1 සංඛ්‍යා රටා

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට,

- අනුයාත පද දෙකක් අතර වෙනස සමාන වූ සංඛ්‍යා රටාවක සාධාරණ පදය ගොඩනැඟීමට
- සංඛ්‍යා රටාවක සාධාරණ පදය දී ඇති විට, සංඛ්‍යා රටාව ගොඩනැඟීමට
- සංඛ්‍යා රටා ආශ්‍රිත ගැටලු විසඳීමට

හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

සංඛ්‍යා රටා හැඳින්වීම

පහත දැක්වෙන්නේ සංඛ්‍යා රටා කිහිපයකි.

i. 3, 3, 3, 3, 3, ...

ii. 2, 4, 6, 8, 10, ...

iii. 5, 8, 11, 14, 17, ...

iv. 2, 4, 8, 16, 32, ...

v. 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 5, 5, ...

vi. 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, ...

පළමුවන සංඛ්‍යා රටාව ඉතා ම සරල ය. එම රටාවේ ඇති සෑම සංඛ්‍යාවක් ම 3 වේ.

දෙවන සංඛ්‍යා රටාවේ මුල් සංඛ්‍යාව 2 වන අතර ඉන් පසු ඇති සෑම සංඛ්‍යාවක්ම ලැබෙන්නේ ඊට පෙර ඇති සංඛ්‍යාවට 2ක් එකතු වීමෙනි.

තුන්වන රටාවේ මුල් සංඛ්‍යාව 5 වන අතර, ඉන් පසු ඇති සෑම සංඛ්‍යාවක් ම ලැබෙන්නේ ඊට පෙර ඇති සංඛ්‍යාවට 3ක් එකතු වීමෙනි.

හතරවන රටාවේ මුල් සංඛ්‍යාව 2 වන අතර ඉන් පසු ඇති සෑම සංඛ්‍යාවක් ම ලැබෙන්නේ ඊට පෙර සංඛ්‍යාව 2න් ගුණ වීමෙනි.

පස්වන හා හයවන රටාවලට ද ඒවාට ම ආවේණික ලක්ෂණ ඇත.

සංඛ්‍යා රටාවල ඇති සංඛ්‍යා සඳහා **පද** යන්න භාවිත වේ. නිදසුන් ලෙස ඉහත පළමුවන රටාවේ සෑම පදයක් ම 3 වේ;

දෙවන රටාවේ මුල් පදය (එනම්, පළමුවන පදය) 2 ද දෙවන පදය 4 ද තුන්වන පදය 6 ද ආදි වශයෙන් වේ; එහි පළමු පදයට පසු සෑම පදයක් ම ලැබෙන්නේ ඊට පෙර පදයට 2ක් එකතු වීමෙනි;

තුන්වන රටාවේ මුල් පදය (එනම්, පළමුවන පදය) 5 ද දෙවන පදය 8 ද තුන්වන පදය 11 ද ආදි වශයෙන් වේ; එහි පළමු පදයට පසු සෑම පදයක් ම ලැබෙන්නේ ඊට පෙර පදයට 3ක් එකතු වීමෙනි.

හතරවන රටාවේ පළමු පදයට පසු සෑම පදයක්ම ලැබෙන්නේ ඊට පෙර පදය 2න් ගුණ වීමෙනි.

මේ ආදි වශයෙන් පස්වන හා හයවන රටාවල පද ලැබෙන ආකාර ද විස්තර කළ හැකි නමුත් ඒවා තරමක් සංකීර්ණ විය හැකි ය.

ඉහත දැක්වෙන රටාවල පද කොමා ලකුණුවලින් වෙන් වී ඇති බවත් අවසානයේ තිත් තුනක් තබා ඇති බවත් නිරීක්ෂණය කරන්න. මෙය සාමාන්‍යයෙන් සංඛ්‍යා රටා ලියා දක්වන ආකාරයයි. තිත් තුනෙන් දැක්වෙන්නේ රටාව දිගට ම පවතින බවයි.

රටා යන වදන සඳහා ගණිතයේ දී යොදා ගන්නා වදන වනුයේ 'අනුක්‍රම' යන්නයි. ඒ අනුව, ඉහත දැක්වෙන්නේ 'සංඛ්‍යා අනුක්‍රම' (හෝ, සරලව පවසතොත්, 'අනුක්‍රම') හයකි. අනුක්‍රමයක පදවල අනුපිළිවෙළ වැදගත් වේ. නිදසුනක් ලෙස,

$$1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 5, 5, 6, 6, \ldots$$

යන අනුක්‍රමයේත්

$$1, 2, 1, 2, 3, 4, 3, 4, 5, 6, 5, 6, \ldots$$

යන අනුක්‍රමයේත් එක ම සංඛ්‍යා ඇතත්, ඒවා එකිනෙකට වෙනස් අනුක්‍රම වේ.

ඉහත දැක්වෙන අනුක්‍රමවල මුල් පද කිහිපයක් පමණක් දී, ඒවායේ රටාව විස්තර කොට ඇත. එසේ නමුත්, අනුක්‍රමයක මුල් පද කිහිපයෙන් පමණක් එම අනුක්‍රමයේ රටාව අනුමාන කිරීම එතරම් සුදුසු නොවේ. නිදසුන් ලෙස,

$$1, 2, 3, 4, 5, 1, 2, 3, 4, 5, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots$$

යනු සංඛ්‍යා රටාවකි. එනම් අනුක්‍රමයකි. එම අනුක්‍රමයේ මුල් පද පහ පමණක් ලියා (එනම්, 1, 2, 3, 4, 5, ... ලියා) එහි ඊළඟ පදය කුමක්දැයි විමසුව හොත් එය 6 ලෙස වැරදි පිළිතුරක් ලැබිය හැකි ය. එමනිසා, අනුක්‍රමයක මුල් පද කිහිපයක් දී එහි ඊළඟ පදය (හෝ පද කිහිපය) ඇසීම ගණිතානුකූලව නිවැරදි නොවේ.
අනුක්‍රමයක් වඩාත් නිවැරදි ව විස්තර කළ හැකි ක්‍රමයක් වන්නේ අනුයාත එක් එක් පදය ගණනය කළ හැකි රීතියක් දීම මගිනි.

ඉහත දී ඇති අනුක්‍රම 6න් දෙවන හා තුන්වන අනුක්‍රමවල විශේෂත්වය (හෝ, ගුණය) මෙසේ විස්තර කළ හැකි ය.

දෙවන අනුක්‍රමයේ, පළමු පදයට පසු සෑම පදයක් ම ලැබෙන්නේ ඊට පෙර පදයට 2 යන නියත අගය එකතු වීමෙනි. එය මෙසේ විදහා දැක්විය හැකි ය.

$$\underbrace{2 \quad 4}_{+2}\quad \underbrace{4 \quad 6}_{+2}\quad \underbrace{6 \quad 8}_{+2}\quad \underbrace{8 \quad 10}_{+2}$$

තුන්වන අනුක්‍රමයේ, පළමු පදයට පසු සෑම පදයක් ම ලැබෙන්නේ ඊට පෙර පදයට 3 යන නියත අගය එකතු වීමෙනි. එය මෙසේ විදහා දැක්විය හැකි ය.

$$\underbrace{5 \quad 8}_{+3}\quad \underbrace{8 \quad 11}_{+3}\quad \underbrace{11 \quad 14}_{+3}\quad \underbrace{14 \quad 17}_{+3}$$

මෙහි 'නියත අගය' යන්නෙහි තේරුම 'වෙනස් නොවන' යන්නයි. මෙම අනුක්‍රම දෙකට අදාළ විශේෂත්වය මෙසේ දැක්විය හැකි ය.

"ඕනෑම පදයකින් (පළමු පදය හැර) ඊට පෙර පදය අඩු කළ විට ලැබෙන අගය නියතයකි. (එනම්, නියත අගයකි)."

2, 4, 6, 8, 10, ... අනුක්‍රමය සඳහා මෙම නියතයේ අගය 2 වේ
($4 - 2 = 6 - 4 = 8 - 6 = 10 - 8 = 2$ නිසා).

5, 8, 11, 14, 17, ... අනුක්‍රමය සඳහා මෙම නියතයේ අගය 3 වේ
($8 - 5 = 11 - 8 = 14 - 11 = 17 - 14 = 3$ නිසා).

මෙවැනි අනුයාත පද දෙකක් අතර වෙනස නියත අගයක් වන අනුක්‍රම පිළිබඳව වැඩි දුරටත් හදාරමු.

මෙම නියත අගය එනම් නියත වූ අන්තරය (වෙනස) '**පොදු අන්තරය**' ලෙස හැඳින්වේ. මේ අනුව,

> පොදු අන්තරය = පළමු පදය හැර ඕනෑ ම පදයක් − ඊට පෙර පදය

ඉහත මුලින් ම දී ඇති 3, 3, 3, 3, 3, ... අනුක්‍රමයට ද මෙම ගුණය ඇති බව නිරීක්ෂණය කළ හැකි ය.

$$\begin{array}{ccccccccc} 3 & & 3 & & 3 & & 3 & & 3 \\ & +0 & & +0 & & +0 & & +0 & \end{array}$$

මෙහි එකතු වන නියත අගය (එනම්, පොදු අන්තරය) 0 ලෙස සැලකිය හැකි ය.

පහත දැක්වෙන්නේ එම ගුණය සහිත තවත් අනුක්‍රමයකි.

$$\begin{array}{ccccccccc} 17 & & 12 & & 7 & & 2 & & -3\ldots \\ & -5 & & -5 & & -5 & & -5 & \end{array}$$

මෙම අනුක්‍රමයේ පළමුවන පදය 17 ය. එයින් පසු සෑම පදයක් ම ලැබෙන්නේ ඊට පෙර පදයෙන් 5ක් අඩු වීමෙනි. එනම්, පෙර පදයට −5ක් එකතු වීමෙනි. ඒ අනුව, මෙම අනුක්‍රමයේ පොදු අන්තරය −5 වේ. එනම්,

පොදු අන්තරය $= 12 - 17 = 7 - 12 = 2 - 7 = -3 - 2 = -5$.

මෙවැනි නියත පොදු අන්තරයක් සහිත අනුක්‍රමයක පොදු අන්තරයේ අගයත් පළමුවන පදයත් දන්නේ නම් එහි මුල් පද කිහිපය පහසුවෙන් ලියා දැක්විය හැකි ය. ඒ සඳහා නිදසුන් කිහිපයක් මෙසේ දැක්විය හැකි ය.

නිදසුන 1

පළමුවන පදය 4 ද පොදු අන්තරය 3 ද වන අනුක්‍රමයේ මුල් පද 3 වන්නේ 4, 7 හා 10 යි.

නිදසුන 2

පළමුවන පදය 7 ද පොදු අන්තරය −4 ද වන අනුක්‍රමයේ මුල් පද 5 වන්නේ 7, 3, −1, −5 හා −9 යි.

මෙවැනි පොදු අන්තරයක් සහිත අනුක්‍රමයක මුල් පද කිහිපය පහසුවෙන් ලිවිය හැකි ය. එහෙත් 50වන පදය හෝ, එසේත් නැත් නම් 834 වන පදය කුමක් දැයි සෙවීම පහසු නොවේ. එයට හේතුව, 50, 834 වැනි සංඛ්‍යා විශාල වීමයි.

ඒ අනුව සංඛ්‍යා රටාවක සාධාරණ පදයක් දැන සිටීම වැදගත් ය. සාධාරණ පදය යන්නෙන් අදහස් වන්නේ කුමක් දැයි විමසා බලමු.

1.1 සංඛ්‍යා රටාවක සාධාරණ පදය

මුලින් ම, එක් එක් පදය දැක්වීම සඳහා අංකනයක් යොදා ගනිමු. ඒ සඳහා, දී ඇති යම් අනුක්‍රමයක

පළමුවන පදය T_1 මගිනුත්
දෙවන පදය T_2 මගිනුත්
තුන්වන පදය T_3 මගිනුත්

ආදි වශයෙන් දක්වමු.

නිදසුනක් ලෙස

$$5, 11, 17, 23, ...$$

යන අනුක්‍රමයේ

පළමුවන පදය $= T_1 = 5$
දෙවන පදය $= T_2 = 11$
තුන්වන පදය $= T_3 = 17$
හතරවන පදය $= T_4 = 23$

ආදි ලෙස ලියා දැක්විය හැකි ය.

ගණිතයේ දී බොහෝ විට සිදු කරන ආකාරයෙන්, යම් අනුක්‍රමයක n වන පදය සැලකීම ද මෙහි දී ඉතා වැදගත් ය. මෙහි n මගින් දැක්වෙන්නේ ඕනෑ ම ධන නිඛිලමය අගයකි. එයට හේතුව nට ගත හැකි අගයන් වන්නේ 1, 2, 3, ... ආදි ධන නිඛිල වීමයි. $\frac{1}{2}$ පදය, -4 වන පදය, 3.5 වන පදය ආදියට අර්ථයක් නොමැත. මෙසේ, n අගයක් සැලකූ විට, ඊට අනුරූප වන n වන පදය T_n මගින් දැක්වේ. එයට සාධාරණ පදය (හෝ පොදු පදය) යැයි කියනු ලැබේ.
එනම්, T_n මගින් අනුක්‍රමයක n වන පදය (සාධාරණ පදය) දැක්වේ.

සාධාරණ පදය දී ඇති විට සංඛ්‍යා අනුක්‍රමය ගොඩනැගීම

අපි සංඛ්‍යා අනුක්‍රමයක සාධාරණ පදය සඳහා අංකනයක් උගත්තෙමු. දැන් සාධාරණ පදය දී ඇති විට එය භාවිත කර සංඛ්‍යා අනුක්‍රමය ගොඩනගන අයුරු හා නම් කරන ලද පදයක් සොයන අයුරු නිදසුන් ඇසුරෙන් විමසා බලමු.

නිදසුන 1

සාධාරණ පදය වන $T_n = 2n + 3$ වූ සංඛ්‍යා රටාවේ

i. මුල් පද තුන ලියන්න.
ii. විසිවන පදය සොයන්න.
iii. 123 වන්නේ කී වැනි පදය ද?
iv. $(n + 1)$ වන පදය n ඇසුරෙන් දක්වන්න.

i. සාධාරණ පදය වන $T_n = 2n + 3$ බැවින්

$n = 1$ වූ විට පළමු පදය, $T_1 = (2 \times 1) + 3 = 2 + 3 = 5,$
$n = 2$ වූ විට දෙවන පදය, $T_2 = (2 \times 2) + 3 = 4 + 3 = 7,$
$n = 3$ වූ විට තුන්වන පදය, $T_3 = (2 \times 3) + 3 = 6 + 3 = 9.$

$\therefore$ රටාවේ මුල් පද තුන $= 5, 7, 9.$

ii. $n = 20$ යන්න $2n + 3$ හි ආදේශයෙන් 20 වන පදය ලැබේ.

විසිවන පදය, $T_{20} = (2 \times 20) + 3 = 40 + 3$
$= 43$

$\therefore$ විසිවන පදය 43 වේ.

iii. 123 වන්නේ n වන පදය යැයි ගනිමු.

එවිට $2n + 3 = 123$
$$2n + 3 - 3 = 123 - 3$$
$$2n = 120$$
$$n = \frac{120}{2}$$
$$= 60$$
$\therefore$ රටාවේ 123 වන්නේ 60 වන පදයයි.

iv. $n + 1$ වන පදය ලබා ගැනීමට n වෙනුවට $(n + 1)$ ආදේශ කරමු.

$n + 1$ වන පදය, $T_{n+1} = 2(n + 1) + 3$
$= 2n + 2 + 3$
$= 2n + 5$

$\therefore$ $n + 1$ වන පදය n ඇසුරෙන් $2n + 5$ වේ.

නිදසුන 2

සාධාරණ පදය වන $T_n = 56 - 4n$ වූ සංඛ්‍යා රටාවේ

i. මුල් පද තුන ලියන්න.
ii. 12 වන පදය සොයන්න.
iii. 0 මෙම සංඛ්‍යා රටාවේ පදයක් වන බව පෙන්වන්න.
iv. 18 මෙම සංඛ්‍යා රටාවේ පදයක් නොවන බව පෙන්වන්න.

i. සාධාරණ පදය, $T_n = 56 - 4n$ බැවින්

$n = 1$ වූ විට පළමුවන පදය, $T_1 = 56 - (4 \times 1) = 56 - 4 = 52,$

$n = 2$ වූ විට දෙවන පදය, $T_2 = 56 - (4 \times 2) = 56 - 8 = 48,$

$n = 3$ වූ විට තුන්වන පදය, $T_3 = 56 - (4 \times 3) = 56 - 12 = 44,$

$\therefore$ රටාවේ මුල් පද තුන 52, 48, 44 වේ.

ii. 12 වන පදය $= 56 - 4 \times 12$
$= 56 - 48$
$= 8$

iii. 0 සංඛ්‍යා රටාවේ පදයක් නම්, කිසියම් n සඳහා

$56 - 4n = 0$ විය යුතු ය.

$56 - 4n + 4n = 4n$ (දෙපසට ම $4n$ එකතු කිරීම)

$$\frac{56}{4} = \frac{4n}{4}$$

$$14 = n$$

$n = 14$ $\therefore$ රටාවේ 14 වන පදය 0 වේ.

එනම්, 0 මෙම සංඛ්‍යා රටාවේ පදයක් වේ.

iv. 18 රටාවේ පදයක් නම්, කිසියම් n සඳහා $56 - 4n = 18$ විය යුතුයි.

එවිට $56 - 4n + 4n = 18 + 4n$

$$56 - 18 = 18 - 18 + 4n$$

$$38 = 4n$$

$$9\frac{1}{2} = n$$

18 රටාවේ පදයක් නම් n හි අගය ධන පූර්ණ සංඛ්‍යාවක් විය යුතුයි. $n = 9\frac{1}{2}$ නිසා 18 මෙම සංඛ්‍යා රටාවේ පදයක් නොවේ.

1.1 අභ්‍යාසය

1. වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.

සංඛ්‍යා රටාවේ සාධාරණ පදය	පළමුවන පදය ($n = 1$ ආදේශයෙන්)	දෙවන පදය ($n = 2$ ආදේශයෙන්)	තුන්වන පදය ($n = 3$ ආදේශයෙන්)	සංඛ්‍යා රටාවේ මුල් පද තුන
$3n + 2$	$(3 \times 1) + 2 = 5$	$(3 \times 2) + 2 = 8$	$(3 \times 3) + 2 = 11$	5, 8, 11
$5n - 1$	$(5 \times 1) - 1 = 4$	....	....	..., ..., ...
$2n + 5$	....	....	....	..., ..., ...
$20 - 2n$	....	....	....	..., ..., ...
$50 - 4n$	....	....	....	..., ..., ...
$35 - n$	....	....	....	..., ..., ...

2. සංඛ්‍යා රටාවක, සාධාරණ පදය $4n - 3$ වේ. එම රටාවේ

i. මුල් පද තුන ලියන්න.
ii. 12 වන පදය සොයන්න.
iii. 97 වන්නේ කී වැනි පදය ද?
iv. 75 මෙම සංඛ්‍යා රටාවේ පදයක් නොවන බව පෙන්වන්න.

3. n වන පදය $7n + 1$ වූ සංඛ්‍යා රටාවේ

i. මුල් පද තුන ලියන්න.
ii. 5 වන පදය සොයන්න.
iii. 36 වන්නේ කී වැනි පදය ද?
iv. $n + 1$ වන පදය n ඇසුරෙන් දක්වන්න.

4. සාධාරණ පදය $T_n = 50 - 7n$ වූ සංඛ්‍යා රටාවේ

i. මුල් පද තුන ලියන්න.
ii. 10 වන පදය සොයන්න.
iii. $n + 1$ වන පදය n ඇසුරෙන් දක්වන්න.
iv. 7 වන පදයෙන් පසුව ලැබෙන පද ඍණ සංඛ්‍යා බව පෙන්වන්න.

1.2 සංඛ්‍යා රටාවක සාධාරණ පදය (T_n) සඳහා ප්‍රකාශනයක් ලබා ගැනීම

ඉහත කොටසේ දී සාධාරණ පදය වන T_n සඳහා ප්‍රකාශනයක් දී තිබුණි. මෙහිදී, T_n සඳහා n ඇසුරෙන් ප්‍රකාශනයක් ලබා ගැනීම අපගේ අරමුණයි. එවිට, අනුක්‍රමයක යම් පදයක් කවරක්දැයි යන්න එම ප්‍රකාශනය භාවිතයෙන් පහසුවෙන් සෙවිය හැකි ය. මෙසේ ප්‍රකාශනයක් ලබා ගත හැකි ආකාරය නිදසුනක් මගින් විමසා බලමු.

5, 11, 17, 23, ... යන පොදු අන්තරයක් සහිත අනුක්‍රමයේ 80 වන පදය සෙවිය යුතු යැයි සිතමු. එනම්, T_{80} සෙවිය යුතු ය. ඒ සඳහා, පහත වගුවේ දැක්වෙන රටාව නිරීක්ෂණය කරන්න.

n	T_n	පොදු අන්තරය වන 6 හා n ඇසුරෙන් T_n ලිවිය හැකි ආකාරය
1	5	$6 \times 1 - 1$ හෝ $5 + 0 \times 6$
2	11	$6 \times 2 - 1$ හෝ $5 + 1 \times 6$
3	17	$6 \times 3 - 1$ හෝ $5 + 2 \times 6$
4	23	$6 \times 4 - 1$ හෝ $5 + 3 \times 6$
5	29	$6 \times 5 - 1$ හෝ $5 + 4 \times 6$

ඉහත වගුවේ තුන්වන තීරයේ දැක්වෙන $6 \times 1 - 1, 6 \times 2 - 1, 6 \times 3 - 1$ ආදි ප්‍රකාශන එසේ ලියන ලද්දේ ඇයි දැයි යන්න ඔබට ගැටලුවක් වූවා විය හැකි ය. විශේෂයෙන් ම, 1ක් අඩු කිරීමට හේතුව කුමක් ද යන්න අපැහැදිලි වූවා විය හැකි ය.
එය මෙසේ පැහැදිලි කළ හැකි ය.

දී ඇති 5, 11, 17, 23, ... අනුක්‍රමයේ පොදු අන්තරය 6 නිසා, මුලින් ම දී ඇති අනුක්‍රමයත් ඊට පහළින් 6හි ගුණාකාර කිහිපයකුත් ලියමු.

5, 11, 17, 23, 29, ...

6, 12, 18, 24, 30, ...

6හි ගුණාකාරවලින් 1 බැගින් අඩු වී, දී ඇති අනුක්‍රමය ලැබෙන බව නිරීක්ෂණය කළ හැකි ය. එනම්,
අනුක්‍රමයේ 1 වන පදය = 6හි පළමු ගුණාකාරය -1
අනුක්‍රමයේ 2 වන පදය = 6හි දෙවන ගුණාකාරය -1
අනුක්‍රමයේ 3 වන පදය = 6හි තුන්වන ගුණාකාරය -1

ආදි වශයෙන් ලිවිය හැකි ය.

ඒ අනුව,
අනුක්‍රමයේ n වන පදය = 6හි n වන ගුණාකාරය $- 1$

$$\therefore\ T_n = 6n - 1$$

ඒ අනුව, T_{80} වන්නේ $6 \times 80 - 1 = 479$ යි. එනම්,

$T_{80} = 6 \times 80 - 1 = 479.$

මේ අනුව, 80 වන පදය 479 වේ.
තව ද මෙම අනුක්‍රමය සඳහා සාධාරණ පදය වන T_n සඳහා ප්‍රකාශනය වන $T_n = 6n - 1$ ලෙස ඉහත දී ලබා ගෙන ඇත.

මෙම සූත්‍රය භාවිතයෙන් ඕනෑ ම පදයක් සෙවිය හැකි ය. නිදසුනක් ලෙස, දී ඇති අනුක්‍රමයේ 24 වන පදය සෙවීම සඳහා මෙහි $n = 24$ ආදේශ කළ යුතු ය. එවිට,

$T_{24} = 6 \times 24 - 1 = 143$

එමනිසා, අනුක්‍රමයේ 24 වන පදය 143 වේ.

තවත් නිදසුනක් සලකා බලමු.

නිදසුන 1

මුල් පද හතර 15, 19, 23, 27 වන පොදු අන්තරයක් සහිත අනුක්‍රමයේ n වන පදය වන T_n සඳහා ප්‍රකාශයක් සොයමු.

මෙහි පොදු අන්තරය $= 19 - 15 = 4$ වේ. දී ඇති අනුක්‍රමයේ මුල් පද කිහිපයත්, ඊට පහළින් 4හි ගුණාකාර කිහිපයකුත් (ධන නිඛිලමය ගුණාකාර) ලියමු.

$$15, 19, 23, 27, ...$$
$$4, 8, 12, 16, ...$$

සෑම 4හි ගුණාකාරයකට ම 11 බැගින් එකතු වීමෙන් දී ඇති අනුක්‍රමය ලැබෙන බව පැහැදිලි ය. ඒ අනුව, පොදු පදය වන T_n සඳහා වන සූත්‍රය

$T_n = 4n + 11$

මගින් ලැබේ. මෙම සූත්‍රය භාවිතයෙන් 100 වන පදය සොයමු.

$T_{100} = 4 \times 100 + 11 = 411$

දැන් පොදු අන්තරය සෘණ අගයක් වන, එනම් අඩු වන පදවලින් සමන්විත වන අනුක්‍රමයක් සලකා බලමු.

නිදසුන 2

මුල් පද හතර 10, 7, 4, 1 වන පොදු අන්තරයක් සහිත අනුක්‍රමයේ n වන පදය වන T_n සඳහා ප්‍රකාශනයක් සොයමු.

10, 7, 4, 1, ... යන අනුක්‍රමයේ පොදු අන්තරය $= 7 - 10 = -3$ වේ.
එමනිසා, -3 හි ගුණාකාර (නිඛිලමය) හා දී ඇති අනුක්‍රමයේ පද එකක් යටින් එකක් ලියමු.

10, 7, 4, ...
$-3, -6, -9, \ldots$
සෑම -3හි ගුණාකාරයට ම 13 බැගින් එකතු වීමෙන් අනුක්‍රමයේ පද ලැබෙන බව නිරීක්ෂණය කළ හැකි ය. එමනිසා,

$T_n = -3n + 13$

ලෙස (එසේත් නැති නම්, මුලින් ධන පදයක් ලැබෙන පරිදි $T_n = 13 - 3n$ ලෙස) මෙහි පොදු පදය ලිවිය හැකි ය.

නිදසුනක් ලෙස, මෙම අනුක්‍රමයේ 30 වන පදය සෙවීම සඳහා $n = 30$ ආදේශ කළ යුතු ය. එවිට,

$T_{30} = -3 \times 30 + 13 = -77$

ලෙස ලැබේ. එමනිසා, 30 වන පදය -77 වේ.

1.2 අභ්‍යාසය

1. පහත වගුව අභ්‍යාස පොතේ පිටපත් කර, එය සම්පූර්ණ කරන්න.

රටාව	අනුයාත පද දෙකක් අතර වෙනස	රටාව ගොඩනැගීමට සම්බන්ධ වන ගුණාකාරය
5, 8, 11, 14,...	$8 - 5 = 3$	3
10, 17, 24, 31, ...		
$2\frac{1}{2}, 4, 5\frac{1}{2}, 7, \ldots$		
20, 17, 14, 11, ...		
50, 45, 40, 35, ...		
0.5, 0.8, 1.1, 1.4, ...		

2. 10, 17, 24, 31, ... යන සංඛ්‍යා රටාව ඇසුරෙන් වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.

පද අනුපිළිවෙළ	පදය	රටාව ගොඩනැඟී ඇති ආකාරය
1 වන පදය	10	$7 \times 1 + ...$
2 වන පදය	17	$7 \times 2 + ...$
3 වන පදය	24	.... + ...
4 වන පදය	31	.... + ...
n වන පදය	....	.... + ... = ...

3. පහත දැක්වෙන එක් එක් සංඛ්‍යා රටාවේ සාධාරණ පදය සඳහා ප්‍රකාශනයක් ලබා ගන්න.

a. 1, 4, 7, 10, ...
b. 1, 7, 13, 19, ...
c. 9, 17, 25, 33, ...
d. 4, 10, 16, 22, ...
e. 22, 19, 16, 13, ...
f. 22, 20, 18, 16, ...

1.3 සංඛ්‍යා රටා ඇතුළත් ගැටලු විසඳීම

දී ඇති තොරතුරු මගින් ගොඩනඟා ගන්නා සංඛ්‍යා රටා යොදා ගනිමින් විවිධ ගණිත ගැටලු විසඳා ගත හැකි ය.

නිදසුන 1

දුර දිවීම පුහුණු වන ක්‍රීඩකයෙක් දිනපතා පුහුණුවීම්වල යෙදෙයි. ඔහු මීටර 500ක දුරක් පළමු දිනයේ දිවූ අතර, ඉන් පසු සෑම දිනක ම පෙර දිනට වඩා මීටර 100ක් බැගින් වැඩිපුර දිව්වේ ය.

i. මුල් දින තුනේ දුවන ලද දුර වෙන වෙන ම ලියන්න.
ii. n වන දිනයේ දී දුවන ලද දුර සඳහා සාධාරණ පදය (T_n) සොයන්න.
iii. 20 වන දිනයේ දී ඔහු දුවන දුර සොයන්න.
iv. ඔහු 3 kmක දුරක් දුවන්නේ කී වැනි දිනයේ ද?

i. පළමුවන දින දුවන දුර = 500 m
දෙවන දින දුවන දුර = 500 m + 100 m = 600 m
තුන්වන දින දුවන දුර = 500 m + 100 m + 100 m = 700 m

සංඛ්‍යා රටාවේ මුල් පද තුන 500, 600, 700.

ii. දිව යන දුර දැක්වෙන සංඛ්‍යා රටාව අනුව, එය ගොඩනැගෙන්නේ 100 ගුණාකාරවලිනි.

$\therefore$ සාධාරණ පදය, $T_n = 100n + 400$

iii. 20 වන දිනයේ දුවන දුර, 20 වන පදයෙන් දැක්වෙන බව පැහැදිලි ය.

$\therefore$ සංඛ්‍යා රටාවේ විසිවන පදය, $T_{20} = (100 \times 20) + 400$

$= 2000 + 400$

$= 2400 \text{ m}$

$= 2.4 \text{ km}$

$\therefore$ 20 වන දිනයේ දුවන දුර 2.4 km

iv. 3 km = 3000 m

3000 mක් දිව යන්නේ n වන දිනයේ දී යයි ගනිමු.

එවිට; $100n + 400 = 3000$

$100n + 400 - 400 = 3000 - 400$

$100\,n = 2600$

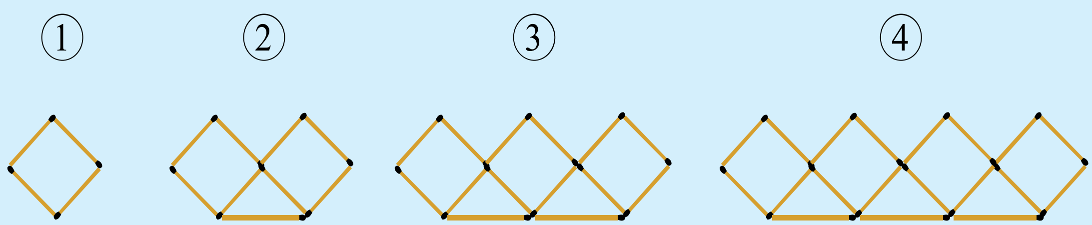
$\therefore n = \dfrac{2600}{100}$

$= 26$

$\therefore$ කිලෝමීටර 3ක් දිව යන්නේ 26 වන දිනයේ දී ය.

1.3 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන්නේ ගිනිකූරුවලින් තනන ලද රටාවකි.



ඉහත රටාව ඇසුරෙන් පහත වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.

රූපයේ අංකය	1	2	3	4
මුළු ගිනිකූරු ගණන	....	9	....	....

i. මෙම රටාවේ 20 වන රූපය ගොඩනැඟීමට අවශ්‍ය වන ගිනිකූරු ගණන සොයන්න.
ii. ගිනිකූරු 219ක් අවශ්‍ය වන්නේ මෙම රටාවේ කී වැනි රූපය සම්පූර්ණයෙන් ම ගොඩනැඟීමට ද?
iii. ගිනිකූරු 75කින් උපරිම ගණන යොදාගනිමින් මෙම රටාවේ රූපයක් තැනූ විට 1ක් ඉතිරි වන බව පෙන්වන්න.

2. කාර්මිකයෙක් යකඩ කම්බි පාස්සා සාදන ගේට්ටුවක් සඳහා මීටර 5ක් දිග කම්බිකූරුවලින් එකිනෙකට වෙනස් ප්‍රමාණයේ කැබලි කපා ගනියි. කුඩා ම කැබැල්ල 15 cm වන අතර අනෙක් සෑම කැබැල්ලක් ම අනුයාත කැබලි දෙකක් අතර වෙනස 10 cm වන ලෙස කපනු ලැබේ.

i. කපන ලද දිගින් අඩු ම කැබලි තුනේ දිග අනුපිළිවෙළට ලියන්න.
ii. කුඩා ම කැබැල්ලේ සිට දිග අනුව ආරෝහණ පිළිවෙළට ගත් විට 20 වන කැබැල්ලේ දිග සොයන්න.
iii. දිග අනුව ආරෝහණ පිළිවෙළට සකස් කළ විට 50 වන කැබැල්ල කපා ගැනීමට 5m දිග කම්බි කූර ප්‍රමාණවත් නොවන බව පෙන්වන්න.

3. පාසලේ පැවැත්වූ වාර්ෂික ඉතිරි කිරීමේ දිනයේ දී යෙස්මි හා ඉඳුනි මුලින් ම රුපියල් 100 බැගින් දමා කැටයක මුදල් ඉතිරි කිරීමට ආරම්භ කළහ. ඉන් පසු ඔවුහු සතියකට වරක් කැටයට මුදල් දමති. යෙස්මි රුපියල් 10ක් ද ඉඳුනි රුපියල් 5ක් ද බැගින් නොවරදවා ම නියමිත දිනයේ දී කැටයට දමයි.

i. පස්වන සතියේ යෙස්මි සතු කැටයේ ඇති මුදල කීයක් වේ ද?
ii. දහවන සතියේ ඉඳුනි සතු කැටයේ ඇති මුදල කීය ද?
iii. සති 50කට පසු ඔවුන්ගේ කැට විවෘත කර ඒවායේ ඇති මුදල් පරීක්ෂා කරන ලදි. යෙස්මි ඉතිරි කර ඇති මුදල ඉඳුනි ඉතිරි කර ඇති මුදලට වඩා කීයකින් වැඩි ද?

4. නාට්‍ය සන්දර්ශනයක් සඳහා එළිමහන් පිට්ටනියක ආසන පිළියෙල කර තිබුණේ එහි මුල් ම පේළියේ ආසන 9ක් ද දෙවන පේළියේ ආසන 12ක් ද තුන්වන පේළියේ ආසන 15ක් ද වන ලෙස රටාවකට ය. එලෙස එම රටාවට පේළි 15ක් සාදා තිබුණි.

i. මුල් ම පේළි පහේ මුළු ආසන ගණන කීය ද?
ii. 15 වන පේළියේ ඇති ආසන ගණන කීය ද?
iii. මෙම රටාවට මුල් ම පේළියේ ඇති ආසන ගණන මෙන් හතර ගුණයක ආසන සංඛ්‍යාවක් 10 වන පේළියේ ඇති බව පෙන්වන්න.
iv. ආසන 51ක් ඇත්තේ කී වැනි පේළියේ ද?

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන්නේ සංඛ්‍යා රටා කිහිපයක සාධාරණ පදයි.

(a) $3n - 5$ (b) $6n + 5$ (c) $6n - 5$

එම එක් එක් සංඛ්‍යා රටාවේ,

i. මුල් පද තුන ලියන්න.
ii. 20 වන පදය සොයන්න.
iii. $n - 1$ වන පදය n ඇසුරෙන් සොයන්න.

2. පහත දැක්වෙන එක් එක් සංඛ්‍යා රටාවල සාධාරණ පදය සොයන්න.

i. $-3, 1, 5, 9, \ldots$ **ii.** $0, 4, 8, 12, \ldots$

iii. $1\frac{1}{2}, 2, 2\frac{1}{2}, \ldots$ **iv.** $-6, -3, 0, 3, \ldots$

3. 42, 36, 30, 24, ... සංඛ්‍යා රටාවේ සාධාරණ පදය $6\,(8 - n)$ බව පෙන්වන්න.

4. උදිත පෞද්ගලික ආයතනයක රැකියාව කරයි. ඔහුගේ ආරම්භක මාසික වැටුප වූයේ රුපියල් 25 000කි. දෙවැනි අවුරුද්ද ආරම්භයේ සිට වාර්ෂිකව ඔහුට රු 2400 ක වැටුප් වැඩිවීම හිමි වේ.

i. දෙවැනි අවුරුද්ද ආරම්භයේ ඔහුගේ මාසික වැටුප කීය ද?
ii. මුල් වසර තුනෙහි උදිතගේ මාසික වැටුප්වල අගයයන් වෙන වෙන ම ලියන්න.
iii. n වන වසරේ වැටුප දැක්වෙන ප්‍රකාශයක් n ඇසුරෙන් දක්වන්න.
iv. පස්වන වසරේ දී ඔහුගේ මාසික වැටුප ඉහත (iii) දී ලබාගත් ප්‍රකාශනය ඇසුරෙන් සොයන්න.

සාරාංශය

- පොදු අන්තරය = පළමු පදය හැර ඕනෑම පදයක් − ඊට පෙර පදය
- අනුක්‍රමයක සාධාරණ පදය T_n මගින් දැක්වේ.
- සාධාරණ පදය දන්නේ නම් ඉතිරි පදය සෙවිය හැකි ය.