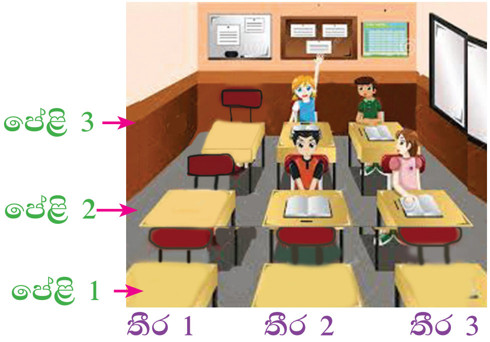
23 කාටීසීය තලය

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,
- කාටීසීය තලය යනු කුමක්දැයි හඳුනා ගැනීමට,
- කාටීසීය තලයක පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක් එම තලයේ පිහිටි ඛණ්ඩාංක මගින් හඳුනා ගැනීමට සහ
- ඛණ්ඩාංක මගින් දැක්වෙන ලක්ෂ්‍යයක් කාටීසීය තලය මත ලකුණු කිරීමට

හැකියාව ලැබේ.

23.1 ස්ථානයක පිහිටීම

එක්තරා පන්ති කාමරයක සිසුන් කිහිපදෙනකු සිටින ස්ථාන පහත රූප සටහනෙන් දැක්වේ. ඒ එක් එක් අය සිටින ස්ථානය විස්තර කරමු.



සිසුන් කිහිප දෙනෙකුගේ පිහිටීම

පිහිටීම		ශිෂ්‍යයාගේ නම
තීර අංකය	පේළි අංකය	
3	3	නිමල්
2	2	සේසත්
3	2	මාලා
2	3	මයුරි

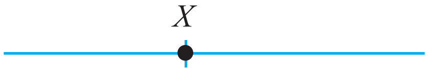
දෙවන තීරයේ තුන් වන පේළියට අදාළ ස්ථානයේ මයුරි සිටින්නී ය.

ඒ ආකාරයට වගුවේ දක්වා ඇති පරිදි පන්තියේ සෑම ශිෂ්‍යයකු ම සිටින ස්ථානය නිශ්චිත ව නිරූපණය කළ හැකි බව ඔබට පෙනෙනු ඇත.

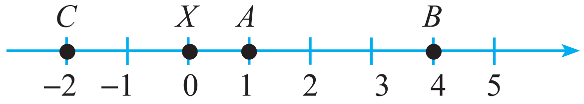
දැන් අපි නියත ලක්ෂ්‍යයක් ඇසුරෙන් තවත් ලක්ෂ්‍යයක පිහිටීම නිර්ණය කරන ආකාරය විමසා බලමු.

• නියත ලක්ෂ්‍යයක් ඇසුරෙන් තවත් ලක්ෂ්‍යයක පිහිටීම

සරල රේඛාවක් මත පිහිටි නියත ලක්ෂ්‍යයක් X අකුරින් සලකුණු කර ඇත.



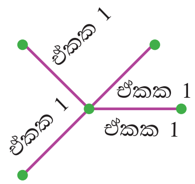
X ලක්ෂ්‍යය, 0 (බින්දුව) ලෙස ගෙන එම සරල රේඛාව, සංඛ්‍යා රේඛාවක් ලෙස අංකනය කරන්න. දැන් X ලක්ෂ්‍යය ඇසුරෙන් එම රේඛාව මත ඇති වෙනත් ඕනෑ ම ලක්ෂ්‍යයක් අපට සංඛ්‍යාවකින් නිරූපණය කළ හැකි ය.



ඒ අනුව X ලක්ෂ්‍යය ඇසුරෙන් A, B සහ C ලක්ෂ්‍යවල පිහිටීම පිළිවෙළින් 1, 4 සහ −2 යන සංඛ්‍යාවලින් දැක්විය හැකි ය.

A සහ B ලක්ෂ්‍ය, X ලක්ෂ්‍යයට දකුණත් පසින් ඒකක 1ක් සහ ඒකක 4ක් දුරින් පිළිවෙළින් පිහිටා ඇත. C ලක්ෂ්‍යය, X ලක්ෂ්‍යයට වමත් පසින් ඒකක 2ක් දුරින් පිහිටා ඇත.

තලයක පිහිටි නියත ලක්ෂ්‍යයක සිට ඒකක 1ක් දුරින් පිහිටි ලක්ෂ්‍ය බොහෝ සංඛ්‍යාවක් ඇත.



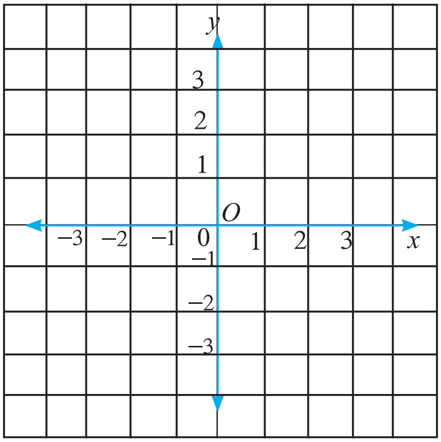
එම නිසා, තලයක පිහිටි යම් ලක්ෂ්‍යයක සිට ඒකක 1ක් දුරින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක් සංඛ්‍යා රේඛා එකක් මගින් නිශ්චිතව නිර්ණය කර ගැනීමට නොහැකි ය.

කොටු ජාලකයක් භාවිත කරමින් තලයක් මත ලක්ෂ්‍යයක පිහිටීම නිශ්චිත ව නිරූපණය කිරීමේ ක්‍රමයක් 1637 වර්ෂයේ දී ප්‍රංශ ජාතික රෙනේ ඩේකාට්ස් (ක්‍රි.ව.1596 - ක්‍රි.ව.1650) විසින් ඉදිරිපත් කරන ලදි. මෙම ජාලකය **කාටීසීය තලය** ලෙස හැඳින්වේ.

රෙනේ ඩේකාට්ස්

23.2 කාටීසීය තලය

කාටීසීය තලයක් රූපයේ දැක්වේ.



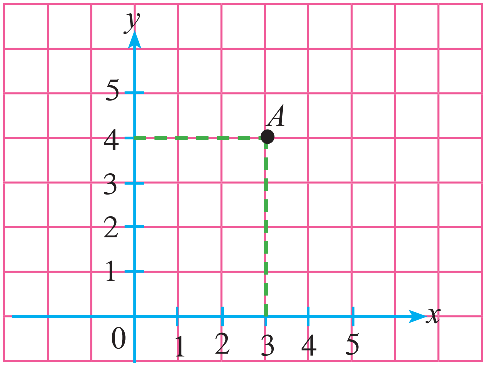
- O යනු මෙම තලයේ පිහිටි නියත ලක්ෂ්‍යයකි.
- මෙහි සංඛ්‍යා රේඛා දෙකක් O ලක්ෂ්‍යයේ දී එකිනෙකට ලම්බ ව ඡේදනය වේ.
- සංඛ්‍යා රේඛා දෙකෙහි ම බින්දුව පිහිටන්නේ O ලක්ෂ්‍යයේ දී ය. එය **මූල ලක්ෂ්‍යය** ලෙස හැඳින්වේ.
- රූපයේ දැක්වෙන පරිදි එක් සංඛ්‍යා රේඛාවක් **x - අක්ෂය** ලෙසත් අනෙක් සංඛ්‍යා රේඛාව **y - අක්ෂය** ලෙසත් හඳුන්වනු ලැබේ.

- O ලක්ෂ්‍යය ඇසුරෙන් තලයේ පිහිටි වෙනත් ඕනෑ ම ලක්ෂ්‍යයක පිහිටීම සංඛ්‍යා දෙකකින් නිශ්චිතව ම හඳුනා ගත හැකි ය.
- මෙම සංඛ්‍යා දෙක, එම ලක්ෂ්‍යයේ **ඛණ්ඩාංක** ලෙස හැඳින්වේ.

23.3 කාටීසීය තලය මත ලක්ෂ්‍යයක් ඛණ්ඩාංක මගින් හඳුනා ගැනීම

A යනු කාටිසීය තලය මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයකි.

කාටීසීය තලයේ පිහිටි A ලක්ෂ්‍යය, සංඛ්‍යා දෙකක් මගින් නිශ්චිතව හඳුනා ගන්නා අයුරු විමසා බලමු.



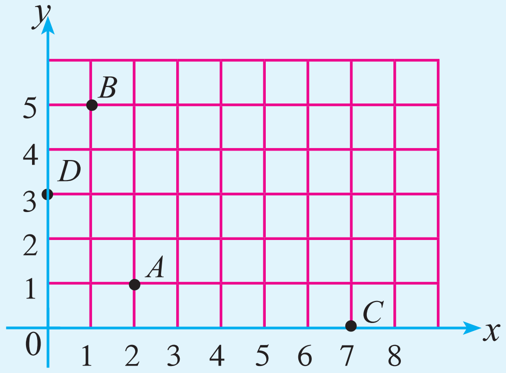
A ලක්ෂ්‍යයේ සිට x අක්ෂයට ලම්බ ව ඇඳි රේඛාව, x අක්ෂය හමුවන්නේ 3 දී ය. A ලක්ෂ්‍යයේ සිට y අක්ෂයට ලම්බ ව ඇඳි රේඛාව, y අක්ෂය හමුවන්නේ 4 දී ය.

මේ අනුව A ලක්ෂ්‍යයේ x ඛණ්ඩාංකය 3 ලෙස ද y ඛණ්ඩාංකය 4 ලෙස ද හැඳින්වේ. වරහන් තුළ A ලක්ෂ්‍යයේ x - ඛණ්ඩාංකය පළමුවෙන් ද y - ඛණ්ඩාංකය දෙවනුව ද ලිවීමෙන් A හි ඛණ්ඩාංක (3, 4) ආකාරයට ලියනු ලැබේ. මෙය කෙටියෙන් A (3, 4) ලෙස ලියනු ලැබේ.

ඒ අනුව, 'O' නම් මූල ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක (0,0) වේ.

නිදසුන 1

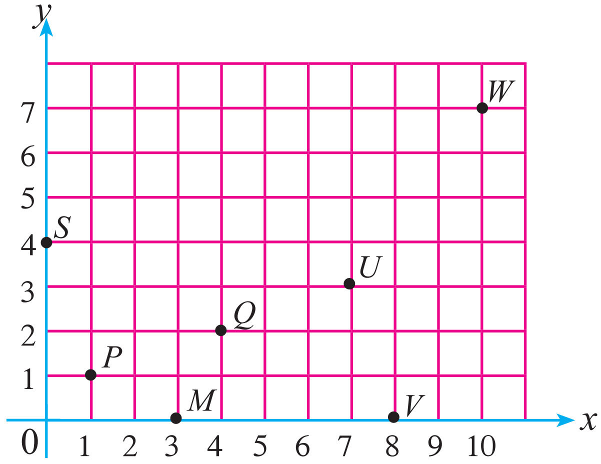
පහත දැක්වෙන කාටීසීය තලය මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යවල ඛණ්ඩාංක ලියා දක්වන්න.



ලක්ෂ්‍යය	x ඛණ්ඩාංකය	y ඛණ්ඩාංකය	ඛණ්ඩාංක
A	2	1	(2,1)
B	1	5	(1,5)
C	7	0	(7,0)
D	0	3	(0,3)

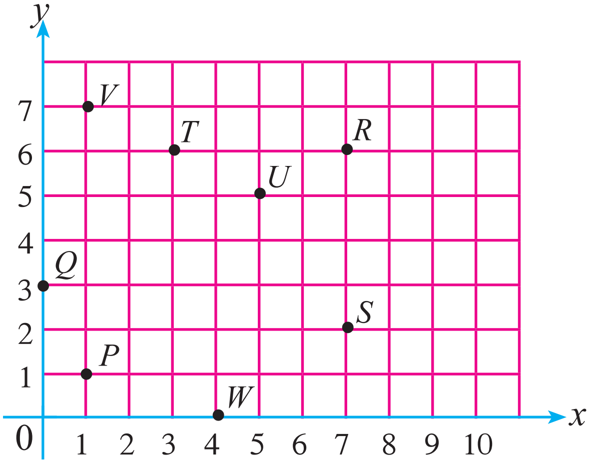
23.1 අභ්‍යාසය

(1) දී ඇති වගුව පොතේ පිටපත් කරගෙන කාටීසීය තලයේ ලකුණු කර ඇති ලක්ෂ්‍ය ඇසුරෙන්, එය සම්පූර්ණ කරන්න.

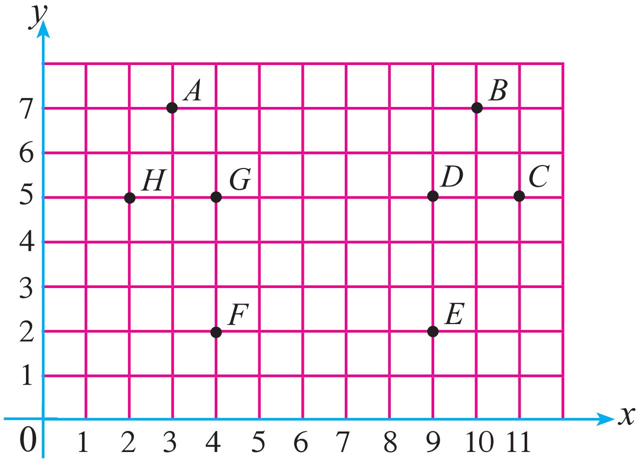


ලක්ෂ්‍යය	x ඛණ්ඩාංකය	y ඛණ්ඩාංකය	ඛණ්ඩාංක	ලක්ෂ්‍යයේ නම ඛණ්ඩාංක සමග
P	1	1	(1,1)	P (1,1)
Q				
S				
V				
U				
W				
M				

(2) පහත දී ඇති කාටීසීය තලය මත ලකුණු කර ඇති ලක්ෂ්‍යවල ඛණ්ඩාංක ලියා දක්වන්න.



(3) පහත දී ඇති කාටීසීය තලය මත ලකුණු කර ඇති ලක්ෂ්‍යවල ඛණ්ඩාංක ලියා දක්වන්න.

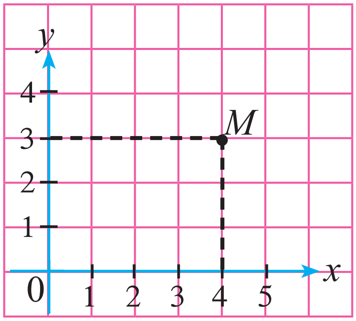


නොමිලේ බෙදා හැරීම සඳහා ය.

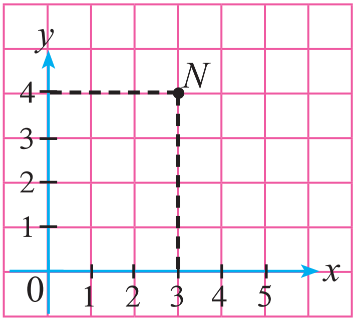
23.4 කාටීසීය තලය මත ලක්ෂ්‍ය ලකුණු කිරීම

M (4, 3) ලක්ෂ්‍යය කාටීසීය තලය මත ලකුණු කරන්නේ කෙසේ දැයි බලමු. මූල ලක්ෂ්‍යයේ සිට x අක්ෂය දිගේ ඒකක 4ක් දුරින් ද, එතැන් සිට y අක්ෂයට සමාන්තර ව ඒකක 3ක් දුරින් ද, M ලක්ෂ්‍යය ලකුණු කරන්න.
N (3,4) , W (3,0) සහ U (0,3) ලක්ෂ්‍ය ලකුණු කර ඇති ආකාරය නිරීක්ෂණය කරන්න.

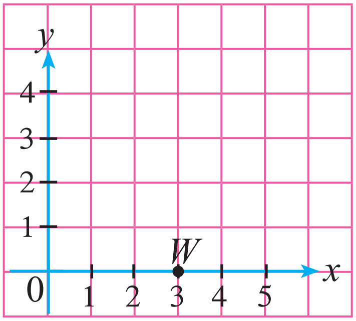
(i) M (4,3) ලක්ෂ්‍යය ලකුණු කිරීම



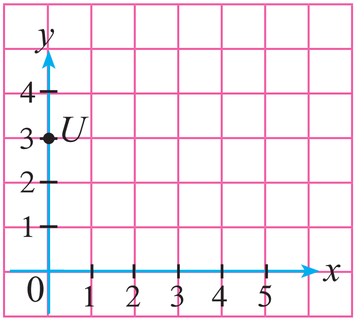
(ii) N (3,4) ලක්ෂ්‍යය ලකුණු කිරීම



(iii) W (3,0) ලක්ෂ්‍යය ලකුණු කිරීම



(iv) U (0,3) ලක්ෂ්‍යය ලකුණු කිරීම



- y ඛණ්ඩාංකය බින්දුව වූ ලක්ෂ්‍යයක්, එනම් x අක්ෂය මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක ඛණ්ඩාංක $(x, 0)$ වේ.
- x ඛණ්ඩාංකය බින්දුව වූ ලක්ෂ්‍යයක්, එනම් y අක්ෂය මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක ඛණ්ඩාංක $(0, y)$ වේ.
- x හා y ඛණ්ඩාංක දෙක ම බින්දුව වූ ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක (0,0) වේ. එම ලක්ෂ්‍යය මූල ලක්ෂ්‍යය වේ.

23.2 අභ්‍යාසය

(1) කාටීසීය තලයක් සුදුසු පරිදි ඇඳ පහත දී ඇති ලක්ෂ්‍ය ලකුණු කරන්න.

A (2,5), B (4,3), C (2,1), D (0,6), E (3,6), F (7,0)

(2) කාටීසීය තලයක පහත ලක්ෂ්‍ය ලකුණු කර, එම අනුපිළිවෙළට සරල රේඛා ඛණ්ඩවලින් යා කර ආරම්භක ලක්ෂ්‍යය කරා පැමිණෙන්න.

(i) A (1,7), B (2,1), C (5,5), D (8,1), E (9,7)

(ii) A (5,1), B (5,3), C (0,5), D (0,6), E (5,4), F (5,5), G (10,5), H (10,1)

(iii) A (1,4), B (0,4), C (0,7), D (1,7), E (1,6), F (7,6), G (7,7), H (10,7), I (10,4), J (7,4), K (7,5), L (1,5)

(3) P(2,2), Q(2,7), R(7,7), S(7,2) ලක්ෂ්‍ය මත "සමචතුරස්‍රයක ශීර්ෂ පිහිටන බව" ශනුක ප්‍රකාශ කරයි. කාටීසීය තලයක් මත මෙම ලක්ෂ්‍ය ලකුණු කරමින් මෙම ප්‍රකාශය සත්‍ය ද අසත්‍ය දැයි පෙන්වා දෙන්න.

(4) කාටීසීය තලයක් ඇඳ, ඒ මත x ඛණ්ඩාංකයේ අගයත්, y ඛණ්ඩාංකයේ අගයත් සමාන වන ලක්ෂ්‍ය හතරක් ලකුණු කරන්න. එම ලක්ෂ්‍යවල ඛණ්ඩාංක ලියා දක්වන්න. එම ලක්ෂ්‍ය යා කරන්න.

(5) (i) කාටීසීය තලයක පහත දී ඇති ලක්ෂ්‍ය ලකුණු කර, එම ලක්ෂ්‍ය සරල රේඛා ඛණ්ඩවලින් යා කරන්න.

A (4,1), B (4,2), C (4,3), D (4,4)

(ii) ලැබෙන සරල රේඛාව තව දුරටත් දික් කරන්න.

(iii) මෙම සරල රේඛාව මත පිහිටි තවත් ලක්ෂ්‍ය දෙකක ඛණ්ඩාංක ලියන්න.

(6) (i) කාටීසීය තලයක පහත දී ඇති ලක්ෂ්‍ය ලකුණු කර, එම ලක්ෂ්‍ය සරල රේඛා ඛණ්ඩවලින් යා කරන්න.

P (2,3), Q (4,3), R (6,3), S (7,3)

(ii) ලැබෙන සරල රේඛාව තව දුරටත් දික් කරන්න.

(iii) මෙම සරල රේඛාව මත පිහිටි තවත් ලක්ෂ්‍ය දෙකක ඛණ්ඩාංක ලියන්න.

සාරාංශය

- කාටීසීය තලයේ ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක්, (x, y) ආකාරයට ඛණ්ඩාංක මගින් දක්වනු ලැබේ.
- පළමුව x මගින් දක්වන සංඛ්‍යාව x ඛණ්ඩාංකය ලෙස ද දෙවනුව y මගින් දක්වන සංඛ්‍යාව y ඛණ්ඩාංකය ලෙස ද හඳුන්වනු ලැබේ.