
  - (2) மீள்வைப்புடன் கூடியதாகப் பெற்றுக் கொள்ளக்கூடிய சகல மாதிரிகளையும் பெற்றுக் கொள்ளவும்.

பருமன் 2 வீதமாக மீள்வைப்பற்ற மாதிரியினை  ${}^N C_n$  என்பதன் மூலம் பெற்றுக் கொள்ள முடியும் என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.

$${}^N C_n = {}^3 C_2 = \frac{3!}{2!(3-2)!} = \frac{3 \times 2 \times 1}{2 \times 1} = 3$$

மீள்வைப்பின்றிய அம்மாதிரியை (2, 7), (2, 9), (7, 9) எனக் காட்டவும்.

2, 7, 9 ஆகிய குடியிலிருந்து மாதிரியொன்றிற்கு முதலாவதாக ஒரு அலகொன்றினைத் தெரிவு செய்து, அதனை மீண்டும் குடியில் சேர்க்காது அடுத்த அலகினைத் தெரிவு செய்யும் செயற்பாடு மீள்வைப்பற்ற மாதிரி எனப்படும் என்பதுடன், அவ்வாறு தெரிவு செய்யக்கூடிய மாதிரியின் அளவு  ${}^N C_n$  எனவும், மாதிரியொன்றிற்கான அலகொன்றினைத்

தெரிவு செய்யும் நிகழ்தகவு  $\frac{1}{{}^N C_n}$  எனவும் சுட்டிக் காட்டவும். அதன்படி மேற்குறிப்பிட்ட

உதாரணத்தில் ஒரு மாதிரியினைத் தெரிவு செய்யும் நிகழ்தகவு  $\frac{1}{3}$  எனச் சுட்டிக் காட்டவும்.

- குடியின் பருமன் N உம் மாதிரியின் பருமன் n எனும் மீள்வைப்புடன் தெரிவு செய்யக்கூடிய மாதிரியின் அளவு  $N^n$  எனவும், அவ்வாறு அலகொன்றினைத் தெரிவு செய்யக் கூடிய நிகழ்தகவு  $\frac{1}{N^n}$  எனவும் சுட்டிக் காட்டவும்.

$$N^n = 3^2 = 9 \quad (2, 7), (2, 9), (7, 9) \\ (7, 2), (9, 2), (9, 7) \\ (2, 2), (7, 7), (9, 9)$$

மீள்வைப்புடன் கூடிய அலகொன்றினைத் தெரிவு செய்யும்போது நிகழ்தகவு  $\frac{1}{9}$  என்பதைச் சுட்டிக் காட்டவும்.

பின்வரும் பந்தியினை வாசிப்பதற்கு மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.

யாதேனும் நகரமொன்றில் வாழ்கின்ற குடும்பங்களின் சராசரி மாத வருமானம் தொடர்பில் மேற்கொள்ளப்பட்ட ஆய்வினை கவனத்தில் கொள்வோம். இங்கு இந்நகரத்தில் 10 000 குடும்பங்கள் வாழ்வதாகவும், அக்குடும்பங்களில் ஒரு குடும்பத்திற்கான சராசரி மாத வருமானம் ரூபா 15 000 எனவும் கருதுக. அதன் பின்னர் 1 000 குடும்பங்கள் தெரிவு செய்து அவர்களின் மாத வருமானத்தை கணிப்பிடப்பட்டபோது அப்பெறுமானம் ரூபா 10 000 ஆக இருந்தது.

மேற்குறிப்பிட்ட பந்தியின் உதவியுடன் பின்வரும் வினாக்களுக்கு விடையளிக்க.

- (1) ரூபா 15 000 கொண்ட வருமானத்தை நீங்கள் எவ்வாறு அழைக்கப்படுகின்றீர்?
- (2) ரூபா 10 000 கொண்ட வருமானத்தை நீங்கள் எவ்வாறு அழைக்கப்படுகின்றீர்?
- (3) இச்சராசரிக்கிடையிலான வேறுபாடு எவ்வளவு?
- (4) அவ்வாறு வேறுபாடு ஏற்படுவதற்கு காரணமாகவிருந்த காரணிகள் எவை?

பின்வரும் விடயங்களை வெளிப்படுத்தி கலந்துரையாடலில் ஈடுபடவும்.

- இந்நகரத்தில் வாழும் சகல குடும்பங்களும் குடித்தொகை எனவும், குடித்தொகையினை ஆய்வு செய்து அதாவது 10 000 குடும்பங்களையும் கவனத்தில் கொண்டு அவர்களின் மாதாந்த வருமானத்தை கூட்டி குடும்பங்களின் எண்ணிக்கையினால் வகுப்பதன் மூலம் குடியிடையினை  $\mu$  வினைப் பெற்றுக் கொண்டுள்ளதெனச் சுட்டிக் காட்டவும்.
- அதன் பின்னர் குடித்தொகையில் 1 000 குடும்பங்களில் மாதிரியொன்றினைப் பெற்று அம்மாதிரிக்குட்பட்ட குடும்பங்களின் வருமானங்களைக் கூட்டி, 1 000 குடும்பங்களினால் வகுப்பதன் மூலம் மாதிரி இடை ( $\bar{x}$ ) வினைப் பெற்றுக் கொள்ள முடியுமெனச் சுட்டிக் காட்டவும்.

**விடைகள்:**

- (1) குடி இடை
- (2) மாதிரி இடை
- (3) ரூபா 15 000 - ரூபா 10 000 = ரூபா 5 000

(4) இவ்வாறு குடியிடைக்கும் மாதிரியிடைக்குமிடையிலான வேறுபாடு மாதிரி வழி எனப்படுவதுடன், அவ்வகை வழக்கள் ஏற்படுவதற்குக் காரணமாயமையக்கூடிய காரணிகளை விளக்கவும்.

(மாதிரி இடையானது மாதிரி அலகின் அடிப்படையாக அமைதலும் குடியிடைக் காகக் குடித்தொகையின் சகல அலகுகளும் கருத்திற் கொள்ளப்படும்.)

- பின்வரும் இரு விடயங்களிலும் மாணவர்களின் கவனத்தைச் செலுத்தச் செய்யவும்.
  - (1) இந்நகரத்தில் வாழும் அநேக குடும்பங்கள் வருமான வரிக்காக அச்சமடைந்து தமது வருமான மட்டத்தின் உண்மைத் தன்மையினை மறைத்துள்ளனர் என பின்னர் கண்டுபிடிக்கப்பட்டது.
  - (2) இவ்வருமான மட்டத்தினை அறிந்து கொள்வதற்காக நியமிக்கப்பட்ட ஆய்வாளர், பிழையான முறையில் வருமானத்தை அறிக்கைப்படுத்தியுள்ளதைப் பின்னர் கண்டுபிடிக்கப்பட்டது.

• பின்வரும் விடயங்களை வெளிப்படுத்தி கலந்துரையாடலில் ஈடுபடவும்.

இவ்வாறு தனிநபர்கள் தமது வருமான மட்டங்கள் போன்ற பொருளாதார விடயங்களை அறிந்து அல்லது அறிவின்மையால் பிழையான பெறுமானத்தை வழங்குகின்றனர் எனவும் தரவுகளை அட்டவணைப்படுத்தும்போதும் அறிக்கைப்படுத்தும்போதும் பிரதி செய்யும்போதும் இவ்வாறான வழக்கள் ஏற்படலாம் எனவும் இவ்வழக்கள் மாதிரியல்லாத வழக்கள் என்றும் அழைக்கப்படுவதுடன், இவற்றைக் கட்டுப்படுத்துவது சிரமமானது எனவும் இவ்வழக்கள் ஏற்படுவதற்குத் துணையாக அமைகின்ற காரணங்கள் இருக்குமெனவும் விளக்கவும்.



**பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:**

- முழுமையிலிருந்து (குடியிலிருந்து) சிறிய பகுதியொன்றை (மாதிரியொன்றை) தெரிவு செய்து அச்சிறிய பகுதியை பரிசோதனை செய்வதினூடாக முழுமை தொடர்பான முடிவுக்கு வருதல் புள்ளிவிபர அனுமானம் (Statistical Inference) எனப்படும்.
- வேறு வகையில் குறிப்பிடுவதாயின் மாதிரி ஆய்வின் மூலம் பெறப்படும் தகவல் களிளடிப்படையில் குடிதொடர்பிலான புள்ளிவிபர முடிவுகளுக்கு வருதலைக் குறிக்கும்.
- பரிசோதனைக்குட்பட வேண்டிய அனைத்து அலகுகளையும் பொதுவொன்றாக நோக்கும்பொழுது அது குடித் தொகை (Population) என்றழைக்கப்படும்.
- குடித்தொகையை முடிவுள்ள, முடிவற்ற குடித்தொகை என இரு பகுதிகளை உள்ளடக்கியதாகும்.
- முழுமையான அலகுகளின் எண்ணிக்கையை பிரதிநிதித்துவப்படுத்தக்கூடியவாறு அம்முழுமையான எண்ணிக்கையிலிருந்து தெரிவு செய்யும் பகுதியொன்றே மாதிரி யொன்றாகும் என்றழைக்கப்படும். குடித்தொகையின் அனைத்து அலகுகளும் ஓரினத் தன்மை கொண்ட பண்புகளை உள்ளடக்கிக் காணப்படும் சந்தர்ப்பங்களின் போது மாதிரியைத் தெரிவு செய்வது இலகுவான கருமமொன்றாகக் காணப்பட்டாலும் கூட பல்வேறு பண்புகளை உள்ளடக்கிய குடித்தொகையொன்று காணப்படும் பொழுது மாதிரித் தெரிவானது சிக்கலானதும் சிரமமானதுமான கருமமொன்றாக இருக்கும்.
- இவ்வாறு குடித்தொகையிலிருந்து மாதிரியொன்றைத் தெரிவு செய்யும் முறை மாதிரி யெடுத்தல் என்றழைக்கப்படும்.
- குடித்தொகையொன்றின் சகல அலகுகளும் ஒவ்வொன்றாக பரிசோதனை செய்யப் படுமாயின், அது குடித்தொகை என அல்லது முழுமையான கணக்கெடுப்பு என அழைக்கப்படும்.
- குடித்தொகையின் மாதிரியொன்றினைத் தெரிவு செய்து அம்மாதிரியின் சகல அலகு களையும் பரிசோதனைக்கு உட்படுத்துவது மாதிரிக் குடி அல்லது மாதிரிப் பரிசோதனை என அழைக்கப்படும்.
- குடிக்கும், மாதிரி ஆய்விற்குமிடையிலான வேறுபாடுகள் பின்வருமாறு:

குடி	மாதிரி ஆய்வு
1. குடித்தொகையொன்றைக் கணிப்பிட எடுக்கும் காலம் கூடுதலானது.	1. மாதிரி ஆய்விற்கு எடுக்கும் காலம் குறைவானது.
2. குடித்தொகை கணிப்பீட்டுக்கு கூடுத லான பயிற்சி பெற்ற ஊழியர்கள் தேவை.	2. இதற்காகக் குறைவான ஊழியர்கள் தேவை.
3. குடித்தொகையினை ஆய்வு செய்வ தற்குப் பாரியளவு செலவொன்றை மேற்கொள்ள வேண்டி ஏற்படும்.	3. மாதிரி ஆய்வை மேற்கொள்ள குறைவான செலவு ஏற்படும்
4. குடித்தொகை பெறுபேற்றை வழங்க கூடுதலான காலம் எடுக்கும்.	4. மாதிரி ஆய்வொன்றின் பெறுபேற்றைக் குறைந்த காலத்தில் பெற்றுக் கொடுக்க முடியும்.
5. முழுமையான அலகுகளை பரிசோத னைக்கு உட்படுத்தும்போது அலகு களுக்குச் சேதங்கள் ஏற்படும். உ+ம்: மின்குமிழ்களின் ஆயுள் காலத்தைச் சோதனை செய்தல்.	5. மாதிரியொன்றைத் தெரிவு செய்வதனால் அலகுகள் சேதமடைதல் இழிவான மட்டத்தில் காணப்படும்.
6. குடியொன்றின் அலகுகளை நுட்ப மாகவும் விரிவாகவும் ஆய்வு செய் வது சிரமமானது.	6. மாதிரி அலகுகளை நுட்பமாகவும் விரி வாகவும் ஆய்வுக்கு உட்படுத்த முடியு மாக இருத்தல்.

மாதிரிப் பரிசோதனையை படிமுறைகள் பின்வருமாறு:

- (1) பரிசோதனையின் நோக்கத்தைத் தெளிவாக அறிந்து கொள்ளல்.
- (2) உரிய மாதிரிச் சட்டகத்தைத் தெரிவு செய்து கொள்ளல்.
- (3) மாதிரியின் பருமனைத் தீர்மானித்தல்.
- (4) உரிய மாதிரி முறையைத் தெரிவு செய்தல்.
- (5) மாதிரிக் கூறுகளை (மாதிரி அலகுகளை) இனங்காணல்.
- (6) தெரிவு செய்த மாதிரி முறையில் தரவு சேகரித்தல்.
- (7) தரவுகளை ஒழுங்கமைத்தல்.
- (8) தரவுகளைப் பகுப்பாய்வு செய்தல்.
- (9) தரவுகளை இனங்காணலும் முடிவுகளுக்கு வருதலும்.

- குடித்தொகையொன்றிற்கு விளக்கம் கூறப்படும் புள்ளிவிபர ரீதியான அளவீடுகளைப் பரமானங்கள் என்றழைக்கப்படும். இதற்கமைய குடியிடை ( $\mu$ ), குடிநியம விலகல் ( $\sigma$ ) போன்றன பரமானங்களாகக் கருதப்படும்.
- மாதிரியொன்றிற்கான விளக்கம் கூறப்படும் புள்ளிவிபர ரீதியான அளவீடுகளே புள்ளி விபரம் என்றழைக்கப்படும். இதற்கமைய மாதிரி இடை  $\bar{x}$  உம் மாதிரி நியம விலகல் (S) என்பன புள்ளிவிபரங்களாகக் கருதப்படும்.
- பரமானங்களுக்கும் புள்ளிவிபரங்களுக்குமிடையிலான வேறுபாடுகளைப் பின்வருமாறு குறிப்பிட்டுக் காட்டமுடியும்.

பரமானங்கள்	புள்ளிவிபரங்கள்
(1) குடித்தொகைக்கான பண்பொன்றாகும்.	(1) மாதிரிப் பண்பொன்றாகும்.
(2) பரமானங்கள் நிச்சயமானது.	(2) புள்ளிவிபரங்கள் மாறியொன்றாகும்.
(3) பெறுமானம் அறியப்பட்டதாக இருக்கும்.	(3) பெறுமானம் அறியப்பட்டதாக இருக்கும்.
(4) பெறுமானம் மதிப்பிடப்படும்.	(4) பெறுமானம் கணிப்பிடப்படும்.

- பரிசோதனைக்கு உட்படுத்துவதற்கு எதிர்பார்க்கப்படும் அனைத்து அலகுகளையும் உள்ளடக்கிய பட்டியலொன்றை மாதிரிச் சட்டகமொன்று எனக் குறிப்பிடலாம். பரிசோதனையின் மூலம் தகவல்களைப் பெற்றுக் கொள்வதற்குத் தேவையான மாதிரியொன்றைத் தெரிவு செய்வதற்குப் பயன்படுத்தப்படும் குடி அலகுகளின் பட்டியலே மாதிரிச் சட்டகம் என்றழைக்கப்படும்.  
உதாரணம்:- வாக்காளர் இடாப்பு, தலைமைப் பொறுப்பாளர் பட்டியல், தொலைபேசிப் பெயர்ப்பட்டியல்.
- சிறந்த மாதிரிச் சட்டகமொன்று பின்வரும் பண்புகளைக் கொண்டதாக இருக்கும்.
  - (1) மாதிரிச் சட்டகம் முழுமையைக் கொண்டிருத்தல் வேண்டும்.
  - (2) மாதிரிச் சட்டகமானது நிரல்படுத்தக்கூடியதாக இருத்தல் வேண்டும்.
  - (3) மாதிரிச் சட்டகம் சரியானதாக இருத்தல் வேண்டும்.
  - (4) அலகுகளில் மாற்றங்கள் ஏற்படாதிருத்தல் வேண்டும்.
- ஏதேனும் குடியொன்றை விளக்கும்பொழுது அக்குடியின் ஒவ்வொரு அலகுகளையும் மாதிரி அலகுகள் எனும் பெயர் கொண்டழைக்கப்படும். (ஒவ்வொரு நோயாளர், வாக்குரிமை பெற்ற ஒவ்வொரு தனிநபர், ஒவ்வொரு பாடசாலை மாணவர்கள்)

ஏதேனும் குடித்தொகையிலிருந்து மாதிரியொன்றிற்காக முதலாவதாக அலகொன்றைத் தெரிவு செய்து அதனை மீண்டும் குடித்தொகையில் வைக்கப்படாது அடுத்த அலகொன்றைத் தெரிவு செய்யும் செயல் முறை மீள்வைப்பின்றியான மாதிரி எடுத்த லாகும்.

குடித்தொகையின் பருமன்  $N$  ஆகவும், மாதிரிப் பருமன்  $n$  ஆகவும் இருக்கும் பொழுது மீள்வைப்பின்றித் தெரிவு செய்யக்கூடிய மாதிரி அளவு  $Nc_n$  ஆகக் காணப்படும். இவ்வாறான மாதிரியொன்றிற்காக அலகொன்றைத் தெரிவு செய்வதற்கான

நிகழ்தகவு  $\frac{1}{N C_n}$  ஆகக் காணப்படும்.

- யாதேனும் குடியொன்றின் மாதிரிக்காக முதலாவது மாதிரி அலகைத் தெரிவு செய்து மீண்டும் அதனை குடியிலிட்டு அடுத்த அலகைத் தெரிவு செய்யும் செயல் முறையை மீள்வைப்புடனான மாதிரி எடுத்தல் முறை எனக் குறிப்பிடப்படும். குடித்தொகையின் பருமன்  $N$  ஆகவும், மாதிரிப் பருமன்  $n$  ஆகவும் இருக்கும் பொழுது மீள்வைப்புடனாகத் தெரிவு செய்யக்கூடிய மாதிரிப் பெறுமானம்  $N^n$  ஆக இருக்கும். அவ்வாறே ஒரு அலகைத் தெரிவு செய்வதற்கான நிகழ்தகவு  $\frac{1}{N^n}$  ஆக இருக்கும்.
- குடித்தொகையொன்றைப் பரிசோதனை செய்வதன் மூலம் பெறப்படும் பெறுபேறும், மாதிரியொன்றைப் பரிசோதனை செய்வதன் மூலம் மொத்தத் குடித்தொகை தொடர்பாக மேற்கொள்ளப்படும் அனுமானத்தினூடாகக் கிடைக்கும் பெறுபேற்றிற்கும் இடையிலான வேறுபாட்டை மாதிரி வழி (Sampling error) என்றழைக்கப்படும்.

மாதிரி வழி ஏற்படுவதில் தாக்கம் செலுத்தக்கூடிய காரணங்களைப் பின்வருமாறு குறிப்பிட்டுக் காட்டலாம்.

- சரியான மாதிரி முறையொன்றைப் பயன்படுத்தாதிருத்தல்.
- சரியான மாதிரிச் சட்டகமொன்றைப் பயன்படுத்தாதிருத்தல்.
- பயிற்சி பெற்றவர்களின் பங்களிப்பைப் பெற்றுக் கொள்ளாமை.
- குடித்தொகையானது கூடிய மாற்றற்றின்களைக் கொண்டிருத்தல்.
- தரவுகளைப் பெற்றுக் கொள்ளல், அறிக்கைப்படுத்தல், அட்டவணைப்படுத்தல், கணினி மயப்படுத்தப்படல் போன்ற செயல்முறைகளின்போது ஏற்படக்கூடிய வழக்களை மாதிரி எடுப்பல்லா வழக்கள் (Non Sampling error) என்றழைக்கப்படும். மாதிரியல்லா வழக்கல் மாதிரி எடுத்தலின்போது மட்டுமன்றி குடிஎடுப்பின்போதும் கூட ஏற்பட முடியும். மாதிரி வழக்களை பல்வேறு நுட்ப முறைகள் மூலம் கட்டுப்படுத்தக்கூடியதாக இருப்பினும் மாதிரியெடுப்பில்லா வழக்களை அறிந்து கொள்வதும், கட்டுப்படுத்துவதும் இலகுவாக கருமமொன்றாக இருக்காது.

மாதிரியெடுப்பில்லா வழக்கல் ஏற்படுவதில் தாக்கத்தை ஏற்படுத்தும் காரணிகள் பின்வருமாறு:

- பரிசோதனையை அல்லது ஆய்வினைச் சரியாகத் திட்டமிடாமை.
- பயிற்சி பெற்றவர்களின் பங்களிப்பினைப் பெறப்படாமை.

- பிழையான தகவல்களைப் பெற்றுக் கொள்ளவும்
- தரவுப் பகுப்பாய்வின்போது ஏற்படும் வழக்கள்.
- தரவுகளை ஒழுங்கமைக்கும் பொழுது இடம்பெறும் வழக்கள்.
- தரவுகளை முன்வைக்கும் பொழுது இடம்பெறும் வழக்கள்.

### கணிப்பீட்டு மதிப்பீட்டு நியதிகள்:

பின்வரும் சந்தர்ப்பங்களை கரும்பலகையில் எழுதி, அச்சந்தர்ப்பங்கள் ஒவ்வொன்றுக்கும் பொருத்தமான மாதிரிச் சட்டகத்தினை முன்மொழிவதற்கு மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.

- (1) ஒரு வகைப் பாடசாலையொன்றின் ஆசிரியர்கள் சமூகமளிக்காத நாட்களின் (லீவு நாட்கள்) விபரத்தை தேடல்.
- (2) தொழிற்சாலையொன்றின் உயர்பதவியினை வகிப்பவர்களின் சம்பளத்தினைப் பகுப்பாய்வு செய்வதற்கு
- (3) ஒரு கிராம சேவகர் பிரிவின் கடந்த இரு வருடங்களினுள் 18 வருடங்களுக்கு மேற்பட்ட வயதினர் தொடர்பில் அறிந்து கொள்வதற்கு
- (4) பிரதேசமொன்றில் நிலையான தொலைபேசி தொடர்பினைப் பெற்றுள்ள வீடுகள் சிலவற்றைத் தெரிவு செய்தல்.
- (5) பாடசாலையொன்றின் கடந்த வருடத்தில் பெற்றுக் கொண்ட அச்சிடப்பட்ட புத்தகங்களைக் கண்டுபிடிப்பதற்கு

பின்வரும் ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பங்களுக்கும் மிகப் பொருத்தமானது குடியா அல்லது மாதிரிப் பரிசோதனையா என்பதனைக் குறிப்பிடவும்.

- (1) கிராமமொன்றின் சுகாதார நலன்கள் தொடர்பிலான தரவுகளைப் பெற்றுக் கொள்வதற்கு
- (2) தொழிற்சாலையொன்றில் உற்பத்தி செய்யப்படுகின்ற கம்பிகளினால் தாக்குப் பிடிக்கக்கூடிய உச்ச நிறையின் அளவினைக் கணிப்பதற்கு
- (3) யுத்தச் சூழல் காணப்படுகின்ற பிரதேசமொன்றின் பொருட்கள் சேவைகளின் விலை மட்டங்களை அறிந்து கொள்வதற்கு
- (4) நாடொன்றின் குடித்தொகை அமைப்பு தொடர்பான தகவல்களைப் பெற்றுக் கொள்வதற்கு
- (5) டயர் உற்பத்தி செய்யும் நிறுவனமொன்று தம்மால் உற்பத்தி செய்யும் டயர்களின் ஆயுட்காலத்தை அறிந்து கொள்வதற்கு
- (6) பாடசாலை மாணவர்களின் போசணை குறைபாடுடைய மாணவர்களின் எண்ணிக்கையை அறிந்து கொள்வதற்கு
- (7) ஏதேனும் தொலைக்காட்சி நிகழ்ச்சி தொடர்பில் இரசிகர்களின் துலங்கலை அறிந்து கொள்ளவதற்கு
- (8) சந்தைக்கு புதிதாக அறிமுகப்படுத்தப்பட்ட உற்பத்தி பொருளொன்றின் விற்பனை தொடர்பில் தகவல்களை அறிந்து கொள்வதற்கு

**தேர்ச்சி 6.0:** வணிகத் தீர்மானங்களை எடுப்பதற்குத் தேவையான தரவு சேகரிப்பதற்குப் பொருத்தமான மாதிரி முறைகளைப் பயன்படுத்துவார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 6.2:** மாதிரி எடுத்தலுக்கு எழுமாற்று மாதிரி எடுத்தல் முறைகளைப் பயன்படுத்துவார்.

**பாடவேளைகள்:** 16

**கற்றற் பேறுகள்:**

- எழுமாற்று மாதிரி எடுத்தலை விளக்குவார்.
- எழுமாற்று மாதிரி எடுத்தலைப் பயன்படுத்தக்கூடிய சந்தர்ப்பங்களைக் குறிப்பிட்டுக் காட்டுவார்.
- எழுமாற்று மாதிரி எடுத்தலின் அனுகூலங்களையும் பிரதிகூலங்களையும் பட்டியல்படுத்துவார்.
- எளிய எழுமாற்று மாதிரி எடுத்தலை விளக்குவார்.
- மட்டுப்படுத்தப்பட்ட குடித்தொகையொன்றிலிருந்து எளிய எழுமாற்று மாதிரியினைத் தெரிவு செய்வார்.
- எளிய எழுமாற்று மாதிரியெடுத்தல் முறைகளைப் பயன்படுத்தக்கூடிய சந்தர்ப்பங்களுக்கான உதாரணங்களைக் குறிப்பிடுவார்.
- எளிய எழுமாற்று மாதிரி முறைகளின் அனுகூலங்களையும் பிரதிகூலங்களையும் பட்டியல்படுத்துவார்.
- படையாக்கிய எழுமாற்ற மாதிரியினை விளக்குவார்.
- மட்டுப்படுத்தப்பட்ட குடித்தொகையிலிருந்து படையாக்கப்பட்ட எழுமாற்று மாதிரிகளைத் தெரிவு செய்வார்.
- படையாக்கிய எழுமாற்று மாதிரி எடுத்தல் முறையானது பொருத்தமாக அமையும் சந்தர்ப்பங்களுக்கான உதாரணங்களைக் குறிப்பிடுவார்.
- படையாக்கிய எழுமாற்று மாதிரி எடுத்தல் முறையின் அனுகூலங்களையும் பிரதிகூலங்களையும் பட்டியல்படுத்துவார்.
- கொத்து மாதிரி எடுத்தலை விளக்குவார்.
- கொத்து மாதிரியெடுத்தல் தொடர்பான எண்ணக்கருக்களை விபரிப்பார்.
- கொத்து மாதிரி எடுத்தலொன்று பொருத்தமாக அமையக்கூடிய சந்தர்ப்பங்களுக்கான உதாரணங்களைக் குறிப்பிடுவார்.
- கொத்து மாதிரி எடுத்தலின் அனுகூலங்கள், பிரதிகூலங்களைக் குறிப்பிடுவார்.
- ஒரு வகை, இரு வகை, பல்வகை கொத்து மாதிரி எடுத்தல் முறைக்கு விளக்கம் கூறுவார்.
- முதலாம் வகை, இரண்டாம் வகை, பல்லின வகை கொத்து மாதிரி எடுத்தல் முறைக்கு மாதிரியொன்றைத் தெரிவு செய்யும் முறையினை விபரிப்பார்.
- முறையான மாதிரி எடுத்தலை விளக்குவார்.
- முறையான மாதிரியெடுத்தல் முறையொன்றின்போது பின்பற்றப்படும் படிமுறைகளை ஒழுங்குபடுத்துவார்.

- முறையான மாதிரி எடுத்தல் முறையானது பொருத்தமாக அமையக்கூடிய சந்தர்ப்பங்களுக்கான உதாரணங்களை வழங்குவார்.
- முறையான மாதிரி எடுத்தல், படையாக்கிய மாதிரி எடுத்தல், கொத்து மாதிரி எடுத்தல் என்பவற்றிற்கிடையிலான தொடர்பினை விளக்கி அவற்றிற்கிடையிலான தொடர்பினை விளக்கி அவற்றின் ஒப்பீட்டு ரீதியான அனுகூலங்கள் பிரதிகூலங்களைக் குறிப்பிடுவார்.

### **பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- எழுமாற்று மாதிரியினை விளக்குவதற்காகப் பின்வரும் விடய ஆய்வினை மாணவர்களுக்கு வழங்கவும்.

#### **செயற்பாடு - 01**

40 மாணவர்களைக் கொண்ட 12 ம் வகுப்பில் ஐந்து மாணவர்களைத் தெரிவு செய்து மற்றொரு பாடசாலையில் நடைபெறும் விழாவொன்றில் கலந்து கொள்ளச் செய்வதற்கான தேவை ஏற்பட்டுள்ளது. ஐந்து மாணவர்களின் மாதிரியினைத் தெரிவு செய்வதற்காகப் பின்வரும் மாற்று ஆலோசனைகள் மூன்று முன்மொழியப்பட்டன.

- முன்மொழிவு - 1 வகுப்புப் பொறுப்பாசிரியர் விரும்பும் 5 மாணவர்களைத் தெரிவு செய்தல்.
- முன்மொழிவு - 2 40 மாணவர்களிடையே பொதுவாகக் குலுக்கல் சீட்டிழுப்பு நடாத்தி 5 மாணவர்களைத் தெரிவு செய்தல்.
- முன்மொழிவு - 3 வகுப்பில் வணிகக் கல்வியினை கற்கும் 30 மாணவர்களிடையே குலுக்கல் சீட்டிழுப்பை நடாத்தி 3 பேரையும், புள்ளிவிபரவியல் பாடத்தைக் கற்கும் 10 மாணவர்களிடையே குலுக்கல் சீட்டிழுப்பினை நடாத்தி 02 மாணவர்களையும் தெரிவு செய்தல்.

- மேற்குறிப்பிட்ட நிகழ்வுகளின் உதவியுடன் பின்வரும் வினாக்களை மாணவர்களுக்கு வழங்கவும்.
  - மேற்குறிப்பிட்ட மூன்று முன்மொழிவுகளில் தனிநபர் சார்ந்த மாணவர் மாதிரித் தெரிவு செய்யப்படும் சந்தர்ப்பங்களைக் குறிப்பிடுக.
  - மேற்குறிப்பிட்ட மூன்று முன்மொழிவுகளில் எழுமாற்றாக மாணவர் மாதிரிக்குத் தெரிவு செய்யப்படுகின்ற சந்தர்ப்பங்களைக் குறிப்பிடுக.
  - முன்மொழிவு - 1 இங்கேற்ப மாதிரி தெரிவு செய்யப்படுமாயின் இவ்வகுப்பின் மாணவனொருவனான X என்பவன் அம்மாதிரியில் உள்ளடக்கப்படுகின்ற நிகழ் தகவினைக் குறிப்பிட முடியுமா? முடியுமாயின் அந்நிகழ்தகவு எவ்வளவு? முடியாவிடின் அதற்கான காரணம் என்ன?
  - முன்மொழிவு - 2 இங்கேற்ப மாதிரி தெரிவு செய்யப்படுமாயின் இவ்வகுப்பின் மாணவனாக மேற்குறிப்பிட்ட X என்பவன் இம்மாதிரியில் உள்ளடக்கப்படக்கூடிய நிகழ்தகவு எவ்வளவு?
  - முன்மொழிவு - 3 இங்கேற்ப மாதிரி தெரிவு செய்யப்படுமாயின் இவ்வகுப்பில் புள்ளிவிபரவியல் பாடத்தைக் கற்கும் X உம், வணிகக் கல்விப் பாடத்தைக் கற்கும் Y உம் மாதிரியில் உள்ளடக்கப்படக்கூடிய நிகழ்தகவு எவ்வளவு?

- பின்வரும் விடயங்களை வெளிப்படுத்தி கலந்துரையாடலொன்றை நடாத்தவும்.
  - தனிநபர் சார்ந்த நியதியினைத் தெரிவு செய்யும்போது மாதிரி அலகானது மாதிரியில் உள்ளடக்கக்கூடிய நிகழ்தகவினைக் கூறமுடியாது என.
  - குலுக்கல் சீட்டிழுப்பு போன்ற நிகழ்தகவு முறையினூடாக மாதிரியினைத் தெரிவு செய்யும்போது மாதிரி அலகானது மாதிரியில் உள்ளடக்கக்கூடிய நிகழ்தகவினை குறிப்பிட முடியும் என.  
அதனால் முன்மொழிவு - 2 இற்கேற்ப X மாதிரியில் உள்ளடங்கும் நிகழ்தகவு  $\frac{5}{40} = 0.125$  ஆகுமென.
  - முன்மொழிவு - 3 இற்கேற்ப X மாதிரியில் உள்ளடங்கும் நிகழ்தகவு  $\frac{2}{10} = 0.2$  ஆகவும், Y மாதிரியில் உள்ளடக்கப்படக்கூடிய நிகழ்தகவு  $\frac{3}{30} = 0.1$  ஆகவும் காணப்படுமென.
  - மாதிரி அலகு மாதிரியில் உள்ளடக்கக்கூடிய நிகழ்தகவினைக் கணிப்பிடக்கூடிய வாறு மாதிரி உறுப்புக்களைத் தெரிவு செய்தல் எழுமாற்று மாதிரி எடுத்தல் எனப்படுமென.
  - முன்மொழிவு - 2 உம், முன்மொழிவு - 3 உம் எழுமாற்று மாதிரி முறைகள் இரண்டாகுமென.
  - குடியினைத் தொகுதியாக்காது அல்லது குடியினைத் தொகுதியாக்கி எழுமாற்று மாதிரியெடுத்தலை மேற்கொள்ள முடியும். முன்மொழிவு - 2 இல் குடியினைத் தொகுதியாக்காது மாதிரியினைப் பெற்றுக் கொள்ளப்படுவதுடன், முன்மொழிவு - 3 இல் குடியானது புள்ளிவிபரவியல் மாணவர்கள் வணிகக் கல்வி மாணவர்கள் என தொகுதிகளாக்கி மாதிரி பெற்றுக் கொள்ளப்பட்டதென.
  - குடியினை எம்முறையிலேனும் தொகுதியாக்காது எழுமாற்று மாதிரியினைப் பெற்றுக் கொள்ளல் எளிய எழுமாற்று மாதிரியெடுத்தலில் மேற்கொள்ளப்படுகின்றமையால், எந்தவொரு மாதிரி அலகினையும் மாதிரியில் உள்ளடக்குவதற்கு சமமான நிகழ்தகவுவொன்று காணப்படுமென.
  - எழுமாற்று மாதிரியெடுத்தலுக்குக் குடியினைத் தொகுதிகளாக்கக்கூடிய பல்வேறு முறைகளில் படையாக்குதல், கொத்தாக்குதல், வகுப்பாக்குதல் போன்ற முறைகள் காணப்படுகின்றதென.
- எளிய எழுமாற்று முறையினை விளக்குவதற்குப் பின்வரும் செயற்பாடு - 2லும், செயற்பாடு - 3 லும் மாணவர்களை ஈடுபடுத்தவும்.

### செயற்பாடு - 02

- வகுப்பில் அன்றாட வரவுப் பதிவேட்டில் பெயர் எழுதப்பட்டுள்ள மாணவர்களின் தொடர் இலக்கங்களை வெவ்வேறாக் கலக்குமாறு வகுப்புத் தலைவருக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.
- வகுப்பு மாணவர்களில் 5 பேரை மாதிரியாகத் தெரிவு செய்வதற்கு வகுப்பு மாணவத் தலைவரினால் தயாரிக்கப்பட்ட குலுக்கல் சீட்டிழுப்பின் மூலம் 5 பேரைத் தெரிவு செய்து தருமாறு மற்றொரு மாணவருக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.
- அவ்வாறு தெரிவு செய்யப்பட்ட குழுக்கல் சீட்டுக்கள் ஐந்திலும் இருக்கும் இலக்கங்களை வகுப்பறையில் சப்தமிட்டுக் கூறவும்.

- வகுப்பின் வரவுப் பதிவேட்டினை எடுத்து அந்த 5 இலக்கங்களுக்குமுரிய ஐந்து மாணவர்களையும் வகுப்பறையின் முன் அழைக்கவும்.
- இம்முறையானது எளிய எழுமாற்று மாதிரியினைத் தெரிவு செய்யும் லொத்தர் முறையிலான மாதிரியெடுத்தல் என விளக்கவும்.

### செயற்பாடு - 03

- பின்வரும் எழுமாற்று இலக்க அட்டவணையை கரும்பலகையில் காட்சிப்படுத்தவும்.

03,	37,	43,	07,	50
24,	16,	35,	12,	46
38,	10,	22,	02,	40
17,	44,	05,	28,	34
33,	21,	11,	42,	13
01,	32,	08,	27,	20
29,	15,	39,	06,	09
36,	30,	26,	14,	04
45,	18,	19,	31,	47
48,	25,	41,	23,	49

- வகுப்பிலுள்ள மாணவனொருவனை பெயர் குறிப்பிட்டு, அவனுக்கு இலக்க அட்டவணையில் விருப்பமான இடத்திலிருந்து அல்லது தொடர்ந்து குறுக்காகவோ அல்லது மேலிருந்து கீழாகவோ காணப்படுகின்ற 5 இலக்கங்களைக் கூறுமாறு ஆலோசனை வழங்கவும். (அவ்வாறு கூறும்போது வகுப்பிலுள்ள மாணவர் பெயர்ப்பட்டியலில் இல்லாத தொடர் இலக்கமொன்று கூறப்பட்டிருந்தால் அதனை இரத்துச் செய்து அடுத்த இலக்கத்தைக் கூறுமாறு ஆலோசனை வழங்கவும்.)
- இவ்வாறு எழுமாற்று இலக்க அட்டவணையில் கூறப்பட்ட இலக்கத்திற்குரிய மாணவர்கள் ஐந்து பேர்களையும் வகுப்பு மாணவர்களின் பெயர்ப்பட்டியலிருந்து தெரிவு செய்து வகுப்பின் முன்னால் அழைக்கவும்.
- எளிய எழுமாற்று மாதிரியொன்றினைப் பெற்றுக் கொள்வதற்கு இவ்வாறு செய்தல் எழுமாற்று இலக்க அட்டவணை முறை எனக் கூறப்படுமென்பதைத் தெளிவு படுத்தவும்.
- மேற்குறிப்பிட்ட 2ம், 3ம் செயற்பாடுகளுக்கு மேலதிகமாக வகுப்பிலுள்ள மாணவர்களின் பெயர்ப்பட்டியலை கணினியில் உட்படுத்தப்பட்டிருந்தால் அதில் 5 பெயர்களை எழுமாற்றாகத் தெரிவு செய்து தருமாறு கணினிக்கு ஆலோசனை வழங்குவதன் மூலம் மாதிரியைப் பெற்றுக் கொள்ள முடியுமென்பதைக் கூறவும்.
- படையாக்கிய எழுமாற்று மாதிரி முறையினை விளக்குவதற்கு பின்வரும் செயற்பாட்டினை மாணவர்களுக்கு வழங்கவும்.



**செயற்பாடு - 04**

- நிறுவனமொன்றின் ஊழியர் புள்ளிவிபரம் தொடர்பில் பின்வரும் தகவல்களை மாணவர்களுக்கு வழங்கவும்.

ஊழியர் வகை	எண்ணிக்கை	மாதாந்த சம்பள விச்சு (ரூபா)
முகாமையாளர்	20	95 000 - 100 000
எழுதுவினைஞர்கள்:-		
வகுப்பு - I	100	40 000 - 41 000
வகுப்பு - II	280	30 000 - 30 500
தொழிலாளர்கள்	600	25 000 - 25 800

- நிறுவனத்தின் ஊழியர் சம்பள முரண்பாடு தொடர்பான ஆய்விற்காக 50 ஊழியர்களின் மாதிரியொன்று தேவையாகவுள்ளது என மாணவர்களுக்கு கூறவும்.
- பின்வரும் விடயங்களை வெளிப்படுத்தி கலந்துரையாடலில் ஈடுபடவும்.
  - இது வேறுபாடான புள்ளிவிபரமொன்றாகுமென.
  - ஊழியர் குழுக்களிடையே சம்பள முரண்பாடு கூடுதலாக காணப்படுகின்றதென.
  - ஊழியர் குழுவினும் சம்பள முரண்பாடு குறைவானது என.
  - குடியானது சம்பளத்திற்கேற்ப படையெனும் வகையில் காணப்படுகின்றதென.
  - சகல படைகளையும் பிரதிநிதித்துவப்படுத்தும் வகையில் 50க்கான மாதிரியொன்றினைத் தெரிவு செய்தல் தேவையானதென.
  - ஒவ்வொரு படைகளிலிருந்தும் ஊழியர்களைத் தெரிவு செய்தலானது தனிநபர் சார்பானதாக இடம்பெறக்கூடாதென.  
அதாவது எளிய எழுமாற்றாக ஒவ்வொரு படைகளிலிருந்தும் ஊழியர்கள் தெரிவு செய்யப்படல் வேண்டுமென.
- மாதிரி கொண்டிருக்க வேண்டிய முறை தொடர்பில் பின்வரும் இரு முன்மொழிவுகள் முன்வைக்கப்பட்டுள்ளன என்பதை மாணவர்களுக்குத் தெரிவிக்கவும்.
 

முன்மொழிவு - 1 முகாமையாளர்கள் இருவர், முதலாம் வகுப்பு எழுதுவினைஞர்கள் நால்வர், இரண்டாம் வகுப்பு எழுதுவினைஞர்கள் 14 நபர்கள், தொழிலாளர்கள் 30 பேர்கள் உள்ளடக்கக்கூடியவாறு மாதிரி அலகுகளைத் தெரிவு செய்தல்.

முன்மொழிவு - 2 மாதிரிக்காக சம்பளப் படையின் விகிதத்திற்கு 50 ஊழியர்கள் தெரிவு செய்தல்.
- முன்மொழிவு - 1 இற்கேற்ப மாதிரி தெரிவு செய்யப்படுமாயின் பின்வரும் நிகழ்தகவினைக் கணிக்குமாறு மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.
  - முகாமையாளரொருவர் மாதிரியொன்றிற்கு உள்ளடக்கப்படுவதன் நிகழ்தகவு.
  - வகுப்பு I இன் எழுதுவினைஞர் ஒருவர் மாதிரிக்கு உள்ளடக்கப்படுவதன் நிகழ்தகவு.
  - வகுப்பு II இன் எழுதுவினைஞர் ஒருவர் மாதிரிக்கு உள்ளடக்கப்படுவதன் நிகழ்தகவு.
  - தொழிலாளியொருவர் மாதிரிக்கு உள்ளடக்கப்படுவதன் நிகழ்தகவு.
- முன்மொழிவு - 2 இற்கேற்ப மாதிரி தெரிவு செய்யப்படுமாயின் மேலே குறிப்பிடப்பட்ட ஒவ்வொரு வகை ஊழியரையும் மாதிரிக்கு உள்ளடக்கக்கூடிய நிகழ்தகவினைக் கணிக்குமாறு மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.

- கிடைக்கப் பெற்ற விடைகளுக்கேற்ப ஒவ்வொரு வகை மாதிரி அலகின் வேறுபட்ட நிகழ்தகவுகளை கொண்டதாகவோ அல்லது சகல மாதிரி அலகுகளும் சம நிகழ்தகவு களைக் கொண்டதாகவோ அல்லது படையாக்கிய எழுமாற்று மாதிரியிலோ, மாதிரியினைத் தெரிவு செய்ய முடியும் என்பதை உறுதிப்படுத்தவும்.

#### செயற்பாடு - 04 இற்கான தீர்வு

- முன்மொழிவு 1 இற்கேற்ப மாதிரியினைத் தெரிவு செய்யும்போது
  - முகாமையாளரொருவர் மாதிரிக்கு உள்வாங்கக்கூடிய நிகழ்தகவு  $= \frac{2}{20} = 0.1$
  - வகுப்பு I ஐச் சேர்ந்த எழுதுவினைஞரொருவர் மாதிரியில்  
உள்ளடக்கக்கூடிய நிகழ்தகவு  $= \frac{4}{100} = 0.04$
  - வகுப்பு II ஐச் சேர்ந்த எழுதுவினைஞரொருவர் மாதிரியில்  
உள்ளடக்கக்கூடிய நிகழ்தகவு  $= \frac{40}{280} = 0.05$
  - தொழிலாளியொருவர் மாதிரியில் உள்ளடக்கக்கூடிய நிகழ்தகவு  $= \frac{30}{600} = 0.05$
- முன்மொழிவு 2 இற்கேற்ப மாதிரியினைத் தெரிவு செய்யும்போது,
  - மாதிரியில் உள்ளடக்க வேண்டிய முகாமையாளர்களின் எண்ணிக்கை  $(50 \times \frac{20}{1000}) = 1$  என்பதனால் முகாமையாள ரொருவரை மாதிரியில் உள்ளடக்கக்கூடிய நிகழ்தகவு  $\frac{1}{20} = 0.05$  ஆகும்.
  - மாதிரியில் உள்ளடக்க வேண்டிய வகுப்பு I ஐச் சேர்ந்த எழுதுவினைஞர்களின் எண்ணிக்கை  $(50 \times \frac{100}{1000}) = 5$  என்பதனால் வகுப்பு I ஐச் சேர்ந்த எழுதுவினைஞரை மாதிரியில் உள்ளடக்கக்கூடிய நிகழ்தகவு  $\frac{5}{100} = 0.05$  ஆகும்.
  - மாதிரியில் உள்ளடக்க வேண்டிய வகுப்பு II ஐச் சேர்ந்த எழுதுவினைஞர்களின் எண்ணிக்கை  $(50 \times \frac{280}{1000}) = 14$  என்பதனால் அந்நிகழ்தகவு  $\frac{14}{280} = 0.05$  ஆகும்.
  - மாதிரியில் உள்ளடக்க வேண்டிய தொழிலாளர்களின் எண்ணிக்கை  $(50 \times \frac{600}{1000}) = 30$  என்பதனால் அந்நிகழ்தகவு  $\frac{30}{600} = 0.05$  ஆகும்.

- கொத்து மாதிரியெடுத்தலை விளக்குவதற்குப் பின்வரும் சந்தர்ப்பங்களை வெவ்வேறாக மாணவர்களுக்கு வழங்கி மாதிரியினை பெற்றுக் கொள்ளக்கூடிய முறை தொடர்பில் கருத்துக்களை முன்வைக்குமாறு மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.
  - தனியொருவரின் உழைப்புத் தொடர்பிலான ஆய்விற்கு 10 பிரதேச சபைகளைக் கொண்ட மாகாண சபையில் வசிப்பவர்களின் மாதிரியொன்றினைப் பெற்றுக் கொள்ளல்.
  - கண்டியிலிருந்து கொழும்பிற்குப் பிரயாணிக்கும் வசவண்டி மூலம் எத் தேவைக் காக தனிநபர்கள் பயணம் செய்கிறார்கள் என்பது தொடர்பிலான ஆய்விற்கு வசவண்டிப் பயணிகளிடமிருந்து மாதிரியொன்றினைப் பெற்றுக் கொள்ளல்.
- மாணவர்கள் முன்வைக்கின்ற முறைகள் தொடர்பிலான குணநலன்கள், குறைபாடுகள் என்பனவற்றைச் சுட்டிக்காட்டி பின்வரும் விடயங்கள் வெளிப்படும் வகையில் கலந்துரையாடலில் ஈடுபடவும்.
  - சகல பிரதேச சபைகளிலும் பல்வேறு முறைகளில் வருமானம் உழைக்கும் வீட்டாளர்கள் இருப்பதுடன் ஒவ்வொரு பிரதேச சபையிலும் கூட முன் குறிப்பிடப்பட்ட சகல முறைகளிலும் வருமானம் உழைக்கும் வீட்டாளர்கள் எதிர்பார்க்கக்கூடியதாக இருப்பதனால் சகல பிரதேச சபைகளிலுமிருந்து தனிநபர்கள், தெரிவு செய்தல் அவசியமற்றது எனவும் பிரதேச சபைகள் 10 இலிருந்து ஒன்றை எளிய எழுமாற்று மாதிரிக்கு உட்படுத்துதல் மிகவும் பொருத்தமான முறையொன்றாகும்.
    - இம்முறையில் மாதிரியொன்றினைத் தெரிவு செய்யும்போது செலவாகும் பணம், காலம் என்பன குறைவாகக் காணப்படும் எனவும்,
    - இங்கு ஒவ்வொரு பிரதேச சபையினையையும் கொத்தாகக் குறிப்பிட முடியும் எனவும்,
  - இம்முறையில் ஒரு படிமுறையில் கொத்தினை தெரிவு செய்தல் முதலாம் வகை கொத்து மாதிரியெடுத்தல் எனப்படுமென,
  - பிரதேச சபைகள் சகலவற்றையும் கிராமங்களாக மீண்டும் கொத்துக்களாக வகைப்படுத்தி, சில கிராமங்களை எளிய எழுமாற்றாகத் தெரிவு செய்து அக்கிராமங்களிலுள்ள சகல வீட்டாளர்களையும் மாதிரியாக எடுக்க முடியுமென,
  - அப்போது அம்மாதிரியெடுத்தல் இரண்டாம் வகை மாதிரியெடுத்தல் எனப்படுமென,
  - சகல பிரதேச சபைகளையும் கிராமங்களாக வகைப்படுத்தி, சில கிராமங்களை எளிய எழுமாற்றாகத் தெரிவு செய்து, அக்கிராமங்களை மீண்டும் குடிகளாக வகைப்படுத்தி, அக்குடிகளில் சிலவற்றை எளிய எழுமாற்றாகத் தெரிவு செய்து அவ்வாறு தெரிவு செய்த குடிகளில் சகல வீட்டாளர்களையும் மாதிரியாக எடுக்க முடியுமென,
  - அப்போது அம்மாதிரியெடுத்தலானது பல்லின கொத்து மாதிரியெடுத்தல் எனப்படுமென,
  - கண்டியிலிருந்து கொழும்பு நோக்கி பயணிக்கின்ற பேருந்துகளில் பயணிகள் பல்வேறு தேவைகளுக்காக கொழும்பு நோக்கிப் பயணிப்பதுடன், அச்சகல தேவைகளையும் பிரதிநிதித்துவப்படுத்துபவர்களை சகல பேருந்துகளிலும் எதிர்பார்க்கலாம் என்பதனால் சகல பேருந்துகளிலுமிருந்தும் மாதிரியெடுத்தல் தேவையற்றதாகும். சில பேருந்துகளை மாத்திரம் எளிய எழுமாற்றாகத் தெரிவு செய்து, அப்பேருந்துகளிலுள்ள சகலரையும் மாதிரிக்கு எடுக்க முடியும்.

- தேவையாயின் அரசு பேருந்து, தனியார் பேருந்து எனக் கொத்தாக்கி எளிய எழுமாற்றாகச் சில பேருந்துகளைத் தெரிவு செய்து அப்பேருந்துகளை மீண்டும் சாதாரண பேருந்து சொகுசு பேருந்து, அரைச்சொகுசு பேருந்து என வகைப்படுத்தி, மீண்டும் எளிய எழுமாற்றாக அந்த ஒவ்வொரு வகையிலிருந்தும் சில பேருந்துகளைத் தெரிவு செய்து, அவ்வாறு தெரிவு செய்யப்பட்ட பேருந்துகளில் பயணம் செய்கின்ற சகலரையும் மாதிரியாக எடுக்க முடியும்.
- முறையான மாதிரி எடுத்தலை தெளிவுபடுத்துவதற்கு வகுப்பிலுள்ள மாணவர்களை இரு குழுக்களாகப் பிரித்து ஒரு குழுவின்கு வகுப்பின் மாணவர் பெயர்ப்பட்டியலையும், அடுத்த குழுவின்கு பிரிவின் / பாடசாலையிலுள்ள ஆசிரியர்களின் பெயர்ப்பட்டியலையும் வழங்கி பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடச் செய்து பின்வரும் ஆலோசனைக்கமைய 10 பேர்களை உள்ளடக்கிய முறையான மாதிரியெடுத்த லொன்றைத் தெரிவு செய்தலுக்கு இடமளிக்கவும்.
  - (1) உங்களுக்கு கிடைக்கப் பெற்ற பெயர்ப்பட்டியலை மாதிரியெடுத்தல் சட்டகமாக எடுத்து அதிலுள்ள அலகுகளின் எண்ணிக்கையினை 10 இனால் வகுக்கவும்.
  - (2) அவ்வாறு வகுத்தலின் மூலம் கிடைத்த பெறுமதியினை கிட்டிய முழுமையான தானத்திற்கு எடுத்து, அதற்குக் K எனப் புள்ளியிடுக.
  - (3) உங்களிடமுள்ள பெயர்ப்பட்டியலின் பருமனை K என்ற வகையில் அமையுமாறு வகுப்பு இடைவெளிகளாக வகைப்படுத்திக் காட்டுக.
  - (4) 1, 2, 3,... என்றவாறு இலக்கமிடப்பட்ட குலுக்கல் சீட்டினை K எண்ணிக்கையில் குழுவின்கு உறுப்பினர் ஒருவருக்கு பெற்றுக் கொடுத்து அதில் ஒரு குலுக்கல் சீட்டினை எழுமாற்றாக வேறு அங்கத்தவரொருவருக்குக் கோரவும். பெற்றுக் கொண்ட குலுக்கல் சீட்டின் இலக்கத்தை சத்தமிட்டுக் கூறவும்.
  - (5) உங்களது மாதிரிச் சட்டகத்தில் அந்த இலக்கத்திற்குரிய மாணவன் / ஆசிரியரை முதலாவது மாதிரியாக தெரிவு செய்யவும்.
  - (6) அதிலிருந்து தெரிவு செய்த தொடர் இலக்கத்திலிருந்து மாதிரிச் சட்டகத்தின் உள்ளடக்கப்பட்ட சகல K போன்ற மாதிரி அலகையே மாதிரிக்குத் தெரிவு செய்யவும்.

**பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:**

- நிகழ்தகவு நியமங்களுக்கேற்ப மாதிரியொன்றினைத் தெரிவு செய்தல் நிகழ்தகவு மாதிரியெடுத்தல் எனப்படும்.
- நிகழ்தகவு மாதிரியெடுத்தலில் தெரிந்த நிகழ்தகவினைக் (அறிந்த நிகழ்தகவின் மூலம்) கொண்டு மாதிரி அலகினது மாதிரியில் உள்ளடக்கப்படும்.
- நிகழ்தகவு மாதிரியெடுத்தலில் சிறந்த பண்புகள் சில பின்வருமாறு:
  - மாதிரியெடுத்தலானது பெரும்பாலும் தனிநபர் சார்பில்லாது காணப்படல்.
  - குடியின் சகல அலகுகளும் மாதிரியில் உள்ளடக்கக்கூடிய உறுதியான நிகழ்தகவொன்று காணப்படல்.
  - நிகழ்தகவு மாதிரியெடுத்தலினூடாக குடியானது மிகச் சிறப்பாக வெளிப்படுத்தப்படுகின்றது.
  - குடி தொடர்பில் மேற்கொள்ளப்படுகின்ற அனுமானங்களுக்கான மாதிரிகளைத் தெரிவு செய்வதற்குப் பயன்படுத்தக்கூடிய மாதிரியெடுத்தல் முறையாகக் காணப்படல்.
  - மாதிரி வழக்களை கணிப்பிட முடியுமாக இருத்தல்.

- நிகழ்தகவு மாதிரியெடுத்தலின் பாதகமான பண்புகள் சில பின்வருமாறு:
  - ஆய்வாளருக்குத் தேவையானவாறு ஆய்வின் நோக்கத்தை அடைந்து கொள்வதற்கு மிகப் பொருத்தமான மாதிரி அலகினைத் தெரிவு செய்வதற்கான சந்தர்ப்பம் காணப்படாமை.
  - மாதிரியின் பருமன் சிறிதாகும்போது மாதிரியானது குடியினை வெளிக்காட்டாது.
  - மாதிரி அலகுகளுக்கிடையே பாரிய வேறுபாடுகள் காணப்படும்போது இம்முறை பொருத்தமற்றது.
- நிகழ்தகவு மாதிரி முறைகள் பிரதானமாக நான்கு வகைப்படும்.
  - எளிய எழுமாற்று மாதிரியெடுத்தல்
  - படையாக்கிய எழுமாற்றையெடுத்தல்
  - கொத்து மாதிரியெடுத்தல்
  - முறையான மாதிரியெடுத்தல்
- குடியில் சகல அலகுகளுக்கும் மாதிரியில் உள்ளடக்கக்கூடிய சமமான நிகழ்தகவு காணப்படும் குடியிலிருந்து மாதிரியொன்றினைத் தெரிவு செய்தல் எளிய எழுமாற்று மாதிரியாகும்.
- லொத்தர் முறை, எழுமாற்று இலக்க அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி அல்லது கணினியைப் பயன்படுத்தி எளிய எழுமாற்று மாதிரியினைப் பெற்றுக் கொள்ள முடியும்.
- எளிய எழுமாற்று மாதிரியெடுத்தல் முறையினை ஏகவினமான குடியொன்றிலிருந்து மாதிரியொன்றினைப் பெற்றுக் கொள்வதற்காகப் பயன்படுத்துவதற்கே மிகப் பொருத்தமானதாகும்.
 

உதாரணம்:-

  - ஒரே உற்பத்தி செயன்முறையினூடாக உற்பத்தி செய்யப்பட்ட மின்சார சுற்று இருப்பிலிருந்து மாதிரியொன்றினைப் பெற்றுக் கொள்வதற்காக.
  - சம்பளம் தொடர்பினை ஆய்விற்காக முதலாம் வகுப்பைச் சேர்ந்த எழுதுவினைஞர்களிலிருந்து மாதிரியொன்றினைப் பெற்றுக் கொள்வதற்கு
- எளிய எழுமாற்று மாதிரியெடுத்தல் முறையின் அனுகூலங்களுள் சில பின்வருமாறு:
  - தனிநபர் பக்கச் சார்பின்றி மாதிரியொன்றைப் பெற்றுக் கொள்ள முடியும்.
  - மாதிரியின் பருமன் அதிகரிக்குமளவிற்கு மாதிரியின் மூலம் குடியானது மிகவும் பிரதிநிதித்துவப்படுத்தக்கூடியதாக இருக்கும்.
  - மாதிரி வழுவினைக் கணிக்க முடியும்.
- எளிய எழுமாற்று மாதிரியெடுத்தலில் பிரதிகூலங்களில் சில பின்வருமாறு:
  - மாதிரியெடுத்தலுக்கு மாதிரிச் சட்டகமொன்று அத்தியாவசியமற்றது.
  - வேறுபட்ட (வித்தியாசமான) வகையைச் சேர்ந்த குடியிலிருந்து மாதிரியினைப் பெற்றுக் கொள்வதற்கு இம்முறை பொருத்தமற்றது.
  - மாதிரியின் பருமன் சிறிதாக இருக்கும்போது மாதிரியெடுத்தலின் மூலம் குடியானது பிரதிநிதித்துவப்படாது இருக்கலாம்.
  - குடியின் மாதிரி அலகுகளுக்கிடையில் பாரிய வேறுபாடு காணப்படுகின்ற சந்தர்ப்பங்களில் இம்முறையினைப் பயன்படுத்த முடியாது.

- படையாக்கிய மாதிரியெடுத்தல் என்பது குடியினை முதலாவது படை முறையில் தொகுதிகளாக்கி ஒவ்வொரு தொகுதியிலிருந்தும் மாதிரியெடுத்தலுக்கு எடுக்கவேண்டிய அலகுகளின் எண்ணிக்கை எளிய எழுமாற்றாகத் தெரிவு செய்தலைக் குறிக்கும். உதாரணம்:-
  - ஊழியர் குடியொன்றினை சம்பள மட்டத்திற்கேற்ப படைகளாக்கப்பட்டு, ஒவ்வொரு படைகளிலிருந்தும் எழுமாற்றாக ஊழியர் மாதிரியினைத் தெரிவு செய்தல்.
  - பாடசாலையொன்றிலுள்ள மாணவர்களை தரங்களுக்கேற்ப படைகளாக்கப்பட்டு, சகல தரங்களிலிருந்தும் எழுமாற்றாக மாணவர்களின் மாதிரியொன்றினைத் தெரிவு செய்தல்.
- படையாக்கிய மாதிரியெடுத்தலின் நன்மைகளில் சில பின்வருமாறு:-
  - மாதிரியின் மூலம் குடியானது மிகச் சிறப்பாக வெளிப்படுத்தப்படும்.
  - குடியானது பாரியளவில் ஓராயமாகும் சந்தர்ப்பங்களின்போது மாதிரியொன்றினைத் தெரிவு செய்வதற்கு மிகப் பொருத்தமான முறையொன்றாகும்.
  - ஏகவினமற்ற குடியினை வெளிக்காட்டக்கூடிய மாதிரியொன்றினை இம்முறையின் மூலம் பெற்றுக் கொள்ள முடியும்.
  - ஒவ்வொரு படைக்குமாக வெவ்வேறு பரமானங்களைப் பெற்றுக் கொள்ள முடியும்.
  - மாதிரி ஆய்வுக் கருமங்களை கட்டுப்படுத்துவது இலகுவானதாகும்.
- படையாக்கிய மாதிரியெடுத்தலின் பிரதிகூலங்களுள் சில கீழே தரப்பட்டுள்ளது.
  - மாதிரிச் சட்டகமொன்றின்று மாதிரி எடுத்தல் மேற்கொள்ள முடியாதிருக்கும்.
  - கூடுதலான பணம், நேரம், உழைப்பு என்பன ஏற்படும் முறையொன்றாக இருத்தல்.
  - படையாக்கல் கூடுதலான பல்வகைப்பட்ட தன்மைகளைக் கொண்டிருக்கும் சந்தர்ப்பங்களில் இம்மாதிரி எடுத்தல் முறையின் மூலம் பிரதிநிதித்துவப்படுத்தக்கூடிய மாதிரியொன்றைப் பெற்றுக் கொள்ள முடியாதிருக்கும்.
- குடியைக் கொத்துக்கள் எனும் வகையில் தொகுதிகளாக்கப்பட்டு எளிய எழுமாற்றாகத் தெரிவு செய்த கொத்துக்களின் அனைத்து மாறிகளின் அலகுகளை மாதிரியில் உள்ளடக்கப்பட்டு வழங்கப்படுவதே கொத்து மாதிரி எடுத்தல் முறையாகும்.
- கொத்துக்கள் எனும் வகையில் தொகுதிகளாக்குவது என்பது தொகுதிக்கு உள்ளே கூடுதலான மாறல்கள் காணப்படுவதாகவும் தொகுதிகளுக்கிடையே குறைவான மாறல்களைக் கொண்டவாறும் குடியொன்றைப் பகுதிகளாக வகைப்படுத்தலைக் குறிக்கும்.
- முதலாம் வகை மாதிரி எடுத்தல் முறை அல்லது இரண்டாம் வகை மாதிரி எடுத்தல் முறை அல்லது பல்லின மாதிரி எடுத்தல் முறை என கொத்து மாதிரி எடுத்தல் முறைகளை வகைப்படுத்த முடியும்.
- கொத்து மாதிரி எடுத்தல் முறைகளின் அனுகூலங்களுள் சிலவற்றைப் பின்வருமாறு குறிப்பிட்டுக் காட்ட முடியும்.
  - இது மிகவும் நெகிழ்வுத் தன்மை கொண்ட மாதிரி எடுத்தல் முறையொன்றாக இருத்தல்.
  - குறைந்த கிரயத்தில் விரிவான ஆய்வினை மேற்கொள்வதற்குப் பொருத்தமான முறையொன்றாகும்.
  - மாதிரிச் சட்டகமொன்றின்று மாதிரி எடுத்தலை மேற்கொள்ள முடியும்.
  - குடியினை இயல்புகளுக்கமைய கொத்துக்கள் எனும் வகையில் காணப்படும் சந்தர்ப்பங்களில் மிகவும் இலகுவான மாதிரி எடுத்தல் முறையொன்றாக இருக்கும்.

- கொத்து மாதிரி எடுத்தல் முறையின் பிரதிகூலங்களுள் சில பின்வருமாறு:
  - ஏனைய நிகழ்தகவு மாதிரி எடுத்தல் முறைகளோடு ஒப்பிடுமிடத்து குறைவான சரியான தன்மையைக் காட்டும் முறையொன்றாக இருக்கும்.
  - குடியினை எத்தனை கொத்துக்களாக வகைப்படுத்த முடியும்? அவை எவை என்பன போன்ற விடயங்களைப் பரிசோதனை செய்பவருக்குத் தீர்மானிக்க வேண்டி ஏற்படும்.
- முறையான மாதிரி எடுத்தல் என்பது குடியை குடிப் பருமன் மாதிரிப் பருமனினால் வகுப்பதன் மூலம் கிடைக்கும் வகுப்புக்களின் எண்ணிக்கைக்கு (K) வகைப்படுத்தி எல்லா வகுப்புக்களிலுமிருந்தும் ஒவ்வொன்று வீதம் மாதிரி உறுப்பிற்குத் தெரிவு செய்யும் முறையைக் குறிக்கின்றது.
- இங்கு முதலாவது அலகினை முதலாவது வகுப்பாயிடைவிலிருந்து எளிய எழுமாற்றாகத் தெரிவு செய்து அதிலிருந்து எல்லா K எனும் அலகை மாதிரிக்கு உட்படுத்தப்படும்.
- முறையான மாதிரி எடுத்தலுக்காக எழுமாற்றாகத் தயாரிக்கப்பட்ட பூரணமான மாதிரிச் சட்டகமொன்றின் தேவை காணப்படுகின்றது.
- மாதிரிச் சட்டகமானது படைகளாகத் தயாரிக்கப்பட்டிருக்கும் சந்தர்ப்பமொன்றின் போது முறையான மாதிரி எடுத்தல் மூலம் படையாக்கிய மாதிரி எடுத்தலுக்கு ஒத்த பெறுபேற்றைப் பெற்றுக் கொடுக்கும்.
- மாதிரிச் சட்டகமானது கொத்துக்கள் எனும் வகையில் தயாரிக்கப்பட்டுள்ள சந்தர்ப்ப மொன்றின்போது முறைமையான மாதிரி எடுத்தல் மூலம் கொத்து மாதிரி எடுத்தலுக்கு ஒத்த பெறுபேற்றைப் பெற்றுக் கொடுக்கின்றது.
- மாதிரி எடுத்தல் சட்டகத்தை எழுமாற்றாக ஒழுங்கமைக்கப்பட்டுள்ள சந்தர்ப்பமொன்றின் போது முறையான மாதிரி எடுத்தல் மூலம் எளிய எழுமாற்று மாறிக்கு ஒத்த பெறுபேற்றினைக் கொடுக்கும்.
- முறையான மாதிரி எடுத்தலின் அனுகூலங்களுள் சில பின்வருமாறு:
  - இம்முறையானது எளிமையானதும் இலகுவானதுமான மாதிரி எடுத்தல் முறையொன்றாகும்.
  - மாதிரியை தெரிவு செய்வதற்கு எடுக்கும் காலமும் உழைப்பும் குறைவாகவே ஏற்படும்.
  - மட்டுப்படுத்தப்படாத குடியொன்றிலிருந்து மாதிரியொன்றை எடுப்பதற்கும் கூட இம்முறையைப் பயன்படுத்த முடியும்.
- முறையான மாதிரி எடுத்தலின் பிரதிகூலங்களுள் சில பின்வருமாறு:
  - சிலவேளைகளில் குடியினைப் பிரதிநிதித்துவப்படுத்தக்கூடிய மாதிரியொன்றை எடுப்பது சிரமமொன்றாகவும் இருக்க முடியும்.
  - மாதிரிச் சட்டகத்தில் காணப்படும் சுழற்சியான வழக்கள் காரணமாக பக்கச் சார்பு கொண்டதாக இருக்க முடியும்.
  - முழுமையான மாதிரிச் சட்டகமொன்றின் மாதிரியைப் பெற்றுக் கொள்ள முடியாது இருக்கும்.

**தேர்ச்சி 6.0:** வணிகத் தீர்மானங்களை எடுப்பதற்குத் தேவையான தரவு சேகரிப்பதற்குப் பொருத்தமான மாதிரி முறைகளைப் பயன்படுத்துவார்.

**தேர்ச்சி மட்டம் 6.3:** சந்தர்ப்ப மாதிரி எடுத்தலுக்காக எழுமாற்றல்லாத மாதிரி எடுத்தல் முறை பயன்படுத்தப்படும்.

**பாடவேளைகள்:** 10

**கற்றற் பேறுகள்:**

- எழுமாற்றல்லாத மாதிரி எடுத்தல் முறைக்கும் எழுமாற்று மாதிரி எடுத்தல் முறைக்க மிடையே காணப்படும் வேறுபாடுகளை விளக்குவார்.
- எழுமாற்றல்லாத மாதிரி எடுத்தல் முறைகளைப் பெயரிட்டுக் காட்டுவார்.
- பங்குவீத மாதிரி எடுத்தல் முறையை விளக்குவார்.
- பங்குவீத மாதிரி எடுத்தலினடிப்படையில் வழங்கப்பட்ட குடியொன்றிலிருந்து மாதிரி யொன்றைத் தெரிவு செய்வார்.
- பங்குவீத மாதிரி எடுத்தலின் அனுகூலங்கள், பிரதிகூலங்களை எழுதிக் காட்டுவார்.
- தீர்ப்பு மாதிரி எடுத்தல் முறையினை விளக்குவார்.
- தீர்ப்பு மாதிரி எடுத்தல் முறை பொருத்தமாக அமையும் சந்தர்ப்பங்களைப் பெயரிட்டுக் காட்டுவார்.
- தீர்ப்பு மாதிரி எடுத்தல் முறையினடிப்படையில் வழங்கப்பட்ட குடியிலிருந்து மாதிரி யொன்றைத் தெரிவு செய்வார்.
- தீர்ப்பு மாதிரி எடுத்தல் முறையின் அனுகூலங்கள், பிரதிகூலங்களை ஒழுங்கு படுத்துவார்.
- இலகு மாதிரி எடுத்தல் முறையினை விளக்குவார்.
- இலகு மாதிரி எடுத்தல் முறையில் வழங்கப்பட்ட குடியொன்றிலிருந்து மாதிரியொன் றைத் தெரிவு செய்வார்.
- இலகு மாதிரி எடுத்தல் முறையின் அனுகூலங்கள், பிரதிகூலங்களைப் பட்டியல் படுத்துவார்.
- நோக்கத்தினடிப்படையிலான மாதிரி எடுத்தல் முறைமையினை விளக்குவார்.
- நோக்கத்தினடிப்படையிலான மாதிரி எடுத்தல் முறையினைப் பயன்படுத்தும் சந்தர்ப்பங்களுக்கான உதாரணங்களைச் சுட்டிக் காட்டுவார்.
- நோக்கத்தினடிப்படையிலான மாதிரி எடுத்தல் முறையின் அனுகூலங்கள், பிரதிகூலங் களைக் குறிப்பிடுவார்.

**பாடத்தைத் திட்டமிடுவதற்கான ஆலோசனைகள்:**

- பின்வரும் பிரச்சினைகளை ஒவ்வொன்றாக மாணவர்களுக்கு முன்வைக்கவும்.
- சிம் அட்டையொன்றின் (sim card) பயன்பாடு தொடர்பான ஆய்வொன்றிற்காக பாடசாலையின் உயர்தர மாணவர்கள், தொழில் புரிவோர், மனைப் பெண்கள் என்போர்களிலிருந்து வயது 20த்திற் குறைந்த, 20 - 30 வயதிற்குட்பட்டவர்களும் 30 - 50 வயதிற்குட்பட்ட பெண்கள், ஆண்கள் என்போர்களிலிருந்து முறையே 50 பேர்களைக் கொண்ட குழுவொன்றைத் தெரிவு செய்வதற்கு எண்ணி உள்ளது.



- பிரதேசமொன்றின் குடிநீரின் தன்மை தொடர்பாக ஆய்வொன்றை மேற்கொள்வதற்குத் தேவையாக இருந்தது. இதற்காக அப்பிரதேச மக்கள் பயன்படுத்தப்படும் 10 நீர் மூலங்கள் தெரிவு செய்வதற்கு எண்ணி உள்ளது.
- ஆடைத் தொழிற்சாலையொன்றில் பெருமளவிலான தைக்கப்பட்ட ஆடைகள் களஞ்சியப்படுத்தி வைக்கப்பட்டுள்ளது. அப்பூர்த்தியாக்கப்பட்ட ஆடைகளின் தரம் தொடர்பாக பரிசீலனை செய்வதற்காக பூர்த்தியாக்கப்பட்ட ஆடைகள் 1 000த்தைக் கொண்ட தொகையை மாதிரியொன்றாகப் பெற்றுக் கொள்வதற்கு எண்ணியுள்ளது.
- க.பொ.த (உயர்தரம்) பொருளியல் பாடத்தைக் கற்பிக்கும் ஆசிரியர்களின் கற்றல் கற்பித்தல் செயற்பாடுகளை அறிந்து கொள்வதற்காக கல்வியியலாளரினால் பொருளியலைக் கற்பிக்கும் ஆசிரியர்களிலிருந்து 50 பேர்களைத் தெரிவு செய்வதற்கு எண்ணியுள்ளது.

பின்வரும் விடயங்கள் வெளிப்படுமாறு கலந்துரையாடலில் ஈடுபடவும்.

- மேற்காட்டிய சந்தர்ப்பமொன்றிற்கான மாதிரியைத் தெரிவு செய்வதற்கு நிகழ்தகவு மாதிரி முறைமை பயன்படுத்துவதில் சிரமங்கள் காணப்படுகின்றன என்பதனை விளக்கவும்.
  - மாதிரிச் சட்டகத்தை வழங்குவதில் சிரமம்.
  - மாதிரி அலகுகளில் காணப்படும் பல்லினத்தன்மை
  - மாதிரியைத் தெரிவு செய்வதற்கு இருக்கின்ற சிரமங்கள்
  - மாதிரியைத் தெரிவு செய்வதற்கு மாதிரி அலகுகள் தொடர்பான அறிவு தேவையாக இருத்தல்.
- நிகழ்தகவு விதிமுறைகளை கவனத்திற் கொள்ளாது யாதேனும் குடியிலிருந்து பரிசீலனை செய்பவருக்கு தனது விருப்பினடிப்படையில் மாதிரியொன்றைத் தெரிவு செய்ய முடியும் என விளக்கவும்.
- சிம் அட்டை தொடர்பான ஆய்விற்காக ஒவ்வொரு பகுதியும் பிரதிநிதித்துவப்படுத்தும் வகையில் தனது விருப்பினடிப்படையில் பெண்கள், ஆண்கள் ஆகியோர்களிலிருந்து முறையே 50 பேர்கள் வீதம் தெரிவு செய்ய முடியும் என்பதனை விளக்கவும்.

இம்முறையைப் பங்குவீத மாதிரி எடுத்தல் முறை என அழைக்கப்படும் என்பதனை விளக்கவும்.

நிகழ்தகவு மாதிரியெடுத்தல் முறைகளுக்கு ஒப்பீட்டு ரீதியாகப் பங்குவீத மாதிரியெடுத்தல் முறையில் மாணவர்களின் பார்வையில் காணக்கூடிய ஒப்பீட்டு ரீதியான அனுகூலங்கள், பிரதிகூலங்களை இயன்றளவில் வெளிப்படுத்திக் காட்டுமாறு மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.

பங்குவீத மாதிரியெடுத்தல் முறையைப் பயன்படுத்தக்கூடிய பல்வேறு சந்தர்ப்பங்களைப் பெயரிட்டுக் காட்டுமாறு மாணவர்களுக்குச் சந்தர்ப்பத்தைப் பெற்றுக் கொடுக்கவும்.

- குடிநீரின் தன்மை தொடர்பாக அறிந்து கொள்வதற்கு நீர் மூலங்கள் 10 தெரிவு செய்வதாக இருப்பின், அது தொடர்பாக விசேட அறிவு பெற்ற ஒருவரைக் கொண்டு ஆலோசனையைப் பெற்றுக் கொள்ள வேண்டும் என விளக்கவும்.  
குறிப்பிட்ட துறை தொடர்பாக விசேட அறிவுடைய ஒருவரைக் கொண்டு மாதிரி முறையைத் தெரிவு செய்வது தீர்ப்பு மாதிரி எடுத்தல் முறை என்றழைக்கப்படும் என்பதைத் தெளிவுபடுத்தவும்.  
அம்மாதிரி முறை பொருத்தமாக அமையும் வேறு சந்தர்ப்பங்களுக்கான உதாரணங்களைப் பெற்றுக் கொள்ளவும்.  
இம்முறையில் காணப்படும் அனுகூலங்கள், பிரதிகூலங்களை இயன்றளவில் மாணவர்களிடமிருந்து கேட்டறிந்து ஒழுங்குபடுத்தவும்.

- தைக்கப்பட்ட ஆடைகளின் நியமத்தை ஆய்வு செய்வதற்கான மாதிரியைத் தெரிவு செய்யும் முறை தொடர்பாக மாணவர்களோடு கலந்துரையாடலில் ஈடுபடவும்.

தைக்கப்பட்ட பாரியளவு கொண்ட ஆடைத் தொகுதியிலிருந்து 1 000 அலகுகளைக் கொண்ட மாதிரியொன்றைத் தெரிவு செய்யும் பொழுது தனக்கு இலகுவான அடைந்து கொள்ளக்கூடிய அலகுகளைத் தெரிவு செய்வதற்கான சந்தர்ப்பம் இருக்கின்றது எனத் தெளிவுபடுத்தவும். இவ்வாறு மாதிரியைத் தெரிவு செய்யும் நபருக்கு இலகுவான முறையில் அடைந்து கொள்ளக்கூடிய அலகுகளைத் தெரிவு செய்தல் இலகு மாதிரியெடுத்தல் முறை என்றழைக்கப்படும் என்பதனை விளக்கவும். இது எழுமாற்றல்லாத மாதிரியெடுப்பு முறையொன்றாகும் எனச் சுட்டிக் காட்டி இம்மாதிரி எடுப்பு முறையின் அனுகூலங்கள், பிரதிகூலங்களை ஒழுங்குபடுத்துவதற்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.

- கற்றல் - கற்பித்தல் செயன்முறையை அறிந்து கொள்வதற்கான சந்தர்ப்பத்தின் மீது மாணவர்களின் கவனத்தைச் செலுத்தச் செய்யவும்.  
இங்கு கல்வியாளரினால் நியாயப்படுத்தலின் அடிப்படையில் மேற்கொள்ளப்படும் முறைக்குரிய ஆசிரியர்கள் 50 பேர்களை தெரிவு செய்ய முடியும் என்பதனைச் சுட்டிக் காட்டவும்.

கல்வியாளரினால் விசேட காரணமொன்றை அடிப்படையாகக் கொண்டு அவரது அறிவு, அனுபவம் என்பவற்றிற்கமைய மாதிரியொன்று தெரிவு செய்யப்படும் எனவும், இது நோக்கத்தின் அடிப்படையிலான மாதிரி எடுத்தல் எனவும், அதன் மூலம் ஆழமான தரவு சேகரிக்க முடியும் எனவும் சுட்டிக் காட்டவும். அனேகமாக தரரீதியான தரவு சேகரிக்கும் சந்தர்ப்பமொன்றாகும் என்பதனையும் சுட்டிக் காட்டவும்.

- எழுமாற்று மாதிரி எடுத்தல் முறைக்கும், எழுமாற்றல்லாத மாதிரி எடுத்தல் முறைக்குமிடையே காணப்படும் வேறுபாடுகளைப் பட்டியல்படுத்துவதற்கு மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.

**பாடவிடயங்களைத் தெளிவுபடுத்துவதற்கான வழிகாட்டல்கள்:**

- குடியொன்றிலிருந்து விருப்பத்திற்கமைய மாதிரியொன்றைத் தெரிவு செய்யும் செயல்முறையானது நிகழ்தகவற்ற மாதிரி முறை (நிகழ் தகவல்லாத) (Non Random Sampling) என அழைக்கப்படும்.
- எழுமாற்று மாதிரியொன்றைத் தெரிவு செய்வதற்குச் சிரமமான சந்தர்ப்பங்களின் போதும் விரைவாக மாதிரியொன்றைத் தெரிவு செய்ய வேண்டிய சந்தர்ப்பங்களின் போதும், குடியானது பரந்தளவில் பூகோள ரீதியாக பரம்பி இருக்கும்போது மட்டுமன்றி நோக்கத்திற்குப் பொருத்தமான மாதிரியொன்றைத் தெரிவு செய்ய வேண்டிய சந்தர்ப்பங்களிலும் கூட இம்முறை பயன்படுத்தப்படும்.  
நிகழ்தகவு மாதிரிக்கும் நிகழ்தகவல்லாத மாதிரி எடுத்தலுக்குமிடையிலான வேறுபாடுகள் கீழே காட்டப்பட்டுள்ளது.

நிகழ்தகவு மாதிரி எடுத்தல் (எழுமாற்று மாதிரி எடுத்தல்)	நிகழ்தகவல்லாத மாதிரி எடுத்தல் (எழுமாற்றல்லாத மாதிரி எடுத்தல்)
1. நிகழ்தகவு நுட்ப முறைகள் பின்பற்றப்படும்.	நிகழ்தகவு நுட்ப முறைகள் பின்பற்றப்படாதிருக்கும்.
2. எடுக்கப்படும் காலம், கிரயம் என்பன ஒப்பீட்டு ரீதியாக உயர் மட்டத்தில் காணப்படும்.	காலம், கிரயம் என்பன ஒப்பீட்டு ரீதியாக குறைவான மட்டத்தில் காணப்படும்.
3. மாதிரியின் மீது காணப்படும் தனிநபர் விருப்பு குறைவான மட்டத்தில் காணப்படும்.	தனிநபர் விருப்பு மட்டம் உயர் மட்டத்தில் காணப்படும்.
4. எடுக்கப்படும் முடிவுகளைச் சரியாக அறிந்து கொள்ளக்கூடியதாக இருக்கும்.	சரியாக எடுக்கப்படும் முடிவுகளின் தன்மையை உறுதிப்படுத்துவது சிரமமானதாகும்.

நிகழ்தகவல்லாத மாதிரி முறை (எழுமாற்றல்லாத மாதிரி முறை) பின்வருமாறு தரப்படுகின்றது.

- (1) பங்குவீத மாதிரி எடுத்தல்
- (2) இலகு மாதிரி எடுத்தல்
- (3) தீர்ப்பு மாதிரி எடுத்தல்
- (4) நோக்கத்தினடிப்படையிலான மாதிரி எடுத்தல்

**பங்குவீத மாதிரி எடுத்தல்**

- குடியானது ஏதேனும் சில பண்புகளினடிப்படையில் தொகுதியாக்கப்பட்டு ஒவ்வொரு தொகுதிகளினூடாகத் தீர்மானிக்கப்படும் மாதிரி அலகுகளின் அளவொன்றை ஆய்வு செய்பவரின் விருப்பத் திற்கமைய மாதிரியொன்றைத் தெரிவு செய்யும் செயல்முறையே பங்குவீத மாதிரி எடுத்தல் எனப்படும்.
- யாதேனும் விடயமொன்று தொடர்பாக கருத்துக்களை அறிந்து கொள்வதற்காக பயன்படுத்தப்படும் மனப்பாங்கு, ஆய்வு, சந்தைப்படுத்தல் ஆய்வு, பரிசோதனை என்பன குறுகிய காலத்திலும் குறைந்த செலவிலும் மேற்கொள்ளக்கூடிய பரிசோதனைகளுக்காக பரவலாக பங்குவீத மாதிரி எடுத்தல் முறை பயன்படுத்தப்படும்.

**பங்குவீத மாதிரி எடுத்தலின் அனுகூலங்கள்:**

- நிகழ்தகவு மாதிரி எடுத்தலைப் போலன்றி ஏற்கனவே தெரிவு செய்யப்பட்ட பிரிவினரைச் சந்திப்பதற்காக குடி முழுவதிலும் பிரயாணிப்பது அவசியமற்றிருப்ப தனால் நேரமும் கிரயமும் குறைவாக ஏற்படும்.
- பங்குவீத மாதிரி எடுத்தலின் போது கட்டுப்பாடு, மேற்பார்வை போன்ற நடவடிக்கை களின்போது இலகுவானதாக அமையும்.
- எழுமாற்று மாதிரி எடுத்தலைப் போன்று மாதிரித் தெரிவின்போது கூடிய சிரமம் ஏற்படாதிருக்கும்.
- மாதிரிச் சட்டகமொன்றின்றி மாதிரி எடுத்தல் செய்ய முடியும்.
- ஆய்வாளரின் அனுபவத்தினடிப்படையில் சிறந்த மாதிரியொன்றைப் பெற்றுக் கொள்ள முடியும்.
- குடியானது வகைப்படுத்தக்கூடிய எண்ணிக்கை அதிகமாக இருப்பதன் காரணமாக பிரதிநிதித்துவப்படுத்தக்கூடிய மாதிரியொன்றைப் பெறல்.

**பங்குவீத மாதிரி எடுத்தலின் பிரதிகூலங்கள்:**

- மாதிரியொன்றைத் தெரிவு செய்வதற்கு தனிப்பட்டவர்களது செல்வாக்கின் தாக்கத்திற் குற்படுவனால் பிரதிநிதித்துவப்படுத்தக்கூடிய மாதிரியொன்றைப் பெறமுடியாமை.
- அனுமானங்கள் மேற்கொள்வதற்கு நிகழ்தகவுடிப்படையொன்று இன்மையால் புள்ளிவிபர ரீதியான முடிவுகளுக்கு வருவது சிரமமானதாக இருக்கும்.
- பங்குவீத மாதிரி எடுத்தலுக்கு அடிப்படையாகக் கொள்ளப்படும் அடிப்படைக் கட்டுப்பாடு களுக்கிடையே சமூக ரீதியான வகுப்புக்கள் போன்ற நியதிகளை இனங்காண்பது சிரமமானதாக இருக்கும்.
- மாதிரி எடுப்பின் பெறுபேறுகளின் பயன்கள் குறைவாக இருத்தல் அதாவது பெறுபேற் றின் மீது நம்பகத்தன்மையை மதிப்பீடு செய்ய முடியாதிருத்தல்.

**தீர்ப்பு மாதிரி எடுத்தல்**

- யாதேனும் துறையொன்று தொடர்பாக விசேட அறிவு பெற்றவர்கள் தொடர்புபடுவ தினூடாக மாதிரியொன்றைத் தெரிவு செய்யும் முறையே தீர்ப்பு மாதிரி எடுத்தல் முறை என்றழைக்கப்படும்.
- தங்கம், இரத்தினக்கற்கள் போன்ற பொருள்கள் தொடர்பாக மேற்கொள்ளப்படும் பரிசோதனை தொடர்பாகவும், நோயாளர்கள் தொடர்பாக மேற்கொள்ளப்படும் பரிசோதனைகளுக்கும் விசேட அறிவின் மீது அடிப்படையாகக் கொள்ளப்பட்டவற்றிற்கு தீர்ப்பு மாதிரி எடுத்தலைப் பயன்படுத்தப்படும்.
- மாதிரி எடுத்தலுக்கான கிரயம் அதிகமாக ஏற்படல் தெரிவு செய்யும் மாதிரியானது மிகச் சிறியதாக இருத்தல் குடியானது பல்வகைப்பட்ட அம்சங்களைக் கொண்டதாக இருத்தல் போன்ற சந்தர்ப்பங்களில் தீர்ப்பு மாதிரி எடுத்தல் முறை பொருத்தமான தாகும்.

**தீர்ப்பு மாதிரி எடுத்தலின் அனுகூலங்கள்:**

- மாதிரியைத் தெரிவு செய்யும் நபரின் அறிவு, அனுபவம் என்பவற்றினடிப்படையில் தெரிவு செய்யப்படும். மாதிரியானது அனேகமாக பிரதிநிதித்துவப்படுத்தக்கூடிய மாதிரியொன்றாக இருக்க முடியும்.
- மாதிரிச் சட்டகமொன்றின் தேவைப்பாடினமை.
- நேரம், கிரயம் என்பன குறைவாக ஏற்படல்.

**தீர்ப்பு மாதிரி எடுத்தலின் பிரதிகூலங்கள்:**

- பெற்றுக் கொள்ளப்பட்ட மாதிரியின் நம்பகத்தன்மையை உறுதிப்படுத்த முடியாதிருத்தல்.
- புள்ளிவிபர அனுமானங்களுக்குப் பயன்படுத்த முடியாதிருத்தல்.
- சோதனை செய்பவரினடிப்படையில் மாதிரியின் தன்மையில் வேறுபாடு கொண்டதாக இருக்கும்.

**இலகு மாதிரி எடுத்தல்**

- இலகுவாகப் பெற்றுக் கொள்ளக்கூடிய குடியின் அலகுகள் உள்ளடக்கப்பட்டு மாதிரியொன்றைத் தெரிவு செய்யும் முறையே இலகு மாதிரி எடுத்தலாக அழைக்கப்படும்.

**உதாரணம்:-**

- சந்தையிலிருந்து அரிசியைக் கொள்வனவு செய்யும் பொழுது அரிசியை மட்டும் பரிசீலனை செய்தல்.
- கூட்ட மண்டபமொன்றில் முன்வரிசையில் அமர்ந்திருப்பவர்களிடமிருந்து கருத்துக்களை கேட்டறியவும்.

**இலகு மாதிரி எடுத்தலின் அனுகூலங்கள்:**

- குறுங்கால நோக்கங்களைக் கொண்ட மனப்பாங்கு ஆய்வு, சந்தை ஆய்வு போன்றவற்றிற்கு இம்முறை பயனுடையதாக இருக்கும்.
- நேரம், கிரயம், சிரமம் என்பனவற்றில் குறைவான மட்டத்தில் பேணப்பட்டு, இலகுவாக மாதிரியொன்றைத் தெரிவு செய்யக்கூடியதாக இருத்தல்.

**இலகு மாதிரி எடுத்தலின் பிரதிகூலங்கள்:**

- மாதிரி எடுத்தலில் பக்கச்சார்பு ஏற்படுவதற்குக் கூடிய சந்தர்ப்பம் காணப்படல்.
- நீண்ட கால நோக்கங்களைக் கொண்ட கல்வி ஆய்வுகளுக்கு இலகு மாதிரி எடுத்தல் பொருத்தமற்றது.

**நோக்கத்தினடிப்படையிலான மாதிரி எடுத்தல்:**

ஏதேனும் விசேட நோக்கத்திற்கமைய தரவு சேகரிப்பதற்கு அவ்விசேட துறை தொடர்பான விசேடத்துவம் பெற்ற நபர்கள் மாதிரி அலகாக ஏனையோர்களால் தெரிவு செய்யும் முறையே நோக்கத்தினடிப்படையிலான மாதிரி எடுத்தல் முறையாகும்.

**நோக்கத்தினடிப்படையிலான மாதிரி எடுத்தல் முறையின் அனுகூலங்கள்:**

- பண்புரீதியான தரவுகளைச் சேகரிப்பதற்குத் தேவையான சந்தர்ப்பங்களில் இம்மாதிரி எடுத்தல் முறையைப் பயன்படுத்த முடியும்.
- நோக்கத்திற்கமைய சிறிய குழுவொன்று தெரிவு செய்யப்படுவதனால் மிக ஆழமான தரவுகளைச் சேகரிக்கக்கூடிய இயலுமை காணப்படும்.
- நேரம், செலவு என்பவற்றை இழிவுபடுத்திக் கொள்ள முடிதல்.
- நோக்கத்திற்கமைய விசேட குழுவொன்றைத் தெரிவு செய்து தரவு சேகரிக்கப்படுவதனால் அனேகமாக பிரதிநிதித்துவப்படுத்தக்கூடிய மாதிரியொன்றை பெற்றுக் கொள்வதற்கான சந்தர்ப்பம் கிடைக்கும்.

**நோக்கத்தினடிப்படையிலான மாதிரி எடுத்தல் முறையின் பிரதிகூலங்கள்:**

- நிகழ்தகவு தொடர்பான அடிப்படைகளின்றி மாதிரி தெரிவு செய்யப்படுவதனால் அனுமானங்களுக்காகப் பயன்படுத்த முடியாதிருக்கும்.
- மாதிரியைத் தெரிவு செய்பவரின் பக்கச் சார்பு ஏற்பட முடியும்.