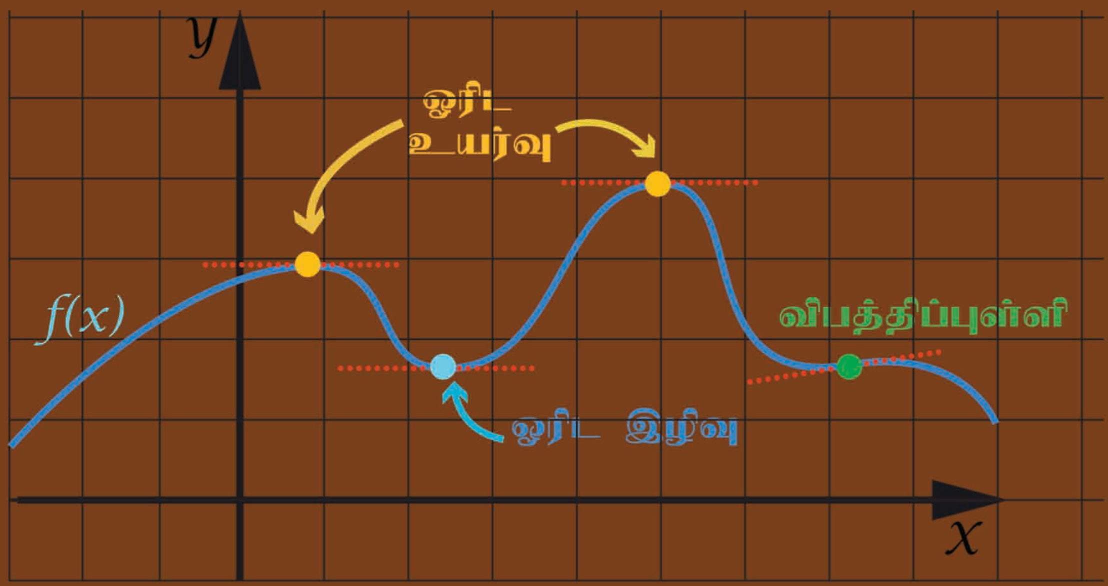
இணைந்த கணிதம்

தரம் 12

ஆசிரியர் வழிகாட்டி

(2017 ஆம் ஆண்டு முதல் நடைமுறைப்படுத்துவதற்கானது)



கணிதத் துறை
விஞ்ஞான தொழினுட்பப் பீடம்
தேசிய கல்வி நிறுவகம்
இலங்கை

அச்சிடலும் விநியோகமும் - கல்வி வெளியீட்டுத் திணைக்களம்

இணைந்த கணிதம்

ஆசிரியர் வழிகாட்டி

தரம் - 12

(2017 ஆம் ஆண்டு முதல் நடைமுறைப்படுத்துவதற்கானது)

கணிதத் துறை
விஞ்ஞான தொழினுட்பப் பீடம்
தேசிய கல்வி நிறுவகம்
இலங்கை

இணைந்த கணிதம் - தரம் 12
ஆசிரியர் வழிகாட்டி
முதலாம் பதிப்பு 2017

ISBN:

கணிதத் துறை
விஞ்ஞான தொழினுட்பப் பீடம்
தேசிய கல்வி நிறுவகம்
மகரகம.

இணையத்தளம்: www.nie.lk

மின்னஞ்சல்: info@nie.lk

உள்ளடக்கம்

பணிப்பாளர் நாயகம் அவர்களின் செய்தி

2007 ஆம் ஆண்டு நடைமுறையிலிருந்த உள்ளடக்கத்தை அடிப்படையாகக் கொண்ட பாட விதானத்தை நவீனப்படுத்தி, தேசிய கல்வி நிறுவகம், ஆரம்ப, இடைநிலைக் கல்விப் பரப்புக்களின் எட்டு வருட சுழற்சி முறையான, புதிய தேசியமட்டப் பாடவிதானத்தின் முதல் பாகத்தினை அறிமுகப்படுத்தியது. தேசிய கல்வி ஆணைக்குழுவினால் முன்மொழியப் பட்ட தேசிய கல்வி இலக்குகளை அடிப்படை நோக்காகக் கொண்டு, இது செயற்படுத்தப்பட்டதுடன் பொதுத் தேர்ச்சிகளை விருத்தி செய்து வந்தது.

பல்வேறுபட்ட கல்வியாளர்களால் மேற்கொள்ளப்பட்ட ஆய்வுகளினதும், கருத்துக்களினதும் பொருத்தப்பாட்டுடன் பகுத்தறிவு வாதத்தினை அடிப்படையாகக் கொண்டு பாடவிதானம் நடைமுறைப்படுத்தப்பட்டது. அதன் தொடர்ச்சியாகப் பாடவிதானச் சுழற்சியின் இரண்டாம் பாகம் 2015 ஆம் ஆண்டில் இருந்து கல்வி முறையில் அறிமுகப்படுத்தப்பட்டு வருகின்றது.

இந்தப் பகுத்தறிவுவாத நடைமுறையின் கடைநிலையிலிருந்து உயர்நிலை வரை அனைத்துப் பாடங்களிலும் ஒழுங்குபடுத்தப்பட்ட முறையில் தேர்ச்சிகளை வளர்த்தெடுப்பதற்காக, கீழிருந்து மேல்நோக்கிய நடைமுறைப்படுத்தப்படும் அணுகுமுறை பயன்படுத்தப்படுகிறது. ஒரே பாடத்தின் உள்ளடக்கத்தினை ஏனைய பாடங்களிலும் மீண்டும் பாவிப்ப தனைக் குறைப்பதற்காகவும், பாடத்தின் நோக்கங்களை மட்டுப்படுத்துவதற்காகவும், செயற்படுத்தக்கூடியதான மாணவர் மையப் பாடவிதானம் ஒன்றை உருவாக்கும் நோக்கிலும் கிடையான ஒருங்கிணைப்பானது செயற்பட்டு வருகின்றது.

ஆசிரியர்களிற்கு, அவர்களது வகுப்பறைக் கற்பித்தல்களை வழிப்படுத்துவதற்கு அவசியமான வழிகாட்டுதல்களை வழங்குவதற்காகவும், தங்களைக் கற்றல் - கற்பித்தல் செயற்பாடுகளில் பொருத்தப்பாட்டுடன் ஈடுபடுத்திக் கொள்வதற்காகவும், வகுப்பறை அளவீடுகளையும் மதிப்பீடுகளையும் பொருத்தமாகப் பயன்படுத்திக் கொள்வதனை நோக்கமாகக் கொண்டு புதிய ஆசிரிய வழிகாட்டி நூல்கள் அறிமுகப்படுத்தப்படுகிறது. இந்த வழிகாட்டி நூல்கள், ஆசிரியரை ஒரு பொருத்தப்பாடுடைய ஆசிரியராக வகுப்பறையில் செயற்பட வைக்கின்றது. இந்த வழிகாட்டி நூல்களினூடாக, ஆசிரியர்கள் தங்கள் மாணவர்களின் தேர்ச்சிகளை வளர்த்தெடுக்கத் தேவையான தர உள்ளீடுகளையும், செயற்பாடுகளையும் தாங்களாகவே தெரிந்தெடுக்கும் சுதந்திரத்தினையும் பெற்றுக்கொள்கின்றனர். விதந்துரைக்கப்பட்ட பாடப் பரப்புக்களின் பாரிய சுமைகள் இல்லா தொழிக்கப்படுகிறது. ஆதலால், இப்புதிய ஆசிரிய வழிகாட்டி நூல்கள் முழுப்பயன்பாடு உடையவையாவதற்கு, கல்வி வெளியீட்டாளர்களினால் வெளியிடப்படும் விதந்துரைக்கப்பட்ட பாட நூல்களின் உச்சப்பயன்பாட்டினைப் பெற்றுக் கொள்வது அவசியமாகின்றது.

இப்புதிய பகுத்தறிவுவாத பாடவிதானத்தினதும், புதிய ஆசிரிய வழிகாட்டி நூல்கள், புதிய பாடநூல்களினதும் அடிப்படைக் குறிக்கோள், மாணவர்களை ஆசிரிய மையக் கல்வியிலிருந்து விடுவித்து, செயற்பாடுகளுடன் கூடிய மாணவர் மையக்கல்வியினை நடைமுறைப்படுத்தக்கூடிய கல்வி முறைமையினால், பூகோள தொழில் சந்தைகளுக்குத் தேவையான தேர்ச்சிகளும் திறன்களும் மிக்க மனித வளத்தினை வழங்கக்கூடிய மாணவர்களின் எண்ணிக்கையினை விருத்தி செய்யக்கூடியதாயிருத்தலேயாகும்.

இந்தச் சந்தர்ப்பத்தில் இந்நிறுவகப் பேரவையின் அங்கத்தவர்களுக்கும், கல்வி அலுவல்கள் சபையின் அங்கத்தவர்களுக்கும், இவ்வாசிரியர் வழிகாட்டி நூல்களின் உருவாக்கத்திற்குப் பங்களிப்புச் செய்த வளவாளர்களுக்கும் மற்றும் இவ்வுயரிய நோக்கத்திற்காக அர்ப்பணிப்புடன் பணியாற்றிய அனைவருக்கும் எனது நன்றிகளையும் வாழ்த்துக்களையும் தெரிவித்துக் கொள்கின்றேன்.

கலாநிதி. திருமதி. ஜயந்தி குணசேகர
பணிப்பாளர் நாயகம்
தேசிய கல்வி நிறுவகம்
மகரகம.

பிரதிப் பணிப்பாளர் நாயகம் அவர்களின் செய்தி

கடந்த காலந்தொட்டு கல்வியானது தொடர்ந்து மாற்றங்களுக்குட்பட்டு வருகின்றது. அண்மிய யுகத்தில் இம்மாற்றங்களானவை மிக வேகமாக ஏற்பட்டன. கற்றல் முறைகளைப் போன்று தொழில்நுட்பக் கருவிகளின் பாவனை மற்றும் அறிவுத் தோற்றங்கள் தொடர்பாகவும் கடந்த இரு தசாப்தங்களில் கூடியளவு மறுமலர்ச்சி ஏற்பட்டு வருவதனைக் காணக்கூடியதாக இருக்கின்றது. இதற்கமைய, தேசிய கல்வி நிறுவகமும் 2017 ஆம் ஆண்டுக்குரிய கல்வி மறுசீரமைப்பிற்காக எண்ணிலடங்காத பொருத்தமான நடவடிக்கைகளை மேற்கொண்டு வருகின்றது. பூகோளமய ரீதியாக ஏற்படும் மாற்றங்கள் தொடர்பாகச் சிறந்த முறையில் அறிந்து உள்நாட்டுத் தேவைக்கமைய இசைவுபடுத்தி மாணவர் மையக் கற்றல் - கற்பித்தல் முறையை அடிப்படையாகக் கொண்டு புதிய பாடதிட்டம் திட்டமிடப்பட்டு பாடசாலை முறைமையின் முகவர்களாகச் சேவையாற்றும் ஆசிரியர்களாகிய உங்களிடம் இவ்வாசிரியர் வழிகாட்டியை ஒப்படைப்பதில் பெருமகிழ்ச்சியடைகின்றேன்.

இவ்வாறான புதிய வழிகாட்டல் ஆலோசனையை உங்களுக்குப் பெற்றுக் கொடுப்பதன் நோக்கம், அதன் மூலம் சிறந்த பங்களிப்பைப் பெற்றுத் தரமுடியும் என்ற நம்பிக்கையாகும்.

இவ்வாறான ஆசிரியர் வழிகாட்டியானது வகுப்பறைக் கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கின் போது உங்களுக்குக் கைகொடுக்கும் என்பதில் எனக்கு எவ்வித சந்தேகமும் இல்லை. அதேபோன்று இவ்வழிகாட்டியின் துணைகொண்டு நடைமுறை ரீதியான வளங்களையும் பயன்படுத்தி மிகவும் விருத்தி கொண்ட விடயப் பரப்பினூடாக வகுப்பறையில் செயற்படுத்துவதற்கு உங்களுக்கு முழுமையான சுதந்திரமுண்டு.

உங்களுக்கு வழங்கப்படும் இவ்வாசிரியர் வழிகாட்டியைச் சிறந்த முறையில் விளங்கி, மிகச் சிறந்த ஆக்கபூர்வமான மாணவர் சமூகமொன்றை உருவாக்கி, இலங்கையை பொருளாதார மற்றும் சமூக ரீதியில் முன்னேற்றிச் செல்வதற்குப் பொறுப்புடன் செயற்படுவீர்கள் என நான் நம்பிக்கை கொள்கின்றேன்.

இவ்வாசிரியர் வழிகாட்டியானது இப்பாடத்துறையுடன் தொடர்புடைய ஆசிரியர்கள், வளவாளர்கள் என்போர்களின் சிறந்த முயற்சியினாலும் அர்ப்பணிப்பினாலும் உருவாக்கப்பட்டுள்ளது.

கல்வித் துறையின் அபிவிருத்திக்காக இக்கருத்தை மிக உயர்ந்ததாகக் கருதி அர்ப்பணிப்புடன் செயற்பட்ட உங்கள் அனைவருக்கும் எனது மனமார்ந்த நன்றிகளைத் தெரிவித்துக் கொள்கின்றேன்.

எம். எப். எஸ். பி. ஜயவர்தன
பிரதிப் பணிப்பாளர் நாயகம்
விஞ்ஞான தொழில்நுட்பப் பீடம்
தேசிய கல்வி நிறுவகம்.

ஆசிரியர் வழிகாட்டியைப் பயன்படுத்துவதற்கான அறிவுறுத்தல்கள்

2015ம் ஆண்டில் அறிமுகப்படுத்தப்பட்ட இடைநிலை கல்வி மறுசீரமைப்புக்கு ஏற்ப 2017ம் ஆண்டில் உயர் தரத்துக்காக கல்வி மறுசீரமைப்பு அறிமுகப்படுத்தப்பட வேண்டி உள்ளது. அதன்படி உயர்ந்த இணைந்த கணிதம் பாடத்தில் தரம் 12 இற்கான புதிய மறுசீரமைப்பு அறிமுகப்படுத்தப்படுகின்றது.

தரம் 12 இற்கான புதிய இணைந்த கணித ஆசிரிய வழிகாட்டல், உள்ளடக்கம் பின்வருமாறு அமைக்கப்பட்டுள்ளது. ஒரு தேர்ச்சியின் கீழ் பல தேர்ச்சி மட்டங்கள் உள்ளன. ஒவ்வொரு தேர்ச்சி மட்டத்துக்கும் பாடவேளைகளின் எண்ணிக்கை, கற்றற் பேறுகள், கற்றல் - கற்பித்தல் செயற்பாடுகளுக்கான கையேடு முன்வைக்கப்பட்டுள்ளது. விசேடமாக கற்றல்- கற்பித்தல் செயற்பாடுகளுக்கான கையேடு உரிய பாட விடயங்களை தெளிவுபடுத்துவதற்கும் கற்பித்தலுக்குத் தேவையான வழிகாட்டல், பாடத்தை திட்டமிடல் என்பவற்றுக்கும் உதவும் என எதிர்பார்க்கப் படுகிறது. மேலும் விளக்கம் கூறல், வகை குறித்தல் மூலமும் சரியான எண்ணக்கருவை மாணவர்களுக்குப் பெற்றுக் கொடுக்க ஆசிரியர்களுக்கு உதவும். தரம் 12 இற்குரிய பாடத்திட்டம் மூன்று தவணைகளுக்குப் பிரிக்கப்பட்டு ஆசிரிய வழிகாட்டி தயாரிக்கப்பட்டுள்ளது.

பாடவிடய ஒழுங்குமுறையைத் தயாரிக்கும்போது மாணவர்களின் கற்றலின் இலகு தன்மையையும் ஆசிரியர்களின் கற்பித்தல் ஒழுங்குபடுத்தலின் இலகுதன்மையைக் கொண்டும் கணித எண்ணக்கருக்களின் ஒழுங்கமைப்பையும் கவனத்திற் கொண்டு பாடவிடய ஒழுங்கு தயாரிக்கப்பட் டுள்ளது. அப்பொழுது பாடத்திட்டத்தில் உள்ள தேர்ச்சிகளின் ஒழுங்குமுறையும் ஆசிரிய வழிகாட்டலில் உள்ள ஒழுங்கு முறையும் வேறுபடும். ஆகவே ஆசிரியர் வழிகாட்டலில் உள்ளவாறு ஒழுங்குமுறையில் பாடத்தைத் திட்டமிட்டு நடைமுறைப் படுத்துவதற்கு ஆலோசனை வழங்கப்படுகின்றது.

உரிய கற்றற் பேறுகளை அடைவதற்காக உரிய கையேட்டுக்கு மேலதிகமாக ஆசிரியரினால் மேலதிக பாட விடயங்கள் தொடர்பாகக் கவனம் செலுத்துவது முக்கியமானதாகும். மேலும் மேலதிக வள நூல்கள் மூலம் கற்பித்தலை மேம்படுத்திக் கொள்வது ஆசிரியரினால் மேற்கொள்ள வேண்டியுள்ளது. தரம் 12 பாடத் திட்டத்துக்கேற்பக் கற்பதற்கு தரம் 12 இல் நுழையும் பிள்ளையின் கணித எண்ணக்கரு தொடர்பான தெளிவு தொடர்பாக ஆசிரியர் விசேட கவனம் செலுத்த வேண்டியுள்ளது. ஏனெனில் தரம் 11 பாடத்திட்டம் பல்வேறு கோணங்களில் கவனம் செலுத்தப்பட்டு உருவாக்கப்பட்டுள்ளதோடு க.பொ.த. (சாதாரண தரம்) பரீட்சையில் சித்தியடைந்த ஒரு சில மாணவர்கள் மாத்திரம் இணைந்த கணிதத்தைக் கற்க உயர் தரத்துக்கு வருவார்கள். ஆகவே தரம் 11 கணித பாட எல்லைக்கும் தரம் 12 இல் இணைந்த கணித பாடத்தில் கற்கும் கணித எண்ணக்கரு தொடர்பான அறிவுக்கும் இடையில் சிறு வேறுபாடுகள் உள்ளன. இதற்காக மேலதிகமாக ஆசிரியரினால் கவனம் செலுத்த வேண்டிய கணித எண்ணக்கருக்கள் தொடர்பான விடயங்கள் பாடத் திட்டத்தில் முன்வைக்கப்பட்டுள்ளது. அந்த மேலதிக கணித எண்ணக்கருக்களை

மாணவர்கள் பயன்படுத்த முடியும். இல்லாவிடின் அதற்காக ஆசிரியரினால் தயாரிக்கப்படும் செயற்பாடுகளைப் பயன்படுத்த வேண்டும்.

தரம் 12 பாடத்திட்டத்தை முழுமையாக கற்பிப்பதற்கு 600 பாடவேளைகள் ஆசிரிய வழிகாட்டியில் ஒதுக்கப்பட்டுள்ளது. அந்த பாடவேளைகளின் எண்ணிக்கையை ஆசிரிய- மாணவர்களின் தேவை கருதி மாற்றிக் கொள்வதற்கு ஆசிரியருக்குச் சந்தர்ப்பம் உள்ளது. அத்தோடு பாடசாலை மட்டக் கணிப்பீட்டு செயற்பாடுகள் மூலம் மாணவர் அடைவு மட்டத்தை மதிப்பிடுவதற்கு ஆசிரியருக்குச் சந்தர்ப்பம் உள்ளது.

இவ்வாறான பல விசேட அம்சங்கள் உள்ளடக்கப்பட்ட ஆசிரிய வழிகாட்டியில் உள்ள பாடத்தைத் திட்டமிடுதல், வகுப்பறைக்கேற்பவும் மாணவர் தன்மைக்கேற்பவும் மாற்றியமைக்க ஆசிரியருக்கு அதிகாரம் உள்ளது.

உங்களால் மாற்றி வடிவமைக்கப்பட்ட பாடத்தைப் பணிப்பாளர், கணிதத்துறை, தேசிய கல்வி நிறுவகம், மகரகம எனும் முகவரிக்கு அனுப்பி வைக்க முடியும். புதிய உருவாக்கங்கள் தொடர்பாக அனைத்துப் பாடசாலைகளையும் தெளிவுபடுத்துவதற்குக் கணிதத் துறை ஆயத்தமாக உள்ளது.

எஸ். இராஜேந்திரம்
செயற்றிட்டத் தலைவர்
தரம் 12 - 13 கணிதம்
கணிதத் துறை
தேசிய கல்வி நிறுவகம்.

கலைத்திட்டக் குழு

அனுமதி	:	**கல்விசார் அலுவல்கள் சபை** தேசிய கல்வி நிறுவகம்.
வழிகாட்டல்	:	**கலாநிதி. திருமதி. ஜயந்தி குணசேகர** பணிப்பாளர் நாயகம் தேசிய கல்வி நிறுவகம் **திரு. எம். எப். எஸ். பி. ஜயவர்தன** பிரதிப் பணிப்பாளர் நாயகம் விஞ்ஞான தொழினுட்பப் பீடம் தேசிய கல்வி நிறுவகம்.
நெறிப்படுத்தல்	:	**திரு. கே. ஆர். பத்மசிரி** பணிப்பாளர் கணிதத் துறை.
பாட இணைப்பாக்கம்	:	**திரு. எஸ். இராஜேந்திரம்** செயற்திட்டத் தலைவர் (தரம் 12-13 கணிதம்) கணிதத் துறை தேசிய கல்வி நிறுவகம். **செல்வி. கே.கே. வஜிமா எஸ். கங்கானங்கே** உதவி விரிவுரையாளர் கணிதத் துறை தேசிய கல்வி நிறுவகம்.

கலைத்திட்டக் குழு:

கலாநிதி எம். ஏ. உபாலி மாம்பிட்டிய	சிரேட்ட விரிவுரையாளர், களனிப் பல்கலைக்கழகம்
கலாநிதி ஏ. ஏ. எஸ் பெரேரா	சிரேட்ட விரிவுரையாளர், பேராதனைப் பல்கலைக்கழகம்
பேராசிரியர் எஸ் சற்குணராஜா	பீடாதிபதி, யாழ்ப்பாணப் பல்கலைக்கழகம்.
திரு.கே.கே.டபிள்யு.ஏ. சரத்குமார	சிரேட்ட விரிவுரையாளர், ஜயவர்த்தனபுரப் பல்கலைக்கழகம்
திரு. கே. ஆர். பத்மசிரி	பணிப்பாளர், கணிதத் துறை, தேசிய கல்வி நிறுவகம்
திரு. எஸ். இராஜேந்திரம்	சிரேட்ட விரிவுரையாளர், கணிதத் துறை, தேசிய கல்வி நிறுவகம்

திரு. பி. எஸ். ஏ. டி. ஜனக குமார	உதவிப் பணிப்பாளர் கல்வி அமைச்சு
திரு. கே. விக்னேஸ்வரன்	ஆசிரியர், விவேகானந்தாக் கல்லூரி, கொழும்பு - 12
திருமதி. டி. ஏ. டி. விதானகே	ஆசிரியை, ஸ்ரீமாவோ பண்டாரநாயக்காக் கல்லூரி கொழும்பு - 07
திரு. டபிள்யு. கபில பீரிஸ்	பொறியியலாளர் பொறியியல் ஆராய்ச்சி நிறுவனம், சீதுவை.

உள்வாரி வளவாளர்கள்:

திரு. ஜி. பி. எச். ஜகத்குமார	சிரேட்ட விரிவுரையாளர், கணிதத் துறை, தேசிய கல்வி நிறுவகம்.
திரு. ஜி. எல். கருணாரத்ன	சிரேட்ட விரிவுரையாளர், கணிதத் துறை, தேசிய கல்வி நிறுவகம்.
திருமதி. எம். நில்மினி பி. பீரிஸ்	சிரேட்ட விரிவுரையாளர், கணிதத் துறை, தேசிய கல்வி நிறுவகம்.
திரு. க. சுதேசன்	உதவி விரிவுரையாளர், கணிதத் துறை, தேசிய கல்வி நிறுவகம்.
திரு. பி. விஜய்குமார்	உதவி விரிவுரையாளர், கணிதத் துறை, தேசிய கல்வி நிறுவகம்.
செல்வி.கே.கே. வஜிமா எஸ். கங்கானங்கே	உதவி விரிவுரையாளர், கணிதத் துறை, தேசிய கல்வி நிறுவகம்.

மீள்பார்வைக் குழு:

கலாநிதி. ஏ. ஏ பெரேரா	சிரேட்ட விரிவுரையாளர், பேராதனைப் பல்கலைக்கழகம்.
திரு. ஜே.டபிள்யு. தர்மதாச	ஓய்வுபெற்ற சிரேட்ட விரிவுரையாளர்
கலாநிதி. டி. கே. மல்லவராயாச்சி	சிரேட்ட விரிவுரையாளர், களனிப் பல்கலைக்கழகம்.
திரு. எஸ். இராஜேந்திரம்	சிரேட்ட விரிவுரையாளர், கணிதத் துறை, தேசிய கல்வி நிறுவகம்.
கணினி வடிவமைப்பு:	**செல்வி. கமலவேணி கந்தையா** தேசிய கல்வி நிறுவகம்.
உதவியாளர்கள்:	**திரு. எஸ். கெட்டியாராய்ச்சி** (தே.க.நி) **திருமதி. கே. என். சேனானி** (தே.க.நி) **திரு. ஆர். எம். ரூவசிங்ஹ** (தே.க.நி)

முதலாம் தவணை

இணைந்த கணிதம் I

தேர்ச்சி : 1. மெய்யெண்களின் தொடையைப் பகுப்பாய்வு செய்வார்.

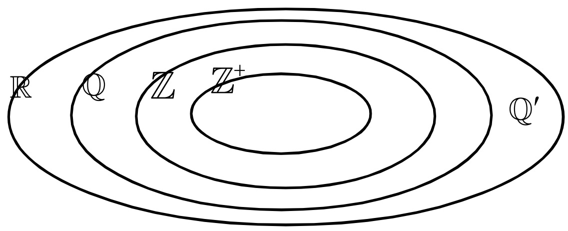
தேர்ச்சி மட்டம் : 1.1 மெய்யெண்களின் தொடையை வகைப்படுத்துவார்.

பாடவேளைகள் : 01

கற்றற் பேறுகள் :
1. எண் தொகுதியின் வளர்ச்சியினை விளக்குவார்.
2. எண்களுக்கான தொடைக் குறிப்பீடுகளை அறிமுகம் செய்வார்.
3. மெய்யெண்களை கேத்திரகணித முறையில் வகைக்குறிப்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

1. எண்களின் பயன்பாடு ஆரம்பத்திலிருந்து மெய்யெண்களின் தொகுதி வரை விரிவடைந்த விதத்தைச் சுருக்கமாக விளக்குக.
2. இயற்கை எண்கள், நிறைவெண்கள், விகிதமுறு எண்கள், விகிதமுறா எண்கள், மெய் எண்கள் ஆகிய எண் தொடைகள் பற்றி மாணவர்களின் முன்னறிவை நினைவூட்டுக.
   - நிறைவெண்களின் தொடை $\mathbb{Z} = \{..., -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, ...\}$
   - நேர் நிறைவெண்களின் தொடை $\mathbb{Z}^+ = \{1, 2, 3, 4...\}$ (இயற்கை எண்கள்)
   - விகிதமுறுவெண்களின் தொடை $\mathbb{Q} = \left\{x : x = \dfrac{p}{q},\ q \neq 0,\ p, q \in \mathbb{Z}\right\}$
   - விகிதமுறாவெண்களின் தொடை $\mathbb{Q}'$
   - மெய்யெண்களின் தொடை $\mathbb{R}$
   - மேற்குறிப்பிட்ட தொடைகள் யாவும் $\mathbb{R}$ இன் தொடைப்பிரிவுகள் எனக் காட்டி, அவற்றை வென்வரிப்படம் ஒன்றில் மாணவர்கள் வகை குறிக்குமாறு செய்க.



3. மெய்யெண்களை எண் கோடொன்றின் மீது குறிக்கும் முறையை நினைவூட்டுக.
   - கீழுள்ள எண்களை மெய்யெண் கோட்டில் குறிக்க மாணவர்களுக்கு வழிகாட்டுக.
     - விகிதமுறு எண்கள் • விகிதமுறா எண்கள்

தேர்ச்சி மட்டம்: **1.2 மெய்யெண்களின் தொடர்பாடலில் சேடுகள், தசமங்கள் என்பவற்றைப் பிரயோகிப்பார்.**

பாடவேளைகள் : 01

கற்றற் பேறுகள் :
1. தசம எண்களை வகைப்படுத்துவார்.
2. சேடுகளைக் கொண்ட கோவைகளின் பகுதி எண்களை விகிதமுறு பகுதி எண்களாக்குவார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

1. • தசம எண்கள்
    - முடிவுறு தசமங்கள்
    - முடிவில் தசமங்கள்
        - மீளும் தசமங்கள்
        - மீளாத் தசமங்கள்

   • மெய் எண்கள்
    - விகிதமுறு எண்கள்
    - விகிதமுறா எண்கள்

2. • சமன்பாடு ஒன்றின் தீர்வுகளாகச் சேடுகளை அறிமுகஞ் செய்க.
   • சேடுகளுடனான பின்வரும் கணிதச் செய்கைகளில் பயிற்சியளிக்க.
     - கூட்டல் • கழித்தல்
     - பெருக்கல் • பிரித்தல்
   • சேடுகளடங்கிய கோவைகளைச் சுருக்க மாணவர்களுக்கு வழிகாட்டுக.

தேர்ச்சி : 2. ஒரு மாறியிலான சார்புகளைப் பகுப்பாய்வு செய்வார்.

தேர்ச்சி மட்டம் : 2.1 சார்புகள் பற்றி ஆராய்வார்.

பாடவேளைகள் : 02

கற்றற் பேறுகள் :

1. சார்பொன்றின் உள்ளுணர்வான கருத்தை விளக்குவார்.
2. மாறிகள், மாறிலிகளை இனங்காண்பார்.
3. இரு மாறிகளுக்கிடையான தொடர்பை விளக்குவார்.
4. சார்பொன்றின் ஆட்சி, வீச்சினை விளக்குவார்.
5. ஒன்றுக்கொன்று சார்புகளை விளக்குவார்.
6. ஒன்றின் மேலான சார்புகளை இனங்காண்பார்.
7. நேர்மாறு சார்புகளை விளக்குவார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

1. வரைபுகளின் உதவியுடன் சார்புகளை அறிமுகஞ் செய்க.
2. ஒருமை, மாறி, பரமானம் என்பவற்றை அறிமுகம் செய்க.
   - இரு தொடைகளுக்கிடையில் காணப்படும் ஒன்று - ஒன்று, ஒன்று - பல, பல - ஒன்று, பல - பல தொடர்புகளை உதாரணங்கள் மூலம் விளக்குக.
3. தொடை X இலிருந்து தொடை Y இற்கான சார்பு f என்பது X இன் ஒவ்வொரு மூலகம் y உடன் ஒரு தனியான மூலகத்துடன் ஒத்திருக்கச் செய்யும் ஒரு விதியாகும் என விளக்குக.
4. சார்பொன்றின் சாரா மாறி, சார் மாறி, விம்பம், ஆட்சி (D), இணையாட்சி (C), வீச்சு (R) என்பவற்றை அறிமுகம் செய்க.

   குறியீடுகள்: $f: X \rightarrow Y, x \in X, y \in Y, f(x) = y$
5. ஒன்றுக்கொன்றான சார்புகளைப் படங்களின் உதவியுடன் விளக்குக.
   - ஒன்றுக்கு - ஒன்று ஆன சார்புகளுக்கான கிடைக் கோட்டுச் சோதனை.
6. ஒன்றின் மேலான சார்புகளைப் படங்களின் உதவியுடன் விளக்குக.
7. நேர்மாறு சார்புகளை படங்களின் உதவியுடன் விளக்குக.
   - எளிய நேர்மாறு சார்புகளை பெற மாணவர்களுக்கு வழிகாட்டுக.

தேர்ச்சி மட்டம் : 2.2 சார்புகளின் வகைகள் பற்றி ஆராய்வார்.

பாடவேளைகள் : 02

கற்றற் பேறுகள் :
1. விசேட சார்புகளை இனங் காண்பார்.
2. சார்புகளின் வரைபுகளை வரைவார்.
3. சேர்த்திச் சார்புகளைக் காண்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

1.
- ஒருமைச் சார்பு, மட்டுச் சார்பு, துண்டு துண்டான சார்பு, நேர்மாறு சார்பு ஆகிய விசேட சார்புகளை அறிமுகம் செய்க.
- ஒருமைச் சார்பு : $f(k) = k$ இங்கு, k என்பது ஒருமை.
  $k = 1$ எனின் $f(x)$ அலகுச் சார்பாகும்.
  மேலுள்ளவற்றை படங்களின் உதவியுடன் விளக்குக.
- மட்டுச் சார்பு

  $$f(x) = |x| = \begin{cases} x \ \ ; x \geq 0 \\ -x \, ; x < 0 \end{cases}$$

  மட்டுச் சார்புகளுக்கான வரைபுகளை வரைக.

- துண்டு துண்டான சார்பு : ஆட்சியின் பல்வேறு ஆயிடைகளில் f இன் விதி மாறும் சார்புகள்.

  Eg:- $$f(x) = \begin{cases} x+1, \ x > 0 \\ 5, \ x = 0 \\ -x, \ x < 0 \end{cases}$$

  உதாரண வரைபுகளை வரைந்து விளக்குக.

2.
- சார்பொன்றின் வரைபு :
- நிலைக்குத்து கோட்டுச் சோதனையினை வலியுறுத்துக.
  சார்பொன்றின் வரைபை y அச்சுக்குச் சமாந்தரமான ஒரு கோடு ஒரே ஒரு புள்ளியில் மட்டுமே வெட்டும்.

3.
- கூட்டுச் சாய்வு:
  f, g என்பன x இலான சாய்வுகள் என்க. சாய்வுகள் h, t என்பன $h(x) = f[g(x)]$, $t(x) = g[f(x)]$ என்பன கூட்டுச் சாய்வுகள் எனப்படும்.
  கூட்டுச் சார்புகளை உதாரணங்களின் உதவியுடன் விளக்குக.

தேர்ச்சி : **8. கோண அளவீடுகளுடன் இணைந்த தொடர்புகளைப் பிரயோகிப்பார்.**

தேர்ச்சி மட்டம் : **8.1 ஆரையனுக்கும் பாகைக்கும் இடையே உள்ள தொடர்பைப் பெறுவார்.**

பாடவேளைகள் : 01

கற்றற் பேறுகள் :
1. கோணங்களை அளப்பதற்குப் பயன்படுத்தப்படும் தலைமை அலகுகளாகப் பாகை, ஆரையன் என்பவற்றை அறிமுகம் செய்வார்.
2. பாகைகளை, ஆரையன்களாகவும் ஆரையன்களைப் பாகைகளாகவும் மாற்றுவார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

1.
- கோணங்களை அளப்பதற்குப் பாகை, ஆரையன் என்ற தலைமை அலகுகள் பயன்படுத்தப்படுவது பற்றிக் கூறுக.
- பாகை, ஆரையன் என்பவற்றை வரையறுக்க.
- பாகை, ஆரையன் இடையிலான தொடர்பினை பெற வழிப்படுத்துக.

2. பாகையிலுள்ள கோணங்களை ஆரையன்களிலும், ஆரையனிலுள்ள கோணங்களை பாகைக்கும் மாற்ற வழிகாட்டவும்.

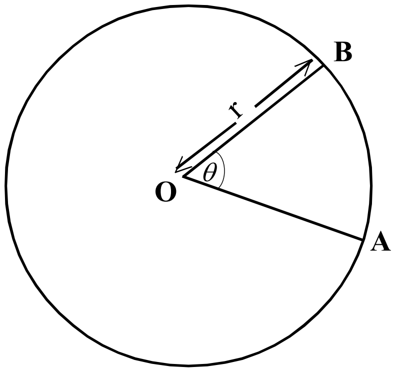
தேர்ச்சி மட்டம் : **8.2 ஒரு வட்ட வில்லின் நீளம், ஆரைச் சிறையொன்றின் பரப்பு என்பவற்றைக் காண்பார்.**

பாடவேளைகள் : 01

கற்றற் பேறுகள் : 1. ஒரு வட்ட வில்லின் நீளம், வட்ட ஆரைச் சிறையொன்றின் பரப்பளவு என்பவற்றைக் காண்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

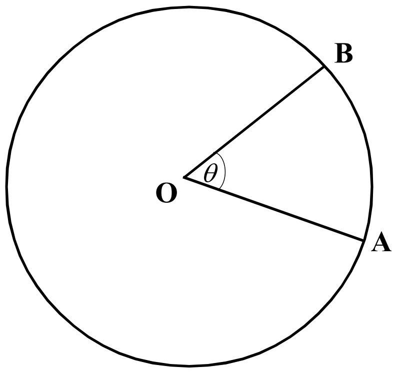
1. • r ஆரையுடைய வட்டமொன்றில் θ கோணத்தை அமைக்கும் வட்ட வில்லொன்றில் நீளம் S ஆனது $S = r\theta$ ஆல் தரப்படும் என்பதை அறிமுகஞ் செய்க.



வட்ட வில் AB யின் நீளம் $= r\theta$

$S = r\theta$

• r ஆரையுடைய வட்டமொன்றின் மையத்தில் θ கோணத்தை அமைக்கும் வட்டத்துண்டமொன்றில் பரப்பளவு A ஆனது $A = \frac{1}{2} r^2 \theta$ ஆல் தரப்படும்.



ஆரைச்சிறை OAB யின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} r^2 \theta$

தேர்ச்சி : 17. செவ்வகத் தெக்காட்டின் அச்சுத் தொகுதி குறித்த எளிய கேத்திர கணித முடிவுகளைப் பொருத்தமானவாறு உபயோகிப்பார்

தேர்ச்சி மட்டம் : 17.1 தெக்காட்டின் ஆள்கூற்றுத் தளத்தில் அமைந்த இரண்டு புள்ளிகளுக்கிடையில் காணப்படும் தூரத்தைக் காண்பார்.

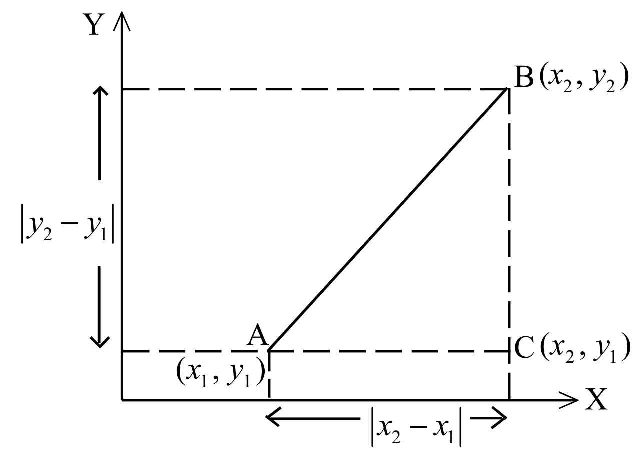
பாடவேளைகள் : 01

கற்றற் பேறுகள் :

1. தெக்காட்டின் ஆள்கூற்றுத் தளத்தை விளக்குவார்.
2. கிடை, நிலைக்குத்து ஆள்கூறுகளை வரையறுப்பார்.
3. நான்கு கால்வட்டங்களை அறிமுகம் செய்வார்.
4. இரு புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டுத் துண்டத்தின் நீளத்தைக் காண்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

1. தெக்காட்டின் ஆள்கூற்றுத் தளத்தை மீட்டுக. x அச்சும் y அச்சும் இரண்டு எண் கோடுகள் என்பதை விளக்குக.
2. $P \equiv (x, y)$ என்ற புள்ளியின் x ஆள்கூறு, y ஆள்கூறு பற்றி விளக்குக.
3. ஆள்கூற்றுத்தளத்தின் நான்கு கால் வட்டங்களையும் அறிமுகம் செய்க.
4. • $A \equiv (x_1, y_1),\ B \equiv (x_2, y_2)$ எனின்,



• $AB \equiv \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ எனப் பெறுவது பற்றி விளக்குக.

• இரு புள்ளிகளுக்கிடையிலான தூரங்களடங்கிய பிரசினங்களை தீர்க்க வழிகாட்டுக.

தேர்ச்சி மட்டம் :17.2 இரண்டு புள்ளிகளைத் தொடுக்கும் கோட்டுத் துண்டத்தைத் தரப்பட்ட விகிதப்படி பிரிக்கும் புள்ளியின் ஆள்கூறுகளைக் காண்பார்.

பாடவேளைகள் : 02

கற்றற் பேறுகள் :
1. தரப்பட்ட இரண்டு புள்ளிகளைத் தொடுக்கும் கோட்டுத்துண்டத்தைத் தரப்பட்ட விகிதப்படி உட்புறமாகப் பிரிக்கும் புள்ளியின் ஆள்கூறுகளைக் காண்பார்.

2. தரப்பட்ட இரண்டு புள்ளிகளைத் தொடுக்கும் கோட்டுத் துண்டத்தைத் தரப்பட்ட விகிதப்படி வெளிப்புறமாகப் பிரிக்கும் புள்ளியின் ஆள்கூறுகளைக் காண்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

$A \equiv (x_1, y_1),\ B \equiv (x_2, y_2)$ ஆகுமாறுள்ள AB என்ற கோட்டுத் துண்டத்தை $AP : PB = m : n$ என்ற விகிதத்தில்,

1. உட்புறமாகப் பிரிக்கும் புள்ளியின் ஆள்கூறுகள்.

$$\mathrm{P} \equiv \left(\frac{nx_1 + mx_2}{n+m},\ \frac{ny_1 + my_2}{n+m} \right)$$ எனவும்,

$AP : PB = m : n$ எனும் விகிதத்தில்

2. வெளிப்புறமாகப் பிரிக்கும் புள்ளி P யில் ஆள்கூறுகள்

- $\mathrm{P} \equiv \left(\frac{nx_1 - mx_2}{n-m},\ \frac{ny_1 - my_2}{n-m} \right),\ m \neq n$ எனவும் பெறுக.

  $\mathrm{m > n, m < n}$ எனும் வகைகளை ஆராய்க.

- முக்கோணியொன்றின் மையப்போலியின் ஆள்கூறுகளைக் காண மாணவர்களை வழிப்படுத்துக.

- மேற்படி முடிவின் பிரயோகங்களடங்கிய வினாக்களைத் தீர்க்க மாணவர்களுக்கு வழிகாட்டுக.

தேர்ச்சி : 9. வட்டச் சார்புகளை விபரிப்பார்.

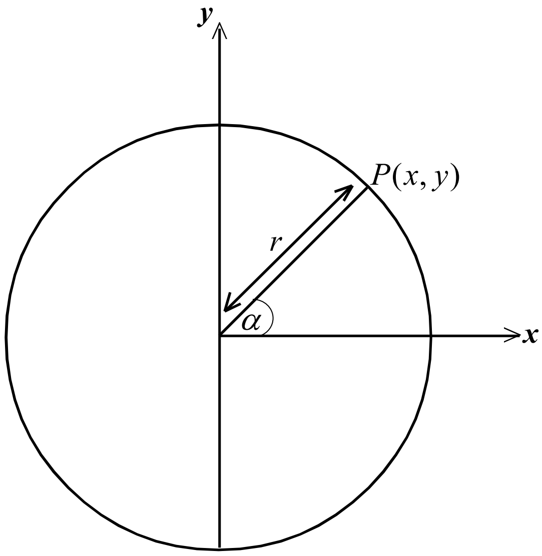
தேர்ச்சி மட்டம் : 9.1 வட்டச் சார்புகளை விபரிப்பார்.

பாடவேளைகள் : 04

கற்றற் பேறுகள் :
1. திரிகோண கணித விகிதங்களை விளக்குவார்.
2. திரிகோண கணித விகிதங்களை வட்டச் சார்புகள் எனக் கூறுவார்.
3. வட்டச் சார்பொன்றின் ஆட்சி, வீச்சு என்பவற்றை அறிமுகம் செய்வார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

1. செவ்வகத் தெக்காட்டின் அச்சுத் தொகுதியின் மூலம் திரிகோணகணித விகிதங்களை வரையறுக்க.



$$\sin\alpha = \frac{y}{r}$$

$$\cos\alpha = \frac{x}{r}$$

$$\tan\alpha = \frac{y}{x}\,;\ x \neq 0$$

2. மாறும் கோணமொன்றின் திரகோணகணித விகிதம் அக்கோணத்தின் சார்பாகும் என்பதை விளக்குக. இவ்விகிதங்கள் வட்டச் சார்புகள் என அறிமுகஞ் செய்க.

3. வட்டச்சார்பொன்றின் ஆட்சி, வீச்சு என்பன பற்றி விளக்குக.

$y = \sin x$, ஆட்சி $= \mathbb{R}$
வீச்சு $= [-1,\ 1]$

$y = \cos x$, ஆட்சி $= \mathbb{R}$,
வீச்சு $= [-1,\ 1]$

$y = \tan x$, ஆட்சி $= \mathbb{R}$ - $\left\{ \frac{\pi}{2} \right.$ இன் ஒற்றை மடங்குகள்
வீச்சு $= (-\infty,\ \infty)$

தேர்ச்சி மட்டம் : 9.2 பொதுவாக உபயோகிக்கப்படுகின்ற கோணங்களின் திரிகோண கணித விகிதங்களின் பெறுமானம் காண்பார்.

பாடவேளைகள் : 01

கற்றற் பேறுகள் :
1. தரப்பட்ட கோணங்களின் திரிகோணகணித விகிதங்களின் பெறுமானங்களைக் காண்பார்.
2. ஒவ்வொரு கால் வட்டத்திலும் அமையும் கோணங்களின் திரிகோண கணித விகிதங்களின் குறிகளைக் கூறுவார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

1. $0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}$ ஆகிய கோணங்களின்,

   sin, cos, tan பெறுமானங்களைப் பெறுக.

2. i. முதலாம் கால் வட்டத்தில்,

   $\left[0 < \theta < \frac{\pi}{2}\right]$ ஆகும்போது

   $\sin\theta > 0,\ \cos\theta > 0,\ \tan\theta > 0$ எனக் காட்டுக.

   $\theta = 0,\ \theta = \frac{\pi}{2}$ என்ற வகைகளைக் கலந்துரையாடுக.

   ii. இரண்டாம் கால் வட்டத்தில்,

   $\left[\frac{\pi}{2} < \theta < \pi\right]$ ஆகும்போது

   $\sin\theta > 0,\ \cos\theta < 0,\ \tan\theta < 0$ எனக் காட்டுக.

   $\theta = \frac{\pi}{2},\ \theta = \pi$ என்ற வகைகளைக் கலந்துரையாடுக.

   iii. மூன்றாம் கால் வட்டத்தில்,

   $\left[\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}\right]$ ஆகும்போது

   $\sin\theta < 0,\ \cos\theta < 0,\ \tan\theta > 0$ எனக் காட்டுக.

   $\theta = \pi,\ \theta = \frac{3\pi}{2}$ என்ற வகைகளைக் கலந்துரையாடுக.

iv. நான்காம் கால் வட்டத்தில்,

$\left[\dfrac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi\right]$ ஆகும்போது

$\sin\theta < 0,\ \cos\theta > 0,\ \tan\theta < 0$ எனக் காட்டுக.

$\theta = \dfrac{3\pi}{2},\ \ \theta = 2\pi$ என்ற வகைகளைக் கலந்துரையாடுக.

v.

(2) sin(+)	(1) all(+)
(3) tangent(+)	(4) cosine(+)

தேர்ச்சி மட்டம் : 9.3 $\dfrac{\pi}{2}$ இன் ஒற்றை மடங்குகள், π இன் முழு எண் மடங்குகள், என்பவற்றால் வேறுபடும் கோணங்களின் வட்டச்சார்புப் பெறுமானங்கள் தொடர்பாக விபரிப்பார்.

பாடவேளைகள் : 03

கற்றற் பேறுகள் :
1. வட்டச் சார்புகளின் ஆவர்த்தன இயல்பை விபரிப்பார்.
2. திரிகோண கணித விகிதங்களின் தொடர்புகளை எடுத்துரைப்பார்.
3. தரப்பட்ட பருமனுள்ள கோணங்களின் திரிகோண கணித விகிதங்களை எழுதுவார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

1. எந்தவொரு கோணத்தையும், 2π இன் நிறைவெண் மடங்கொன்றினால் அதிகரிக்கும்போது, ஆரைக் காவியானது ஒரு சுற்று அல்லது பல சுற்றுக்களினூடாகச் சுழன்று ஆரம்ப நிலைக்கு வரும். எனவே $\theta,\ 2n\pi + \theta\ (n \in \mathbb{Z})$ என்பனவற்றிற்கு ஒரே திரிகோண கணித விகிதமே உண்டு.

2. கேத்திரகணித முறைகளின் மூலம்,

   $-\theta,\ \left(\dfrac{\pi}{2} \pm \theta\right),\ (\pi \pm \theta),\ \left(\dfrac{3\pi}{2} \pm \theta\right),\ (2\pi \pm \theta)\ldots$ என்ற கோணங்களின் திரிகோண கணித விகிதங்களை θ இன் திரிகோண கணித விகிதங்களின் சார்பாக பெறுக.

3. $\dfrac{2\pi}{3},\ \dfrac{3\pi}{4},\ \dfrac{5\pi}{6},\ \dfrac{7\pi}{6},\ \ldots$ என்ற கோணங்களின் sin, cos, tan பெறுமானங்களைப் பெற மாணவர்களுக்கு வழிகாட்டுக.

தேர்ச்சி மட்டம் : 9.4 வட்டச் சார்புகளின் நடத்தைகளை வரைபு மூலம் விபரிப்பார்.

பாடவேளைகள் : 04

கற்றற் பேறுகள் :
1. வட்டச் சார்புகளை வரைபுகளின் மூலம் வகைக் குறிப்பார்.
2. சேர்த்தி வட்டச் சார்புகளின் வரைபுகளை வரைவார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

1. sin, cos, tan சார்புகளின் வரைபுகளை அறிமுகஞ் செய்வார்.

2.
- $y=\sin(x+\alpha)$, $y=\cos\left(x+\alpha\right)$, $y=\tan(x+\alpha)$
- $y=\sin kx$, $y=\cos kx$, $y=\tan kx$
- $y=a+b\sin kx$, $y=a+b\cos kx$, $y=a+b\tan kx$
- $y=\sin(kx+b)$, $y=\cos(kx+b)$, $y=\tan(kx+b)$
- $y=a+b\sin(kx+\alpha)$, $y=a+b\cos(kx+\alpha)$, $y=a+b\tan(kx+\alpha)$

  போன்ற வரைபுகளை வரைய மாணவர்களுக்கு வழிகாட்டுக.

- a,b,k,α போன்றவற்றின் வெவ்வேறு பெறுமானங்களுக்கு வரைபுகளை ஆராய்க.

தேர்ச்சி : **11. திரிகோண கணிதப் பிரசினங்களைத் தீர்ப்பதற்கு சைன் சூத்திரம், கோசைன் சூத்திரம் என்பவற்றை உபயோகிப்பார்.**

தேர்ச்சி மட்டம் : **11.1 சைன் சூத்திரம், கோசைன் சூத்திரம் ஆகியவற்றைக் கூறுவார்.**

பாடவேளைகள் : 01

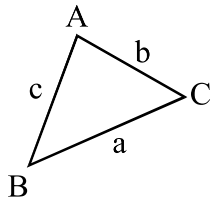
கற்றற் பேறுகள் :

1. முக்கோணி ஒன்றின் பக்கங்களையும், கோணங்களையும் வழக்கமான குறியீடுகளில் எடுத்துரைப்பார்.
2. யாதேனுமொரு முக்கோணிக்கு சைன் விதியைக் கூறுவார்.
3. யாதேனுமொரு முக்கோணிக்குரிய கோசைன் விதியைக் கூறுவார்.

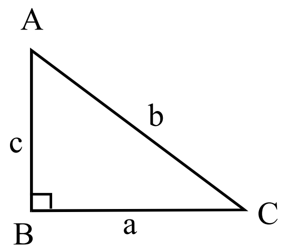
கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

1. முக்கோணி ஒன்றின் கோணங்கள் A, B, C எனவும் அவற்றிற்கு எதிரான பக்க நீளங்கள் முறையே *a, b, c* எனவும் குறிக்கப்படுமெனக் கூறுக.

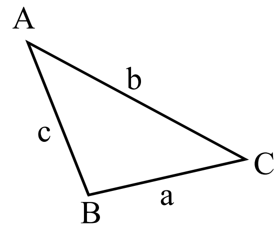
2.



கூர்கோண முக்கோணி



செங்கோண முக்கோணி



விரிகோண முக்கோணி

யாதேனும் முக்கோணி ABC யில் வழமையான குறிப்பீடுகளுடன்

sin விதி $\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$ ஆகும் எனக் கூறுக.

3. யாதேனுமொரு முக்கோணி ABCயில் வழமையான குறிப்பீடுகளுடன் cos விதி,

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$ ஆகும் எனக் கூறுக.

குறிப்பு:- மேற்படி விதிகளை நிறுவுவது இவ்விடத்தில் எதிர்பார்க்கப்பட வில்லை. ஆயினும் விதிகளின் பிரயோகம் விசைகளின் சமநிலை யில் எதிர்பார்க்கப்படுகின்றது.

தேர்ச்சி : 4. பல்லுறுப்பி சார்புகளை கையாள்வார்.

தேர்ச்சி மட்டம் : 4.1 ஒரு மாறிப் பல்லுறுப்பிகளை வெளிக்கொணர்வார்.

பாடவேளைகள் : 01

கற்றற் பேறுகள் :
1. ஒரு மாறியிலான பல்லுறுப்பியினை வரையறுப்பார்.
2. ஏகபரிமாணச் சார்புகள், இருபடிச் சார்புகள், முப்படிச் சார்புகள் என்பவற்றை வேறுபடுத்துவார்.
3. இரு பல்லுறுப்பிகள் சர்வசமனாக இருப்பதற்கான நிபந்தனைகளைக் கூறுவார்.

கற்றல், கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

1. பல்லுறுப்பி ஒன்றை வரையறுத்து அதன் உறுப்பு, படி, முந்துறும் உறுப்பு, முந்துறுங் குணகம் என்பவற்றைக் கூறுக.

   $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \ldots + a_n$

   இங்கு $a_1, a_2, \ldots\ldots, a_n \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{Z}^+$

2.
   - ஏகபரிமாணச் சார்பொன்றன்றின் பொது வடிவம் $f(x) = ax + b$, $a, b \in \mathbb{R};\ a \neq 0$ எனவும்
   - இருபடிச்சார்பொன்றின் பொது வடிவம் $f(x) = ax^2 + bx + c,\ a,\ b,\ c \in \mathbb{R}\quad a \neq 0$ எனவும்
   - முப்படிச்சார்பொன்றின் பொது வடிவம் $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, $a,\ b,\ c,\ d \in \mathbb{R}\quad a \neq 0$ எனவும் அறிமுகஞ் செய்க.

3. $P(x) \equiv Q(x)$ எனின்,

   - a யில் எல்லா மெய்யெண் பெறுமானங்களிற்கும் $P(a) \equiv Q(a)$ எனவும் ஒத்த உறுப்புக்களின் குணகங்கள் சமன் எனவும் விளக்குக.
   - மேற்படி முடிபினை பிரசினங்களை உபயோகித்து மாணவர்களுக்கு தீர்க்க வழிகாட்டுக.

தேர்ச்சி மட்டம் : 4.2 பல்லுறுப்பிகள் தொடர்பான கணிதச் செய்கைகளைச் செய்வார்.

பாடவேளைகள் : 01

கற்றற் பேறுகள் : 1. பல்லுறுப்பிகள் தொடர்பான அடிப்படைக் கணிதச் செய்கைகளை விபரிப்பார்.

2. பல்லுறுப்பி ஒன்றை மற்றுமொரு பல்லுறுப்பியால் வகுப்பார்.

கற்றல், கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

1. கூட்டல், வித்தியாசம், பெருக்கல் தொடர்பான முன்னறிவை மீட்டுக.

2.
- $Q(x) \neq 0$ ஆக இருக்கையில் விகிதமுறு பல்லுறுப்பிச் சார்பு களுக்கு $\dfrac{P(x)}{Q(x)}$ எனும் குறியீட்டை அறிமுகம் செய்க.
- சில பல்லுறுப்பிகள் $R(x)$ இற்கு $P(x) = Q(x) \cdot R(x)$ ஆயின், $P(x)$ ஆனது $Q(x)$ ஆல் வகுக்கப்படுகிறது என்பதை $\dfrac{P(x)}{Q(x)}$ எனக் குறிக்கப்படும்.
- வகுத்தல், நெடும் வகுத்தல் என்பவற்றை உதாரணங்கள் மூலம் விளக்குக.

தேர்ச்சி மட்டம் : 4.3 பிரசினங்கள் தீர்ப்பதற்கு மீதித் தேற்றம், காரணித் தேற்றம், இதன் மறுதலை என்பவற்றைப் பயன்படுத்துவார்.

பாடவேளைகள் : 05

கற்றற் பேறுகள் :
1. வகுத்தல் அல்கோரிதத்தைக் கூறுவார்.
2. மீதித் தேற்றத்தைக் கூறி நிறுவுவார்.
3. காரணித் தேற்றத்தையும் அதன் மறுதலையையும் கூறுவார்.
4. மீதித் தேற்றம், காரணித் தேற்றம் என்பவற்றைப் பிரயோகித்துப் பிரசினங்களைத் தீர்ப்பார்.
5. பல்லுறுப்பி ஒன்றின் பூச்சியங்களை வரையறுப்பார்.
6. பல்லுறுப்பிச் சமன்பாடுகளைத் (நான்காம் படிவரை) தீர்ப்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

1. வகுப்பான் $=$ ஈவு $\times$ வகுத்தி $+$ மீதி என விளக்குக.

2.
   - $f(x)$ என்ற பல்லுறுப்பியை $(x-a)$ இனால் வகுக்கும்போது மீதி $f(a)$ ஆகும். இங்கு a ஒரு மாறிலி.
   - மீதித் தேற்றத்தைக் கூறி நிறுவுக.

3.
   - $f(a)=0$ எனின் $(x-a)$ என்பது $f(x)$ இன் ஒரு காரணியாகும். இங்கு a ஒரு மாறிலி என வெளிப்படுத்துக.
   - காரணித் தேற்றத்தை கூறுக.
   - $(x-a)$ என்பது $f(x)$ இன் ஒரு காரணி எனின் $f(a)=0$ எனக் காட்டுக. இங்கு a ஒரு மாறிலி
   - காரணித் தேற்றத்தின் மறுதலையைக் கூறுக.

4.
   - மீதித் தேற்றம், காரணித் தேற்றம் என்பவற்றை உள்ளடக்கிய பிரசினங்களைத் தீர்க்க மாணவர்களுக்கு வழிகாட்டுக. (கூடியது 4 தெரியாக் கனியங்கள்)

5. $P(x)$ என்பது ஒரு பல்லுறுப்பியாக இருக்க $P(x)=0$ ஆகுமாறுள்ள x இன் பெறுமானங்கள் அப்பல்லுறுப்பியின் பூச்சியங்கள் எனப்படும் என்பதைக் கூறுக.

6. பொருத்தமான உதாரணங்களை முன் வைக்க. (நான்காம் படிப் பல்லுறுப்பி வரை மட்டும்)

தேர்ச்சி : 10. திரிகோணகணித சர்வசமன்பாடுகளைக் கையாள்வார்.

தேர்ச்சி மட்டம் : 10.1 திரிகோண கணிதக் கோவைகளைச் சுருக்குவதற்குப் பைதகரசின் சர்வ சமன்பாடுகளை உபயோகிப்பார்.

பாடவேளைகள் : 04

கற்றற் பேறுகள் :

1. திரிகோணகணித சர்வ சமன்பாடு என்றால் யாதென விளக்குவார்.
2. திரிகோண கணித சமன்பாட்டுக்கும் திரிகோண கணித சர்வ சமன்பாட்டிற்கும் இடையிலுள்ள வேறுபாட்டை விளக்குவார்.
3. பைதகரசின் சர்வசமன்பாடுகளைப் பெறுவார்.
4. பைதகரசின் சர்வ சமன்பாடுகளை உபயோகித்து பிரசினங்களைத் தீர்ப்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

1. தரப்பட்ட ஒவ்வொரு மாறிகளுக்கும் வழங்கப்படும் பெறுமானங்களாலும் திருப்தி செய்யப்படும் சமன்பாடொன்று சர்வ சமன்பாடு எனப்படும் என்பதை அறிமுகம் செய்க.

2. • தரப்பட்டுள்ள சமன்பாடானது மாறிகளின் எல்லாப் பெறுமானங்களாலும் திருப்தி செய்யப்பட வேண்டிய அவசியமில்லை என்பதை உதாரணங்களின் மூலம் கூறுக.

   • சர்வ சமன்பாடுகள் அனைத்தும் சமன்பாடுகள் ஆகும். ஆயினும் சமன்பாடுகள் அனைத்தும் சர்ச சமன்பாடுகள் ஆகமாட்டாது என உதாரணங்களுடன் விளக்குக.

3. θ யாதேனுமொரு கோணமாக இருக்க

   $\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$

   $1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$

   $1 + \cot^2\theta = \operatorname{cosec}^2\theta$ என்ற பைதகரசின் திரிகோண கணித சர்வ சமன்பாடுகளைப் பெறுக.

4. பைதகரசின் திரிகோண கணித சமன்பாடுகள் அடங்கிய பிரசினங்களைத் தீர்க்க வழிகாட்டுக.

தேர்ச்சி மட்டம் : 10.2 கூட்டல், கழித்தல் சூத்திரங்களை உபயோகித்துத் திரிகோண கணிதப் பிரசினங்களைத் தீர்ப்பார்.

பாடவேளைகள் : 02

கற்றற் பேறுகள் : 1. கூட்டல் சூத்திரங்களைப் பெறுவார்.

2. கூட்டல் சூத்திரங்களை உபயோகிப்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

1. i. $\sin(\mathrm{A}+\mathrm{B})=\sin\mathrm{A}\cdot\cos\mathrm{B}+\cos\mathrm{A}\cdot\sin\mathrm{B}$ என்பதைப் பெற்று, அதிலிருந்து பின்வரும் சூத்திரங்களைத் தீர்ப்பார்.

ii. $\cos(\mathrm{A}+\mathrm{B})=\cos\mathrm{A}\cdot\cos\mathrm{B}-\sin\mathrm{A}\cdot\sin\mathrm{B}$

iii. $\sin(\mathrm{A}-\mathrm{B})=\sin\mathrm{A}\cdot\cos\mathrm{B}-\cos\mathrm{A}\cdot\sin\mathrm{B}$

iv. $\cos(\mathrm{A}-\mathrm{B})=\cos\mathrm{A}\cdot\cos\mathrm{B}+\sin\mathrm{A}\cdot\sin\mathrm{B}$

v. $\tan(\mathrm{A}+\mathrm{B})=\dfrac{\tan\mathrm{A}+\tan\mathrm{B}}{1-\tan\mathrm{A}\cdot\tan\mathrm{B}}$

vi. $\tan(\mathrm{A}-\mathrm{B})=\dfrac{\tan\mathrm{A}-\tan\mathrm{B}}{1+\tan\mathrm{A}\cdot\tan\mathrm{B}}$

2. கூட்டல் சூத்திரங்களை உபயோகித்துப் பிரசினங்களைத் தீர்க்க வழிகாட்டுக.

தேர்ச்சி மட்டம் : 10.3 பெருக்கல்-கூட்டல், கூட்டல்-பெருக்கல் சூத்திரங்களை உபயோகித்துப் பிரசினங்களைத் தீர்ப்பார்.

பாடவேளைகள் : 05

கற்றற் பேறுகள் :
1. பெருக்கல் - கூட்டல், கூட்டல் - பெருக்கல் சூத்திரங்களைக் கையாள்வார்.
2. கூட்டல் - பெருக்கல், பெருக்கல் - கூட்டல் சூத்திரங்களுடனான பிரசினங்களைத் தீர்ப்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

1. கீழேயுள்ள சூத்திரங்களைப் பெற மாணவர்களை வழிகாட்டுக.

i. $2\sin A\cos B = \sin(A+B)+\sin(A-B)$

ii. $2\cos A\sin B = \sin(A+B)-\sin(A-B)$

iii. $2\cos A\cos B = \cos(A+B)+\cos(A-B)$

iv. $2\sin A\sin B = \cos(A-B)-\cos(A+B)$

v. $\sin C+\sin D = 2\sin\left(\frac{C+D}{2}\right)\cos\left(\frac{C-D}{2}\right)$

vi. $\sin C-\sin D = 2\cos\left(\frac{C+D}{2}\right)\sin\left(\frac{C-D}{2}\right)$

vii. $\cos C+\cos D = 2\cos\left(\frac{C+D}{2}\right)\cos\left(\frac{C-D}{2}\right)$

viii. $\cos C-\cos D = 2\sin\left(\frac{C+D}{2}\right)\sin\left(\frac{D-C}{2}\right)$

என்பனவற்றை பெறுக.

2. கூட்டல் - பெருக்கல், பெருக்கல் - கூட்டல் சூத்திரங்களை உபயோகித்து பிரசினங்களைத் தீர்க்க வழிகாட்டுக.

தேர்ச்சி மட்டம் : 10.4 இரட்டை மடங்கு, மும்மை மடங்கு, அரை மடங்கு கோணங்களை உபயோகித்துத் திரிகோண கணிதப் பிரசினங்களைத் தீர்ப்பார்.

பாடவேளைகள் : 03

கற்றற் பேறுகள் : 1. அரை, இரட்டை, மும்மைக் கோணங்கள் தொடர்பான சூத்திரங்களைப் பெறுவார்.

2. மேற்கூறிய சூத்திரங்கள் தொடர்பான பிரசினங்களைத் தீர்ப்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

1. (i) $\sin 2A = 2\sin A\cos A$

(ii) $$\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A$$
$$= 2\cos^2 A - 1$$
$$= 1 - 2\sin^2 A$$

(iii) $\tan 2A = \dfrac{2\tan A}{1-\tan^2 A}$

(iv) $\sin 3A = 3\sin A - 4\sin^3 A$

(v) $\cos 3A = 4\cos^3 A - 3\cos A$

மேலே தரப்பட்ட சமன்பாடுகளை உபயோகித்து $\sin\dfrac{A}{2}$, $\cos\dfrac{A}{2}$, $\tan\dfrac{A}{2}$ என்பவற்றைப் பெறுக.

2. • மேலுள்ள சூத்திரங்கள் தொடர்பான திரிகோணகணிதச் சர்வ சமன்பாடுகளை மாணவர்களைக் கொண்டு நிறுவுக.

• முக்கோணியொன்றில் கோணங்கள் தொடர்பாக சர்வ சமன்பாடு களைத் தீர்க்க வழிகாட்டுக.
உ-ம்: யாதுமொரு முக்கோணத்தில்,
(i) A+B+C= π, ஆயுள்ளபோது
$\sin(A+B) = \sin(\pi - C) = \sin C$

(ii) $\dfrac{A+B+C}{2} = \dfrac{\pi}{2}$
$$\sin\frac{A+B}{2} = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{C}{2}\right) = \cos\left(\frac{C}{2}\right)$$

தேர்ச்சி : **5. விகிதமுறு சார்புகளைப் பகுதிப் பின்னங்களாக வேறாக்கி எழுதுவார்.**

தேர்ச்சி மட்டம் : **5.1 விகிதமுறு சார்புகளை பகுதிப் பின்னங்களாக வேறுபடுத்துவார்**

பாடவேளைகள் : 06

கற்றற் பேறுகள் :

1. விகிதமுறு சார்புகளை வரையறுப்பார்.
2. முறைமை விகிதமுறு சார்புகளையும் முறைமையில் விகிதமுறு சார்புகளையும் வரையறுப்பார்.
3. முறைமை விகிதமுறு சார்புகளின் பகுதிப் பின்னங்களைப் பெறுவார்.
4. முறைமையில் விகிதமுறு சார்புகளின் பகுதிப் பின்னங்களைப் பெறுவார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

1. $P(x)$ உம் $Q(x)$ உம் x இலான இரு பல்லுறுப்பிகளாகவும், $Q(x) \neq 0$ ஆகவும் இருக்கையில், $\dfrac{P(x)}{Q(x)}$ எனும் வடிவிலான சார்பு விகிதமுறு சார்பு என அழைக்கப்படும். இச்சார்பின் ஆட்சி $Q(x) \neq 0$ ஆகவுள்ள x இன் பெறுமானங்கள் ஆகும்.

2.
   - தொகுதியில் உள்ள பல்லுறுப்பியின் படியானது பகுதியிலுள்ள பல்லுறுப்பியின் படியிலும் சிறிதாக இருக்கும் சந்தர்ப்பங்களில், இவ்விகிதமுறு சார்பானது முறைமை விகிதமுறு சார்பு எனப்படும்.
   - விகிதமுறு சார்பின் தொகுதிப் பல்லுறுப்பியின் படியானது பகுதியில் உள்ள பல்லுறுப்பியின் படியிலும் பெரிதாக அல்லது சமமாக இருப்பின் இவ்விகிதமுறு சார்பு முறைமையில் விகிதமுறு சார்பு எனப்படும்.

3. முறைமை விகிதமுறு சார்புகளை பகுதிப் பின்னங்களாக பிரிப்பதற்கு மாணவர்களை வழிகாட்டல். (ஆகக்கூடியது 4 தெரியாக் கனியங்கள்) பின்வரும் வகைகளைக் கருதுக.
   - பல்லுறுப்பி $Q(x)$ ஆனது ஏகபரிமாண காரணிகளாக உணர்த்தப்படும் சந்தர்ப்பங்களில்
   - பல்லுறுப்பி $Q(x)$ ஆனது மீளும் ஏகபரிமாண காரணிகளாக உணர்த்தப்படும் சந்தர்ப்பங்களில்
   - பல்லுறுப்பி $Q(x)$ ஆனது ஒன்று அல்லது இரண்டு இருபடிக் காரணிகளாக உணர்த்தப்படும் சந்தர்ப்பங்களில்

4. முறைமையில் விகிதமுறு சார்புகளை பகுதிப் பின்னங்களாகப் பிரிப்பதற்கு மாணவர்களை வழிகாட்டல். (ஆகக்கூடியது 4 தெரியாக் கனியங்கள்) பின்வருவனவற்றை கருத்தில் கொள்க.

- பல்லுறுப்பி $P(x)$ இன்படி = பல்லுறுப்பி $Q(x)$ இன் படி ஆயின்,

  $\dfrac{P(x)}{Q(x)} = \mathrm{K} + \dfrac{R(x)}{Q(x)}$ என எழுதப்படலாம்.

  K ஆனது ஒரு மாறிலியாகும். மேலும் இங்கு,
  $R(x)$ இன்படி $<$ $Q(x)$ இன்படி ஆகும்.

- பல்லுறுப்பி $P(x)$ இன்படி $>$ பல்லுறுப்பி $Q(x)$ இன் படி ஆயின்,

  $\dfrac{P(x)}{Q(x)} = h(x) + \dfrac{R(x)}{Q(x)}$ எனும் வடிவில் எழுதப்பட முடியும்.

  இங்கு, $R(x)$ இன்படி $<$ $Q(x)$ இன்படி ஆவதுடன்,
  $h(x)$ ஆனது $P(x)$ ஐ $Q(x)$ ஆல் வகுக்கும்போது பெறப்படும் ஈவு ஆகும்.

  $h(x)$ ஐ காண்பதுடன் $\dfrac{R(x)}{Q(x)}$ ஐ பகுதிப் பின்னங்களாக்க வேண்டும்.

தேர்ச்சி : **6. சுட்டி விதிகளையும், மடக்கை விதிகளையும் பயன்படுத்துவார்.**

தேர்ச்சி மட்டம் : **6.1 சுட்டி விதிகளைகளையும், மடக்கை விதிகளையும் உபயோகித்து பிரசினங்களைத் தீர்ப்பார்**

பாடவேளை : 01

கற்றற் பேறுகள் : 1. சுட்டி விதிகளைப் பயன்படுத்துவார்.
2. மடக்கை விதிகளைப் பயன்படுத்துவார்.
3. அடி மாற்றல்களைப் பயன்படுத்துவார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

1. • $a, b \in \mathbb{R}^+$ ஆகவும் $m, n \in \mathbb{Q}$ ஆகவும் இருக்க, கீழ்வருவனவற்றை மீள்ஞாபகப்படுத்தல்.

(i) $a^m \times a^n = a^{m+n}$

(ii) $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

(iii) $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n} \quad = \left(\dfrac{1}{a}\right)^n$ for a $\neq$ 0

(iv) $a^0 = 1$ for a $\neq$ 0

(v) $\left(a^m\right)^n = a^{mn}$

(vi) $\left(ab\right)^m = a^m \times b^m$

(vii) $\left(\dfrac{a}{b}\right)^m = \dfrac{a^m}{b^m}$ for b $\neq$ 0

• **மெய் எண் ஒன்றின் n ஆவது மூலம்,**

a, b என்பன மெய் எண்களாகவும்,

n என்பது நேர் முழு எண்களாகவும் $(n \geq 2)$ ஆகவும் இருக்க

$a = b^n$ எனின் b என்பது a யினது n ஆவது மூலம் ஆகும்.

$\therefore\ b = a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$

n = 2 ஆகும்போது பெறப்படுவது வர்க்கமூலம்,

n = 3 ஆகும்போது பெறப்படுவது கனமூலம் ஆகும்.

$a > 0$ ஆகவும் n என்பது இரட்டை எண்ணாகவும் இருக்கும்போது இரு மூலங்கள் உண்டு. அவை ஒன்றுக்கொன்று பருமனில் சமமாகவும் ஒன்றுக்கொன்று எதிர்குறிகளைக் கொண்டிருக்கும்.

- ***n* ஆவது தலைமை மூலம்,**

  a என்பது மெய்யெண்ணாக உள்ளபோது $a = b^n$ இற்கு ஆகக் குறைந்தது ஒரு n ஆவது மூலம் உண்டு.

  a யின் n ஆவது தலைமை மூலம் என்பது aயின் அதேகுறியை கொண்டிருக்கும். மேலும் இது $\sqrt[n]{a}$ அல்லது $a^{\frac{1}{n}}$ இனால் குறிக்கப்படும்.

  $n = 2$ ஆகும்போது n இனது சுட்டியானது குறிக்கப்படாது தவிர்க்கப் படும்.

  உ-ம்: $\sqrt{a}$

  a, b என்பன மெய் எண்களாகவும், $m, n \in \mathbb{Z}^+$ ஆகவும் இருப்பின் கீழே குறிப்பிட்ட மூலங்கள் யாவும் மெய் எண்களாகும்.

  (i) $\sqrt[n]{a^m} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m$

  (ii) $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$

  (iii) $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$ இங்கு $b \neq 0$

  (iv) $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$

  (v) $\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a$

  (vi) $\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = |a|$ இங்கு n ஓர் இரட்டை

  (vii) $\sqrt[n]{a^n} = a$ இங்கு n ஓர் ஒற்றை

2. மடக்கை விதிகளை உபயோகித்து,

$a^b = \mathrm{N} \Leftrightarrow b = \log_a \mathrm{N}$

$(a > 0,\ \mathrm{N} > 0, a \neq 1)$ என வரையறுக்குக.

மடக்கை விதிகள்.

$\log_a (\mathrm{MN}) = \log_a \mathrm{M} + \log_a \mathrm{N}$

$\log_a \left(\dfrac{\mathrm{M}}{\mathrm{N}}\right) = \log_a \mathrm{M} - \log_a \mathrm{N}$

$\log_a \mathrm{N}^p = p \log_a \mathrm{N};\quad p \in \mathrm{Q}\ , a,\ \mathrm{M}, \mathrm{N} \in \mathbb{R}^+$ ஆகும்.

3. அடிமாற்றம் செய்க.

$\log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}$

$\log_a b = \dfrac{1}{\log_b a},\ a,\ b,\ c > 0$

$\lg = \log_{10}$ எனக் கூறுக.

தேர்ச்சி : **7. மெய்யெண்களுடனான சமனிலிகளைக் கொண்ட பிரசினங்களைத் தீர்ப்பார்.**

தேர்ச்சி மட்டம் : **7.1 சமனிலிகள் தொடர்பான அடிப்படை முடிபுகளைப் பெறுவார்.**

பாடவேளைகள் : 04

கற்றற் பேறுகள் :
1. சமனிலிகளை வரையறுப்பார்.
2. முத்துமி விதியைக் கூறுவார்.
3. மெய்யெண் கோட்டில் சமனிலிகளைக் குறிப்பார்.
4. ஆயிடைக் குறியீட்டில் சமனிலிகளைக் குறிப்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

a நேர் ஆயின் $a-0=a\in R^{+}$ என வலியுறுத்துக.

$\therefore\ a$ நேர் ஆயின் $a>0$ ஆகும்.

1. a, b என்பன மெய் எண்களாகவிருக்க,

   (i) $(a-b)$ நேர் எண் ஆயின் மட்டுமே $a>b$ எனவும்,

   (ii) $(a-b)$ மறை எண் ஆயின் மட்டுமே $a<b$ எனவும் வரையறுக்குக.

2. x, y என்பன யாதேனும் இரு எண்கள் எனின் பின்வருவனவற்றுள் ஒன்று உண்மையாகும்.
   $x>y$, $x<y$, $x=y$

3. மெய்யெண் கோட்டில் சமனிலிகளைக் குறித்தல்.

4. $\mathbb{R}$ இல் உள்ள ஆயிடைகளாகப் பின்வரும் விசேட தொடைப் பிரிவுகளை அறிமுகம் செய்க.

   $a, b\in\mathbb{R}$ உம் $a<b$ யும் எனின்,

ஆயிடை	**குறிப்பீடு**
$\{x\in\mathbb{R}\ \ a\le x\le b\}$	$[a,\ b]$
$\{x\in\mathbb{R}\ \ a\le x< b\}$	$[a,\ b)$
$\{x\in\mathbb{R}\ \ a< x\le b\}$	$(a,\ b]$
$\{x\in\mathbb{R}\ \ a< x< b\}$	$(a,\ b)$

   பின்வரும் ஆயிடைகளை விளக்குக.

$\{x\in\mathbb{R}\ \ x\ge a\}$	$[a,\ +\infty)$
$\{x\in\mathbb{R}\ \ x> a\}$	$(a,\ +\infty)$
$\{x\in\mathbb{R}\ \ x\le a\}$	$(-\infty,\ a\}$
$\{x\in\mathbb{R}\ \ x< a\}$	$(-\infty,\ a)$

தேர்ச்சி மட்டம் : 7.2 சமனிலிகளை ஆராய்வார்.

பாடவேளைகள் : 04

கற்றற் பேறுகள் :
1. சமனிலிகள் தொடர்பான அடிப்படைப் பேறுகளைக் கூறி நிறுவுவார்.
2. அட்சர கணிதக் கோவைகளைக் கொண்ட சமனிலிகளை தீர்ப்பார்.
3. விகிதமுறு சார்புகள் கொண்ட சமனிலிகளை அட்சரகணித முறையாகவும் வரைபு மூலமும் தீர்ப்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

1. • $a, b, c \in \mathbb{R}$ ஆயின்,

(i) $a > b\ ,\ b > c \Rightarrow a > c$

(ii) $a > b \Rightarrow a + c > b + c$

(iii) $a > b\ ,\ c > 0 \Rightarrow ac > bc$

(iv) $a > b > 0\ ,\ c < 0 \Rightarrow ac < bc$

(v) $a > b\ , c = 0 \Rightarrow ac = bc = 0$

(vi) $a > b\ ,\ c > d \Rightarrow a + c > b + d$

(vii) $a > b > 0\ ,\ c > d > 0 \Rightarrow ac > bd$

(viii) $a > b > 0 \Rightarrow \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

(ix) $a < b < 0 \Rightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

(x) $a > b > 0$ ஆகவும் n என்பது நேர் விகிதமுறு எண்ணாகவும் இருப்பின் $a^n > b^n$, $a^{-n} < b^{-n}$ ஆகும்.

2. • $f(x)$, $g(x)$ என்பன x இன் வேறு வேறான இரு சார்புகள் எனின்,

$f(x) \geq g(x)$, $f(x) > g(x)$

$f(x) \leq g(x)$, $f(x) < g(x)$

• விகிதமுறு சார்புகள் சம்பந்தமான சமனிலிகளைத் திருப்தி செய்யும் x இன் பெறுமானங்களின் ஆயிடைகளைக் காணும் செய்கை ஒழுங்கை மாணவர்களுக்கு விளக்குக. தீர்வுகளைச் சமனிலிக் குறியீடுகள் மூலம், தொடைக் குறிப்பீடுகள் மூலம் வகை குறிக்கும் முறைகளைக் காட்டுக. விகிதமுறு சார்புகளில் பகுதியின் படி ≤ 2 ஆயிருத்தல் வேண்டும்.

3. $\dfrac{P(x)}{Q(x)}$ வடிவிலான விகிதமுறு சார்புகளின் தீர்வுகளைக் காண (அட்சர கணித முறை மட்டும் எதிர்பார்க்கப்படுகின்றது) மாணவர்களை வழி நடத்துக.

இங்கு பகுதி, தொகுதியில் படிகள் 2 அல்லது அதனிலும் குறைவாக இருக்க வேண்டும் என்பதை வலியுறுத்துக.

தேர்ச்சி மட்டம் : **7.3 மட்டுச் சார்புகளைக் கொண்ட சமனிலிகளுடனான பிரசினங்களைத் தீர்ப்பார்.**

பாடவேளைகள் : 06

கற்றற் பேறுகள் :
1. மெய்யெண் ஒன்றின் மட்டு பற்றிக் கூறுவார்.
2. மட்டுகளுடனான சார்புகளின் வரைபினை வரைவார்.
3. மட்டுகளுடனான சமனிலிகளைத் தீர்ப்பார்.(ஏகபரிமாண சார்புகளுக்கு மட்டும்)

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

1. Let $x \in \mathbb{R}$

   Define $|x| = \begin{cases} x \ ; \ x \geq 0 \\ -x \ ; \ x < 0 \end{cases}$

2. • Let $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ஒரு சார்பாகும்.

   $|f|$ ஆனது.

   $|f| : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ஆகுமாறு வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது.

   $|f|(x) = |f(x)|$

   $|f(x)| = \begin{cases} f(x) \ ; \ f(x) \geq 0 \\ -f(x) \ ; \ f(x) < 0 \end{cases}$

   இவற்றை உதாரணங்களுடன் விளக்குக.

   • மட்டுச் சார்புகளின் வரைபுகளை வரைக.

   • கீழுள்ள சார்புகளைத் தீர்க்க மாணவர்களைத் தயார்ப்படுத்துக.

   $y = |ax|, \quad y = |ax + b|, \quad y = |ax| + b$

   $y = |ax + b| + c$

   $y = c - |ax + b|$

   $y = |ax + b| \pm |cx + d|$

   $y = |ax^2 + bx + c|$

   இங்கு $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ஆகும்.

3. • கீழுள்ள சமனிலிகளின் தீர்வுகளை

   $|ax + b| \geq |cx + d|$

   $|ax + b| \geq lx + m$

   $|ax + b| \pm |cx + d| \geq k$

   (i) அட்சரகணித முறையாக
   (ii) வரைபு முறையாகப் பெற வழிகாட்டுக.
   இங்கு $a, b, c, d, k \in \mathbb{R}$ ஆகும்.

தேர்ச்சி : 9. வட்டச் சார்புகளை விபரிப்பார்.

தேர்ச்சி மட்டம் : 9.5 பொதுத் தீர்வுகளைக் காண்பார்.

பாடவேளைகள் : 06

கற்றற் பேறுகள் : 1. திரிகோணகணித சமன்பாடுகளைத் தீர்ப்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

1. **பொதுத் தீர்வுகள்**

- $\sin\theta = \sin\alpha$ ஆயின்,
  $\theta = n\pi + (-1)n\alpha$ இங்கு $n \in \mathbb{Z}$

- $\cos\theta = \cos\alpha$ ஆயின்,
  $\theta = 2n\pi \pm \alpha$ இங்கு $n \in \mathbb{Z}$

- $\tan\theta = \tan\alpha$ ஆயின்,
  $\theta = n\pi + \alpha$ இங்கு $n \in \mathbb{Z}$
  வடிவிலான சமன்பாடுகளில் தீர்வுகள்.

காரணிப்படுத்தல் மூலம் தீர்க்கக்கூடிய சமன்பாடுகள்

- பைதகரசின் மும்மைகளை உபயோகித்துத் தீர்க்கக்கூடியவை.

- இரட்டைக்கோண, மும்மைக்கோண, அரைக்கோண வாய்ப்பாடுகளை உபயோகித்து தீர்க்கக்கூடிய சமன்பாடுகள்.

- $a\cos\theta + b\sin\theta = c$ என்ற வடிவிலான சமன்பாடுகள் தீர்வுகளைக் காணல் மட்டுமே எதிர்பார்க்கப்படுகின்றது.
  இங்கு $c \leq \sqrt{a^2 + b^2}$

இணைந்த கணிதம் II

தேர்ச்சி : 1. காவி அட்சரகணிதத்தைக் கையாள்வார்.

தேர்ச்சி மட்டம் : 1.1 காவிகளை ஆராய்வார்.

பாடவேளைகள் : 03

கற்றற் பேறு :

1. எண்ணி, எண்ணிக்கணியம் என்பவற்றின் வேறுபாட்டை விளக்குவார்.
2 காவிக் கணியம், காவி என்பவற்றை அறிமுகம் செய்வார்.
3 காவி ஒன்றைக் கேத்திரகணித முறையில் வகை குறிப்பார்.
4 காவி ஒன்றை அட்சரகணிதக் குறியீட்டில் வெளிப்படுத்துவார்.
5 காவி ஒன்றின் மட்டை வரையறுப்பார்.
6. சூனியக் காவியை வரையறுப்பார்.
7. புறமாற்றுக் காவியை வரையறுப்பார்.
8. இரு காவிகள் ஒன்றுக்கொன்று சமமாவதற்கு வேண்டிய நிபந்தனை களைக் கூறுவார்.
9 இரு காவிகளின் கூட்டல் பற்றிய முக்கோண விதியைக் கூறுவார்.
10. இரு காவிகளின் கூட்டல் தொடர்பான இணைகர விதியை உயத்தறிவார்.
11. மூன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட காவிகளைக் கூட்டுவார்.
12. காவியொன்றை எண்ணியொன்றால் பெருக்குவார்.
13. ஒரு காவியிலிருந்து மற்றுமொரு காவியைக் கழிப்பார்.
14. இரு காவிகளுக்கிடைப்பட்ட கோணத்தை அறிந்து கொள்வார்.
15. சமாந்தரக் காவிகள் பற்றி அறிந்து கொள்வார்.
16. இரு காவிகள் சமாந்தரமாவதற்கு வேண்டிய நிபந்தனைகளைக் கூறுவார்.
17. அலகுக் காவியை வரையறுப்பார்.
18. தரப்பட்ட யாதேனும் இரு திசைகளின் வழியே காவியொன்றினைக் கூறுகளாக்குவார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

1. பருமனை மட்டும் கொண்ட குறித்த ஒரு அளவிடும் அலகுடன் வெளிப்படுத்தக்கூடிய கணியம் எண்ணிக் கணியம் எனப்படும். இக் கணியத்துடன் தொடர்புறும் அலகு அற்ற எண் பெறுமானம் எண்ணி ஆகும் என விளக்குக.

2. • ஒரு குறிப்பிட்ட அலகுடன் பருமன், திசை என்பவற்றைக் கொண்டதுடன் முக்கோணக் கூட்டல் விதிக்கு அமைபவையுமான கணியங்கள் காவிக் கணியங்கள் எனப்படும். (முக்கோணக் கூட்டல் பின்னர் தரப்படும்) அலகற்றபோது இவை காவி ஆகும்.

- எந்தவொரு காவியையும் அதன் திசைக்குச் சமாந்தரமாகக் குறிப்பிட்ட அளவிடைக்கு ஏற்ப வரையப்பட்ட கோட்டுத் துண்டம் ஒன்றினால் வகைக் குறிக்கலாம்.

- காவிக்குப் பரிமாணங்கள் இல்லை.
  காவிக் கணியத்திற்குப் பரிமாணங்கள் உண்டு.

4. • கோட்டுத் துண்டம் AB யால் A இலிருந்து B ஐ நோக்கியுள்ள காவி $\overrightarrow{AB}$ எனக் குறிக்கப்படும்.

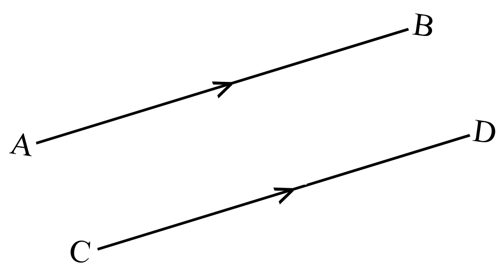
- i. "காவி $\underset{\sim}{a}$" என்பது $\underset{\sim}{a}$ என்பதனால் குறிக்கப்படும்.
  ii. அச்சு பதிக்கும்போது தடித்த எழுத்து $\boldsymbol{a}$ இனால் காவி குறிக்கப்படும்.
  iii. இவ்வாறே வெவ்வேறு காவிகளுக்கு வெவ்வேறு எழுத்துக்கள் பயன்படுத்தப்படும்.

5. • i. காவி ஒன்றின் பருமன் மட்டு இனால் குறித்துக்காட்டுக.
   ii. $\underset{\sim}{a}$ என்ற காவியின் மட்டு $|\underset{\sim}{a}|$ இனால் குறிக்கப்படும்.
   iii. காவி ஒன்றின் பருமன் அதனை வகைக்குறிக்கும் கோட்டுத் துண்டத்தின் நீளம் எனவும் $|\underset{\sim}{a}|$ என்பது எப்போதும் மறை அல்லாத ஒரு எண்ணியாகும் எனவும் கூறுக.

6. • i. பருமன் பூச்சியமாகவும் எதேச்சையான திசையும் கொண்ட காவி பூச்சியக்காவி அல்லது சூனியக்காவி என வரையறுக்கப் படும்.
   ii. பூச்சியக்காவி $\underset{\sim}{0}$ இனால் குறிக்கப்படும்.
   iii. $\underset{\sim}{a}+(-\underset{\sim}{a})=\underset{\sim}{0}$

7. • i. தனிப்பட்ட ஒரு காவியின் பருமனுக்குச் சமமாவதும் திசையில் அதற்கு எதிரானதுமான ஒரு காவி அக்காவியின் புறமாற்றுக்காவி எனப்படும்.
   ii. $\underset{\sim}{a}$ யின் புறமாற்றுக்காவி $-\underset{\sim}{a}$ ஆகும் எனக் கூறுக.

8. • i. காவிகள் பருமனில் சமமாகவும் ஒரே திசையும் கொண்ட காவிகள் சமகாவிகள் எனக் கூறுக.
   ii.



$\underset{\sim}{a}$, $\underset{\sim}{b}$ என்பன $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$ என்பவற்றால் குறிக்கப்படும்போது,

$\underset{\sim}{a} = \underset{\sim}{b} \Leftrightarrow AB = CD,\ AB//CD$

$\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$ என்பன ஒரே போக்கில் அமைந்திருத்தல் வேண்டும்.

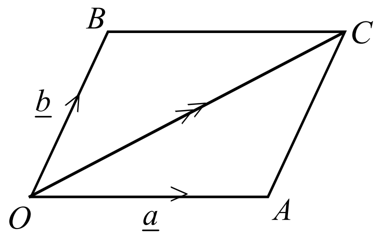
9. i. $\underset{\sim}{a}$, $\underset{\sim}{b}$ என்ற காவிகள் முறையே $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}$ ஆல் வகை குறிக்கப்படும்போது அவற்றின் கூட்டுத்தொகை $\overrightarrow{AC}$ ஆல் வகை குறிக்கப்படும்.

   ii. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

   இங்கு $\overrightarrow{AC} = \underset{\sim}{a} + \underset{\sim}{b}$

   iii. இரு காவிகளின் கூட்டுத்தொகையும் ஒரு காவியாகும். (அடைத்த இயல்பு)

10. i. முக்கோணிக் கூட்டல் விதியை உபயோகித்து இரு காவிகளின் கூட்டல் தொடர்பான இணைகர விதியை உயத்தறிக.



$Let\ \overrightarrow{OA} = \underline{a}\ \ \overrightarrow{OB} = \underline{b}$ என்க.

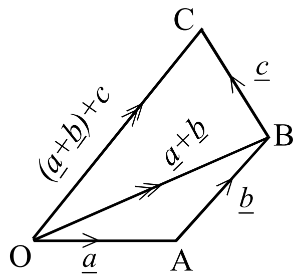
$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AC} =$ முக்கோணி விதி

$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}\ \left\{\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OB}\ \text{சமகாவிகள்}\right\}$

$\therefore\ \ \overrightarrow{OC} = \underline{a} + \underline{b}$

11. i. இரண்டு காவிகளின் கூட்டலுக்கான முக்கோணி விதியைப் பயன்படுத்தி மூன்று அல்லது மூன்றுக்கு மேற்பட்ட காவிகளைக் கூட்டுவார்.

$$\begin{aligned}\overrightarrow{OB} &= \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB}\\ &= \underline{a} + \underline{b}\\ \overrightarrow{OC} &= \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BC}\\ &= (\underline{a} + \underline{b}) + \underline{c}\end{aligned}$$



அல்லது $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OC}$

$\overrightarrow{OC} = \underline{a} + (\underline{b} + \underline{c})$

12. i. $\underline{a}$ என்பது ஒரு காவி K என்பது ஒரு எண்ணி எனின், $K\,\underline{a}$ என்பது $\underline{a}$ யின் K மடங்கு ஆகும்.

ii. $K\,\underline{a}$ என்பது ஒரு காவி.

iii. $K > 0, K = 0, K < 0$ என்னும் வகைகளுக்கு $K\underline{a}$ என்னும் காவியைக் கலந்துரையாடுக.

13. i. ஒரு காவியிலிருந்து பிறிதொரு காவியைக் கழிப்பது என்பது, இரண்டாம் காவியின் புறமாற்றுக் காவியை முதலாம் காவியுடன் கூட்டுவதாகும்.

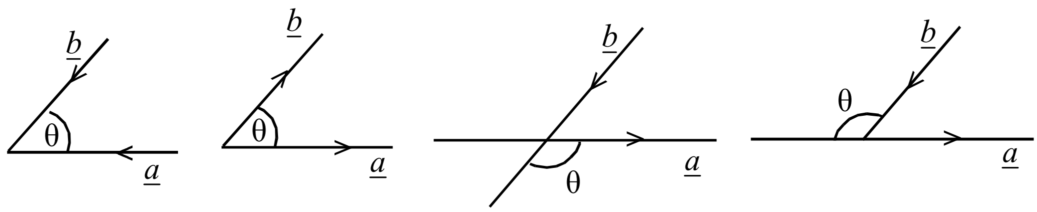
ii. $\underline{a} - \underline{b} = \underline{a} + (-\underline{b})$

குறிப்பு : கூட்டல், கழித்தல் என்பது ஒரே வகையான காவிகளுக்கு பொருந்தும்.

14. இரு காவிகளின் திசைகளுக்கிடைப்பட்ட கோணமே அக்காவிகளுக் கிடைப்பட்ட கோணமாகும்.

$\underline{a}, \underline{b}$ என்பன இரு காவிகள் என்க. $0 \leq \theta \leq \pi$

இவை பின்வரும் படங்களால் காட்டப்படும்.



15. i. திசைகள் சமாந்தரமாகவுள்ள காவிகள் சமாந்தரக் காவிகளாகும்.

• $\underline{a}$, $\underline{b}$ என்பன இரு காவிகள் • $\underline{c}$, $\underline{d}$ என்பன இரு காவிகள்

$\underline{a}$, $\underline{b}$ என்பன சமாந்தர காவிகள். $\underline{c}$, $\underline{d}$ என்பன சமாந்தர காவிகள்.

16. i. $k \neq 0$ ஆகுமாறுள்ள எண்ணியாக k உள்ளபோது
$\underline{b} = k\,\underline{a}$ எனின் $\underline{a} // \underline{b}$ ஆகும் எனக் காட்டுக.

17. • ஒரு அலகு பருமனைக் கொண்ட காவி அலகுக்காவியாகும்.
- $\underline{a}$ ஒரு அலகுக்காவி எனின் $|\underline{a}| = 1$ ஆகும்.
- $\underline{a}$ என்பது ஒரு காவி ஆகவும் $\underline{a}$ யின் திசையில் அலகுக்காவி $\underline{u}$ எனின், $\underline{a} = |\underline{a}|\,\underline{u}$ ஆகும். அத்துடன் $\underline{u} = \dfrac{\underline{a}}{|\underline{a}|}$

18. • தரப்பட்ட காவியை விட்டமாகவும், அக்காவி கூறுகளாக்கப்பட வேண்டிய திசைகளில் அடுத்துள்ள பக்கங்கள் அமையக்கூடியவாறு இணைகரம் பூரணப்படுத்த முடியுமெனக் கூறுக.

- தரப்பட்ட காவியை மூலைவிட்டமாகவும், ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தான திசையில் அடுத்துள்ள பக்கங்கள் அமையக்கூடியவாறும் செவ்வகம் ஒன்றானது பூர்த்தி செய்ய முடியுமெனக் கூறுக.

தேர்ச்சி மட்டம் : 1.2 விதிகளின் மூலம் காவி அட்சரகணித அமைப்பொன்றை உருவாக்குவார்.

பாடவேளைகள் : 01

கற்றற் பேறுகள் : 1. காவிகளின் கூட்டல் தொடர்பான பின்வரும் விதிகளைக் கூறி நிறுவுவார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

1. i. $\underline{a}, \underline{b}$ என்பன இரு காவிகள் எனின்,
$\underline{a} + \underline{b} = \underline{b} + \underline{a}$ பரிவர்த்தன விதி

ii. $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ என்பன மூன்று காவிகள் எனின்,
$(\underline{a} + \underline{b}) + \underline{c} = \underline{a} + (\underline{b} + \underline{c})$ சேர்த்தி விதி.

$$\left.\begin{aligned} k(\underline{a} + \underline{b}) &= k\,\underline{a} + k\,\underline{b} \\ (h + k)\underline{a} &= h\,\underline{a} + k\,\underline{a} \end{aligned}\right\} \text{ பரம்பல் விதி.}$$

இங்கு h, k என்பன எண்ணிகள்.

தேர்ச்சி மட்டம் : 1.3 பிரசினங்களைத் தீர்க்கும் ஒரு உத்தியாகத் தானக்காவிகளை உபயோகிப்பார்.

பாடவேளைகள் : 06

கற்றற் பேறுகள் :

1. புள்ளி ஒன்றின் தானக் காவியை விளக்குவார்.
2. புள்ளி ஒன்றின் தானக்காவியை ஆள்கூற்று அச்சுத்தளத்தில் வெளிப்படுத்துவார்.
3. $x\underline{i} + y\underline{j}$ வடிவிலுள்ள காவிகளைக் கூட்டுவார், கழிப்பார்.
4. $\underline{a}, \underline{b}$ என்பன சமாந்தரமற்ற, பூச்சியமற்ற காவிகளாக இருக்க $\lambda\underline{a} + \mu\underline{b} = \underline{0}$ ஆவதற்கு $\lambda = 0,\ \mu = 0$ ஆகும் என நிறுவுவார்.
5. மேற்கூறிய முடிவினைப் பிரயோகிப்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

1. c wgj j p O குறித்த ஒரு புள்ளி P யின் தானக்காவியை $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ என வரையறுக்க.

2. அலகுக்காவிகள் $\underline{i}$, $\underline{j}$ ஐ அறிமுகப்படுத்துவார்.
   - காவியொன்றின் OX அச்சு வழியேயான கூறு x ஆகவும், OY அச்சு வழியேயான கூறு y ஆகவுமிருப்பின் இக்காவி $x\underline{i} + y\underline{j}$ எனக் குறிப்பிடப்படும் எனக்காட்டுக.
   - உற்பத்தி O குறித்து புள்ளி P இன் தானக்காவி $\overrightarrow{\mathrm{OP}} = \underline{r}$ ஆயின் $\underline{r} = x\underline{i} + y\underline{j}$ எனக் காட்டுக. இங்கு $\mathrm{P} \equiv (x, y)$ ஆகும்.
   - மேலும் $|\underline{r}| = \sqrt{x^2 + y^2}$ எனக் காட்டுக.

3.
   - $\underline{a}_1 = x_1\underline{i} + y_1\underline{j}$, $\underline{a}_2 = x_2\underline{i} + y_2\underline{j}$ என்பன இரு காவிகளாக இருக்கையில் அவற்றின் கூட்டல், கழித்தல் பின்வருமாறு அமையும்.

     $\underline{a}_1 + \underline{a}_2 = (x_1 + x_2)\underline{i} + (y_1 + y_2)\underline{j}$

     $\underline{a}_1 - \underline{a}_2 = (x_1 - x_2)\underline{i} + (y_1 - y_2)\underline{j}$
   - இவ்வாறே இரண்டிற்கு மேற்பட்ட காவிகளின் கூட்டல், கழித்தல் மெய்ணைகளை மேற்கொள்வார்.

4. $\underline{a}, \underline{b}$ என்பன இரண்டு பூச்சியமற்ற, சமாந்தரமற்ற காவிகளாக இருக்கையில் $\lambda\underline{a} + \mu\underline{b} = \underline{0} \Leftrightarrow \lambda = 0$, $\mu = 0$ என நிறுவுக.

5. மேற்கூறிய முடிவுகளை பிரயோகித்து பிரசினங்களைத் தீர்க்க வழிகாட்டுக.

தேர்ச்சி மட்டம் : 1.4 காவியின் மீது வரையறுக்கப்பட்ட ஒரு கணிதச் செய்கையாக எண்ணிப் பெருக்கம், காவிப்பெருக்கம் என்பவற்றை விபரிப்பார்.

பாடவேளைகள் : 4

கற்றற் பேறுகள் :

1. இரு காவிகளின் எண்ணிப் பெருக்கத்தை வரையறுப்பார்.
2. இரண்டு காவிகளின் எண்ணிப் பெருக்கம் ஒரு எண்ணியாகும்.
3. எண்ணிப் பெருக்கத்தின் பண்புகளைக் கூறுக.
4. இரண்டு பூச்சியமற்ற காவிகளிற்கிடையேயான கோணத்தைக் காண்பார்.
5. இரண்டு பூச்சியமற்ற காவிகளின் செங்குத்தாக அமைவதற்கான நிபந்தனைகளை விபரிப்பார்.
6. இரண்டு காவிகளின் காவிப் பெருக்கத்தை வரையறுப்பார்.
7. காவிப் பெருக்கத்தின் பண்புகளைக் வரையறுப்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

1. • எண்ணிப் பெருக்கம் (குற்று பெருக்கம்)
   $\underline{a}, \underline{b}$ என்பன இரு பூச்சியமற்ற காவிகளாகவும்,
   θ என்பது $\underline{a}, \underline{b}$ இற்கிடைப்பட்ட கோணம் $(0 \le \theta \le \pi)$ ஆகவும் இருக்கையில்,
   இவற்றின் எண்ணிப் பெருக்கமானது பின்வருமாறு வரையறுக்கப் படும்.
   $\underline{a} \,.\, \underline{b} = |\underline{a}| \; |\underline{b}| \cos\theta$
   இது குற்றுப் பெருக்கம் எனவும் அழைக்கப்படும்.

   • $\underline{a} = \underline{0}$ அல்லது $\underline{b} = \underline{0}$ எனின் $\underline{a} \cdot \underline{b} = 0$

2. • $|\underline{a}| \, |\underline{b}| \cos\theta$ என்பது ஒரு எண்ணி எனக் கூறுக.

   • $\underline{a} \perp \underline{b}$ எனின் $\underline{a} \cdot \underline{b} = 0$ எனவும் $(\underline{a} \cdot \underline{a}) = |\underline{a}|^2 = a^2$ எனவும் காட்டுக. இங்கு $a = |\underline{a}|$

3. • $\underline{a} \cdot \underline{b} = \underline{b} \cdot \underline{a}$ பரிவர்தன விதி

   • $\underline{a}(\underline{b} + \underline{c}) = \underline{a} \cdot \underline{b} + \underline{a} \cdot \underline{c}$ பரம்பல் விதி

4. $\underline{a}, \underline{b}$ என்பன இரு பூச்சியமற்ற காவிகளாக இருக்கையில் $\underline{a}, \underline{b}$ இற்கிடைப்பட்ட கோணம் θ ஆனது,

$\cos\theta = \dfrac{\underline{a}\cdot\underline{b}}{|\underline{a}||\underline{b}|}$ இனால் தரப்படும் எனக் காட்டுக.

5. $\underline{a} \perp \underline{b}$ எனில்,

$$\theta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow a \cdot b = 0$$

6. காவிப்பெருக்கம்:

- $\underline{a}, \underline{b}$ என்பன இரு பூச்சியமற்ற காவிகளாகவும், θ என்பது $\left(0 \le \theta \le \pi\right)$ இக்காவிகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணமாகவும் இருக்கையில்,
  இக்காவிகளின் காவிப் பெருக்கம் $\underline{a}\times\underline{b}$ ஆனது,
  $\underline{a}\times\underline{b} \ = |\underline{a}|\,|\underline{b}|\sin\theta\,\underline{n}$.
  இங்கு $n \cdot \underline{a}, \ \underline{b}$ இன் தளத்திற்கு செங்குத்தான திசையில் உள்ள அலகு காவியாகும். மேலும் ($\underline{a}, \ \underline{b}, \ \underline{n}$) ஆனது வலகை தொகுதி ஒன்றை உருவாக்கும்.

- $\underline{a}=0$ அல்லது $\underline{b}=0$ அல்லது $\underline{a} \ // \ \underline{b}$ எனின்,
  $\underline{a}\times\underline{b}$ ஓர் பூச்சிய காவி ஆகும்.

  குறியீடு $\underline{a}\times\underline{b}$ பின்வருமாறு வரையறுக்கப்படும்.

7. காவிப் பெருக்கத்தின் இயல்புகள்

- $\underline{a}\times\underline{b} = -\underline{b}\times\underline{a}$
- $|\underline{a}\times\underline{b}|$ பரப்பை தரும் என எடுத்துரைக்க.

குறிப்பு: காவிப்பெருக்கம் அடங்கிய பிரசினங்கள் எதிர்பார்க்கவில்லை.

தேர்ச்சி : **2. ஒருதள விசைத் தொகுதியைப் பயன்படுத்துவார்.**

தேர்ச்சி மட்டம் : 2.1 துணிக்கையொன்றில் தாக்கும் விசைகள் பற்றி விளக்குவார்.

பாடவேளைகள் : 02

கற்றற் பேறுகள் :
1. துணிக்கை பற்றிய எண்ணக்கருவை விபரிப்பார்.
2. விசை பற்றிய எண்ணக்கருவை விபரிப்பார்.
3. விசை என்பது ஓரிடப்படுத்திய காவியாகும் எனக் கூறுவார்.
4. விசையைக் கேத்திரகணித முறையில் வகை குறிப்பார்.
5. பொறியியலில் பல்வேறு வகையான விசைகளை அறிமுகஞ் செய்வார்.
6. புள்ளியொன்றில் தாக்கும் ஒருதள விசைத் தொகுதி ஒன்றின் விளையுளை விபரிப்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

1. யாதேனுமொரு பொருளின் இயக்கத்துடன் தொடர்பான ஏனைய தூரங்களுடன் ஒப்பிடும் போது மிகச்சிறிய அளவுகளைக் கொண்ட திண்மம் துணிக்கை எனக் கொள்ளப்படும் எனக் கூறுக. துணிக்கை ஒன்றை, திணிவைக் கொண்டதும் ஆரை பூச்சியமாகவும் உள்ள ஒரு கோளமாகக் கருத முடியும் என்பதால், அதனைக் கேத்திர கணித முறையில் ஒரு புள்ளியால் வகைக் குறிக்கலாம் எனக் கூறுக.

2. ஓய்விலுள்ள பொருளில் இயக்கத்தை ஏற்படுத்தும் அல்லது இயக்கத்தை ஏற்படுத்த முனையும் அல்லது இயங்கும் பொருளின் இயக்கத்தின் தன்மையில் மாற்றத்தை ஏற்படுத்தும் ஒரு செய்கை விசை ஆகும் எனக் கூறுக.

3. ஒரு விசைக்குத் தாக்குப்புள்ளியும், தாக்கக் கோடும் இருப்பதால், அது ஓரிடப்படுத்திய காவியாகும் எனக் கூறுக.

4. விசையின் பருமன் நியுற்றன் என்ற அலகில் அளக்கப்படும் எனக் கூறுக. விசையின் பருமனுக்கு விகித சமமான நீளத்தைக் கொண்டதும், விசையின் திசையில் அமைவதுமான கோட்டுத் துண்டமொன்றினால் விசையை வகைகுறிக்கலாம் எனக் காட்டுக.

5. • பல்வேறு வடிவிலான விசைகள்.

   i. ஈர்வை விசை, பொருள் ஒன்றின் நிறை
   ii. தொடுகையுறும் மேற்பரப்புக்களுக்கு இடையில் தொழிற்படும் செவ்வன் மறுதாக்கம்.
   iii. கரடான மேற்பரப்புக்களுக்கிடையில் தொழிற்படும் உராய்வு விசைகள் (செவ்வன் மறுதாக்கமானது தொடுபுள்ளியில் உள்ள பொதுச் தொடலியின் வழியேயும் தாக்கும்)
   iv. இழையொன்றின் இழுவை.
   v. இலேசான கோலில் தொழிற்படும் உதைப்பும் இழுவையும்.

   • உதைப்பு, இழுவை என்பன தகைப்பு எனவும் குறிப்பிடப்படலாம்.

6. இரண்டு அல்லது இரண்டுக்கு மேற்பட்ட விசைகளினால் ஏற்படுத்தப்படும் விளைவையே உண்டாக்கும் ஒரு தனி விசை தரப்பட்ட விசைகளின் விளையுள் எனப்படும் எனக் கூறுக.

தேர்ச்சி மட்டம் : 2.2 துணிக்கை ஒன்றில் தாக்கும் இரண்டு விசைகளின் தாக்கத்தை விளக்குவார்.

பாடவேளைகள் : 04

கற்றற் பேறுகள் :
1. இரு விசைகளின் விளையுளைக் கூறுவார்.
2. விசை இணைகர விதியினைக் கூறுவார்.
3. இரண்டு விசைகளின் விளையுளுக்குரிய சூத்திரங்களைப் பெறுவதற்கு விசை இணைகர விதியை உபயோகிப்பார்.
4. விசை இணைகர விதியை உபயோகித்துப் பிரசினங்கள் தீர்ப்பார்.
5. இரு விசைகளின் கீழ் துணிக்கை ஒன்று சமநிலையில் இருப்பதற்குத் தேவையான நிபந்தனைகளை எழுதுவார்.
6. தரப்பட்ட விசை ஒன்றைத் தரப்பட்ட இரண்டு திசைகளில் பிரிப்பார்.
7. தரப்பட்ட விசையை ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தான இரண்டு திசைகளில் பிரிப்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

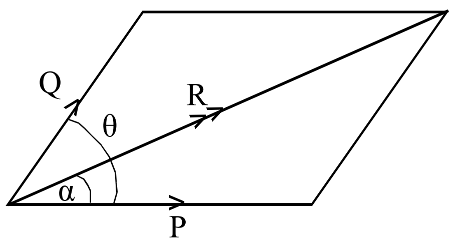
1.
   - துணிக்கை ஒன்றில் தாக்கும் இரு விசைகள் ஒரே திசையில் உள்ளபோது
   - துணிக்கை ஒன்றில் தாக்கும் இரு விசைகள் ஒன்றுக்கொன்று எதிர்த் திசையில் உள்ளபோது

2. துணிக்கை ஒன்றின் மீது தாக்கும் இரண்டு விசைகளின் விளையுளைக் காண்பது பற்றிய விசை இணைகர விதியை அறிமுகஞ் செய்க.

   விசை இணைகர விதி

   ஒரு புள்ளியில் தாக்கும் இரண்டு விசைகள், அப்புள்ளியை ஒரு உச்சியாகக் கொள்ளுமாறு வரையப்படும் இணைகரமொன்றின் அடுத்துள்ள பக்கங்களினால் பருமன் திசை பற்றி வகைக் குறிக்கப்படுமாயின் அவ்விரு விசைகளினதும் விளையுளானது, அப்புள்ளியினூடாக வரையப்பட்ட மூலை விட்டத்தின் மூலம் பருமன், திசை பற்றி வகைக்குறிக்கப்படும்.

3.



$$R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\theta$$

$$\tan\alpha = \frac{Q\sin\theta}{P + Q\cos\theta}$$ எனக் காட்டுக.

விசேடமாக

i. $P = Q$ ii. $P \perp Q$ iii. $\theta = 0$ iv. $\theta = \pi$

என்ற வகைகளைக் கலந்துரையாடுக.

4. துணிக்கை ஒன்றின் மீது தாக்கும் இரண்டு விசைகளின் விளையுள் தொடர்பான பிரசினங்களை மாணவர்களைக் கொண்டு செய்விக்க.

5. பொருளொன்றில் தாக்கம், இருவிசைகள், பருமனில் சமனாயும், திசையில் ஒன்றுக்கொன்று எதிராகவும் இருப்பின் அப்பொருள் அவ்விசைகளின் கீழ் சமனிலையில் உள்ளது எனப்படும்.

6. விசையை வகைக்குறிக்கும் கோட்டுத் துண்டத்தை விட்டமாகவும், தரப்பட்ட இரண்டு திசைகளின் வழியே அடுத்துள்ள பக்கங்கள் இருக்குமாறும் அமைக்கப்படும் இணைகரத்தின் மேற்குறிப்பிட்ட இரண்டு பக்கங்களினால் அவ்விசைகளின் தரப்பட்ட விசைகளின் வழியே ஆன கூறுகள் வகைக்குறிக்கப்படும் எனக் காட்டுக. தரப்பட்ட விசையினால் ஏற்படுத்தப்படும் அதே விளைவே இக் கூறுகளினாலும் ஏற்படுத்தப்படும் எனக் கூறுக.

7. பிரசினங்களைத் தீர்ப்பதற்கு இலகுவாக ஒரு விசையானது ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தான இரண்டு திசைகளில் பிரிக்கப்படும் எனக் கூறி, அக்கூறுகளைக் பெறுக.

தேர்ச்சி மட்டம் : 2.3 துணிக்கை ஒன்றில் தாக்கும் ஒருதள விசைகளின் தாக்கத்தை விளக்குவார்.

பாடவேளைகள் : 04

கற்றற் பேறுகள் :

1. துணிக்கையொன்றில் தாக்கும் மூன்று அல்லது மூன்றிற்கு மேற்பட்ட விசைகளின் விளையுளை விசைப் பிரிப்பின் மூலம் காண்பார்.
2. துணிக்கை ஒன்றில் தாக்கும் மூன்று அல்லது மூன்றுக்கு மேற்பட்ட ஒரு தள விசைகளின் விளையுளை வரைபு முறையால் காண்பார்.
3. துணிக்கை ஒன்றின் மீது ஒருதள விசைத்தொகுதி ஒன்றின் சமநிலைக்கு (நாப்பத்துக்கு) வேண்டிய நிபந்தனைகளைக் கூறுவார்.
4. சமனிலைக்கான நிபந்தனைகளை எழுதுவார்.
5. விசைப் பல்கோணியைப் பூர்த்தி செய்வார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

1. • துணிக்கை ஒன்றின் மீது தாக்கும் மூன்று அல்லது மூன்றுக்கு மேற்பட்ட விசைகளின் விளையுளைக் காண்பதற்கு வரைபு முறையை அறிமுகஞ் செய்க.

   • (துணிக்கை ஒன்றின் மீது தாக்கும் ஒருதள விசைத்தொகுதி ஒன்றை, தரப்பட்ட இரண்டு செங்குத்துத் திசைகளில் பிரித்து, அக்கூறுகளின் அட்சரகணிதக் கூட்டுத் தொகையைக் கருதுவதன் மூலம் விளையுளைக் காணும் முறையைக் காட்டுக.) ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தான இரண்டு திசைகளிலுள்ள கூறுகளின் அட்சரகணித கூட்டுத்தொகை முறையே X, Y உம் விளையுள் R உம் எனின்
   $\mathrm{R} = \sqrt{\mathrm{X}^2 + \mathrm{Y}^2}$
   (X, Y இன் குறிமாற்றத்துடன் α இன் பெறுமானம் எவ்வாறு மாறுகின்றது என்பதைக் காட்டுக.)

   R ஆனது X இன் நேர் திசையுடன் ஆக்கும் கோணம் α எனின்,

   $\tan\alpha = \dfrac{Y}{X}$ ஆகும். இப் பேறினை, உபயோகித்து மாணவர்களைக் கொண்டு பிரசினங்களைத் தீர்க்க.

2. புள்ளியொன்றில் தாக்கும் இரண்டு அல்லது இரண்டிற்கு மேற்பட்ட விசைகளின் விளையுளைக் காண்பதற்கு வரைபு முறையினை உபயோகிக்க.

3. துணிக்கை ஒன்றின் மீது தாக்கும் ஒருதள விசைத்தொகுதி ஒன்றின் சமநிலைக்கு வேண்டிய நிபந்தனைகளாவன:
விளையுள் பூச்சியம் ஆதல்.
அதாவது $X = 0,\ Y = 0$
மாணவர்களைக் கொண்டு பிரசினங்களைத் தீர்க்க.

4. சமநிலைக்கான நிபந்தனைகளைக் கலந்துரையாடுக.

$\underline{R} = \underline{0}$

$\underline{R} = X\underline{i} + Y\underline{j} = \underline{0}$

$X = 0,\ Y = 0$

5. சமநிலைக்குரிய விசைப் பல்கோணியினை பூர்த்தி செய்தல் தொடர்பாகக் கலந்துரையாடுக.

இரண்டாம் தவணை

இணைந்த கணிதம் I

தேர்ச்சி : 3. இருபடிச் சார்புகளைப் பகுப்பாய்வு செய்வார்.

தேர்ச்சி மட்டம் : 3.1 இருபடிச் சார்பொன்றின் இயல்புகளை ஆராய்வார்.

பாடவேளைகள் : 10

கற்றற் பேறுகள் :
1. இருபடிச் சார்புகளை அறிமுகம் செய்வார்.
2. இருபடிச் சார்புகளை விளக்குவார்.
3. இருபடிச் சார்பொன்றின் இயல்புகளை விளக்குவார்.
4. இருபடிச் சார்பொன்றின் வரைபை வரைவார்.
5. இருபடிச் சார்புகளின் வரைபுகளின் பல் வேறு வகைகளை விபரிப்பார்.
6. இருபடிச் சார்புகளின் பூச்சியங்கள் பற்றி விபரிப்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

1. $a \neq 0$ உம் $a, b, c \in \mathbb{R}$ உம் ஆகவிருக்க $f(x) = ax^2 + bx + c$ என்பது இருபடிச் சார்பு என அறிமுகம் செய்க.

2. $a \neq 0$ உம் $a, b, c \in \mathbb{R}$ உம் ஆகவிருக்க $f(x) = ax^2 + bx + c$ என்ற வடிவிலான சார்புகள் இருபடிச் சார்புகள் என மீண்டும் கூறுக.

3.
   - இருபடிச்சார்பொன்றை $f(x) = a(x+p)^2 + q,\ a,\ p,\ q \in \mathbb{R},\ a \neq 0$ என்ற வடிவில் எழுதலாம்.
   - $p = \dfrac{b}{2a},\ q = \dfrac{4ac - b^2}{4a}$
   - அதிலிருந்து x இன் வெவ்வேறு பெறுமானங்களுக்குச் சார்பு பெறும் குறி பற்றிக் கலந்துரையாடுக.

     $x = -p$ என்பது சார்பினது வரைபின் சமச்சீர் அச்சு எனக் காட்டுக.
   - i. $\Delta < 0$ ஆகவிருக்க $a > 0$ அல்லது $a < 0$ ஆகவுள்ள வகைகள்

     ii. $\Delta = 0$ ஆகவிருக்க $a > 0$ அல்லது $a < 0$ ஆகவுள்ள வகைகள்

     iii. $\Delta > 0$ ஆகவிருக்க $a > 0$ அல்லது $a < 0$ ஆகவுள்ள வகைகள்.

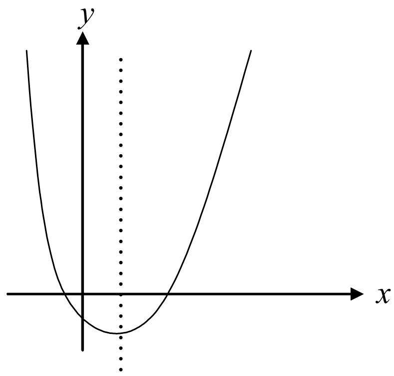
     மேலே குறிப்பிட்ட வகைகளின் போது இருபடிச்சார்பொன்றின் நடத்தையைக் கலந்துரையாடுக.

     இங்கு $\Delta = b^2 - 4ac$ என்பது $f(x) = ax^2 + bx + c$ என்பதன் பிரித்துக் காட்டி ஆகும்.

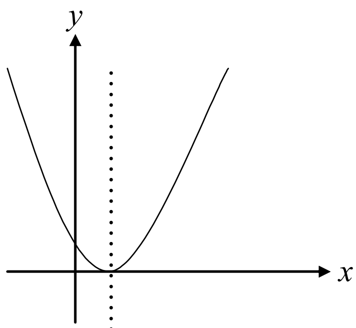
- $a(x+p)^2+q$ என்ற இருபடிச் சார்பின் உயர்வு அல்லது இழிவுப் பெறுமானம் q ஆகும் என்பதைக் காட்டுக. (a நேர் அல்லது மறை ஆயிருக்கும்) மெய்ப் பூச்சியம் உண்டு அல்லது இல்லை என்பதை உதாரணங்கள் மூலம் விளக்குக.

4. $b^2-4ac>0,\ b^2-4ac<0$, $b^2-4ac=0$ உம் $a>0,\ a<0$ ஆகவுள்ள சார்புகளின் வரைபுகளை மாணவர்களைக் கொண்டு வரைக.

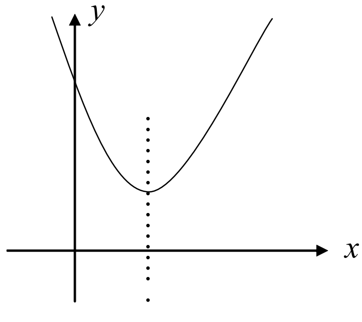
5.
- $b^2-4ac>0$
  $a>0$



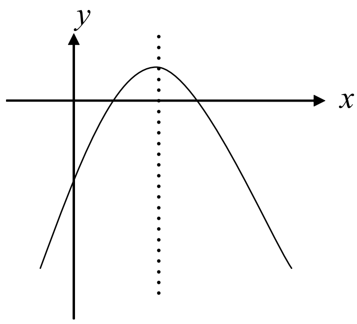
- $b^2-4ac=0$
  $a>0$



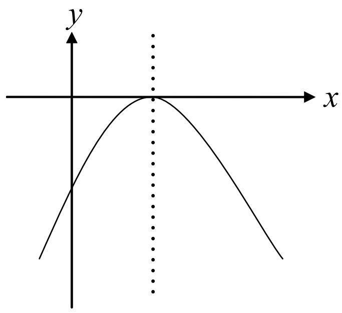
- $b^2-4ac<0$
  $a>0$



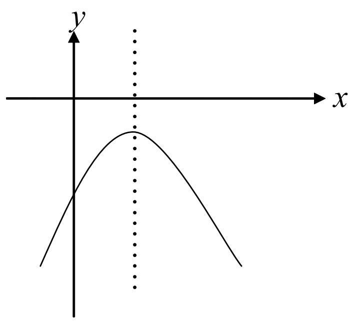
- $b^2 - 4ac > 0$
  $a < 0$



- $b^2 - 4ac = 0$
  $a < 0$



- $b^2 - 4ac < 0$
  $a < 0$



6. இருபடிச் சார்புகளின் பூச்சியங்கள் பற்றி மாணவர்களுடன் கலந்துரையாடுக. அத்துடன் பொருத்தமான பிரசினங்களைத் தீர்க்க வழிகாட்டுக.

தேர்ச்சி மட்டம் : **3.2 இருபடிச் சமன்பாடொன்றின் மூலங்களை விபரிப்பார்.**

பாடவேளைகள் : 15

கற்றற் பேறுகள் :

1. இருபடிச் சமன்பாட்டினை அறிமுகம் செய்து, இருபடிச் சமன்பாடொன்றின் மூலங்களை விளக்குவார்.
2. இருபடிச் சமன்பாடொன்றின் மூலங்களைக் காண்பார்.
3. இருபடிச் சமன்பாடொன்றின் மூலங்களின் கூட்டுத் தொகை, பெருக்கம் என்பவற்றை அதன் குணகங்களில் எடுத்துரைப்பார்.
4. இருபடிச் சமன்பாடொன்றின் மூலங்களின் இயல்புகளை விபரிப்பார்.
5. α, β ஆன சமச்சீர் கோவைகளை மூலங்களாகவுடைய இருபடிச் சமன்பாடுகளைக் காண்பார்.
6. இருபடிச் சமன்பாடுகள், இருபடிச் சார்புகள் கொண்ட பிரசினங்களைத் தீர்ப்பார்.
7. மூலங்களை வேறு வடிவங்களுக்கு உருமாற்றம் செய்வார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

1. $a \neq 0$ ஆகவும் $a, b, c \in \mathbb{R}$ ஆகவும் இருக்க $ax^2 + bx + c$ என்ற இருபடிச் சார்பின் பூச்சியப் புள்ளியைத் தரும் $ax^2 + bx + c = 0$ என்ற சமன்பாடு இருபடிச் சமன்பாடு என கூறுக.

2. இருபடிச் சமன்பாடொன்றுக்கு ஒன்றுக்கொன்று வேறான இரண்டு மூலங்களுக்கு மேல் இருக்க முடியாது எனக் காட்டுக.

   ஒரு மாறியைக் கொண்ட இருபடிச் சமன்பாடொன்றுக்கு இரண்டு மூலங்கள் மட்டுமே உண்டு என நிறுவுக.
   அம் மூலங்கள் இரண்டும் α, β எனின்,

   $\alpha = \dfrac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, $\beta = \dfrac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ எனக் காட்டுக.

3. $ax^2 + bx + c = 0$ என்ற இருபடிச் சமன்பாட்டின் மூலங்கள் α, β எனின்,

   $\alpha + \beta = \dfrac{-b}{a}$, $\alpha\beta = \dfrac{c}{a}$ எனக் காட்டுக.

4. • $b^2 - 4ac > 0$ அல்லது $b^2 - 4ac = 0$ அல்லது $b^2 - 4ac < 0$, ஆவதற்கு ஏற்ப இருபடிச் சமன்பாட்டின் மூலங்கள் மெய்யானதும் வேறானதும், அல்லது மெய்யானதும் பொருந்துவனவானதும் அல்லது கற்பனை யானதும் ஆகவிருக்கும். இதன் மறுதலையும் உண்மை எனக் காட்டுக.

- மூலங்கள் மெய்யாக இருப்பதற்கு வேண்டிய தேவையானதும் போதுமானதுமான நிபந்தனை $b^2 - 4ac \geq 0$ ஆகவிருக்க வேண்டும் என்பதை விளக்குக.

- $\Delta = b^2 - 4ac$ என்பது $ax^2 + bx + c = 0$ என்ற இருபடிச் சமன்பாட்டின் பிரித்துக் காட்டி எனக் கூறுக.

- இரு மூலங்களும் நேராக, இரு மூலங்களும் மறையாக, ஒன்று நேராகவும் மற்றையது மறையாகவும், ஒரு மூலம் பூச்சியமாகவும் இருப்பதற்கான நிபந்தனையை இருபடிச் சமன்பாட்டின் குணகங்களின் சார்பில் பெறுக.

5. • $ax^2 + bx + c = 0$ என்ற இருபடிச் சமன்பாட்டை மூலங்கள் α, β என்பவற்றின் சமச்சீர் சார்புகளை மூலங்களாகக் கொண்ட இருபடிச் சமன்பாடுகளைப் பெறுக.
உதாரணம்:-

(i) α^2, β^2

(ii) $\alpha^3 + 1, \beta^3 + 1$

(iii) $\frac{\alpha}{\beta}, \frac{\beta}{\alpha}$ etc..

- இரு இருபடிச் சமன்பாடுகளுக்கு பொது மூலம் ஒன்று இருத்தல் தொடர்பான நிபந்தனைகளை ஆராய்க.

6. மாணவர்களைக் கொண்டு பொருத்தமான பிரசினங்களைத் தீர்க்க.

7. சமச்சீர் சார்புகளைக் காண்பதற்கு பொருத்தமான பிரதியீட்டை மாணவர்கள் பயன்படுத்துவதற்கு வழிகாட்டுக.

தேர்ச்சி : 12. நேர்மாறு திரிகோண கணிதச் சார்புகளை உபயோகித்து பிரசினங்களைத் தீர்ப்பார்.

தேர்ச்சி மட்டம் : 12.1 நேர்மாறு திரிகோண கணிதச் சார்புகளை விபரிப்பார்.

பாடவேளைகள் : 02

கற்றற் பேறுகள் :
1. நேர்மாறு திரிகோணகணித சார்புகளை வரையறுப்பார்.
2. நேர்மாறு திரிகோணகணிதச் சார்புகளின் ஆட்சி, வீச்சு என்பவற்றைக் குறிப்பிடுவார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

1. $y = \sin x$ எனின், $x = \sin^{-1} y$ என எடுக்கப்படும்.
   $x = \sin^{-1} y$ என்பது சார்பு அல்ல என்பதை விளக்குக.
   $y = \sin x$ இன் ஆட்சியை எல்லைப்படுத்துவதன் மூலம் சார்பாக அமைத்துக் கொள்ளலாம் என்பதை விளக்குக.
   நேர்மாறு திரிகோண கணித சார்புகளை வரையறுக்க.

2. • $y = \sin x$ என்க.
   இங்கு $-1 \le y \le 1$ ஆகும். (எல்லா x இற்கும்)
   இங்கு நேர்மாறு சார்பு $x = \sin^{-1} y$ என வரையறுக்கப்படும்.
   இங்கு $-\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{\pi}{2}$
   பொதுவாக, $y = \sin^{-1} x$ எனின்
   $-1 \le x \le 1$ உம் $-\frac{\pi}{2} \le y \le \frac{\pi}{2}$ உம் ஆகும்.

   • $y = \cos x$ என்க.
   இங்கு $x \in \mathbb{R}$, $-1 \le y \le 1$ ஆகும். இதன் நேர்மாறு சார்பு, $y = \cos^{-1} x$ என வரையறுக்க.
   இங்கு $-1 \le x \le 1$, $0 \le y \le \pi$
   நேர்மாறு சார்பின் ஆட்சி $\left[-1,\ 1\right]$
   வீச்சு $= [0, \pi]$ ஆகும்.

- $y = \tan^{-1} x$ ஐ வரையறுக்க.

  இதன் நேர்மாறு சார்பு, $y = \tan^{-1} x$ இங்கு x யாதுமொரு மெய்யெண் வீச்சு $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ ஆகும்.

- $y = \sin^{-1} x$; ஆட்சி $[-1, 1]$ வீச்சு $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$.

  $y = \cos^{-1} x$; ஆட்சி $[-1, 1]$. வீச்சு $[0, \pi]$.

  $y = \tan^{-1} x$; ஆட்சி $(-\infty, \infty)$ வீச்சு $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$.

தேர்ச்சி மட்டம் :12.2 நேர்மாறு திரிகோண கணித சார்புகளை வரைபு மூலம் வகைக் குறிப்பார்.

பாடவேளைகள் : 02

கற்றற் பேறுகள் : 1. நேர்மாறு திரிகோண கணிதச் சார்புகளின் வரைபினை வரைவார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

1. • $y = \sin^{-1} x$, $y = \cos^{-1} x$, $y = \tan^{-1} x$ என்பவற்றை வரையறுத்து, அச்சார்புகளின் வரைபுகளை வரைந்து காட்டுக.

   அவற்றின் ஆட்சி, வீச்சு என்பவற்றை கூறுக.

தேர்ச்சி மட்டம் :12.3 நேர்மாறு திரிகோண கணித சார்புகளுடனான பிரசினங்களைத் தீர்ப்பார்.

பாடவேளைகள் : 04

கற்றற் பேறுகள் : 1. நேர்மாறு திரிகோண கணிதச் சார்புகளுக்கிடையிலான எளிய தொடர்புகளை நிறுவுவார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

1. நேர்மாறு திரிகோண கணிதச் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க வழிகாட்டுக.

தேர்ச்சி :11. திரிகோண கணித பிரச்சினைகளைத் தீர்ப்பதற்கு சைன், கோசைன் சூத்திரங்களை உபயோகிப்பார்.

தேர்ச்சி மட்டம் :11.2 சைன் சூத்திரம், கோசைன் சூத்திரம் ஆகியவற்றை நிறுவி பிரயோகிப்பார்.

பாடவேளைகள் : 06

கற்றற் பேறுகள் :
1. யாதேனுமொரு முக்கோணிக்குரிய சைன் விதியை நிறுவுவார்.
2. யாதேனுமொரு முக்கோணிக்குரிய கோசைன் விதியை நிறுவுவார்
3. சைன் விதி, கோசைன் விதி என்பவற்றைப் பயன்படுத்தி முக்கோணிகள் தொடர்பான பிரசினங்களைத் தீர்ப்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

1. முக்கோணி ஒன்றிற்கான சைன் விதியை கூர்ங்கோண, விரிகோண, செங்கோண முக்கோணி என்ற மூன்று வகைகளுக்கும் நிறுவுக.

   உதாரணம்:-

   யாதாயினும் ஒரு முக்கோணி ABC இல் வழமையான குறியீட்டுடன்,

   $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ ஆகும்.

2. முக்கோணி ஒன்றிற்கான கோசைன் விதியை கூர்ங்கோண, விரிகோண, செங்கோண முக்கோணி என்ற மூன்று வகைகளுக்கும் நிறுவுக.ஸ

   உதாரணம்:-

   யாதாயினும் ஒரு முக்கோணி ABC இல் வழமையான குறியீட்டுடன்,

   $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$

   $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$

   $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

3. போதியளவு தரவுகள் தரப்படும்போது முக்கோணி ஒன்றின் பக்கங்களின் நீளங்கள் அல்லது கோணங்களின் பெறுமானங்களைக் காண்பது பற்றிக் கலந்துரையாடுக.

தேர்ச்சி :13. சார்பொன்றின் எல்லையைத் தீர்மானிப்பார்.

தேர்ச்சி மட்டம் :13.1 சார்பொன்றின் எல்லையை விபரிப்பார்.

பாடவேளைகள் : 02

கற்றற் பேறுகள் :
1. எல்லை பற்றிய கருத்தை விளக்குவார்.
2. சார்பொன்றின் எல்லை காணப்படாத வகைகளை வேறுபடுத்திக் காட்டுவார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

1. $x \in \mathbb{R}$ ஆயிருக்கையில் x, ஆல் எவ்வாறு ஓர் விகிதமுறு எண் "a" ஐ அணுகலாம்.

2. $\lim_{x \to a} f(x)$ இல்லாமல் இருத்தலுக்கான வகைகளை புள்ளியொன்றின் எல்லை, அப்புள்ளியில் சார்பின் பெறுமானம் என்பனவற்றை உதாரணங்கள், படங்கள் மூலம் விளக்குக.

தேர்ச்சி மட்டம் :13.2 எல்லைத் தேற்றங்களைப் பயன்படுத்தி பிரசினங்களைத் தீர்ப்பார்.

பாடவேளைகள் : 03

கற்றற் பேறுகள் : 1. எல்லைத் தேற்றங்களை எழுதுவார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

1. f, g என்பன $x \to a$ ஆகும்போது எல்லைகள் உடைய இரு சார்புகள் என்க.

   இங்கு $a \in \mathbb{R}$

   (i) $f(x) = K$ என்க. இங்கு K மாறிலி.

   $$\lim_{x \to a} f(x) = K$$

   (ii) $\lim_{x \to a} Kf(x) = K \lim_{x \to a} f(x)$

   இங்கு K மாறிலி.

   (iii) $\lim_{x \to a} \left[f(x) \pm g(x) \right] = \lim_{x \to a} f(x) \pm \lim_{x \to a} g(x)$

   (iv) $\lim_{x \to a} \left[f(x) \cdot g(x) \right] = \lim_{x \to a} f(x) \cdot \lim_{x \to a} g(x)$

(v) $\lim_{x\to a}\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]=\frac{\lim_{x\to a} f(x)}{\lim_{x\to a} g(x)}$

இங்கு $\lim_{x\to a} g(x)\neq 0$

(vi) $\lim_{x\to a}\left[f(x)\right]^n=\left[\lim_{x\to a} f(x)\right]^n$, $n\in\mathbb{N}$

(vii) $\lim_{x\to a}\sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x\to a} f(x)}$, $n\in\mathbb{N}$

(viii) $\lim_{x\to a} f(x)=f(a)$

இங்கு $f(x)$ ஒரு பல்லுறுப்பியாகும். அத்துடன் $x\in\mathbb{R}$

(ix) $f(x)=g(x)$ $x\in\mathbb{R}$ அத்துடன் $x\neq a$ ஆகவுள்ள x இன் எல்லா மெய் பெறுமானங்களுக்கும் $\lim_{x\to a} f(x)=\lim_{x\to a} g(x)$

தேர்ச்சி மட்டம் :13.3 பிரசினங்கள் தீர்ப்பதற்கு $\lim_{x\to a}\left(\frac{x^n-a^n}{x-a}\right)=na^{n-1}$ என்ற தேற்றத்தை உபயோகிப்பார்.

பாடவேளைகள் : 03

கற்றற் பேறுகள் :

1. n என்பது யாதேனுமொரு விகிதமுறு எண்ணாக இருக்க $\lim_{x\to a}\frac{x^n-a^n}{x-a}=na^{n-1}$ என நிறுவுவார்.

2. மேற்கூறப்பட்ட எல்லை தொடர்பான பேறினை உபயோகித்துப் பிரசினங்களை தீர்ப்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

1. n இன் விகிதமுறு பெறுமானங்களுக்கு தேற்றத்தினை நிறுவுக.

2. பொருத்தமான பிரசினங்களை தீர்க்க மாணவர்களுக்கு வழிகாட்டுக.

தேர்ச்சி மட்டம் :13.4 பிரசினங்கள் தீர்ப்பதற்கு $\lim_{x\to o}\left(\frac{\sin x}{x}\right) = 1$ என்ற தேற்றத்தை உபயோகிப்பார்.

பாடவேளைகள் : 03

கற்றற் பேறுகள் : 1. சன்ட்விச் தேற்றத்தைக் கூறுவார். (Squeez Lemma)

2. $\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$ எனும் தேற்றத்தை நிறுவுவார்.

3. மேற்கூறப்பட்ட பேறினை உபயோகித்து பிரசினங்களைத் தீர்ப்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

1. a ஐ கொண்ட அல்லது கொண்டிராத திறந்த ஆயிடை ஒன்றில் $f(x)\le h(x)\le g(x)$ உம் $\lim_{x\to a} f(x)=l=\lim_{x\to a} g(x)$ உம் ஆயின் $\lim_{x\to a} h(x)=l$ ஆகும்.

   இத்தேற்றத்தின் நிறுவல் அவசியம் இல்லை.

2. • $\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$ எனக் கூறுக. (x ஆனது ஆரையனில் அளக்கப்படும்.)

   • x ஆனது ஆரையனில் அளக்கப்படுகையில்

   $\lim_{x\to 0^+}\frac{\sin x}{x}=1$ என கேத்திர கணித முறைகளைப் பாவித்து நிறுவுக.

   $\lim_{x\to 0^-}\frac{\sin x}{x}=1$ என உய்த்தறிக.

3. பொருத்தமான பிரசினங்களைத் தீர்க்க மாணவர்களுக்கு வழிகாட்டுக.

தேர்ச்சி மட்டம் :13.5 ஒரு பக்க எல்லை பற்றி விபரிப்பார்.

பாடவேளைகள் : 02

கற்றற் பேறுகள் : 1. ஒரு பக்க எல்லைகள் பற்றி விபரிப்பார்.
2. தரப்பட்ட மெய்யெண் ஒன்றிற்கு தரப்பட்ட சார்பொன்றின் ஒரு பக்க எல்லையினைக் காண்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

1. • $\lim\limits_{x\to a^{+}} f(x),\ \lim\limits_{x\to a^{-}} f(x)$ என்பவற்றை கலந்துரையாடுக.

   • வரைபுகளைப் பயன்படுத்தி $\lim\limits_{x\to 0^{+}} \dfrac{1}{x} = \infty$ எனவும் $\lim\limits_{x\to 0^{-}} \dfrac{1}{x} = -\infty$ எனவும் தெளிவுபடுத்துக. இங்கு $\mathbb{R}-\{0\} = \mathbb{R}^{+} \cup \mathbb{R}^{-}$ ஆகும்.

2. $x \to a^{-}, f(x) \to \pm\infty$ உம் $x \to a^{+}, f(x) \to \pm\infty$ உம் முடிவிலி எல்லைகள் எனத் தெளிவுபடுத்துக.

   இது சார்பொன்றின் ஒரு பக்க எல்லைகள் என்பதை விளக்குக.

தேர்ச்சி மட்டம் :13.6 முடிவிலியில் விகிதமுறு சார்புகளின் எல்லைகளைக் காண்பதற்குரிய தேற்றத்தைப் பிரயோகிப்பார்.

பாடவேளைகள் : 02

கற்றற் பேறுகள் : 1. முடிவிலியில் எல்லைகள் பற்றி விபரிப்பார்.
2. கிடை அணுகுக்கோடுகள் பற்றி விளக்குவார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

1. $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{\mathrm{P}(x)}{\mathrm{Q}(x)}$ உம் $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{\mathrm{P}(x)}{\mathrm{Q}(x)}$; $\left[\mathrm{Q}(x) \neq 0\right]$ உம், இங்கு $\mathrm{P}(x)$, $\mathrm{Q}(x)$ என்பன பல்லுறுப்பிகளாகும்.

   $\mathrm{P}(x)$ இன்படி n உம் $\mathrm{Q}(x)$ இன்படி m உம் ஆக இருக்கையில் கீழுள்ள ஒவ்வொரு வகைகளையும் கலந்துரையாடுக.
   (i) $n < m$ (ii) $n = m$ (iii) $n > m$
   இவை முடிவிலியில் எல்லைகளாகும் எனத் தெளிவுபடுத்துக.

2. $\lim\limits_{x\to \pm\infty} f(x) = l$ (l ஆனது முடிவுள்ள பெறுமானம்) ஆகுகையில் கிடை அணுகுகோடுகள் பெறப்படும்.

தேர்ச்சி மட்டம் :13.7 முடிவிலி எல்லைகளை விவரிப்பார்.

பாடவேளைகள் : 1

கற்றற் பேறுகள் : 1. நிலைக்குத்து அணுகு கோடுகள் பற்றி விளக்குவார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

1. $f(x)=\dfrac{p(x)}{q(x)}$ ஆக,
   a ஆனது $q(x)$ இன் பூச்சியமாயின்
   $\lim\limits_{x\to a^-} f\left(x\right)=\pm\infty$ உம் $\lim\limits_{x\to a^+} f\left(x\right)=\pm\infty$ உம் எனப் பரீட்சிக்க.

குறிப்பு: $q(x)$ ஆனது ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட பூச்சியப் புள்ளிகளைக் கொண்டிருப்பின் அத்தனை அணுகுகோடுகளைக் கொண்டிருக்கும். $q(x)$ ஆனது பூச்சியப் புள்ளிகளைக் கொண்டிருக்காவிடின் அணுகு கோடுகளையும் கொண்டிருக்காது.

தேர்ச்சி மட்டம் :13.8 புள்ளியொன்றில் தொடர்ச்சி பற்றி விபரிப்பார்.

பாடவேளைகள் : 2

கற்றற் பேறுகள் : 1. உதாரணங்களைப் பயன்படுத்தி ஒரு புள்ளியின் தொடர்ச்சி பற்றி விளக்குவார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

1. $\lim\limits_{x\to a} f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to a^-} f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to a^+} f\left(x\right)=f(a)$ ஆயின் மட்டும் $x=a$ இல் சார்பு தொடர்ச்சியானது என்பதை விளக்குக.

இணைந்த கணிதம் II

தேர்ச்சி : 2. ஒருதள விசைத்தொகுதியின் உபயோகங்களை விளக்குவார்.

தேர்ச்சி மட்டம் : 2.4 மூன்று ஒருதள விசைகள் துணிக்கை ஒன்றின் மீது தாக்கி ஏற்படுகின்ற சமநிலையை விளக்குவார்.

பாடவேளைகள் : 05

கற்றற் பேறுகள் :

1. ஒரு துணிக்கை மீது மூன்று ஒருதள விசைகள் தாக்கி உண்டாகும் சமநிலையை விளக்குவார்.
2. ஒரு துணிக்கை மீது மூன்று விசைகள் தாக்கி அத்துணிக்கை சமநிலையில் இருப்பதற்கு தேவையான நிபந்தனைகளைக் கூறுவார்.
3. ஒரு துணிக்கை மீது மூன்று விசைகள் தாக்கி சமநிலைக்கான விசை முக்கோணித் தேற்றத்தைக் கூறுவார்.
4. விசை முக்கோணித் தேற்றத்தின் மறுதலையைக் கூறுவார்.
5. புள்ளி ஒன்றின் மீது தாக்கும் மூன்று ஒருதள விசைகளுக்கான இலாமியின் தேற்றத்தைக் கூறுவார்.
6. இலாமியின் தேற்றத்தை நிறுவுவார்.
7. மூன்று ஒருதள விசைகள், ஒரு புள்ளி மீது தாக்கி அவற்றின் சமநிலை தொடர்பான பிரச்சினைகளைத் தீர்ப்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

1. ஒரு துணிக்கை மீது ஒருதள விசைத்தொகுதி தாக்கி அத்துணிக்கை சமநிலையில் இருப்பின், அத்தொகுதி விசைகளின் விளையுள் பூச்சியம் எனக் கூறுவார்.

2. தரப்பட்ட மூன்று விசைகளில் இரு விசைகளின் விளையுளானது மூன்றாவது விசைக்கு பருமனில் சமமாகவும், எதிர் திசையாகவும் இருக்கும் என்பதனைக் காட்டுவார்.

3. **தேற்றம்: விசை முக்கோணித் தேற்றம்**
   துணிக்கை ஒன்றின் மீது தாக்கும் மூன்று ஒருதள விசைகள், பருமன், திசை பற்றி முக்கோணி ஒன்றில் ஒழுங்காக எடுக்கப்பட்ட பக்கங்களினால் வகை குறிக்கப்படலாம் எனின், அம்மூன்று விசைகளும் சமநிலையில் காணப்படும்.

   - விசை முக்கோணித் தேற்றத்தை நிறுவுவார்.

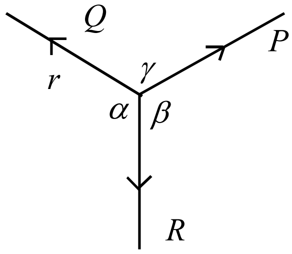
4. **விசை முக்கோணி தேற்றத்தின் மறுதலை**

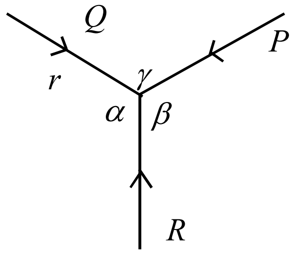
ஒரு நேர்கோட்டில் அமையாத மூன்று ஒருதள விசைகள், துணிக்கை மீது தாக்கி சமநிலையில் இருப்பின் அம்மூன்று விசைகளும் முக்கோணி ஒன்றில் ஒழுங்காக எடுக்கப்பட்ட பக்கங்களினால் பருமன், திசை பற்றி வகைக் குறிக்கப்படலாம்.

- இதனை நிறுவிக் காட்டுக.
- விசை முக்கோணித் தேற்றம் மற்றும் அதன் மறுதலை தேற்றம் என்பவற்றினைப் பயன்படுத்தி மாணவர்களின் மூலம் பிரசினங்களைத் தீர்க்க.

5. **இலாமியின் தேற்றம்**

துணிக்கை ஒன்றின் மீது தாக்கும் மூன்று ஒருதள விசைகள் சமநிலையில் இருப்பின், ஒவ்வொரு விசையும் அடுத்த இரண்டு விசைகளுக்கிடைப்பட்ட கோணத்தின் சைன் இற்கு நேர்விகித சமமாகும்.





P, Q, R எனும் மூன்று விசைகள் தாக்கி துணிக்கை சமநிலையில் இருப்பின்,

$$\frac{P}{\sin\alpha} = \frac{Q}{\sin\beta} = \frac{R}{\sin\gamma}$$

6. இலாமியின் தேற்றத்தை நிறுவிக் காட்டுக.

7. பின்வரும் தேற்றங்களை உபயோகித்து பிரசினங்களைத் தீர்ப்பதற்கு வழிகாட்டுக.
   (i) விசைகள் முக்கோண தேற்றமும் அதன் மறுதலையும்
   (ii) இலாமியின் தேற்றம்

தேர்ச்சி மட்டம் : 2.5 விறைப்பான உடலொன்றின் மீது தாக்கும் விசைகளின் விளையுளை விபரிப்பார்.

பாடவேளைகள் : 04

கற்றற் பேறுகள் :
1. விறைப்பான பொருளை விபரிப்பார்.
2. விசை ஊடுகடத்தப்படும் தன்மை பற்றிய தத்துவங்களைக் கூறுவார்.
3. விசையொன்றினால் ஏற்படும் பெயர்வு, சுழற்சி போன்ற விளைவுகள் பற்றி விளக்குவார்.
4. புள்ளியொன்று பற்றி விசையின் திருப்பத்தை வரையறுப்பார்.
5. திருப்பத்தின் பரிமாணம், அலகு என்பவற்றைக் கூறுவார்.
6. திருப்பத்தின் பௌதிகக் கருத்தை விளக்குவார்.
7. புள்ளியொன்று பற்றி விசையொன்றின் திருப்பத்தின் பருமனும் போக்கையும் காண்பார்.
8. புள்ளியொன்று பற்றி விசைத் தொகுதி ஒன்றின் திருப்பத்தைக் கேத்திர கணித முறையில் வகை குறிப்பார்.
9. விசைத்தொகுதியின் தளத்திலுள்ள புள்ளியொன்று பற்றி, விசைத் தொகுதி ஒன்றின் திருப்பங்களின் அட்சர கணிதகூட்டுத் தொகையைக் காண்பார்.
10. விசைகளின் திருப்பம் தொடர்பான பொதுத் தத்துவத்தைக் கூறுவார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

1. பொருளொன்றின் மீது எந்தவொரு பருமனை உடைய விசை யொன்றைப் பிரயோகிக்கும் போது அப்பொருளில் உள்ள இரண்டு துணிக்கைகளுக்கு இடையிலுள்ள தூரம் மாறாது எனின், அப்பொருள் விறைப்பான பொருள் எனப்படும் என்பதை விளக்குக.

2. விறைப்பான பொருளொன்றின் மீது தாக்கும் ஒரு விசையை அதன் தாக்கக் கோட்டின் மீதுள்ள எந்தவொரு புள்ளியிலும் தாக்கும் விசை யாகக் கருதலாம் என்பது பற்றி விளக்குக.
   மேலும் மேற்படி தத்துவமானது விசைகளின் ஊடுகடத்தல் எனப்படும் எனவும் விளக்குக.

3. விசையொன்றினால் நேர்கோட்டியக்கம் மற்றும் சுழற்சி இயக்கம் என்பன உண்டாகலாம் எனக்காட்டுக.

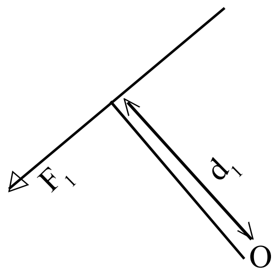
4. புள்ளியொன்று பற்றி விசையின் திருப்பம் எனப்படுவது விசையின் பருமனிலும், புள்ளியிலிருந்து விசையின் தாக்கக் கோட்டுக்கான செங்குத்துத் தூரத்தினதும் பெருக்கமாகும்.

5. திருப்பத்தின் பரிமாணம் ML^2T^{-2} அலகு Nm எனக் கூறுவர்.

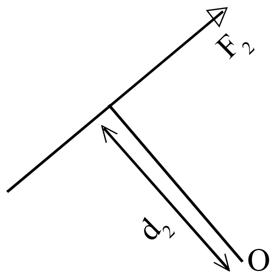
6. விறைப்பான பொருளொன்றின் மீது புற விசையொன்று தாக்குவதன் காரணமாக யாதேனுமொரு புள்ளி பற்றி சுழலுவதற்கு உரிய திறனை அளக்கும் ஒரு அளவீடு திருப்பம் என்ற எண்ணக்கருவை ஏற்படுத்துக. (இரு பரிமாண வகைகள் மட்டுமே) திருப்பத்தினால் அளக்கப்படுவது அப் புள்ளியினாலும் விசையின் தாக்கக் கோட்டினாலும் ஆக்கப்படும்

தளத்திற்குச் செங்குத்தாகவுள்ள கோடொன்று பற்றித் திருப்பக்கூடிய விளைவு என விளக்கமளிக்க. (திருப்பத்தின் காவி இயல்பு எதிர்பார்க்கப் படவில்லை)

7. திருப்பத்தின் போக்கு வலஞ்சுழியாக அல்லது இடஞ்சுழியாக எடுக்கப் படுவது பற்றி விளக்கமளிக்க.
இடஞ்சுழித் திருப்பம் ‘நேர்’ எனவும், வலஞ்சுழித் திருப்பம் ‘மறை’ எனவும் எடுக்கப்படுவது பற்றிக் கூறுக.



O பற்றி F_1 என்ற விசையின் திருப்பம் $\overset{\curvearrowleft}{O} = F_1 \times d_1$



O பற்றி F_2 என்ற விசையின் திருப்பம் $\overset{\curvearrowleft}{O} = -F_2 \times d_2$

$$\overset{\curvearrowright}{O} = F_2 \times d_2$$

8. பருமன், திசை, அமைவு பற்றி $\overrightarrow{AB}$ என்பதனால் விசை குறிக்கப்படும் F என்னும் விசையின், O என்னும் புள்ளி பற்றிய திருப்பத்தின் பருமன் முக்கோணி OAB இன் பரப்பளவின் இரண்டு மடங்காகும் என்பதை விளக்குக.

9. தரப்பட்ட ஒருதள விசைத்தொகுதி ஒன்றின் தளத்தில் உள்ள ஒரு புள்ளி பற்றி அவ்விசைத் தொகுதியில் உள்ள ஒவ்வொரு விசையினதும் திருப்பங்களின் அட்சரகணிதக் கூட்டலைக் காணும் பிரசினங்களை மாணவர்களுக்கு வழங்கி தீர்வுகளுக்கு வழிப்படுத்துக.

10. விசைத்தொகுதி ஒன்று தாக்கும் அதே தளத்தின் மீதுள்ள ஒரு புள்ளி பற்றி அவ்விசைத் தொகுதியின் திருப்பங்களின் அட்சர கணிதக் கூட்டுத் தொகை, அவ்விசைத் தொகுதியின் விளையுளின், அப்புள்ளி பற்றிய திருப்பத்துக்குச் சமனானது என்பதை விளக்குக. (நிறுவல் தேவையில்லை) உதாரணங்கள் மூலம் விளக்குக.

- பிரசினங்களைத் தீர்ப்பதற்கு மாணவர்களுக்கு வழிகாட்டுக.

தேர்ச்சி மட்டம் : 2.6 விறைப்பான உடலொன்றின் மீது தாக்கும் இரண்டு விசைகளின் விளையுளை விபரிப்பார்.

பாடவேளைகள் : 06

கற்றற் பேறுகள் :

1. விறைப்பான பொருள் ஒன்றின் மீது தாக்கும் இரண்டு சமாந்தரமற்ற விசைகளின் விளையுளைக் காண்பார்.
2. விறைப்பான பொருள் ஒன்றின் மீது தாக்கும் இரண்டு விசைகளின் சமாந்தர விளையுளைக் காண்பார்.
3. விறைப்பான பொருளொன்றின் மீது தாக்கும் இரண்டு விசைகளின் சமநிலைக்கு வேண்டிய நிபந்தனைகளைக் கூறுவார்.
4. விசை இணையை விபரிப்பார்.
5. இணை ஒன்றின் போக்கை விபரிப்பார்.
6. இணையின் திருப்பத்தைக் கணிப்பார்.
7. இணை ஒன்றின் திருப்பம், திருப்பம் எடுக்கப்படும் புள்ளியில் சாராது எனக் கூறுவார்.
8. ஒருதள இணைகள் இரண்டு சமவலுவானவையாக இருப்பதற்கு வேண்டிய நிபந்தனைகளைக் கூறுவார்.
9. ஒருதள இணைகள் இரண்டு சமநிலை ஆவதற்கு வேண்டிய நிபந்தனைகளைக் கூறுவார்.
10. ஒருதள இணைகள் இரண்டைச் சேர்ப்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

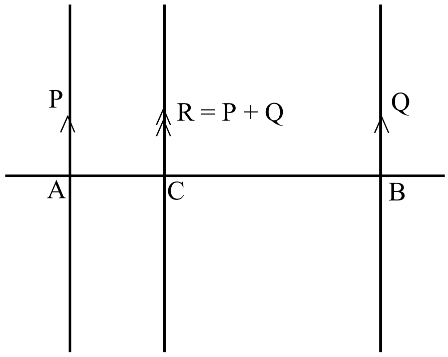
1. • **இரண்டு விசைகள் சமாந்தரம் அல்லாத போது**
   இங்கு இரண்டு விசைகளும் ஒரு புள்ளியில் சந்திப்பதால் அவற்றின் விளையுளைக் காண்பதற்கு விசை இணைகர விதியை உபயோகிக்கலாம் என்பது பற்றிக் காட்டுக.

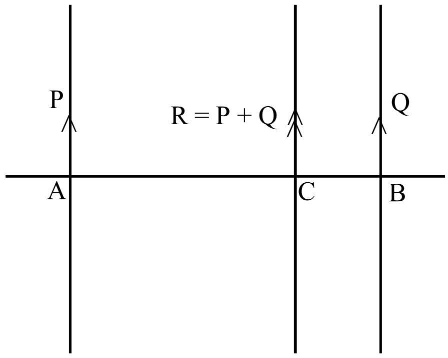
2. • **இரண்டு விசைகள் சமாந்தரமாக உள்ள போது**
   ஒன்றுக்கொன்று சமாந்தரமான கோடுகள் வழியே தாக்கும் விசைகள் சமாந்தர விசைகள் எனக் கூறுக.

   • இரண்டு சமாந்தர விசைகள் ஒரே திசையில் தாக்கும் போது அவை ஒத்த விசைகள் எனவும், எதிர்த் திசைகளில் தாக்கும் போது அவை ஒவ்வாத விசைகள் எனவும் அழைக்கப்படும் என்பதைக் கூறுக.

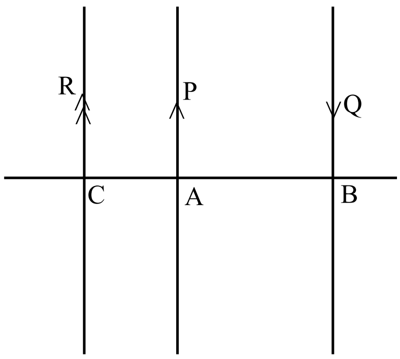
   • விசை இணைகர விதி மூலம் இவற்றின் விளையுளைக் காண முடியாது எனக் கூறுக.

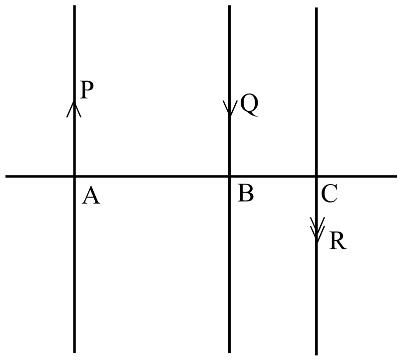
- P, Q என்பன ஒத்த விசைகள்
  விளையுள் $R = P + Q$, $P.AC = Q.BC$
  (i) $P > Q$ (ii) $P < Q$





- P, Q என்பன ஒவ்வாத விசைகள்
  (i) $P > Q$ (ii) $P < Q$





விளையுள் $R = P - Q$, $P.AC = Q.BC$

மேலே குறிப்பிட்ட இரண்டு வகைகளிலும் $P.AC = Q.BC$ ஆகும் இங்கு A, B, C என்பன, யாதேனுமொரு கோட்டை முறையே P, Q, R இன் தாக்கக் கோடுகள் வெட்டும் புள்ளிகள் ஆகும்.

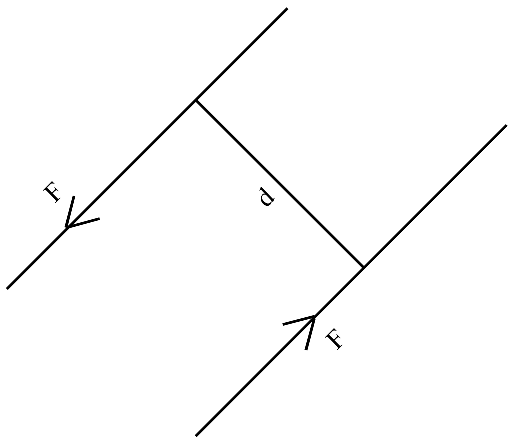
3. விறைப்பான பொருளொன்றின் மீது தாக்கும் இரண்டு விசைகள் சமநிலை ஆவதற்கு அவ்விரு விசைகள் ஒரே நேர்கோட்டிலும், பருமனில் சமனாகவும், திசையில் எதிராகவும் இருத்தல் வேண்டும் எனக் காட்டுக.

4. பருமனில் சமனான, எதிர்த்திசைகளில் தாக்குகின்ற ஒரே நேர் கோட்டில் அல்லாத இரண்டு சமாந்தர விசைகள் இணை எனப்படும் எனக் கூறுக.

- இவ் வகையில் விசைகளின் காவிக் கூட்டல் பூச்சியமாவதோடு, விசைகளின் தளத்திலுள்ள எந்தவொரு புள்ளி பற்றியும் அவ்விரு விசைகளினதும் திருப்பங்களின் அட்சர கணிதக் கூட்டுத்தொகை பூச்சியமல்லாத ஒரு மாறாப் பெறுமானத்தைக் கொண்டிருக்கும் எனவும் கூறுக. எனவே பெயர்வு இயக்கம் ஒன்று நடைபெறாது எனவும், திரும்பல் விளைவொன்று மட்டுமே நடைபெறும் எனவும் எடுத்துக் காட்டுக.

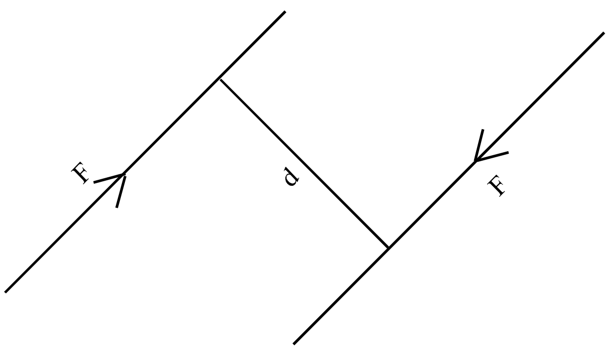
5. இணையின் தளத்திலுள்ள யாதேனுமொரு புள்ளி பற்றி இணையொன்றின் திருப்பம் = ஒரு விசையின் பருமன் $\times$ இரண்டு விசைகளின் தாக்கக் கோடுகளுக்கு இடையிலுள்ள செங்குத்துத் தூரம் எனக் கூறுக.
குறிவழக்குப்படி இடஞ்சுழித் திருப்பம் ‘நேர்’ எனவும் வலஞ்சுழித் திருப்பம் ‘மறை’ எனவும் எடுக்கப்படும்.

6.



இணையின் திருப்பம் $= F \times d$

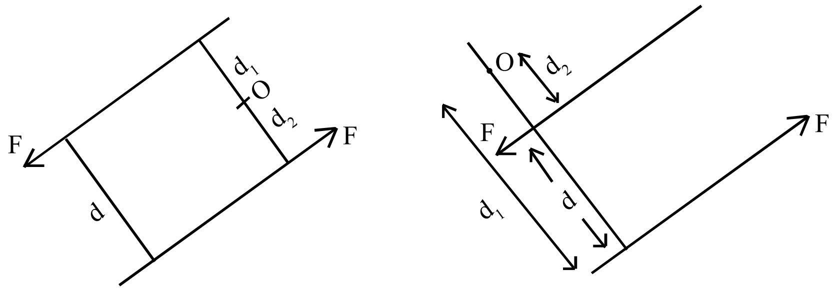
$= -F \times d$



இணையின் திருப்பம் $= F \times d$

$= -F \times d$

7.



- இரண்டு விசைகளினதும் O பற்றிய திருப்பம்

$$\overset{\curvearrowleft}{O} = F \cdot d_1 + F \cdot d_2 = F(d_1 + d_2) \qquad \overset{\curvearrowleft}{O} = F \cdot d_1 - F \cdot d_2 = F(d_1 - d_2)$$
$$= F \times d \qquad\qquad\qquad\qquad = F \times d$$

- இணையின் தளத்திலுள்ள வேறு யாதேனும் புள்ளி பற்றி திருப்பம் எடுத்தாலும் மேலே பெற்ற அதே திருப்பம் பெறப்படும் என்பதைக் காட்டுக.

8. சம திருப்பங்களைக் கொண்ட (ஒரே பருமன், ஒரே போக்கு கொண்ட) ஒருதள இணைகள் ஒவ்வொன்றினாலும் ஒரே திருப்பவிளைவு ஏற்படுத்தப் படுவதால் அவை சமவலுவானவை எனப்படும். (அதாவது ஒரு இணைக்குப் பதிலாக மற்றைய இணையைப் பயன்படுத்தலாம்)

9. ஒரே பருமனும் எதிர்போக்கும் கொண்ட ஒருதள இணைகள் இரண்டு விறைத்த பொருளொன்றின் மீது ஒரே நேரத்தில் பிரயோகிக்கப்படும் போது அவற்றின் திருப்ப விளைவு பூச்சியமாவதால் அவ் இணைகள் இரண்டும் சமநிலை ஆகின்றன என்பதைக் கூறுக.

10. இணைகள் இரண்டைச் சேர்க்கும் போது குறி வழக்குப்படி அவற்றின் குறி களைக் கருத்திற் கொண்டு அவற்றின் அட்சரகணிதக் கூட்டுத் தொகையைப் பெற வேண்டும் எனக் காட்டுக.

தேர்ச்சி மட்டம் : 2.7 ஒருதள விசைத்தொகுதி ஒன்றைப் பகுப்பாய்வு செய்வார்.

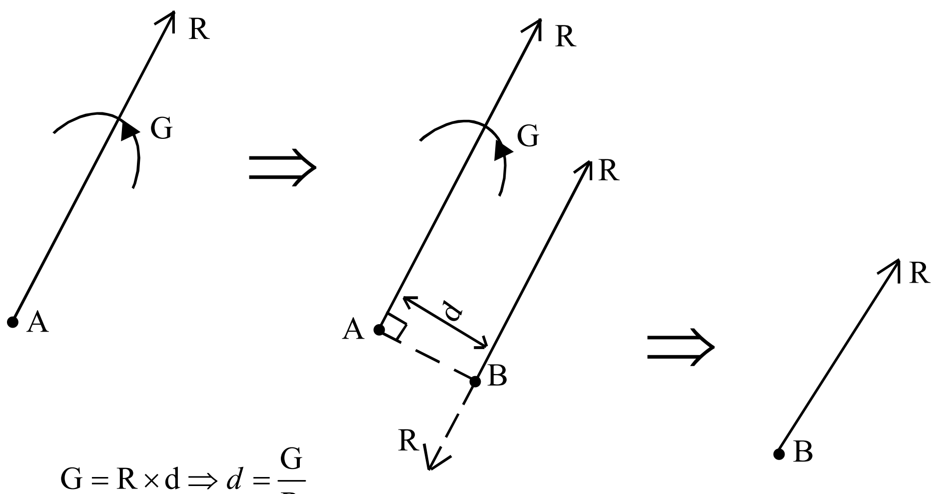
பாடவேளைகள் : 08

கற்றற் பேறுகள் :

1. இணை ஒன்றினதும் தனி விசை ஒன்றினதும் சேர்க்கையினால் தனி விசை ஒன்றைப் பெறுவார்.
2. ஒரு புள்ளியில் தாக்கும் ஒரு தனி விசையை, வேறொரு புள்ளியில் தாக்கும் தனி விசை ஒன்றாகவும் இணை ஒன்றாகவும் ஒடுக்கலாம் எனக் கூறுவார்.
3. யாதேனும் ஒரு தள விசைத் தொகுதி ஒன்றை, பொதுவாக, அத்தளத்தில் தெரிவு செய்யப்படும் உற்பத்திப் புள்ளி O இல் தாக்கும் தனி விசை ஒன்றுக்கும், ஒரு திருப்பம் G இற்கும் ஒடுக்குவார்.
4. ஒருதள விசைத் தொகுதி ஒன்றை, அதேதளத்தின் மீதுள்ள யாதேனும் புள்ளி ஒன்றில் தாக்கும் தனிவிசை ஒன்றுக்கும் விசை இணை ஒன்றுக்கும் ஒடுக்குவார்.
5. ஒருதள விசைத் தொகுதி ஒன்றின் விளையுளின் பருமன், திசை, தாக்கக் கோடு என்பவற்றைக் காண்பார்.
6. ஒருதள விசைத் தொகுதி ஒன்று
   i. தனி விசைக்கு மட்டும் ஒடுங்குவதற்கு
   ii. விசை இணையொன்றுக்கு மட்டும் ஒடுங்குவதற்கு
   iii. சமநிலை ஆவதற்கு வேண்டிய நிபந்தனைகளைக் கூறுவார்.
7. ஒரு தள விசைத்தொகுதி சம்பந்தமான பிரசினங்களைத் தீர்ப்பார்.

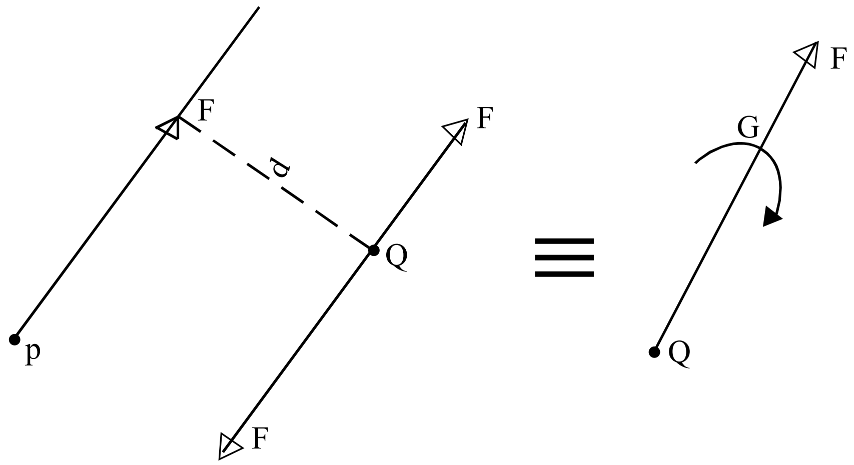
கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

1. G என்ற திருப்பத்தைக் கொண்ட இணை ஒன்றும், R என்ற தனி விசையும் ஒரு தளத்தில் தாக்கும் போது, அத்தனி விசையின் தாக்கக் கோட்டிலிருந்து $\dfrac{G}{R}$ தூரத்தில் தாக்கும் R இற்குச் சமனானதும் சமாந்தரமானதுமான தனி விசைக்கு ஒடுக்கலாம் எனக் காட்டுக.



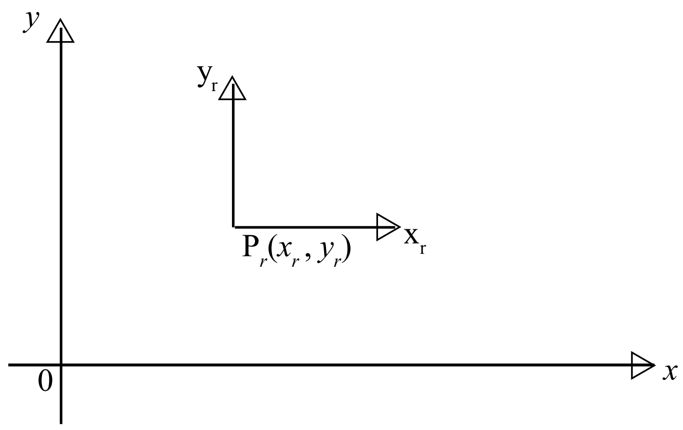
$$\mathrm{G} = \mathrm{R} \times \mathrm{d} \Rightarrow d = \frac{\mathrm{G}}{\mathrm{R}}$$

2. P என்ற புள்ளியில் தாக்கும் ஒரு தனி விசை F ஐ, Q என்னும் புள்ளியில் தாக்கும் F என்னும் விசைக்கும் G என்ற திருப்பத்தைக் கொண்ட இணை ஒன்றுக்கும் ஒடுக்கலாம் எனக் காட்டுக. இங்கு d என்பது P இல் தாக்கும் F இனதும், Q இல் தாக்கும் F இனதும் தாக்கக் கோட்டிற்கிடையிலுள்ள தூரமாகும்.



$G = F \times d$

3. ஒருதள விசைத் தொகுதி ஒன்றை உற்பத்தி O இல் தாக்கும் தனி விசை R இற்கும், திருப்பம் G ஆகவுள்ள இணைக்கும் ஒடுக்கும் முறையைக் காட்டுக.



$r = 1, 2, \ldots\ldots, n$ ஆகுமாறுள்ள புள்ளிகள்

$P_r\,(x_r, y_r)$ இல் தாக்கும் $\underline{F}_r$ என்னும் விசைகளின் தொகுதியைக் கருதுக.

இங்கு $\underline{F}_r = (X_r, Y_r)$

$$\underline{R} = \sum_{r=1}^{n} \underline{F}_r \quad = \quad \sum_{r=1}^{n}\left(X_r \underline{i} + Y_r \underline{j}\right)$$

$$= \quad \left(\sum_{r=1}^{n} X_r\right)\underline{i} + \left(\sum_{r=1}^{n} Y_r\right)\underline{j}$$

$$= \quad X\underline{i} + Y\underline{j}$$

இங்கு $X \;=\; \sum_{r=1}^{n} X_r$, $Y \;=\; \sum_{r=1}^{n} Y_r$

R இன் பருமன் $R = \sqrt{X^2 + Y^2}$

R இன் திசை, x அச்சுடன் ஆக்கும் கோணம் θ எனின்,

$$\theta \;=\; \tan^{-1}\frac{Y}{X}$$

$\overset{\curvearrowleft}{G} \;=\; \sum_{r=1}^{n}\left(x_r Y_r - y_r X_r\right)$ இடஞ்சுழியாக.

4. • ஒருதள விசைத்தொகுதி ஒன்றை அத்தளத்தின் மீதுள்ள $P(x, y)$ என்னும் புள்ளியில் தாக்கும் $R^{/}$ என்ற தனி விசைக்கும் $G^{/}$ என்ற விசை இணைக்கும் ஒடுக்கும் முறையைக் காட்டுக.

   இங்கு $R^{/} = R$ எனவும்,

   $G^{/} \;=\; G - xY + yX = 0$ எனவும் பெறுக.

   • இரண்டு ஒருதள விசைத் தொகுதிகள் சமவலுவாக இருப்பதற்கும் போதிய பின்வரும் நிபந்தனைகளைக் கூறுக.

   i. ஒரே செங்குத்தச்சுக்களின் வழியே, விசைத் தொகுதிகள் ஒவ்வொன்றினதும் கூறுகளின் அட்சரகணிதக் கூட்டுத்தொகைகள் சமனாதல் $X^{/} = X,\; Y^{/} = Y$, இங்கு X, Y என்பன ஒரு விசைத் தொகுதியின் Ox, Oy அச்சுக்களின் வழியே உள்ள கூறுகளின் அட்சர கணிதக் கூட்டுத் தொகையும், $X^{/}, Y^{/}$ என்பன அடுத்த விசைத் தொகுதியின் அதே திசைகளின் வழியே உள்ள கூறுகளின் அட்சர கணிதக் கூட்டுத் தொகையும் ஆகும்.

   ii. தளத்தில் உள்ள எந்தவொரு புள்ளி (h, K) பற்றி, ஒவ்வொரு தொகுதியினதும் திருப்பங்களின் அட்சரகணிதக் கூட்டுத் தொகைகள் முறையே $G_1^{/}, G_2^{/}$ எனின், $G_1^{/} = G_2^{/}$ ஆகும்.

5. விளையுளின் பருமன் $\left|R\right| = \sqrt{X^2 + Y^2}$ R ஆனது x அச்சுடன் ஆக்கும் கோணம் θ எனின், $\theta = \tan^{-1}\left(\dfrac{Y}{X}\right)$ தாக்கக் கோட்டின் சமன்பாடு $G - xY + yX = 0$ இனாலும் காட்டுக.

6. ஒருதள விசைத்தொகுதி ஒன்று உற்பத்தி O இல் தாக்கும். $\underline{R} = \left(X\underline{i} + Y\underline{j}\right)$ என்ற தனி விசைக்கும் திருப்பம் G ஆகவுள்ள இணை ஒன்றுக்கும் ஒடுங்கும் போது,

   (i) $\underline{R} \neq \underline{0}$ (அதாவது X,Y என்பவற்றுள் ஒன்றேனும் பூச்சியமல்லாது இருத்தல்). ஆகவும், $G = 0$ ஆகவும் இருப்பின் உற்பத்தியினூடாகச் செல்லும் தனி விசைக்கும், $G \neq 0$ ஆகவிருப்பின் வேறொரு புள்ளியில் தாக்கும் ஒரு தனி விசைக்கும் ஒடுக்கப்படலாம் எனக் காட்டுக.

   (ii) $\underline{R} = \underline{0}$ அதாவது $X = 0$, $Y = 0$ ஆகவும் $G \neq 0$ ஆகவுமிருப்பின் விசை இணைக்கு ஒடுக்கப்படுகிறது எனக்காட்டுக.

   (iii) $\underline{R} = 0$ அதாவது $X = 0$, $Y = 0$ ஆகவும் $G = 0$ ஆகவுமிருப்பின் சமநிலை காணப்படும் எனவும் காட்டுக.

   பின்வரும் ஒவ்வொரு நிபந்தனைக்கும் உதாரணங்களை வழங்குக.

7. ஒரு தள விசைத்தொகுதி தொடர்பான பிரசினங்களை தீர்க்க வழிகாட்டுக.

தேர்ச்சி : 3. இயக்கம் தொடர்பான நியுற்றன் மாதிரியை உபயோகித்து, தளமொன்றில் நிகழும் இயல்பான இயக்க வகைகளை விளக்குவார்.

தேர்ச்சி மட்டம் : 3.1 நேர்கோடொன்றின் மீது நிகழும் இயக்கம் தொடர்பான பிரசினங்களைத் தீர்ப்பதற்கு வரைபுகளை உபயோகிப்பார்.

பாடவேளைகள் : 08

கற்றற் பேறுகள் :

1. தூரம், கதியை வரையறுப்பார்.
2. தூரத்தின் பரிமாணத்தையும் அலகையும் கூறுவார்.
3. சராசரிக் கதியை வரையறுப்பார்.
4. ‘‘கணநிலைக்’’ கதியை வரையறுப்பார்.
5. சீரான கதியை வரையறுப்பார்.
6. கதியின் பரிமாணம், அலகு என்பவற்றைக் கூறுவார்.
7. தூரம், கதி என்பன எண்ணிக் கணியங்கள் எனக் கூறுவார்.
8. நேர்கோடொன்றின் மீது இயங்கும் துணிக்கை ஒன்றின் தள (அமைவிடத்தின்) ஆள்கூறினை வரையறுப்பார்.
9. ‘‘இடப்பெயர்ச்சி’’யை வரையறுப்பார்.
10. ‘‘இடப்பெயர்ச்சி’’ யின் பரிமாணத்தையும் அலகையும் கூறுவார்.
11. ‘‘சராசரி வேகத்தை’’ வரையறுப்பார்.
12. ‘‘கணநிலை வேகத்தை’’ வரையறுப்பார்.
13. ‘‘சீரான வேகத்தை’’ வரையறுப்பார்.
14. ‘‘வேகத்தின்’’ பரிமாணம் அலகு என்பவற்றை வரையறுப்பார்.
15. இடப்பெயர்ச்சி - நேர வரைபை வரைவார்.
16. வேக - நேர வரைபை வரைவார்.
17. இடப்பெயர்ச்சி - நேர வரைபைப் பயன்படுத்தி இரு தானங்களுக்கு மிடையில் துணிக்கையின் சராசரி வேகத்தைக் காண்பார்.
18. இடப்பெயர்ச்சி - நேர வரைபை உபயோகித்து கணநிலை வேகத்தைக் காண்பார்.
19. ஆர்முடுகலை வரையறுப்பார்.
20. ஆர்முடுகலின் பரிமாணத்தையும் அலகையும் கூறுவார்.
21. சராசரி ஆர்முடுகலை வரையறுப்பார்.
22. கணநிலை ஆர்முடுகலை வரையறுப்பார்.
23. சீரான ஆர்முடுகலை வரையறுப்பார்.
24. அமர்முடுகலை வரையறுப்பார்.
25. வேக - நேர வளையியை வரைவார்.
26. வேக-நேரவளையியைப் பயன்படுத்தி சராசரி ஆர்முடுகலைக் காண்பார்.

27. வேக-நேரவளையியைப் பயன்படுத்தி குறித்த ஒருகணத்தில் ஆர்முடுகலைக் காண்பார்.
28. வேக-நேர வளையியை உபயோகித்து இடப்பெயர்ச்சியைக் காண்பார்.
29. இயக்கத்தின் பல்வேறு வகைகளுக்கு வேக - நேர வளையியை வரைவார்.
30. இடப்பெயர்ச்சி - நேர, வேக - நேர வரைபுகளை உபயோகித்து பிரசினங்களைத் தீர்ப்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

1. தூரம்:

   இயங்கும் துணிக்கை ஒன்று t என்ற நேர ஆயிடையில் ஒரு அமைவிடத்திலிருந்து இன்னுமொரு அமைவிடத்திற்குப் பயணம் செய்யும் போது, அப்புள்ளிகள் இரண்டையும் இணைக்கும் பயணப் பாதையின் நீளம் t என்ற நேரஆயிடையில் துணிக்கை இயங்கிய தூரம் எனப்படும்.

   கதி : நேரம் குறித்து தூரம் மாறும் வீதம் கதி எனப்படும்.

2. தூரத்தின் "பரிமாணம்" "L" எனவும், தூரத்தை அளக்கும் நியம அலகு (சர்வதேச அலகு) m (மீற்றர்) எனவும் அறிமுகஞ் செய்க. mm, cm, km மேலும் என்ற அலகுகளும் பயன்படுத்தப்படுகின்றன என்பதை உதாரணங்கள் மூலம் விளக்குக.

3. சராசரிக் கதி : இயங்கும் துணிக்கை ஒன்று அமைவிடம் A இலிருந்து B இற்குள்ள தூரத்தை (s), t நேரத்தில் செல்லுமாயின், அக்குறிப்பிட்ட t நேரத்தில் துணிக்கையின் சராசரிக் கதி

   $$= \frac{\text{சென்ற தூரம்}}{\text{எடுத்த நேரம்}} = \frac{s}{t}$$

4. கணநிலைக் கதி = இயங்கும் துணிக்கை ஒன்றின் ஒரு குறிப்பிட்ட கணத்தில் உள்ள கதி அக் கணத்தில் துணிக்கையின் கணநிலைக் கதி எனப்படும்.

5. துணிக்கை ஒன்றின் இயக்கத்தின்போது குறிப்பிட்ட நேர ஆயிடையினுள் எல்லாக் கணத்திலும் உள்ள கணநிலை வேகங்கள் ஒருமையாக இருப்பின் அது சீரான கதி எனப்படும்.

6. கதியின் பரிமாணம் LT^{-1};

   கதியின் அலகு: கதியின் நியம அலகு (சர்வதேச அலகு - SI அலகு) மீற்றர் செக்கனுக்கு (ms^{-1}) எனவும், ஏனைய அலகு kmh^{-1} எனவும் அறிமும் செய்க.

7. தூரம் என்பது ஒரு குறிப்பிட்ட அலகால் அளக்கப்படும் பருமனைக் கொண்ட கணியம். நேரமும் அவ்வாறே. அவற்றுக்குத் திசை இல்லை என்பதால் தூரமும், கதியும் எண்ணிக் கணியங்கள் எனக் கூறுக.

8. நேர்கோடொன்றின் மீது இயங்கும் P என்னும் துணிக்கையின் தான ஆள்கூறு தொடக்கப் புள்ளி O விலிருந்து தூரம் x இனால் குறிக்கப்படுவதோடு O விலிருந்து வலப்பக்கமாக அல்லது இடப்பக்கமாக P அமைவிற்கு ஏற்ப $x = \pm|OP|$ வரையறுக்கப்படும்.
இங்கு x ஆனது t இன் சார்பு எனக் கூறுக.

9.. தரப்பட்ட நேர ஆயிடையில் துணிக்கை ஒன்றின் தான ஆள்கூறில் ஏற்படும் மாற்றம் “இடப்பெயர்ச்சி” என வரையறுக்க.
நேரம் t_1 இல் தான ஆள்கூறு x_1 உம், அதன் பின்னர் வரும் நேரம் t_2 இல் தான ஆள்கூறு x_2 உம் எனின் (t_1, t_2) என்ற நேர ஆயிடையில் துணிக்கையின் இடப்பெயர்ச்சி $S = x_2 - x_1$ எனக்காட்டி, இடப்பெயர்ச்சி, ஒரு காவிக் கணியம் எனக்கூறுக. $S \quad 0$ இற்கு ஏற்ப இன் திசை
$\rightleftarrows$ என எடுக்கப்படும்.

10. பரிமாணம் L:
அலகு : நியம அலகு (S.I. அலகு)
மீற்றர் (m) ஆகும்.
மேலும் cm, km என்பனவும் அலகாக எடுக்கப்படும்.

11. (t_1, t_2) என்ற நேர ஆயிடையில் இடப்பெயர்ச்சி $s = (x_2 - x_1)$ எனின்,
இந்நேர ஆயிடையினுள் சராசரி வேகம் $\dfrac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$ என வரையறுக்க.
சராசரி வேகம், ஒரு காவிக் கணியம் என்பதைக் கூறுக.

$t_2 > t_1$ என்பதால், $S > 0$ அல்லது $S < 0$ என்பதற்கு ஏற்ப, சராசரி வேகம் “நேர்” ஆகவோ அல்லது “மறை” ஆகவோ இருக்கும். $[t, t+h]$ என்று சிறு நேர ஆயிடையினுள் சராசரி வேகம் $= \dfrac{x_{(t+h)} - x_{(t)}}{h}$ ஆகும்.

12. இடப்பெயர்ச்சி மாறும் வீதம் வேகம் என வரையறுக்க.

$h \to 0$ ஆக, மேற்குறிப்பிட்ட சராசரி வேகத்தின் எல்லை

$\lim_{x \to 0} \frac{x_{(t+h)} - x_{(t)}}{h} = V$ ஆனது நேரம் t என்ற கணத்தில் துணிக்கையின் கணநிலை வேகம் எனப்படும்.

$v = \frac{ds}{dt}$ என்பதையும் கூறுக.

வேகமானது, நேரத்தின் ஒரு சார்பு என்பதையும் விளக்குக.

இடப்பெயரச்சியானது நிலைத்த புள்ளி O விலிருந்து அளக்கப்படும் எனின்,

$v = \frac{ds}{dt}$ எனவும் எழுத முடியும். அதாவது, வேகம் என்பது இடப்பெயர்ச்சி மாறும் வீதமாகும். $V > 0$ அல்லது $V < 0$ என்பதற்கு ஏற்ப அதன் திசை $\rightarrow$ அல்லது $\leftarrow$ ஆக விருக்கும்.

13. குறித்த ஒரு நேர ஆயிடையின், எந்த ஒரு கணத்திலும் கணநிலை வேகம் மாறாது எனின், அந்நேர இடையில் துணிக்கையின் வேகம் சீரானது எனப்படும்.

14. பரிமாணம் : LT^{-1}

அலகு : நியம அலகு (S.I. அலகு) ms^{-1} ஆகும்.

மேலும் cms^{-1}, kmh^{-1} எனவும் அளக்கப்படும்.

15. உதாரணங்கள் மூலம் இடப்பெயர்ச்சி - நேர வரைபுகளை வரைந்து காட்டி தெளிவுபடுத்துக.

16. உதாரணங்கள் மூலம் வேக - நேர வரைபுகளை வரைந்து காட்டி தெளிவுபடுத்துக.

17. ஒரு துணிக்கையின், நேரம் t_1, நேரம் t_2 இற்கு ஒத்த இடப்பெயர்ச்சிகள் முறையே s_1, s_2 எனின், $t_2 - t_1$ என்ற நேர ஆயிடையினுள் துணிக்கையின் சராசரி வேகம் $\frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}$ ஆனது P_1P_2 என்ற கோட்டின் படித்திறனால் பெறப்படும் எனக்காட்டுக. இங்கு P_1, P_2 என்பன முறையே இடப்பெயர்ச்சி - நேர வரைபில் நேரம் t_1, t_2 இற்கு ஒத்த இரண்டு புள்ளிகள் ஆகும்.

கணி நிலை வேகத்திற்கான தொடர் $\frac{ds}{dt}$ (gradient) எனக்காட்டுக.

18. இடப்பெயர்ச்சி - நேர வரைபில் நேரம் t_1 இல் உள்ள கணநிலை வேகமானது நேரம் t_1 இற்கு ஒத்த வரைபில் உள்ள புள்ளியில் வரைபிற்கு வரையப்படும் தொடலியின் படித்திறனால் பெறப்படும் எனக் கூறுக.

19. ஆர்முடுகல், நேரத்தைக் குறித்த வேக மாற்ற வீதம் என வரையறுத்தல்.

20. ஆர்முடுகலின் பரிமாணம் LT^{-2} எனவும் அதன் நியம அலகு ms^{-2} எனவும் விளக்குக. ஆர்முடுகலின் மற்றைய அலகுகளையும் நினைவு படுத்துக. உதாரணம்: $cm\ s^{-2},\ km\ h^{-2}$

21. நேரம் t_1, t_2 என்பவற்றில் துணிக்கையொன்றின் வேகங்கள் முறையே v_1, v_2 எனின் நேர ஆயிடை $[t_1, t_2]$ இல் சராசரி ஆர்முடுகல் $\dfrac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$ என வரையறுக்குக.

$v_1 = v_2$ ஆகும் போது சராசரி ஆர்முடுகல் 0 பூச்சியம் எனக்காட்டுக. (சீரான வேகம்)

22. $h > 0$ ஆயிருக்க, ஒரு சிறிய நேர ஆயிடை $[t_1, t_2]$ இல் சராசரி ஆர்முடுகல் $\dfrac{v_{(t+h)} - v_{(t)}}{h}$ ஆகும்.

$\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{v_{(t+h)} - v_{(t)}}{h} = a$ என்பது நேரம் t இலான கண நிலை ஆர்முடுகல் என வரையறுத்தல். $a = \dfrac{dv}{dt}$ எனக்காட்டுக.

இது நேரம் t இல் துணிக்கையின் ஆர்முடுகல் எனப்படும். ஆர்முடுகல் என்பது நேரத்தைக் குறித்து, வேக மாற்ற வீதம் என்பதைக் கூறுக.

23. குறித்த ஒரு நேர ஆயிடையில் ஆர்முடுகல் ஒருமை எனின், அவ்வியக்கம், அந்நேர ஆயிடையில் சீரான ஆர்முடுகலுடனான இயக்கம் என வரையறுக்க.

24. ஆர்முடுகல் மறையாக இருக்கும்போது, அது அமர்முடுகல் எனக் கூறுக.

25. பொருத்தமான உதாரணங்களைப் பயன்படுத்தி வேக - நேர வளையியை வரையும் முறையை விளங்கிக் கொள்ள உதவுக.

26. இயக்கம் ஒன்றின் போது நேரம் t_1, t_2 என்பவற்றில் வேகங்கள் முறையே v_1, v_2 எனின் நேர ஆயிடை $[t_1, t_2]$ இல் ஆர்முடுகல் $\frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$ எனக் காட்டுக.

நேரம் t_1, t_2 இற்கு வேக, நேர வளையியில் ஒத்த புள்ளிகள் P_1, P_2 எனின், நேர்கோடு $P_1 P_2$ இன் படித்திறன், மேலே உள்ள சராசரி ஆர்முடுகலைத் தரும் எனக் கூறுக.

27. வேக - நேர வளையியின், குறித்த ஒரு புள்ளியில் அவ்வளையிக்கு வரையப்பட்ட தொடலியின் படித்திறன், அப்புள்ளிக்கு ஒத்த நேரத்தில், கணநிலை ஆர்முடுகலைத் தரும் எனக் காட்டுக.

கணநிலை ஆர்முடுகல் $a = \frac{dv}{dt}$ (படித்திறன்) என உய்த்தறிக.

$a = v\frac{dv}{ds}$ எனவும் காட்டுக.

28. இயக்கமொன்றில், குறித்த ஒரு நேர ஆயிடையில் உள்ள இடப்பெயர்ச்சி யானது, நேர அச்சுக்கும் வளையிக்கும் இடையேயான பரப்பளவினால் தரப்படும் என விளக்குக. (நேர அச்சுக்கு கீழே உள்ள பரப்பளவில் மறைக்குறி காணப்படும்.)

29. பின்வரும் வகைகளுக்கு வேக - நேர வளையி வரைய மாணவரை வழிப்படுத்துக.
   1. ஓய்வு நிலை - பூச்சிய வேகம்
   2. சீரான வேகம்
   3. சீரான ஆர்முடுகல்
   4. சீரான அமர்முடுகல்
   5. மேலே தரப்பட்ட வகைகளின் சேர்க்கைகள்

30. இடப்பெயர்ச்சி - நேர வளையி, வேக - நேர வளையியை உபயோகித்து பிரசினங்களைத் தீர்க்க மாணவரை வழிப்படுத்துக.

தேர்ச்சி மட்டம் : 3.2 நேர்கோட்டியக்கம் தொடர்பான பிரசினங்களைத் தீர்ப்பதற்கு இயக்கச் சமன்பாடுகளை உபயோகிப்பார்.

பாடவேளைகள் : 08

கற்றற் பேறுகள் :
1. சீரான ஆர்முடுகலுடன் இயங்கும் துணிக்கை ஒன்றின் இயக்கச் சமன்பாடுகளைப் பெறுவார்.
2. வேக-நேர வளையியை உபயோகித்து இயக்கச் சமன்பாடுகளைப் பெறுவார்.
3. புவியீர்ப்பின் கீழ் நிலைக்குத்து இயக்கத்திற்கு இயக்கச் சமன்பாடுகளை உபயோகிப்பார்.
4. இயக்க சமன்பாடுகளை உபயோகித்து பிரசினங்களைத் தீர்ப்பார்.
5. இயக்கம் சம்பந்தமான பிரசினங்களைத் தீர்ப்பதற்கு வேக - நேர வரைபு, இடப்பெயர்ச்சி - நேர வரைபுகளைப் பயன்படுத்துவார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

1. பின்வரும் வழமையான குறியீடுகளை அறிமுகப்படுத்துக.
   தொடக்க வேகம் - u இறுதி வேகம் - v ஆர்முடுகல் - a
   நேரம் - t இடப்பெயர்ச்சி - s
   இயக்கச் சமன்பாடுகளைப் பெறுக.

$$v = u + at$$

$$s = \frac{1}{2}(u + v)t$$

$$S = ut + \frac{1}{2}at^2$$

$$v^2 = u^2 + 2\ a\ s$$

2. வேக - நேர வளையியை உபயோகித்து இயக்கச் சமன்பாடுகளைப் பெற மாணவரை வழிப்படுத்துக.

3. இங்கு ஆர்முடுகலுக்குப் பதிலாக புவியீர்ப்பினை ஆர்முடுகல் g பிரதியீடு செய்யப்படுகிறது. (g ஒரு மாறிலி)
   அண்ணளவாக $g = 10ms^{-1}$ எனக் கொள்ளப்படுகிறது என்பதையும் எடுகோள்களையும் ஞாபகப்படுத்துக.

4. பொருத்தமான உதாரணங்களைப் பயன்படுத்தி இயக்க சமன்பாடுகளை உபயோகித்து பிரசினங்களைத் தீர்க்க வழிகாட்டுக.

5. இடப்பெயர்ச்சி - நேர வளையி, வேக - நேர வளையி என்பவற்றை உபயோகித்து பிரசினங்களைத் தீர்க்க மாணவர்களுக்கு வழிகாட்டுக.

தேர்ச்சி மட்டம் : 3.3 நேர்கோடொன்றின் மீது இயங்கும் துணிக்கைகளுக் கிடையிலான தொடர்பியக்கத்தை ஆராய்வார்.

பாடவேளைகள் : 06

கற்றற் பேறுகள் :

1. இரு பரிமாண இயக்கத்திற்கு மாட்டேற்றுச் சட்டத்தை விபரிப்பார்.
2. ஒரே நேர்கோட்டில் இயங்கும் இரு துணிக்கைகளின் ஒன்று தொடர்பான மற்றையதன் இயக்கத்தை விபரிப்பார்.
3. நேர்கோட்டின் வழியே இயங்கும் இரு துணிக்கைகளின் சார்பு இடப்பெயர்ச்சிக் கோட்பாட்டைக் கூறுவார்.
4. நேர்கோடொன்றின் வழியே இயங்கும் இரு துணிக்கைகளின் சார்பு வேகக் கோட்பாட்டைக் கூறுவார்.
5. நேர்கோடொன்றின் வழியே இயங்கும் இரு துணிக்கைகளின் சார்பு ஆர்முடுகல் கோட்பாட்டைக் கூறுவார்.
6. இரு சமாந்தர நேர் கோடுகள் வழியே இயங்கும் இரு துணிக்கைகளின் சார்பு இடப்பெயர்ச்சி, சார்பு வேகம், சார்பு ஆர்முடுகல் என்பவற்றைக் காண்பார்.
7. சார்பு ஆர்முடுகல் ஒருமையாகக் கொண்ட ஒரே நேர்கோடொன்றின் வழியே இயங்கும் இரு துணிக்கைகளின் இயக்கத்திற்கு இயக்கச் சமன்பாடுகளையும் வரைபுகளையும் உபயோகிப்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

1. நேர்கோடொன்றில் இயங்கும் துணிக்கையினைக் கருதுக. துணிக்கையில், அது இயங்கும் நேர் வரை வழியே நிலைப்படுத்தப்பட்ட அச்சை, மாட்டேற்றுச் சட்டமாகக் கருதலாம் என அறிமுகப்படுத்துக.

2. உதாரணங்களுடன் விளக்குக.

3. நேர்கோடொன்றின் வழியே இயங்கும் இரு துணிக்கைகள் P, Q என்பவற்றின் இடப்பெயர்ச்சிகள், மாட்டேற்றுச் சட்டம் O வைக் குறித்து முறையே $s_{\mathrm{P,O}}$, $s_{\mathrm{Q,O}}$ எனக் குறிக்கப்படும் எனவும், P ஐக் குறித்து Q இன் இடப்பெயர்ச்சி $s_{\mathrm{Q,P}} = s_{\mathrm{Q,O}} + s_{\mathrm{O,P}}$ ஆல் தரப்படும் எனவும் விளக்குக. $s_{\mathrm{O,P}} = -s_{\mathrm{P,O}}$. எனக் காட்டுக.

4. இடப்பெயர்ச்சிக்கான சமன்பாட்டை நேரம் குறித்து வகையிடுவதன் மூலம் $v_{\mathrm{Q,P}} = v_{\mathrm{Q,O}} + v_{\mathrm{O,P}}$ என்ற சமன்பாட்டைப் பெறுக.

5. சார்பு வேகச் சமன்பாட்டினை நேரம் குறித்து வகையிடுவதன் மூலம் $a_{\mathrm{Q,P}} = a_{\mathrm{Q,O}} + a_{\mathrm{O,P}}$ எனப் பெறுக.

6. இரு சமாந்தர நேர்கோடுகளில் இயங்கும் துணிக்கைகளின் சார்பு இடப்பெயர்ச்சி, சார்பு வேகத்தைக் காண்பார்.
சமாந்தர கோடுகளுக்கிடையேயான தூரம் புறக்கணிக்கத்தக்க வகைகளைக் கருதுக.

7. பிரசினங்களைத் தீர்க்க மாணவரை வழிப்படுத்துக.

மூன்றாம் தவணை

இணைந்த கணிதம் I

தேர்ச்சி : **14. பொருத்தமான முறைகளை உபயோகித்துப் பல்வேறு சார்புகளை வகையிடுவார்.**

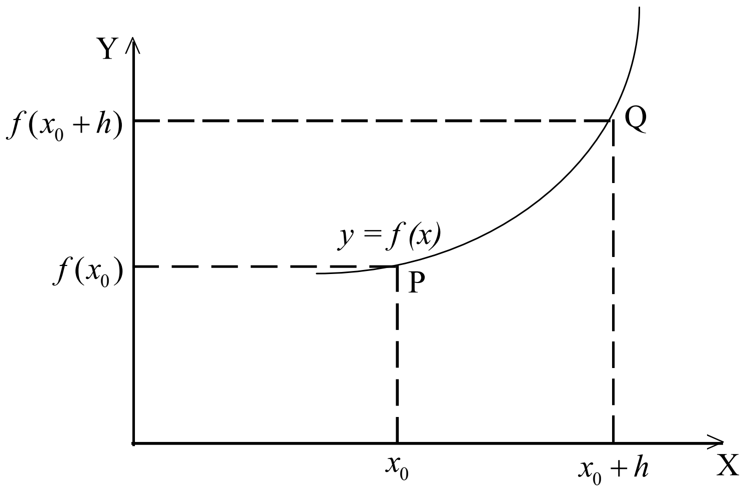
தேர்ச்சி மட்டம் : **14.1 சார்பொன்றின் பெறுதி பற்றிய கருத்தை விளக்குவார்.**

பாடவேளைகள் : 06

கற்றற் பேறுகள் :
1. புள்ளியொன்றில் தொடலியின் சாய்வினை விளக்குவார்.
2. எல்லையொன்றாக பெறுதியை விளக்குவார்.
3. மாற்ற வீதத்தினை விளக்குவார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

1.



- y என்பது x இலான சார்பு எனவும் $y=f(x)$ எனவும் தரப்படுகின்றது என கொள்வோம்.

  வளையி $y=f(x)$ இல் உள்ள ஒரு புள்ளி P யின் x ஆள்கூறு x_0 என கொள்வோமாயின் $P\equiv[x_0, f(x_0)]$ ஆகும்.

  வளையி $y=f(x)$ இல் P யிற்கு அருகிலுள்ள புள்ளி Q எனவும், இதன் x ஆள்கூறு (x_0+h) உம் எனின்,

  $Q=\left[x_0+h, f(x_0+h)\right]$ ஆகும்.

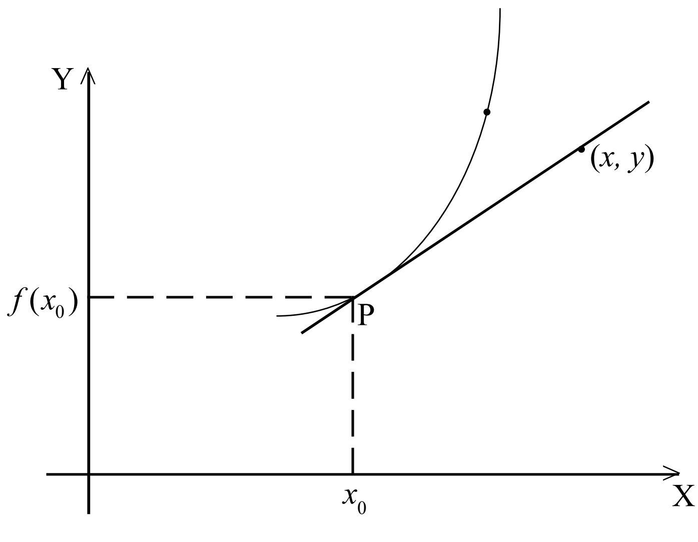
கோடு PQ இன் படித்திறனானது m_{PQ} என குறிப்பிடப்படுகின்றது என கொள்வோம்.

எனவே $m_{PQ} = \dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{(x_0+h)-x_0}$, இங்கு $h \neq 0$

$m_{PQ} = \dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$, $h \neq 0$ ஆகவுள்ளபோது

$\lim\limits_{h\to 0} m_{PQ}$ ஆனது உள்ளதாயும், ஓர் மெய்யெண்ணாகவும் இருக்கையில், இது வளையி $y=f(x)$ இற்கு புள்ளி P யில் வளையியிற்கு உள்ள தொடலியின் படித்திறன் எனப்படும். இது m இனால் தரப்படும்.

அதாவது $m = \lim\limits_{h\to 0} \dfrac{f(x_0+h)-f(x)}{h}$



2. • $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ எனும் எல்லையானது, புள்ளி P இல் தொடலியின் படித்திறன் என வரையறுக்கப் பயன்படும். இதற்கு ஓர் குறியீடும், பெயரும் வழங்கப்பட்டுள்ளதுடன் இது வெவ்வேறு சந்தர்ப்பங்களிலும் நிகழ முடியும்.

இது $x=x_0$ இல் $f(x)$ இற்கு மெய்யெண் எல்லை உண்டு எனத் தரப்படின், இது $f(x)$ இன் பெறுதி எனப்படுவதுடன், $f'(x_o)$ என குறிக்கப்படும். அத்துடன் $x=x_0$ இல் சார்பு $y=f(x)$ வகையிடத்தக்கது எனப்படும்.

- பொருத்தமான உதாரணங்களை உபயோகித்து $x = x_0$ இல் சார்பு $y = f(x)$ பெறுதி இருக்கமாட்டாத கீழுள்ள சந்தர்ப்பங்களை விளக்குக.

  (i) $x = x_0$ ஐ கொண்டுள்ள சிறந்த ஆயிடையில், f வரையறுக்கப்படாது உள்ளபோது

  (ii) $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(x_0 + h) - f(x)}{h}$ முடிவுள்ளதாக இல்லாதபோது

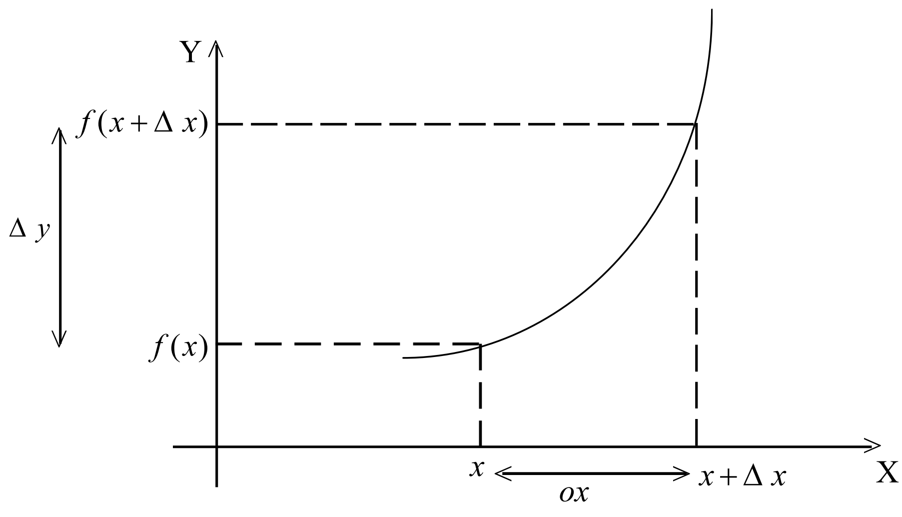
  (iii) $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(x_0 + h) - f(x)}{h}$ உள்ளதாக இல்லாதபோது

- சார்பு f' இன் ஆட்சியானது பெறுதி உள்ளதாக இருக்கும் x இன் எல்லாப் பெறுமானங்களையும் கொண்டிருக்கும். இது $f(x)$ இன் பெறுதிச் சார்பு எனப்படும்.
  அதாவது $(f')\,(x) = f'(x)$ ஆயிருப்பதுடன்,

  $f'(x) = \lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(x+h) - f(x)}{h}$ ஆகும்.

3. y ஆனது x இலான சார்பாகவும், $y = f(x)$ எனவும் தரப்படுகையில் ஏதாவதொரு x இனை கருதுக. இவ் x இல் ஓர் அதிகரிப்பு $\Delta\, x$ ஐ கருதுக.

   அதாவது $\dfrac{\Delta\, y}{\Delta\, x}$ ஐ முடிவுப்புள்ளிகளாகக் கொண்ட மூடிய ஆயிடையில் உள்ள x இல் ஏற்படும் மாற்றம் $\Delta\, x$ ஆகும்.



$\Delta\, x$ என்பது x பெறுமானங்களில் ஏற்பட்ட அதிகரிப்பு ஆகும். இதற்கொத்த y பெறுமானங்களில் ஏற்பட்ட அதிகரிப்பு $\Delta\, y$ ஆகும். இது $f(x + \Delta\, x) - f(x)$ இனால் குறிக்கப்படும்.

ஆகவே $x, x+\Delta x$ ஐ முடிவுப்புள்ளிகளாக கொண்ட மூடிய ஆயிடையில் உள்ள x இன் பெறுமானங்களைக் கொண்ட வீச்சில் y இல் ஏற்படும் சராசரி மாற்ற வீதம் ஆனது,

$\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ என குறிப்பிடப்படும்.

மேலும், $\dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$ ஆகும்.

Δx என்பது ஓர் அடையாளம் என்பதையும்,
இது Δ, x இன் பெருக்கமல்ல என்பதையும் வலியுறுத்துக.
x சார்பாக y இல் ஏற்படும் (கணநிலை) மாற்றமானது,

$\lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$ என, எல்லையானது ஓர் மெய்யெண்ணாக உள்ளபோது வரையறுக்கப்படும்.

$\lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = f'(x)$ என்பதை கவனத்திலெடுக்கவும்.

மேலும் $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \left(\dfrac{\Delta y}{\Delta x}\right)$ ஆனது $\dfrac{dy}{dx}$ என குறிக்கப்படும் என்பதையும் விளக்குக.

எனவே $f'(x)$ உம் $\dfrac{dy}{dx}$ உம் ஒன்றாகும்.

தேர்ச்சி மட்டம் : 14.2 சார்புகளின் பெறுதிகளை முதற் கோட்பாடுகள் மூலம் துணிவார்.

பாடவேளைகள் : 05

கற்றற் பேறுகள் : 1. சார்பொன்றின் பெறுதியை முதற் தத்துவங்களை உபயோகித்து காண்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

1.
- n என்பது விகிதமுறு எண்ணாக இருக்க x^n என்ற சார்பின் வகையீடு, அடிப்படைத் திரிகோண கணிதச் சார்புகளின் வகையீடு என்பவற்றை முதற் தத்துவங்களிலிருந்து காணும் முறையை விளக்குக.

- கீழுள்ள பெறுதிகளை முதற் தத்துவற்களை உபயோகித்து நிறுவுக.

$$\frac{d}{dx}\left(x^n\right) = n\ x^{n-1} \qquad \frac{d}{dx}\left(\cot x\right) = -\operatorname{cosec}^2 x$$

$$\frac{d}{dx}\left(\sin x\right) = \cos x \qquad \frac{d}{dx}\left(\sec x\right) = \sec x \tan x$$

$$\frac{d}{dx}\left(\cos x\right) = -\sin x \qquad \frac{d}{dx}\left(\operatorname{cosec} x\right) = -\operatorname{cosec} x \cot x$$

$$\frac{d}{dx}\left(\tan x\right) = \sec^2 x$$

தேர்ச்சி மட்டம் : 14.3 வகையீடு பற்றிய தேற்றங்கள், விதிகளைக் கூறி, அவற்றினை உபயோகிப்பார்.

பாடவேளைகள் : 03

கற்றற் பேறுகள் :
1. பெறுதி தொடர்பான அடிப்படை விதிகளைக் கூறுவார்.
2. பெறுதிகள் தொடர்பான அடிப்படை விதிகளை உபயோகித்துப் பிரசினங்களைத் தீர்ப்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

1. • k ஒருமையாகவிருக்க

 (i) $f(x)=k$ எனின், $f'(x)=0$ ஆகும்.

 (ii) $f(x)=kg(x)$ எனின் $f'(x)=kg'(x)$ ஆகும்.

 (iii) $f(x)=g(x)\pm h(x)$ எனின் $f'(x)=g'(x)\pm h'(x)$ ஆகும் எனும் தேற்றங்களை நிறுவிக் காட்டுக.

 • $\dfrac{dx^n}{dx}=nx^{n-1}$ என்ற பேறையும், மேலே குறிப்பிட்ட தேற்றங்களையும் உபயோகித்துத் தீர்க்கும் பிரசினங்களை மாணவர் மூலம் செய்விக்க.

2. (i) பெருக்கல் விதி

$$\frac{d}{dx}\left[f(x)\cdot g(x)\right] = f(x)\frac{d}{dx}\left[g(x)\right]+g(x)\frac{d}{dx}\left[f(x)\right]$$

 (ii) வகுத்தல் விதி

$$\frac{d}{dx}\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right] = \frac{g(x)\frac{d}{dx}\left[f(x)\right]-f(x)\frac{d}{dx}\left[g(x)\right]}{\left\{g(x)\right\}^2},$$

 இங்கு $g(x)\neq 0$

 (iii) சங்கிலி விதி

 y என்பது u இன் சார்பும், u என்பது x இன் சார்பும் எனின், $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{dy}{du}\cdot\dfrac{du}{dx}$ (சங்கிலி விதி) ஆகும். அதன் விரிவும் இத்தேற்றங்களின் நிறுவலும் தேவையில்லை.

 மேலே தரப்பட்ட பேறுகளைப் பயன்படுத்திப் பிரசினங்களைச் செய்விக்குக.

தேர்ச்சி மட்டம் :14.4 நேர்மாறு திரிகோணகணித சார்புகளையும் வகையிடுவார்.

பாடவேளைகள் : 03

கற்றற் பேறுகள் :
1. நேர்மாறு திரிகோண கணிதச் சார்புகளின் பெறுதிகளைக் காண்பார்.
2. நேர்மாறு திரிகோண கணிதச் சார்புகளின் பெறுதிகளை உபயோகித்துப் பிரசினங்களைத் தீர்ப்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

1. கீழே குறிப்பிட்ட பேறுகளை உபயோகித்துப் பல்வேறு வடிவிலான பிரசினங்களை மாணவர்களைக் கொண்டு தீர்க்க.

   (i) $\frac{d}{dx}\left(\sin^{-1} x\right) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}},\ -1 < x < 1$

   (ii) $\frac{d}{dx}\left(\cos^{-1} x\right) = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}},\ -1 < x < 1$

   (iii) $\frac{d}{dx}\left(\tan^{-1} x\right) = \frac{1}{1+x^2},\ -\infty < x < \infty$ என்பவற்றைப் பெறுக.

2. மேற்குறிப்பிட்ட பேறுகளை உபயோகித்துப் பல்வேறு சார்புகளை வகையிடுக.

தேர்ச்சி மட்டம் : 14.5 அடுக்குக் குறிச் சார்புகளை வரைவிலக்கணப்படுத்தி அவற்றின் பெறுதிகளைக் காண்பார்.

பாடவேளைகள் : 02

கற்றற் பேறுகள் :
1. அடுக்குக் குறிச் சார்பு e^x ஐ வரையறுப்பார்.
2. அடுக்குக் குறிச் சார்பொன்றின் ஆட்சி வீச்சினை வரையறுப்பார்.
3. ‘‘e’’ ஓர் விகிதமுறா எண் என கூறுவார்.
4. e^x இன் இயல்புகளை விபரிப்பார்.
5. e இற்கான அனுமானிப்புப் பெறுமானமொன்றை எழுதுவார்.
6. அடுக்குக் குறிச் சார்பொன்றின் பெறுதியினை எழுதி பிரசினங்களை தீர்க்க இதனை உபயோகிப்பார்.
7. $y = e^x$ இன் வரைபினை வரைவார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

1. • $1+\frac{x^1}{1^1}+\frac{x^2}{2^1}+\ldots+\frac{x^n}{n^1}+\ldots$ எனும் முடிவிலித் தொடரின் கூட்டுத் தொகையான e^x ஆல் வரையறுக்கப்படும் எனக் கூறுக.

   • e^x என்பது இயற்கை அடுக்குக்குறிச் சார்பு என விளக்குக.

2. • இயற்கை அடுக்குக்குறிச் சார்பின் ஆட்சி $\mathbb{R}$ எனவும், இதன் வீச்சு $(0, \alpha)$ எனவும் தெளிவுபடுத்துக.

3. $x=1$ என எடுப்பதன் மூலம்,

   $e=e^1=1+\frac{1}{1^1}+\frac{1}{2^1}+\ldots+\frac{1}{n^1}+\ldots$ எனப் பெறலாம். மேலும் $e\simeq 2.718$ எனவும் கூறுக.

4. பின்வருவனவற்றைக் கூறுக.

   (i) $e^0=1$

   (ii) $e^{x_1+x_2}=e^{x_1}\cdot e^{x_2}$

   (iii) $e^{x_1-x_2}=\frac{e^{x_1}}{e^{x_2}}$

   (iv) r இன் விகிதமுறு பெறுமானங்களுக்கு $\left(e^x\right)^r=e^{rx}$ ஆகும்.

   (v) $\lim\limits_{x\to\alpha} e^x=\alpha$

   (vi) $\lim\limits_{x\to-\alpha} e^{-x}=0$

5. $f\left(1\right)=e=1+\frac{1}{\underline{|1}}+\frac{1}{\underline{|2}}+\frac{1}{\underline{|3}}+\ldots+\frac{1}{\underline{|n}}+\ldots\simeq 2.718$ மேலும் e ஓர் நேர் விகிதமுறாவெண் என்பதைக் கூறுக.

6. • $\frac{de^x}{dx}=e^x$ என கூறுக.

   • இயற்கை அடுக்குக் குறிச் சார்புகளுடனான பிரசினங்களை தீர்க்குக.

7. மாணவர்களை $y=e^x$ இன் வரைபை வரைய வழிகாட்டுக. இந்தச் சந்தர்ப்பங்களில் வரைபின் வடிவம் மட்டுமே தேவைப்படுகின்றது.

தேர்ச்சி மட்டம் : **14.6 மடக்கைச் சார்பினை விபரிப்பார்.**

பாடவேளைகள் : 03

கற்றற் பேறுகள் :
1. மடக்கை சார்பை வரையறுப்பார்.
2. ஆட்சி, வீச்சு பற்றி எடுத்துக் கூறுவார்.
3. $y = ln\ x$ இன் இயல்பு பற்றிக் கூறுவார்.
4. $y = ln\ x$ இன் வரைபை வரைவார்.
5. $y = a^x$ ஐ வரையறுப்பார். $(a > 0)$
6. a^x இன் ஆட்சிக்கு, வீச்சு பற்றி எடுத்துக் கூறுவார்.
7. மடக்கை சார்புகளுடனான பிரசினங்களைத் தீர்ப்பார்.
8. $ln\ x$ இன் பெறுதியை உய்த்தறிவார்.
9. a^x இன் பெறுதியை உய்த்தறிவார்.
10. $ln\ x$ இனதும் a^x இனதும் பெறுதிகளை உபயோகித்து பிரசினங்களைத் தீர்ப்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

1. $y = ln\ x \Leftrightarrow x = e^y$ என $ln\ x$ வரையறுக்கப்படுகின்றது என விளக்குக. $ln\ x$ ஆனது இயற்கை மடக்கைச் சார்பு எனப்படும்.

2. $g(x) = ln\ (x)$ ஆயின் சார்பு g இன் ஆட்சி $(0, \alpha)$ ஆகும். இதன் வீச்சு $\mathbb{R}$ ஆகும்.

3. •
   - (i) $ln\ x$ ஆனது $x > 0$ இற்கு மட்டுமே வரையறுக்கப்பட் டுள்ளது.
   - (ii) $x \in \mathbb{R}$ இற்கு $ln(e^x) = x$ ஆகும்.
   - (iii) $x > 0$ ஆக இருக்கையில் $e^{ln\ x} = x$ ஆகும்.
   - (iv) $x > 0,\ y > 0$ ஆக இருக்கையில் $ln\ xy = ln\ x + ln\ y$ ஆகும்.
   - (v) $x > 0,\ y > 0$ ஆக இருக்கையில் $ln\left(\frac{x}{y}\right) = ln\ x - ln\ y$ ஆகும்.
   - (vi) $x > 0$ ஆக இருக்கையில் $ln\left(x^p\right) = p\ ln\ x$ ஆகும்.

4. • நேர்மாறு இயல்பை பயன்படுத்தி $y = \ln x$ இன் வரைபை வரைய வழிகாட்டுக.

   • $y = \ln x$ எனும் சார்பில் வரைபானது $y = x$ எனும் கோட்டின் மீது $y = e^x$ இன் ஆடி விம்பம் ஆகும்.

5. a^x எனும் சார்பானது $a^x = e^{x \ln a}$ என வரையறுக்கப்படும்.

6. $h^x = a^x$ ஆயின் h^x இன் ஆட்சி ஆனது $\mathbb{R}$ எனவும், இதன் வீச்சு $(0, \alpha)$ எனவும் தெளிவுபடுத்துக.

7. இயற்கை மடக்கைச் சார்புகளடங்கிய பிரசினங்களை தீர்க்க வழிகாட்டுக.

8. • $\frac{d}{dx}(\ln x) = \frac{1}{x}, \quad x > 0$ என்பதை உய்த்தறிக.

9. $\frac{d}{dx}\left(a^x\right) = (\ln a)a^x$ என்பதை உய்த்தறிக.

10. $\ln x$ இனதும் a^x இனதும் பெறுதிகளை உபயோகித்து பிரசினங்களை தீர்க்க வழிகாட்டுக.

தேர்ச்சி மட்டம் :14.7 உள்ளார் சார்புகளையும், பரமானச் சார்புகளையும் வகையிடுவார்.

பாடவேளைகள் : 06

கற்றற் பேறுகள் :
1. உள்ளார் சார்புகளை வரையறுப்பார்.
2. உள்ளார் சார்புகளின் பெறுதிகளை காண்பார்.
3. பரமானச் சார்புகளை வகையிடுவார்.
4. தரப்பட்ட வளையி ஒன்றின் தொடலி, செவ்வன் இற்கான சமன்பாடுகளை எழுதுவார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

1. $F(x, y) = 0$ என்பதை திருப்தியாக்கும் $y = f(x)$ என வரையறுக்கப் படும் சார்புகள் உள்ளார் சார்புகள் எனப்படும்.
   $x^2 + y^2 - 1 = 0$ எனும் சமன்பாட்டினை உபயோகித்து மேலுள்ள வற்றை விளக்கவும்.

2. $F(x, y) = 0$ஐ திருப்தி செய்யும் $y = f(x)$ எனும் சார்பின் பெறுதியை பெறுவதற்கு $F(x, y) = 0$ எனும் சமன்பாட்டினை (எப்போதும்) தீர்த்து (சிலவேளைகளில் தீர்க்க முடியாது) பின் வகையிட y இனை x குறித்து வகையிட வேண்டும் என்பதில்லை.

   $F(x, y) = 0$ ஆனது குறித்து சங்கிலி விதியினையும் உபயோகித்து வகையிடப்பட்டு பின் தேவையான பெறுதி அதனை எழுவாய் ஆக்குவதன் மூலம் பெறப்படும்.
   உதாரணங்களை உபயோகித்து விளக்குக.

3. • வளையி C ஆனது $x = f(t),\ y = g(t)$ எனும் பரமானச் சமன்பாடுகளால் வரையறுக்கப்படுகின்றது. இங்கு t ஓர் பரமானம்.

   இவ்வகையில் $\dfrac{dy}{dx}$ ஆனது என்பதை $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{\left(\dfrac{dy}{dt}\right)}{\left(\dfrac{dx}{dt}\right)}$ பயன்படுத்தி

   $\dfrac{dx}{dt} \neq 0$ ஆகவுள்ள புள்ளிகளுக்கு வரையறுக்கப்படும்.

   மேலும், $\dfrac{d^2(y)}{dx^2} = \dfrac{\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{dy}{dx}\right)}{\left(\dfrac{dx}{dt}\right)}$, $\dfrac{dx}{dt} \neq 0$ ஆகவுள்ள புள்ளிகளுக்கு

   வரையறுக்குக.
   உதாரணங்களை உபயோகித்து விளக்குக.

- உள்ளார் சார்புகளை உள்ளடக்கிய வகையீடுகளையும், $y^2 = 4ax$ எனும் பரவளையி, $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ எனும் நீள்வளையம், $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$, $xy=c^2$ எனும் அதிபர வளையி என்பவற்றிற்கான பரமான வடிவங்களை உபயோகித்து வகையிடுக.

  $y^2 = 4ax$: $x = at^2,\ y = 2at$

  $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$: $x = a\cos\theta,\ y = b\sin\theta$

  $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$: $x = a\sec\theta,\ y = b\tan\theta$

  $xy = c^2$: $x = ct,\ y = \frac{c}{t}$

4. - மேலே தரப்படும் வளையிகள் உட்பட பரமானச் சார்புகளால் தரப்படும் வளையிகளின் தொடலி, செவ்வனின் சமன்பாடுகளைப் பெறுக.
   - மேற்படி சார்புகளை எப்படி வரைவதென்பதையும் அவற்றின் அடிப்படை இயல்புகளையும் விளக்குக.

தேர்ச்சி மட்டம் : 14.8 உயர் வரிசை சார்புகளின் பெறுதிகளைப் பெறுவார்.

பாடவேளைகள் : 02

கற்றற் பேறுகள் :
1. உயர் வரிசையிலுள்ள பெறுதிகளைப் பெறுவார்.
2. பல்வேறு வடிவில் அமைந்த சார்புகளை வகையிடுவார்.
3. உயர் வரிசையிலுள்ள பெறுதிகட்கிடையிலான தொடர்புகளைக் காண்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

1. y ஆனது x இல் ஓர் சார்பாக இருக்கையில், y இன் $n^{ம்}$ படிபெறுதி யானது, y இனை n தடவை x குறித்து தொடர்ச்சியாக வகையிடப் படுவதன் மூலம் பெறப்படும் என அறிமுகப்படுத்துக. இது $\frac{d^n y}{dx^n}$ அல்லது $f^n(x)$ அல்லது $y^{(n)}$ என குறிக்கப்படும் என விளக்குக.
2. பல்வேறு வடிவில் அமைந்த சார்புகளை வகையிட வழிகாட்டி உதாரணங்களை உபயோகித்து விளக்குக.
3. உயர் படி வகையீடுகள் உள்ளடங்கிய பிரசினங்களை தீர்க்க மாணவர்களுக்கு வழிகாட்டுக.

தேர்ச்சி : 15. பெறுதிகளை உபயோகித்துச் சார்பொன்றின் நடத்தையைப் பகுப்பாய்வு செய்வார்.

தேர்ச்சி மட்டம் :15.1 பெறுதிகளின் மூலம் திரும்பற்புள்ளியை ஆய்ந்தறிவார்.

பாடவேளைகள் : 05

கற்றற் பேறுகள் :
1. தரப்பட்ட சார்பிற்கு நிலையான புள்ளிகளை வரையறுப்பார்.
2. அதிகரிக்கும் சார்பு, குறையும் சார்பு என்பதை விபரிப்பார்.
3. ஓரிட உயர்வு, ஓரிட இழிவு என்றால் யாதென விபரிப்பார்.
4. தரப்பட்ட சார்பிற்கு உயர்வு அல்லது இழிவுப் புள்ளிகள் உண்டா என்பதைக் காண்பதற்கு ''முதற் பெறுதிச் சோதனை'' செய்வார்.
5. பெறப்பட்ட நிலையான புள்ளிகளில் உயர்வு இழிவு புள்ளிகள் இல்லாத வகைகள் கூறுவார்.
6. விபத்திப் புள்ளிகளை அறிமுகம் செய்வார்.
7. தரப்பட்ட வளையி ஒன்றின் திரும்பற் புள்ளியானது விபத்திப் புள்ளியா எனச் சோதிப்பதற்கு இரண்டாம் பெறுதியைப் பயன்படுத்துவார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

1. சார்பொன்றின் பெறுதி பூச்சியமாகவுள்ள புள்ளி நிலையான புள்ளி என வரையறுக்கப்படும். ஆகவே $f(x)$ ஆனது $x=c$ இல், $f'(c)=0$ ஆகும் எனத் தரப்படுமாயின் நிலையான புள்ளியொன்றைக் கொண்டிருக்கும் பொருத்தமான உதாரணங்களின் மூலம் இதனை விளக்குக.

2.
   - I எனும் ஆயிடையில் $f(x)$ எனும் சார்பானது $f(x_1)\le f(x_2)$ ஆகவும், இங்கு $x_1, x_2 \in \mathrm{I}$ என்பதுடன் $x_1 < x_2$ ஆகவும் காணப்படு மாயின், இச்சார்பு இவ் ஆயிடை I யில் அதிகரிக்கும் சார்பு எனப்படும்.

   - $x \in \mathrm{I}$ ஆக இருக்கையில், $f'(x) > 0$ ஆயின், இவ் ஆயிடை I யில் $f(x)$ உறுதியாக அதிகரிக்கின்றது எனப்படும்.

   - I எனும் ஆயிடையில் $f(x)$ எனும் சார்பானது $f(x_1)\ge f(x_2)$ ஆகவும், இங்கு $x_1, x_2 \in \mathrm{I}$ என்பதுடன் $x_1 < x_2$ ஆகவும் காணப்படு மாயின் இச்சார்பு இவ் ஆயிடை I யில் குறையும் சார்பு எனப்படும்.

   - $x \in \mathrm{I}$ ஆக இருக்கையில், $f'(x) < 0$ ஆயின், இவ் ஆயிடை I யில் $f(x)$ உறுதியாகக் குறைகின்றது எனப்படும்.

3. • $x \in (c-\delta, c+\delta)$ ஆகவுள்ள எல்லா x இற்கும் $f(x) \leq f(c)$ ஆகுமாறு யாதுமொரு $\delta > 0$ இருக்குமாயின், $f(x)$ ஆனது $x = c$ இல் ஓர் உயர்வைக் கொண்டுள்ளது எனப்படும்.

• $x \in (c-\delta, c+\delta)$ ஆகவுள்ள எல்லா x இற்கும் $f(x) \geq f(c)$ ஆகுமாறு யாதுமொரு $\delta > 0$ இருக்குமாயின், $f(x)$ ஆனது $x = c$ இல் ஓர் இழிவைக் கொண்டுள்ளது எனப்படும்.

4. • ஓரிட உயர்வு, ஓரிட இழிவிற்கான முதலாம் வகையீட்டுச் சோதனை யினை விபரிப்பார்.

5. • ஓரிட உயர்வு, ஓரிட இழிவு அற்ற நிலைத்த புள்ளிகள் உண்டு எனக் கூறுக.

• $f'(c) = 0$ ஆகவும் $x = c$ இல், சார்பு உயர்வோ அல்லது சார்பு இழிவோ அற்ற உதாரணங்களை கலந்துரையாடுக.

6. விபத்திப் புள்ளிகளை அறிமுகஞ் செய்க.

7. • $f'(a) = 0$ ஆகவும் $f''(a) > 0$ ஆகவும் இருப்பின், $x = a$ இல் ஓரிட இழிவு உண்டு.

• $f'(a) = 0$ ஆகவும் $f''(a) < 0$ ஆகவும் இருப்பின், $x = a$ இல் ஓரிட உயர்வு உண்டு.

• உயர்வு, இழிவுகளடங்கிய பிரசினங்களைத் தீர்க்க மாணவர்களுக்கு வழிகாட்டுக.

தேர்ச்சி மட்டம் : 15.2 குழிவை இனங்காண்பார்.

பாடவேளைகள் : 02

கற்றற் பேறுகள் : 1. குழிவைப் பரிசோதிக்க இரண்டாம் பெறுதியைப் பயன்படுத்துவார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

1.
- $x \in (a,b)$ ஆக இருக்கையில் $f''(x) > 0$ ஆக இருப்பின் சார்பு f இன் வரைபானது இவ்வாயிடையில் மேன்முக குழிவானது எனவும், $x \in (a,b)$ ஆக இருக்கையில் $f''(x) < 0$ ஆக இருப்பின் சாய்வு f ஆனது இவ்வாயிடையில் கீழ்முக குழிவானது எனவும் கூறுக.
- விபத்திப் புள்ளி என்பது குழிவு மாறும் புள்ளி என விளக்குக.
- பொருத்தமான உதாரணங்களுடன் விபத்திப்புள்ளிகளில் பெறுதி பூச்சியமாக இருக்க வேண்டியதில்லை என விளக்குக.

தேர்ச்சி மட்டம் : 15.3 வளையிகளின் பருமட்டான சுவடுகளை வரைவார்.

பாடவேளைகள் : 04

கற்றற் பேறுகள் : 1. சார்பு ஒன்றின் பருமட்டான வரைபை வரைவார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

1. மேலே குறிப்பிட்ட கோட்பாடுகளைப் பயன்படுத்தி உயர்வு, இழிவுகள் அடங்கிய சார்புகளின் வளையிகளை வரைய வழிகாட்டுக.

   இங்கு கிடை, நிலைக்குத்து அணுகுகோடுகளையும் கொண்ட உதாரணங்களும் எதிர்பார்க்கப்படுகின்றன.

தேர்ச்சி மட்டம் : 15.4 செயல்முறைச் சந்தர்ப்பங்களில் பெறுதிகளை உபயோகிப்பார்.

பாடவேளைகள் : 04

கற்றற் பேறுகள் : 1. நடைமுறை வாழ்க்கையுடன் தொடர்புடைய பிரசினங்களைத் தீர்ப்பதற்குப் பெறுதிகளைப் பயன்படுத்துவார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

1. அன்றாட வாழ்க்கையில் உயர்வு, இழிவு தொடர்பான கருத்துக்கள் பயன்படுத்தப்படும் பிரசினங்களை மாணவர்களைக் கொண்டு தீர்க்க.

இணைந்த கணிதம் II

தேர்ச்சி : 3. இயக்கம் தொடர்பான நியுற்றன் மாதிரியை உபயோகித்து, தளமொன்றில் நிகழும் கள நிலை இயக்கங்களை விளக்குவார்.

தேர்ச்சி மட்டம் : 3.7 நிலைக்குத்துத் தளமொன்றில் இயங்கும் எறிபடை ஒன்றின் இயக்கத்தை விவரணம் செய்வார்.

பாடவேளைகள் : 10

கற்றற் பேறுகள் :

1. எறியத்தை அறிமுகம் செய்வார்.
2. ''எறியல் வேகம்'', ''எறியற் கோணம்'' என்ற பதங்களை விபரிப்பார்.
3. ஒரு எறிபொருளில் இரு வேறுபட்ட இயக்கமானது கிடை, நிலைக்குத்துத் திசைகளில் இயக்கங்களாகக் கருதப்படலாம் எனக் குறிப்பிடுவார்.
4. ஒரு எறிபொருளின் இயக்கத்தை விபரிப்பதற்கு இயக்கச் சமன்பாடுகளைப் பாவிப்பார்.
5. ஒரு எறிபொருள் எறியப்பட்டு ஒரு குறிப்பிட்ட நேரத்தின் பின் அதன் வேகத்தின் கூறுகளைக் காண்பார்.
6. தரப்பட்ட நேரத்தில் எறிபொருளின் இடப்பெயர்ச்சிக் கூறுகளைக் காண்பார்.
7. எறிபொருள் ஒன்றின் அதிகூடிய உயரத்தைக் கணிப்பார்.
8. எறிபொருள் ஒன்றின் அதிகூடிய உயரத்தை அடைவதற்கு எடுக்கும் நேரத்தைக் கணிப்பார்.
9. எறிபொருள் ஒன்றின் கிடை வீச்சைக் கணிப்பார்.
10. தரப்பட்ட எறியல் கதிக்குப் பொதுவாக அதே கிடைவீச்சைப் பெறுவதற்காக இரு எறியற் கோணங்கள் இரண்டு உண்டு என நிறுவுவார்.
11. தரப்பட்ட எறியற் கதிக்குரிய உயர் கிடை வீச்சைக் காண்பார்.
12. தரப்பட்ட எறியற்கதிக்குரிய உயர் கிடை வீச்சைத் தரக்கூடிய எறியற் கோணத்தைக் காண்பார்.
13. எறியற் பாதையின் தெக்காட்டின் சமன்பாட்டைப் பெறுவார்.
14. பறப்பு நேரத்தைக் காண்பார்.
15. தரப்பட்ட புள்ளியொன்றினூடு செல்வதற்கு தேவையான எறியக் கோணத்தினைக் காண்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

1. புவியீர்ப்பின் கீழ் சுயாதீனமாக இயங்கும் துணிக்கை ஒன்று எறியம் ஆகும் என்பதை அறிமுகஞ் செய்க.

2. கிடையுடன் α கோணச் சாய்வுடன் u வேகத்துடன் ஒரு துணிக்கை எறியப்படும் போது, எறியல் கதி u எனவும், எறியற் கோணம் α எனவும் அறிமுகஞ் செய்க.

3. கிடை இயக்கத்தில் வேகம் ஒருமை எனவும், நிலைக்குத்து இயக்கத்தில் ஆர்முடுகல் ஒருமை எனவும் அது புவியீர்ப்பார்முடுகல் எனவும் விளக்குக. அத்துடன் கீழ்நோக்கிய திசையில் அது g என குறிக்கப்படும் எனவும் கூறுக.

4. கிடைத் திசையில் $s = ut \quad \Rightarrow \quad \rightarrow x = (u\cos\alpha)t$

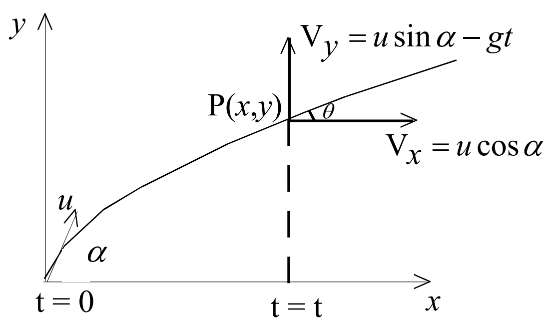
   நிலைக்குத்துத் திசையில் $v = u + at \quad \Rightarrow \quad \uparrow v = (u\sin\alpha) - gt$

   $$s = ut + \frac{1}{2}at^2 \quad \Rightarrow \quad \uparrow y = (u\sin\alpha)t - \frac{1}{2}gt^2$$

   $$v^2 = u^2 + 2a\,s \quad \Rightarrow \quad \uparrow v^2 = u^2\sin^2\alpha - 2gy$$

   என்ற சமன்பாடுகளைப் பயன்படுத்த முடியும் என்பது பற்றிக் கூறுக. $s, u.v, a, t$ என்பன வழமையான குறிப்பீடுகள் ஆகும்.

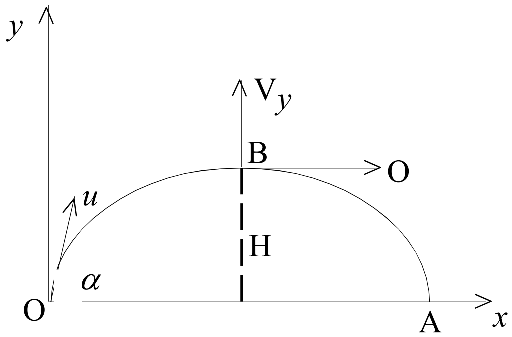
5. நேரம் tஇல் எறிபடையின் கிடைவேகம் $\mathrm{V}_x = u\cos\alpha$ நிலைக்குத்து வேகம் $\mathrm{V}_y = u\sin\alpha - gt$ எனப் பெறுக.



$$\tan\theta = \frac{\mathrm{V}_y}{\mathrm{V}_x}$$

6. நேரம் t இல் கிடை இடப்பெயர்ச்சி $x = (u\cos\alpha)\cdot t$ நிலைக்குத்து இடப்பெயர்ச்சி $y = (u\sin\alpha)\cdot t - \frac{1}{2}gt^2$ எனப் பெறுக. இவை எறிபடையின் பாதையின் பரமானச் சமன்பாடுகள் எனக் கூறுக. இங்கு "t" என்பதே பரமானமாகும்.

7. அதியுயர் உயரம் H எனின், $\mathrm{H} = \dfrac{u^2 \sin^2 \alpha}{2g}$ எனக் காட்டுக.



8. அதிகூடிய உயரத்தை அடைய எடுக்கும் நேரம்

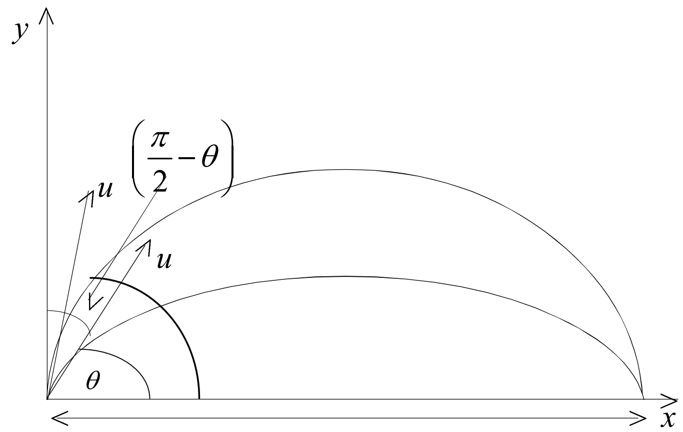
T எனின், $\mathrm{T}_{0 \to \mathrm{B}} = \mathrm{T}$

$\mathrm{T} = \dfrac{u \sin \alpha}{g}$ எனக் காட்டுக.

9. கிடை வீச்சு R எனின் $\mathrm{R} = \dfrac{2u^2}{g} \cos \alpha \sin \alpha$ எனப் பெறுவார்.

$$\mathrm{R} = u \cos \alpha \left(\frac{2u \sin \alpha}{g} \right)$$

10. $\mathrm{R} = \dfrac{2u^2}{g} \cos \alpha \sin \alpha$ என்ற கோவையில், $\alpha = \theta$, $\alpha = \dfrac{\pi}{2} - \theta$ என்பவற்றைப் பிரதியிடும் போது ஒரே R கிடைக்கப் பெறுவதால் எறியற் கோணம் இரண்டு உண்டெனக் காட்டுக.



$$\mathrm{R} = \frac{2u^2}{g} \sin \theta \cos \theta$$

$$= \frac{u^2}{g} \sin 2\theta$$

u தரப்படின்

$$\sin 2\theta = \frac{Rg}{u^2}$$

ஆனால் $\sin 2\theta = \sin 2\alpha$

$2\theta = 2\alpha$ அல்லது $2\theta = 180 - 2\alpha$

$\theta = \alpha$ அல்லது $\theta = 90 - \alpha$

அல்லது

$\sin 2\theta = \sin 2\alpha \quad \Rightarrow 2\sin\theta \cos\theta = 2\sin\alpha \cos\alpha$

$\therefore \theta = \alpha$ அல்லது $\theta = \frac{\pi}{2} - \alpha$ $\left[\begin{array}{c} \because \sin\theta = \sin\alpha \\ \text{அல்லது} \\ \sin\theta = \cos\alpha \end{array}\right]$

11. $\mathrm{R} = \frac{u^2 \sin 2\alpha}{g} \le \frac{u^2}{g}$ என்பதால் $\mathrm{R}_{\max} = \frac{u^2}{g}$ என உய்த்தறிக.
(தரப்பட்ட u க்கு)

12. உயர் கிடை வீச்சைத் தரும் எறியற் கோணம் $\frac{\pi}{4}$ எனப் பெறுக.

13. $\alpha \ne \frac{\pi}{2}$ ஆகும் போது x, y என்பவற்றிற்காக ஏற்கனவே பெற்ற பரமானச் சமன்பாடுகளில் t ஐ நீக்குவதன் மூலம்,

$y = x\tan\alpha - \frac{gx^2 \sec^2\alpha}{2u^2}$ என்ற சமன்பாட்டைப் பெறுக.

இதனை $y = ax - bx^2$ என்ற வழக்கமான இருபடிச் சார்புடன் ஒப்பிடுக. எறியல் பாதை பரவளையி எனக் கூறுக.

$\alpha = \frac{\pi}{2}$ ஆயின், புவியீர்ப்பின் கீழ் நிலைக்குத்து இயக்கம் பெறப்படும் என்பதை நினைவூட்டுக.

14. எறியற் புள்ளியின் மட்டத்தை மீண்டும் அடைவதற்கு எடுக்கும் பறப்பு நேரம் $\mathrm{T}' = \frac{2u\sin\alpha}{g} = 2\mathrm{T}$ எனக் காட்டுக.

15. தரப்பட்ட வேகத்திற்கு குறித்த ஒரு புள்ளியூடு துணிக்கை செல்வதற்கு தேவையான எறியற் கோணத்தைக் காண வழிகாட்டுக.

தேர்ச்சி : 2. ஒரு தள விசைத் தொகுதியை பயன்படுத்துவார்.

தேர்ச்சி மட்டம் : 2.8 விறைப்பான உடலொன்றின் மீது தாக்கும் மூன்று ஒருதள விசைகளின் சமநிலையை விளக்குவார்.

பாடவேளைகள் : 08

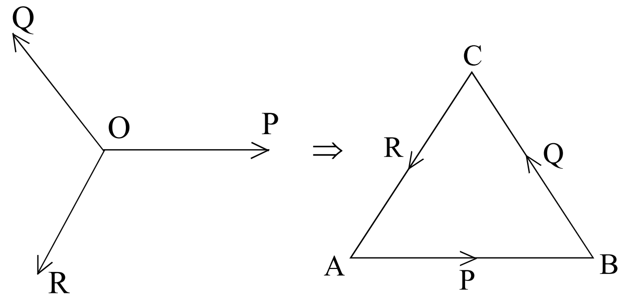
கற்றற் பேறுகள் : 1. மூன்று ஒருதள விசைகளின் தாக்கத்தின் கீழ் விறைப்பான உடலொன்றில் சமனிலைக்கான நிபந்தனைகளை கூறுவார்.

2. விறைப்பான உடல் சமநிலையில் உள்ளபோது தெரியாத விசைகளை,
   - விசை முக்கோணி விதி, அதன் மறுதலையைக் கூறுவார்.
   - இலாமியின் தேற்றத்தைக் கூறுவார்.
   - கேத்திர கணிதப் பண்புகளைக் கூறுவார்.
   - ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தான இரு திசைகளில் விசைகளைப் பிரிப்பார்.
   - கோதான்சன் விதியைக் கூறுவார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

1. i. விறைப்பான பொருளொன்றின் மீது தாக்கும் ஒரு தள மூன்று விசைகள் சமநிலையில் காணப்படும் எனின், அவற்றின் தாக்கக்கோடுகள் ஒரு புள்ளியில் சந்திக்கும், அல்லது மூன்றும் சமாந்தரமாக இருக்கும். (இது இன்றியமையாத நிபந்தனை மட்டுமே என்பதை விளக்குக.)

   ii. விசை முக்கோணி விதியையும் அதன் மறுதலையையும் மீண்டும் கூறுக. (இது துணிக்கை ஒன்றின் சமநிலையின் கீழ் அறிமுகஞ் செய்யப்பட்டுள்ளது,)



O இல் தாக்கிச் சமநிலையில் காணப்படும் P, Q, R என்னும் மூன்று விசைகளும், அவற்றுக்கு ஒத்த விசை முக்கோணி ABC உம் மேலே காட்டப்பட்டுள்ளன.

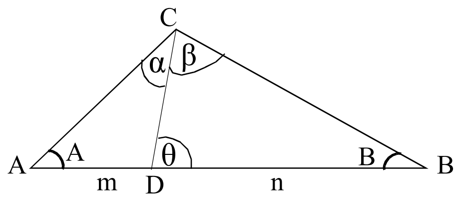
விசை முக்கோணியின் மூலம் $\frac{P}{AB} = \frac{Q}{BC} = \frac{R}{CA}$ எனக் கூறுக.

இப் பேறினைப் பிரசினங்கள் தீர்க்கும் போது உபயோகிக்க.

iii. இலாமியின் தேற்றம் (துணிக்கை ஒன்றின் சமநிலையின் கீழ் அறிமுகம் செய்யப்பட்டது) ஒருதள மூன்று விசைகளின் சமநிலையின் போது (தாக்கக் கோடுகள் மூன்றும் ஒரு புள்ளியில் சந்திக்கும் போது) இத் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தலாம் எனக் கூறுக.

iv. ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தான இரண்டு திசைகளின் வழியே பிரிக்கப்பட்ட கூறுகளின் அட்சர கணிதக் கூட்டுத்தொகை பூச்சியத்துக்குச் சமன் எனக் கூறுக.

v. கோதான்சன் விதியைக் கூறுக.



AD : DB = $m : n$ எனின்,

வடிவம் 1: $n\cot A - m\cot B = (m+n)\cot\theta$

வடிவம் 2: $m\cot\alpha - n\cot\beta = (m+n)\cot\theta$

என்ற இரு விதிகளையும் பிரசினங்கள் தீர்க்கும்போது பயன்படுத்தலாமென உதாரணங்கள் மூலம் விளக்குக.

vi. பிரசினங்களின் தன்மைக்கு ஏற்ப கேத்திர கணிதப் பேறுகளைப் பயன்படுத்த முடியும் என உதாரணங்களின் மூலம் காட்டுக.

தேர்ச்சி மட்டம் : 2.9 உராய்வின் தாக்கத்தை ஆராய்வார்.

பாடவேளைகள் : 10

கற்றற் பேறுகள் :
1. உராய்வு, உராய்வு விசைகளை விபரிப்பார்.
2. ஒப்பமான, அழுத்தமான தளங்கள் பற்றி விபரிப்பார்.
3. உராய்வின் அனுகூலங்கள், பிரதிகூலங்கள் பற்றி விபரிப்பார்.
4. எல்லை உராய்வின் வரைவிலக்கணத்தை எழுதுவார்.
5. உராய்வு விதிகளைக் கூறுவார்.
6. உராய்வுக் குணகம், உராய்வுக் கோணம் என்பவற்றை வரையறுப்பார்.
7. சமநிலைக்கான நிபந்தனைகளை விபரிப்பார்.
8. அடர்கள், துணிக்கைகளின் சமநிலை தொடர்பான உராய்வு விசைகள் அடங்கிய பிரசினங்களைத் தீர்ப்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

1.
   - ஒன்றையொன்று தொடுகையுறும் இரண்டு பொருட்களில் ஒன்று, மற்றையது தொடர்பாக இயங்க எத்தனிக்கும் போது அல்லது இயங்கும் போது அவ்வியக்கத்தைத் தடுப்பதற்காக தொடுகை யுற்றிருக்கும் மேற்பரப்புக்களின் வழியே உண்டாகும் விசை உராய்வு விசை எனப்படும். தொடுகையுறும் இரண்டு மேற்பரப்புக் களுக்கு இடையில் காணப்படும் இவ் இயல்பு உராய்வு எனப்படும்.
   - பொருள் சமநிலையில் இருக்கும்போது, பொருளின் மீது பிரயோகிக்கும் விசையைப் படிப்படியாக அதிகரித்தல் சமநிலை குலையும் வரை உராய்வு விசையும் படிப்படியாக அதிகரிக்கும்.

2. தொடுகையுற்றிருக்கும் இரண்டு மேற்பரப்புக்களுக்கு இடையில் உராய்வு விசை இல்லை எனின் அவை ஒப்பமான மேற்பரப்புக்கள் எனவும், உராய்வு விசை காணப்படின் அவை கரடான மேற்பரப்புக்கள் எனவும் கூறப்படும்.

3. உதாரணங்களின் மூலம் உராய்வினால் ஏற்படும் சாதகங்களையும், பாதகங்களையும் விளக்குக.

4. உராய்வு விசையும், உராய்வும் என்ற பகுதியின் கீழ் குறிப்பிட்டவாறு தொடுகையுறும் மேற்பரப்புகளுக்கிடையில் தொடர்பியக்கம் நடைபெறும் போது காணப்படும் உராய்வு விசை ''எல்லை உராய்வு விசை'' என விளக்குக.

5.
   - இரண்டு பொருட்களின் மேற்பரப்புக்கள் தொடுகையுற்றிருக்கும் போது அதன் ஒரு பரப்பின் மீது மற்றைய மேற்பரப்பினால் தொடுபுள்ளியில் உண்டாக்கப்படும் உராய்வு விசையின் திசை யானது இயங்க எத்தனிக்கும் திசைக்கு எதிரானது.
   - சமநிலையில் காணப்படும் போது உராய்வு விசையின் பருமன் பொருளின் இயக்கத்தைத் தடுப்பதற்குப் போதுமானது.

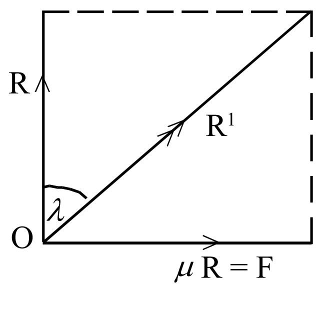
- எல்லை உராய்வு விசைக்கும், தொடுகைப் புள்ளியில் செவ்வன் மறுதாக்கத்துக்கும் இடையில் உள்ள விகிதம், உராய்வுக் குணகம் எனப்படும் இது மாறிலி ஆவதோடு, அவ்விதம் தொடுகை யுறும் மேற்பரப்புக்கள் ஆக்கப்பட்ட திரவியத்தில் தங்கியுள்ளது.

- செவ்வன் மறுதாக்கம் மாறாத வரையில் எல்லை உராய்வு விசையானது தொடுகையுறும் மேற்பரப்புக்களின் பரப்பளவிலோ அல்லது வடிவத்திலோ தங்கியில்லை.

- இயங்க ஆரம்பிக்கும் போது எல்லை உராய்வு விசை சிறிது குறைவடைகின்றது.

- தொடர்பியக்கம் நடைபெறும் போது உராய்வு விசையின் திசை, இயக்கத் திசைக்கு எதிராக அமைவதோடு உராய்வு விசையின் பருமன் இயங்கும் வேகத்தில் தங்கியில்லை. தொடர்பு இயக்கம் நடைபெறும் போது உராய்வு விசைக்கும், செவ்வன் மறுதாக்கத் துக்கும் இடையில் உள்ள விகிதம், எல்லைச் சமநிலையின் போதுள்ள அந்த விகிதத்திலும் சற்றுக் குறைவானது.

6. - எல்லை உராய்வு விசைக்கும், செவ்வன் மறுதாக்கத்துக்கும் இடையில் உள்ள விகிதம் ‘‘உராய்வுக் குணகம்’’ எனப்படும். எல்லை உராய்வு விசை F உம், செவ்வன் மறுதாக்கம் R உம் எனின், $\mu = \mathrm{F/R}$ ஆகும். $\mu -$ உராய்வுக் குணகம். இது விசையின் உராய்வுக் குணகம் எனப்படும்.



$$\tan\lambda = \frac{F}{R}$$
$$= \mu$$

- எல்லைச் சமநிலையின் போது விளையுள் மறுதாக்கத்துக்கும், செவ்வன் மறுதாக்கத்துக்கும் இடையில் உள்ள கோணம், உராய்வுக் கோணம் என அறிமுகம் செய்க.

- இது λ எனக் குறிக்கப்படும். $\mu = \tan\lambda$ ஆகும்.

7. - தொடுகையுறும் பொருட்களின் மேற்பரப்புக்களுக்கு இடையில் தாக்கும் உராய்வு விசை F உம், செவ்வன் மறுதாக்கம் R உம் எனின், சமநிலைக்கு $\frac{\mathrm{F}}{R} \leq \mu$ ஆக இருக்க வேண்டும். இங்கு சமன் குறி வலிதாவது எல்லைச் சமநிலையிலே ஆகும்.

8. உரிய பிரசினங்களை மாணவர்களைக் கொண்டு தீர்க்க.

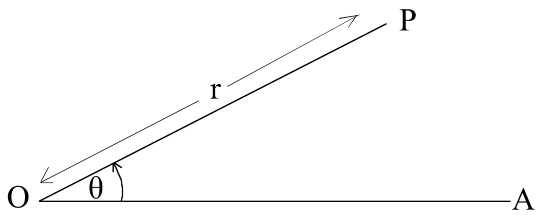
தேர்ச்சி மட்டம் : 3.4 தளமொன்றின் மீது இயங்கும் ஒரு துணிக்கையின் இயக்கத்தை விபரிப்பார்.

பாடவேளைகள் : 06

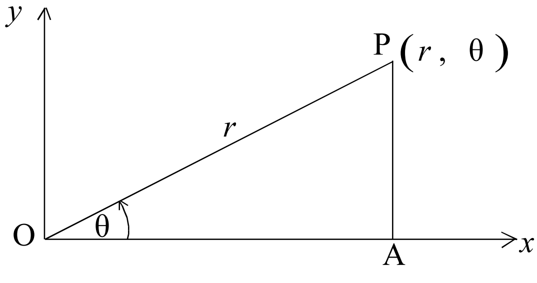
கற்றற் பேறுகள் :
1. தளமொன்றில் இயங்கும் பொருளொன்றின் தெக்காட்டின் ஆள்கூற்றிற்கும், முனைவு ஆள்கூற்றிற்கும் இடைப்பட்ட தொடர்பினை காண்பார்.
2. தானக்காவியானது நேரத்தின் சார்பாக தரப்படும் பொழுது வேகம், ஆர்முடுகல் என்பவற்றை காண்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

1.



- O என்பது நிலைத்த ஒரு புள்ளியும், OA என்பது நிலைத்த ஒரு கோடும், P என்பது மாறும் ஒரு புள்ளியும் ஆயின், $\mathrm{OP} = r$, $\mathrm{A\hat{O}P} = \theta$ எனின் புள்ளி P இன் முனைவு ஆள்கூறுகள் (r, θ) என குறிக்கப்படும். இங்கு $r \geq 0$ ஆவதோடு, OA உடன் இடஞ் சுழியாக அளக்கப்படும் கோணம் θ ஆனது நேர் ஆகவும் எடுக்கப்படும். புள்ளியொன்று முனைவாள் கூறினால் தனியான முறையில் குறிக்கப்படும்.

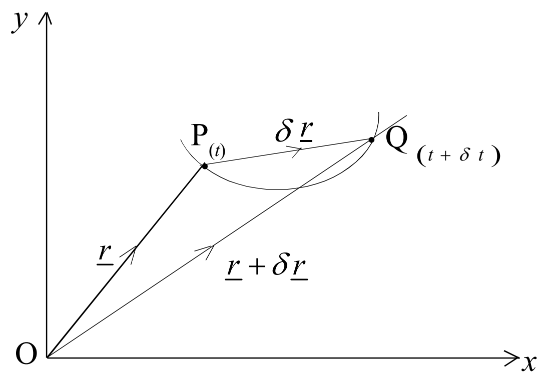


- OXY என்ற அச்சுத் தொகுதியைக் குறித்து $\mathrm{P} \equiv (x, y)$ எனின், $x = r\cos\theta$, $y = r\sin\theta$ எனப் பெறுக.

  $\Rightarrow \underline{r} = r\left(\cos\theta\underline{i} + \sin\theta\underline{j}\right)$ என்பதையும் காட்டுக.

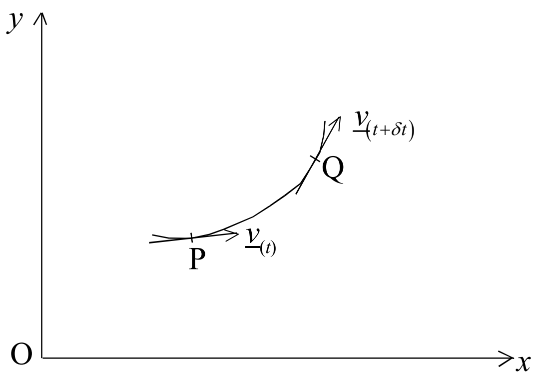
2. • P என்னும் துணிக்கை இயங்கும் தளத்தில் உள்ள OXY என்னும் அச்சுத் தொகுதியைக் கருதுக. Ox, Oy என்ற அச்சுக்களின் வழியே உள்ள அலகுக் காவிகள் முறையே $\underline{i}$, $\underline{j}$ என்க. அப்போது P இன் ஆள்கூறுகள் (x, y) எனின், P இன் தானக் காவி $\underline{r} = x\underline{i} + y\underline{j}$ என எழுதுக. இங்கு x, y என்பன நேரத்தின் சார்புகள் என்பதைக் காட்டுக. அப்போது $\underline{r} = x(t)\underline{i} + y(t)\underline{j}$. என எழுதப்படும்.

• நேரம் t இல் துணிக்கை ஒன்றின் அமைவிடம் P உம், நேரம் $t+\delta t$ இல் அதன் அமைவிடம் Q உம் என்க.
இங்கு $\overrightarrow{OP} = \underline{r}$, என எடுப்பின், δt நேரத்தில் துணிக்கையின் சராசரி வேகம் $= \dfrac{\overrightarrow{PQ}}{\delta t} = \dfrac{\delta \hat{\underline{r}}}{\delta t}$ ஆகும்.



• நேரம் t இல் துணிக்கையின் கணநிலை வேகத்தைப் பின்வருமாறு வரையறுப்பார்.

$$\underline{v} = \lim_{\delta t \to 0} \frac{(\underline{r} + \delta \underline{r}) - \underline{r}}{\delta t} = \lim_{\delta t \to 0} \frac{\delta \underline{r}}{\delta t} = \frac{d\underline{r}}{dt}$$



- t நேரத்தில் துணிக்கையின் அமைவிடம் P ஆவதோடு வேகம் $\underline{v}_{(t)}$ உம், $t+\delta t$ நேரத்தில் அமைவிடம் Q உம், வேகம் $\underline{v}_{(t+\delta t)}$ உம் என்க.

- δt நேரத்தில் துணிக்கையின் சராசரி ஆர்முடுகல் $\dfrac{\underline{v}_{(t+\delta t)}-\underline{v}_{(t)}}{\delta t}$ என வரையறுக்கப்படும்.

- t நேரத்தில் துணிக்கை ஒன்றின் கணநிலை ஆர்முடுகல் $\underline{a} = \lim\limits_{\delta t\to 0}\dfrac{\underline{v}_{(t+\delta t)}-\underline{v}_{(t)}}{\delta t} = \lim\limits_{\delta t\to 0}\dfrac{\delta \underline{v}}{\delta t}=\dfrac{d\underline{v}}{dt}$ என வரையறுக்கப்படும்.

- $\overrightarrow{\mathrm{LM}}$ இனால் நேரம் t இல் உள்ள வேகம் $\underline{v}_{(t)}$ உம், $\overrightarrow{\mathrm{LN}}$ இனால் நேரம் $t+\delta t$ இல் உள்ள வேகம் $\underline{v}_{(t+\delta t)}$ உம் பருமன் திசை பற்றி வகை குறிக்கப்படும் போது $\overrightarrow{\mathrm{MN}}$ இனால் $\underline{v}_{(t+\delta t)}-\underline{v}_{(t)}$ என்பது பெறப்படுகின்றது. $\lim\limits_{\delta t\to 0}\dfrac{\underline{v}_{(t+\delta t)}-\underline{v}_{(t)}}{\delta t}$ இனால் ஆர்முடுகல் கிடைக்கப் பெறுவதால், $\delta t\to 0$ ஆகும். எல்லையில் $\overrightarrow{\mathrm{MN}}$ என்ற காவியினால் ஆர்முடுகலின் திசை வகை குறிக்கப்படுகின்றது என்பதைக் கவனத்தில் கொள்க. அதாவது துணிக்கையின் ஆர்முடுகல் பயணப் பாதையின் இழிவுப் பகுதியை நோக்கியவாறு அமைகின்றது.

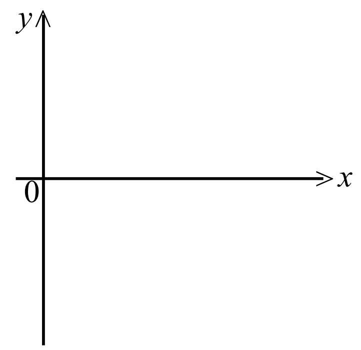
தேர்ச்சி மட்டம் : 3.5 தளமொன்றின் மீது இயங்கும் இரு துணிக்கையில் சார்பியக்கத்தைத் தீர்மானிப்பார்.

பாடவேளைகள் : 06

கற்றற் பேறுகள் :
1. மாட்டேற்றுச் சட்டகத்தை வரையறுப்பார்.
2. மாட்டேற்றுச் சட்டம் தொடர்பாக இடப்பெயர்ச்சி வேகம், ஆர்முடுகல் என்பவற்றைப் பெறுவார்.
3. தொடர்பு இடப்பெயர்ச்சிக் கோட்பாடு, தொடர்பு வேகக் கோட்பாடு, தொடர்பு ஆர்முடுகல் கோட்பாடு என்பவற்றை விளக்குவார்.
4. ஒரு துணிக்கை தொடர்பாக இன்னொரு துணிக்கையின் வேகம், பாதை என்பவற்றைக் காண்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

1. தளமொன்றின் மீது இயங்கும் A என்னும் துணிக்கையைக் கருதுக. A உடன் விறைப்பாகப் பொருத்தப்பட்ட (இயக்கத்தின் தளத்திலேயே உள்ள) ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தான இரண்டு அச்சுக்களைக் கருதுக. இந்த அச்சுத் தொகுதி குறித்து நிலையாக இயங்கும் ஒரு புள்ளித்தொடை (விரும்பியவாறு விசாலப்படுத்திக் கொள்ளலாம்) A இன் மாட்டேற்றுச் சட்டம் எனப்படும்.



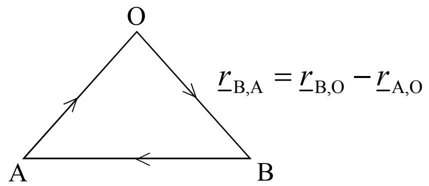
2. இடப்பெயர்ச்சி, வேகம், ஆர்முடுகல் தொடர்பாக ஏற்கனவே கற்ற வரைவிலக்கணங்களை நினைவூட்டுக. மாட்டேற்றுச் சட்டத்தின் உற்பத்தி குறித்து, துணிக்கையின் இடப்பெயர்ச்சி $\underline{r}$ எனின், வேகம் $\underline{v} = \frac{d\underline{r}}{dt}$, ஆர்முடுகல் $\underline{a} = \frac{d\underline{v}}{dt}$ எனவும் உதாரணங்கள் மூலம் விளக்குக.

3. • உற்பத்தி O குறித்து A, B என்பவற்றின் தானக் காவிகள் முறையே, $\underline{r}_{A,O}$, $\underline{r}_{B,O}$ எனின்,

   A தொடர்பாக B இன் தானக்காவி $\underline{r}_{B,A}$ ஆனது

   $\underline{r}_{B,A} = \underline{r}_{B,O} - \underline{r}_{A,O}$

   $\underline{r}_{B,A} = \underline{r}_{B,O} + \underline{r}_{O,A}$ என்பதால் பெறப்படும்.

- 

- $\underline{r}_{B,A} = \underline{r}_{B,O} - \underline{r}_{A,O}$ என்ற தொடர்பு இடப்பெயர்ச்சிக் கோட்பாட்டுச் சமன்பாட்டை நேரம் குறித்து வகையிடுவதால் A தொடர்பான B இன் வேகம் $\underline{r}_{B,A}$ ஆனது $\underline{v}_{B,A} = \underline{v}_{B,O} + \underline{v}_{O,A}$ என்பதால் பெறப்படும்.

- $\underline{v}_{B,A} = \underline{v}_{B,O} + \underline{v}_{O,A}$ என்ற வேகச் சமன்பாட்டை நேரம் குறித்து வகையிடுவதால் தொடர்பு ஆர்முடுகல் $\underline{a}_{B,A} = \underline{a}_{B,O} + \underline{a}_{O,A}$. எனப் பெறப்படும்.

4. - தொடர்பு ஆர்முடுகல் சீரானதாக இருக்கும் போது, ஒரு துணிக்கை தொடர்பாக மற்றுமொரு துணிக்கையின் பாதையைக் காணும் பிரசினங்களைத் தீர்க்க.
   - தொடர்பு வேகம் சீரானதாக இருக்கும் போது, ஒரு துணிக்கை தொடர்பாக மற்றுமொரு துணிக்கையின் வேகத்தைக் காணும் பிரசினங்களைத் தீர்க்க.

தேர்ச்சி மட்டம் : 3.6 நடைமுறைப் பிரசினங்களைத் தீர்ப்பதற்காகத் தொடர்பியக்கம் பற்றிய கோட்பாடுகளைப் பிரயோகிப்பார்.

பாடவேளைகள் : 10

கற்றற் பேறுகள் :
1. பிரசினங்களைத் தீர்ப்பதற்கு தொடர்பு வேகக் கோட்பாடுகளைப் பயன்படுத்துவார்.
2. இரு துணிக்கைகளுக்கிடைப்பட்ட மிகக் கிட்டிய தூரம் காண்பார்.
3. இரு பொருட்கள் மோதுவதற்கான நிபந்தனைகளைக் காண்பார்.
4. காவிகளை பயன்படுத்தி தொடர்பு வேகம் அடங்கிய பிரசினங்களைத் தீர்ப்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

1. - தொடர்பு வேகம் சீரானதாக இருக்கும் போது பின்வருவனவற்றைக் காண்பதற்கான பயிற்சிகளை வழங்குக.
   ஒரு துணிக்கை சார்பாக மற்றுமொரு துணிக்கையின் வேகம்
2. - இரண்டு துணிக்கைகளுக்கும் இடையிலான கிட்டிய தூரமும் அதற்கு எடுக்கும் நேரமும்.
3. - இரண்டு துணிக்கைகள் சந்திக்கும் எனின் அதற்கு எடுக்கும் நேரத்தையும், சந்திக்கும் போதுள்ள அமைவிடங்களும்.
   - தரப்பட்ட பாதை ஒன்றை பூரணப்படுத்து வதற்கு எடுக்கும் நேரம்
4. காற்று, நீர் தொடர்பான பிரசினங்களைத் தீர்ப்பதற்கு மாணவரை வழிப்படுத்துக.
   காவிகளை பயன்படுத்தி தொடர்பு வேகம் அடங்கிய பிரசினங்களை தீர்க்க வழிப்படுத்துக.

தேர்ச்சி மட்டம் : 3.8 சடத்துவச் சட்டமொன்று தொடர்பாக நிகழும் இயக்கமொன்றை விபரிப்பதற்காக நியுற்றனின் விதிகளைப் பிரயோகிப்பார்.

பாடவேளைகள் : 15

கற்றற் பேறுகள் :

1. இயக்கம் தொடர்பான நியுற்றனின் முதலாவது விதியைக் கூறுவார்.
2. ''விசை''யை வரையறுப்பார்.
3. திணிவை வரையறுப்பார்.
4. துணிக்கை ஒன்றின் ஏகபரிமாண உந்தத்தை வரையறுப்பார்.
5. ஏகபரிமாண உந்தம் ஒரு காவிக்கணியம் எனக் கூறுவார்.
6. ஏகபரிமாண உந்தத்தின் பரிமாணம், அலகு என்பவற்றைக் கூறுவார்.
7. சடத்துவ மாட்டேற்றுச் சட்டத்தை விபரிப்பார்.
8. இயக்கம் தொடர்பான நியுற்றனின் இரண்டாவது விதியைக் கூறுவார்.
9. விசையை அளக்கும் தனி அலகு நியுற்றன் என்பதை வரையறுப்பார்.
10. நியுற்றனின் இரண்டாவது விதியின் படி $\underline{F} = m\underline{a}$ என்ற சமன்பாட்டை பெறுவார்.
11. சமன்பாடு $\underline{F} = m\underline{a}$ இல் காவி பண்புகள் பற்றிக் குறிப்பிடுவார்.
12. விசையை அளக்கும் புவியீர்ப்பு அலகு பற்றிக் கூறுவார்.
13. திணிவு, நிறை என்பவற்றுக்கு இடையிலான வேறுபாட்டை விளக்குவார்.
14. ''தாக்கமும் மறுதாக்கமும்'' பற்றி விபரிப்பார்.
15. நியுற்றனின் மூன்றாவது விதியைக் கூறுவார்.
16. $\underline{\mathrm{F}} = m\underline{a}$ என்ற சமன்பாட்டை உபயோகித்துப் பிரசினங்களைத் தீர்ப்பார்.
17. நியூட்டன் இயக்க விதிகளைப் பயன்படுத்தி இணைக்கப்பட்ட துணிக்கைகளுடனான பிரசினங்களை தீர்ப்பார்.
18. கப்பித் தொகுதிகளுடனான பிரசினங்களை தீர்ப்பார். (4 கப்பிகளுக்கு மேற்படாமல்)
19. ஆப்புகளுடனான பிரசினங்களைத் தீர்ப்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் தொடரொழுங்கிற்கான வழிகாட்டல்கள் :

1. பொருளொன்றின் மீது புற விளையுள் விசையொன்று தாக்காத விடத்து அத்துணிக்கை ஓய்வில் இருக்கும், அல்லது நேர்கோட்டில் சீரான வேகத்துடன் இயங்கும் புற விசை ஒன்றினால் மட்டுமே இதனை மாற்ற முடியும்.

2. நியுற்றனின் முதலாவது விதிக்கு ஏற்ப பொருளொன்றின் இயக்கத்தை மாற்றும் புறச் செயலி ''விசை'' ஆகும் என வரையறுக்க.

3. ஒரு துணிக்கை ஒன்றின் மீது பிரயோகிக்கப்படும் விசையின் பால் அத்துணிக்கை காட்டும் துலங்களின் அளவு எனத் திணிவை வரையறுக்க.

4. m திணிவுள்ள துணிக்கை ஒன்று v என்னும் வேகத்துடன் இயங்கும் போது அதன் ஏகபரிமாண உந்தம் mv என வரையறுக்க.

5. mv என்ற கோவையில் வேகம் v ஆனது ஒரு காவிக் கணியம் என்பதால் ஏகபரிமாண உந்தம், வேகத்தின் திசையில் அமையும் ஒரு காவிக் கணியம் எனக் காட்டுக.

6. ஏகபரிமாண உந்தத்தின் பரிமாணம் $\left[\mathrm{MLT}^{-1}\right]$ உம் அலகு $kgms^{-1}$ உம் எனக் கூறுக.

7. புவியின் மாட்டேற்றுச் சட்டம் தொடர்பாக ஓய்வில் இருக்கும் அல்லது சீரான வேகத்துடன் இயங்கும் சட்டம் ஒன்று "சடத்துவச் சட்டம்" எனப்படும் புவியின் மேற்பரப்பில் பொதுவாக நடைபெறும் இயக்கங்கள் பற்றிய கற்கைகளில் புவியானது சடத்துவச் சட்டம் எனப்படும்.

8. பொருளொன்றின் ஏகபரிமாண உந்தம் மாறும் வீதம், அப்பொருளின் மீது தாக்கும் விசைக்கு நேர்விகித சமனாகும். நியுற்றனின் இரண்டாவது விதியை $\mathrm{F} = k\ ma$ எனப் பெறுக.

9. $1\mathrm{kg}$ திணிவில் $1\ ms^{-2}$ என்ற ஆர்முடுகலை ஏற்படுத்துவதற்கான விசை 1 நியுற்றன் (N) என வரையறுப்பார்.

10. $\mathrm{F} = k\ ma$ என்ற சமன்பாட்டில் நியுற்றன் என்ற அலகின் வரைவிலக் கணத்துக்கு ஏற்ப $k = 1$ எனக் காட்டி, $\underline{\mathrm{F}} = m\underline{a}$ என்ற சமன்பாட்டைப் பெறுக. $\underline{\mathrm{F}} = m\underline{a}$ என்ற சமன்பாட்டில் F ஆனது நியுற்றனிலும் (N) m ஆனது கிலோகிராமிலும் (kg) a ஆனது செக்கனுக்குச் செக்கனுக்கு மீற்றரிலும் $\left(ms^{-2}\right)$ பிரதியிட வேண்டும் என்பதைக் கவனத்திற் கொள்க.

11. $\underline{\mathrm{F}} = m\underline{a}$ என்ற சமன்பாட்டுக்கு ஏற்ப, விசை தாக்கும் திசையில் ஆர்முடுகல் உண்டாகின்றது என்பதைக் காட்டுக. விசை F ஐ யாதேனும் ஒரு திசையில் பிரித்து அத்திசையில் $\underline{\mathrm{F}} = m\underline{a}$ என்ற சமன்பாட்டைப் பிரயோகிக்கலாம் எனக்காட்டுக.

12. விசையை அளக்கும் புவியீர்ப்பு அலகு "g நிறை" என்பதை அறிமுகஞ் செய்க. அதாவது $1\mathrm{kg}$ திணிவை புவியின் மையத்தை நோக்கி இயக்கும் விசை $1\mathrm{g}$ நிறை ஆகும்.

13. பொருளொன்றின் திணிவு என்பது அதில் காணப்படும் சடப்பொருளின் அளவாவதோடு அது ஒரு எண்ணிக் கணியமும் ஆகும். ஒரு பொருளின் திணிவைப் புவியை நோக்கி இழுக்கும் விசை அப்பொருளின் நிறை எனப்படும். திணிவு kg இலும், ஆர்முடுகல் ms^{-2} இலும் அளக்கப்படும் போது நிறையின் அலகு N இல் பெறப்படும்.

14. விசைகளின் பல்வேறு வகைகளைக் கூறி, ஒவ்வொரு வகையிலும் தாக்கமும் மறுதாக்கமும் தொழிற்படுமுறை பற்றி உதாரணங்கள் மூலம் விளக்குக.

15. பொருட்களுக்கு இடையில் உண்டாகும் ஒவ்வொரு தாக்கத்துக்குப் பருமனில் சமனானதும் எதிரானதுமான மறுதாக்கம் உண்டு.

16. பின்வரும் வகையான பிரசினங்கள் தீர்ப்பது எதிர்பார்க்கப்படுகின்றன.
    (i) பொருளொன்றின் மீது புற விசை ஒன்று தாக்கும் போது அதில் ஏற்படும் ஆர்முடுகலைக் காணல் அல்லது ஆர்முடுகல் தாக்கும் போது விளையுள் விசையைக் காணல்.

    (ii) குறித்த ஆர்முடுகலுடன் உயர்த்தி ஒன்று இயங்கும் போது உயர்த்திக்கும், உயர்த்தியில் உள்ள பொருளுக்கும் இடையே யான மறுதாக்கத்தைக் காணல்.

    (iii) பொருட்களின் தொகுதி ஒன்றின் மீது புறவிசை ஒன்று தாக்கும் போது, தொகுதியின் ஆர்முடுகலைக் காணல், பொருட்களுக்கு இடையில் உள்ள தாக்கங்கள் மறுதாக்கங்களைக் காணல்.

17. (i) இழை ஒன்றினால் இணைக்கப்பட்ட இரண்டு துணிக்கைகளின் மீது தாக்கும் புற விசை ஒன்றினால் அத்துணிக்கைகளில் ஏற்படும் ஆர்முடுகல், இழையின் இழுவை தொடர்பான பிரசினங்கள்.

    (ii) கரடான தளமொன்றின் மீது இயங்கும் துணிக்கை ஒன்றின் இயக்கம் தொடர்பான பிரசினங்கள்.

18. (i) வெவ்வேறு ஆர்முடுகலுடன் இயங்கும், இழைகளினால் இணைக்கப் பட்ட, ஒப்பமான துணிக்கைகள் அல்லது விறைப்பான பொருட் களைக் கொண்ட தொகுதியின் இயக்கம் தொடர்பான பிரசினங்கள்.

    (ii) கப்பித் தொகுதிகளுடனான பிரசினங்களை தீர்ப்பதற்கு வழிகாட்டுக. (4 கப்பிகளுக்கு மேற்படாமல்)

19. இயங்குவதற்குத் சுயாதீனமுடைய ஆப்பின் மீது அல்லது ஆப்புக்களின் மீது உள்ள துணிக்கைகளின் இயக்கம் தொடர்பான பிரசினங்கள். (ஒப்பமான ஆப்பில் காட்டப்பட்ட)