5 වීජීය ප්‍රකාශන

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට,

- සදිශ සංඛ්‍යා ආදේශයෙන් සරල වීජීය ප්‍රකාශනවල අගය සෙවීමට
- $(x \pm a)\ (x \pm b)$ ආකාරයේ ද්විපද ප්‍රකාශන දෙකක ගුණිතය ප්‍රසාරණය කිරීමට
- වර්ගඵල ඇසුරෙන් ද්විපද ප්‍රකාශන දෙකක ගුණිතයේ ප්‍රසාරණය සත්‍යාපනය කිරීමට

හැකියාව ලැබේ.

වීජීය ප්‍රකාශන

8 ශ්‍රේණියේ දී වීජීය ප්‍රකාශන පිළිබඳ උගෙන ගත් කරුණු නැවත සිහිපත් කර ගැනීම සඳහා පහත දී ඇති පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසයේ යෙදෙන්න.

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

1. ප්‍රසාරණය කරන්න.

a. $5\ (x + 2)$ **b.** $3\ (y + 1)$ **c.** $4\ (2m + 3)$
d. $3\ (x - 1)$ **e.** $4\ (3 - y)$ **f.** $2\ (3x - 2y)$
g. $-2\ (y + 3)$ **h.** $-3\ (2 + x)$ **i.** $-5\ (2a + 3b)$
j. $-4\ (m - 2)$ **k.** $-(5 - y)$ **l.** $-10\ (-3b - 2c)$

2. ප්‍රසාරණය කරන්න.

a. $x\ (a + 2)$ **b.** $y\ (2b - 3)$ **c.** $a\ (2x + 3y)$
d. $2a\ (x + 5)$ **e.** $2b(y - 2)$ **f.** $3p\ (2x - y)$
g. $(-3q)\ (p + 8)$ **h.** $(-2x)\ (3 - 2y)$ **i.** $(-5m)\ (x - 2y)$

3. $x = 3$ ද $y = -2$ ද විට පහත දී ඇති එක් එක් ප්‍රකාශනයේ අගය සොයන්න.

a. $x + y$ **b.** $x - y$ **c.** $3x - 2y$
d. $-2x + y$ **e.** $2(x + y)$ **f.** $3\ (2x - y)$

4. පහත දී ඇති එක් එක් ප්‍රකාශනය ප්‍රසාරණය කර සුළු කරන්න.

a. $3\ (x + y) + 2\ (x - y)$ **b.** $5(a + b) + 4\ (a + c)$
c. $4\ (a + b) + 3\ (2a - b)$ **d.** $2(a - b) + (2a - b)$
e. $5\ (m + n) + 2\ (m + n)$ **f.** $3(m + n) - (m - n)$
g. $5\ (x - y) - 3\ (2x + y)$ **h.** $2(3p - q) - 3\ (p - q)$
i. $-4\ (m + n) + 2\ (m + 2)$ **j.** $-4\ (a - b) - 2\ (a - b)$

නොමිලේ බෙදා හැරීම සඳහා ය.

5.1 ආදේශය

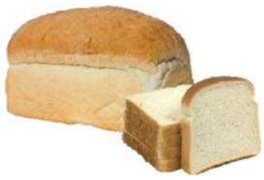
වීජීය ප්‍රකාශනයක අඩංගු අඥාත සඳහා නිඛිල ආදේශ කිරීමෙන්, එම වීජීය ප්‍රකාශනයට සංඛ්‍යාත්මක අගයක් ලබා ගැනීමට ඔබ 8 ශ්‍රේණියේ දී උගෙනගෙන ඇත. සදිශ සංඛ්‍යා ආදේශයෙන් වීජීය ප්‍රකාශනයක අගය සොයන ආකාරය මෙම කොටසින් විමසා බලමු.

♦ විනෝද චාරිකාවකට වැඩිහිටියෝ 20දෙනෙක් හා ළමයි 16දෙනෙක් සහභාගී වූහ. එහි දී උදෑසන ආහාරය සඳහා වැඩිහිටියෙකුට ලබාදුන් පාන් ප්‍රමාණය x ද ළමයකුට ලබාදුන් පාන් ප්‍රමාණය y ද වේ. ඔවුන් සඳහා අවශ්‍ය වූ මුළු පාන් ප්‍රමාණය වීජීය ප්‍රකාශනයක් ලෙස ලියා දක්වමු.

වැඩිහිටියන් 20දෙනෙක් සඳහා ලබා දුන් පාන් ප්‍රමාණය $= 20\,x$
ළමයින් 16දෙනෙක් සඳහා ලබා දුන් පාන් ප්‍රමාණය $= 16\,y$
බෙදා දෙන ලද මුළු පාන් ප්‍රමාණය $= 20x + 16y$

වැඩිහිටියකුට පාන් බාගයක් ද, ළමයකුට පාන් කාලක් ද ලබා දුන්නේ නම් බෙදා දී ඇති මුළු පාන් ප්‍රමාණය සොයමු.

එවිට $x = \frac{1}{2}$ හා $y = \frac{1}{4}$ වේ. බෙදා දුන් මුළු පාන් ප්‍රමාණය සෙවීම සඳහා $x = \frac{1}{2}$ හා $y = \frac{1}{4}$ අගයන් $20x + 16y$ ප්‍රකාශනයේ ආදේශ කළ යුතු ය.



ඒ අනුව, බෙදා දුන් මුළු පාන් ගෙඩි ගණන $= 20 \times \frac{1}{2} + 16 \times \frac{1}{4}$

$= 10 + 4$

$= 14$

නිදසුන 1

$a = \frac{1}{2}$ වන විට පහත දැක්වෙන එක් එක් වීජීය ප්‍රකාශනයේ අගය සොයන්න.

i. $2a + 3$

$2a + 3 = 2 \times \frac{1}{2} + 3$
$= 1 + 3$
$= \underline{\underline{4}}$

ii. $6 - 4a$

$6 - 4a = 6 - 4 \times \frac{1}{2}$
$= 6 - 2$
$= \underline{\underline{4}}$

iii. $3a - 1$

$3a - 1 = 3 \times \frac{1}{2} - 1$
$= \frac{3}{2} - 1$
$= \frac{3-2}{2}$
$= \underline{\underline{\frac{1}{2}}}$

නිදසුන 2

$b = -\frac{2}{3}$ වන විට පහත දැක්වෙන එක් එක් වීජීය ප්‍රකාශනයේ අගය සොයන්න.

i. $3b + 5$

$3b + 5$

$= 3 \times \frac{-2}{3} + 5$

$= (-2) + 5$

$= \underline{\underline{3}}$

ii. $5 - 6b$

$5 - 6b$

$= 5 - 6 \times (-\frac{2}{3})$

$= 5 + (-6) \times (-\frac{2}{3})$

$= 5 + 4$

$= \underline{\underline{9}}$

iii. $2b + \frac{1}{3}$

$2b + \frac{1}{3}$

$= 2 \times (\frac{-2}{3}) + \frac{1}{3}$

$= \frac{-4}{3} + \frac{1}{3}$

$= \frac{-3}{3}$

$= \underline{\underline{-1}}$

නිදසුන 3

$x = \frac{1}{2}$ හා $y = -\frac{1}{4}$ වන විට පහත දැක්වෙන එක් එක් වීජීය ප්‍රකාශනයේ අගය සොයන්න.

i. $2x + 4y$

$2x + 4y = 2 \times \frac{1}{2} + 4 \times \left(\frac{-1}{4}\right)$

$= 1 - 1$

$= \underline{\underline{0}}$

ii. $2x - 2y$

$2x - 2y = 2 \times \frac{1}{2} - 2 \times \left(\frac{-1}{4}\right)$

$= 1 + \frac{1}{2}$

$= \underline{\underline{1\frac{1}{2}}}$

iii. $4xy$

$4xy = 4 \times \frac{1}{2} \times \left(\frac{-1}{4}\right)$

$= \underline{\underline{\frac{-1}{2}}}$

iv. $-2xy$

$-2xy = -2 \times \left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{-1}{4}\right)$

$= \underline{\underline{\frac{1}{4}}}$

5.1 අභ්‍යාසය

1. $x = \frac{1}{4}$ වන විට පහත දැක්වෙන එක් එක් වීජීය ප්‍රකාශනයේ අගය සොයන්න.

i. $4x$ **ii.** $2x$ **iii.** $3x$ **iv.** $-8x$

2. $y = \frac{-1}{3}$ වන විට පහත දැක්වෙන එක් එක් වීජීය ප්‍රකාශනයේ අගය සොයන්න.

i. $3y$ **ii.** $2y$ **iii.** $-6y$ **iv.** $-4y$

3. $a = -2$ ද $b = \frac{1}{2}$ ද වන විට පහත දැක්වෙන එක් එක් වීජීය ප්‍රකාශනයේ අගය සොයන්න.

i. $a + 2b$ **ii.** $4b - a$ **iii.** $3a + b$

4. $x = \frac{2}{3}$ ද $y = \frac{3}{4}$ ද වන විට පහත දැක්වෙන එක් එක් වීජීය ප්‍රකාශනයේ අගය සොයන්න.

i. $3x + 4y$ **ii.** $3x - 2y$ **iii.** $8y - 6x$

5. $p = -\frac{1}{2}$ ද $q = -3$ ද වන විට පහත දැක්වෙන එක් එක් වීජීය ප්‍රකාශනයේ අගය සොයන්න.

i. $2p + q$ **ii.** $4p - q$ **iii.** $6pq - 2$

5.2 ද්විපද ප්‍රකාශන දෙකක ගුණිතය

මුලින් ම, වීජීය සංකේත, වීජීය පද, වීජීය ප්‍රකාශන හා ද්විපද ප්‍රකාශන යන්නෙන් අදහස් වන දෑ පිළිබඳව නැවත මතක් කර ගනිමු. $x, y, z, a, b, c,$ ආදි ඉංග්‍රීසි අකුරුවලින් වීජීය සංකේත දැක්වේ.

$x, y, z,$ ආකාරයේ වීජීය සංකේත වීජීය පද ලෙස ගැනේ.
$2x, 5y, -2a, \frac{x}{3}$ ලෙස, වීජීය සකේතයක් තවත් සංඛ්‍යාවකින් ගුණ වී හෝ බෙදී ඇති විට ද එය **වීජීය පදයක්** ලෙස හැඳින්වේ. එසේම, $xy, ay, \frac{b}{z}$ ලෙස, වීජීය සංකේතයක් තවත් වීජීය සංකේතයකින් ගුණ වී හෝ බෙදී ඇති විට ද එය **වීජීය පදයක්** ලෙස හැඳින්වේ. ඒ ආකාරයෙන් ම, $2xy, -3zab, \frac{2}{5}xy$ ආදි ලෙස වීජීය පද හා සංඛ්‍යා ගුණ වී හෝ බෙදී ඇති විට ද ඒවා **වීජීය පද** ලෙස හැඳින් වේ. මෙවැනි වීජීය පද **වීජීය ප්‍රකාශන (එක් පදයක් පමණක් ඇති)** ලෙස ද සැලකේ.

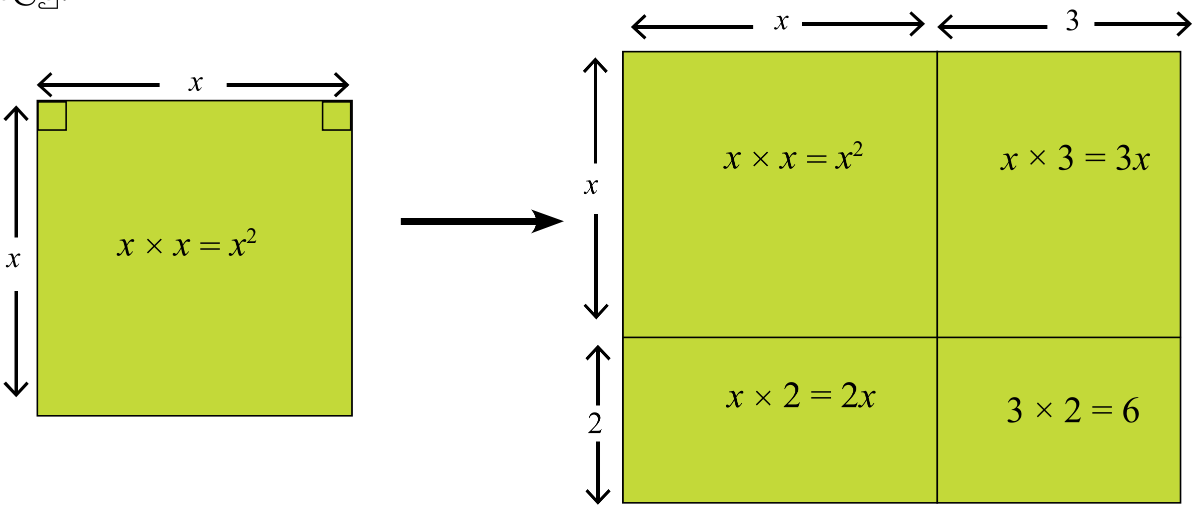
වීජීය පදවල එකතුවක් හෝ අන්තරයක් හැඳින්වෙන්නේ ද **වීජීය ප්‍රකාශනයක්** ලෙස ය. නිදසුන් ලෙස, $x + y$, $2a + xyz$, $4xy^2 - yz$ හා $-2x + 3xy$ වීජීය ප්‍රකාශන වේ. එසේ ම, වීජීය සංකේතයකට හෝ පදයකට සංඛ්‍යාවක් එකතු වී හෝ අඩු වී ඇති විට ද එය **වීජීය ප්‍රකාශනයක්** ලෙස හැඳින්වේ. නිදසුනක් ලෙස, $x + 4$ හා $1 - 3ab$ යනු වීජීය ප්‍රකාශන වේ.

මෙතෙක් දැක්වූ සෑම වීජීය ප්‍රකාශනයක ම ඇත්තේ පද දෙකකි. පද දෙකක් පමණක් එකතු කිරීමකින් හෝ අඩු කිරීමකින් සම්බන්ධ වී ඇති ප්‍රකාශනවලට **'ද්විපද වීජීය ප්‍රකාශන' (හෝ, සරලව 'ද්විපද ප්‍රකාශන')** යැයි කියනු ලැබේ.

නමුත් වීජීය ප්‍රකාශනයක පද ඕනෑ ම ගණනක් තිබිය හැකි ය. නිදසුනක් ලෙස, $3 + ax - 2xyz + xy$ යනු පද 4ක් සහිත වීජීය ප්‍රකාශනයකි. එහි වීජීය පද තුනක් හා සංඛ්‍යාවක් (නියත පදයක්) ඇත. මෙම පාඩමේ දී අපි හදාරන්නේ ද්විපද ප්‍රකාශනවල ගුණිත පිළිබඳව ය.

ද්විපද ප්‍රකාශන දෙකක ගුණිතය පිළිබඳ ව විමසා බලමු.

රූපයේ දැක්වෙන සමචතුරස්‍රාකාර මල් පාත්තියේ පැත්තක දිග ඒකක x යැයි සලකමු. එම මල් පාත්තියේ එක් පැත්තක දිග ඒකක 3කින් ද අනෙක් පැත්තේ දිග ඒකක 2කින් ද වැඩි කර, වඩා විශාල සෘජුකෝණාස්‍රාකාර මල් පාත්තියක් තනනු ලබයි නම්, එම විශාල මල් පාත්තියේ වර්ගඵලය සඳහා වීජීය ප්‍රකාශනයක් x ඇසුරෙන් ගොඩනගන ආකාරය සලකා බලමු.



විශාල මල් පාත්තියේ දිග ඒකක $= x + 3$

විශාල මල් පාත්තියේ පළල ඒකක $= x + 2$

රූපයට අනුව,

විශාල මල් පාත්තියේ වර්ගඵලය = දිග × පළල = වර්ග ඒකක $(x + 3)(x + 2)$ ———(1)

ආකාරයට ලියා දැක්විය හැකි ය.

$(x + 3)\ (x + 2)$ යන්න ද්විපද ප්‍රකාශන දෙකක ගුණිතයක් බව නිරීක්ෂණය කරන්න.

මෙම විශාල මල් පාත්තියේ වර්ගඵලය වෙනත් ආකාරයකට ද සෙවිය හැකි ය. ඒ එය සෑදී ඇති කුඩා කොටස් හතරෙහි වර්ගඵල එකතු කිරීමෙනි. එම කොටස් හතර වන්නේ මුලින් තිබූ සමචතුරස්‍රාකාර කොටස හා රූපයේ දැක්වෙන කුඩා සෘජුකෝණාස්‍රාකාර කොටස් තුනයි. ඒ අනුව,

විශාල මල් පාත්තියේ වර්ගඵලය = කුඩා කොටස් හතරෙහි වර්ගඵලය

= වර්ග ඒකක $x^2 + 2x + 3x + 6$

= වර්ග ඒකක $x^2 + 5x + 6$ ———— (2)

යම් ප්‍රදේශයක වර්ගඵලය කුමන ආකාරයට සෙවූවත් ඒවා එකිනෙකට සමාන විය යුතු නිසා,

(1) හා (2) අනුව, තහවුරු වන්නේ පහත සමානතාවයි.

$$(x + 3)\ (x + 2) = x^2 + 5x + 6$$

දැන් මෙම සමානතාව, ඉහත ආකාරයේ රූපයක් නොමැතිව ලබා ගත හැක්කේ කෙසේ දැයි විමසා බලමු.

ඒ සඳහා, මුලින් ම ඇති වරහන තුළ ඇති සියලු පදවලින් දෙවැනි වරහන තුළ ඇති සියලු පද ගුණ කරමු.

$$(x + 3)\ (x + 2) = (x + 3)\ (x + 2)$$

$$= x\ (x + 2) + 3\ (x + 2)$$

$$= x^2 + 2x + 3x + 6$$

$$= x^2 + 5x + 6$$

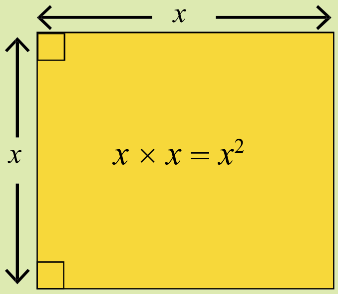
ඒ අනුව, රූප නොමැතිව ඉහත ආකාරයට ද්විපද ප්‍රකාශන දෙකක ගුණිතය ලබා ගත හැකි ය.

එවැනි ම තවත් ක්‍රියාකාරකමක් වෙත අපේ අවධානය යොමු කරමු.

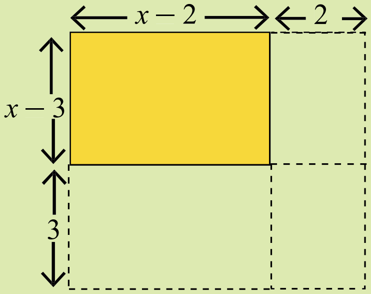
ක්‍රියාකාරකම 1

දී ඇති තොරතුරු අනුව සුදුසු පරිදි හිස්තැන් පුරවන්න.

පැත්තක දිග සෙන්ටිමීටර x බැගින් වූ සමචතුරස්‍රාකාර තහඩුවක් I රූපයේ දැක්වේ. එහි එක් පැත්තකින් ඒකක 2ක් ද අනෙක් පැත්තෙන් ඒකක 3ක් ද වන පරිදි පටි දෙකක් කපා ඉවත් කර ඇති ආකාරය II රූපයෙන් දැක්වේ.



I රූපය



II රූපය

ඉතිරි වූ සෘජුකෝණාස්‍රාකාර තහඩුවේ වර්ගඵලය $= (x - 2)\,(x - 3)$ ——①

II රූපයට අනුව,

ඉතිරි වූ සෘජුකෝණාස්‍රාකාර තහඩුවේ වර්ගඵලය = සමචතුරස්‍රාකාර තහඩුවේ වර්ගඵලය – සෘජුකෝණාස්‍රාකාර කොටස් තුනේ වර්ගඵලය ——②

① හා ② න් $= x^2 - 2\,(.........) - ...\,(x - 2) - 2 \times 3$

ඒ අනුව, $(x - 2)\,(x - 3) = x^2 - 2(.........) - ...(x - 2) - 2 \times 3$

$= ....$

$= ....$

ද්විපද ප්‍රකාශන දෙකක ගුණිතය ලබාගන්නා ආකාරය තවත් හොඳින් පැහැදිලි කර ගැනීම සඳහා නිදසුන් කීපයක් සලකා බලමු.

නිදසුන 1

$(x + 5)\,(x + 3)$

$(x + 5)\,(x + 3) = x\,(x + 3) + 5\,(x + 3)$

$= x^2 + 3x + 5x + 15$

$= \underline{\underline{x^2 + 8x + 15}}$

නිදසුන 2

$(x + 5)\,(x - 3)$

$(x + 5)\,(x - 3) = x\,(x - 3) + 5\,(x - 3)$

$= x^2 - 3x + 5x - 15$

$= \underline{\underline{x^2 + 2x - 15}}$

නිදසුන 3

$(x - 5)\,(x + 3)$

$(x - 5)\,(x + 3) = x\,(x + 3) - 5\,(x + 3)$

$= x^2 + 3x - 5x - 15$

$= \underline{\underline{x^2 - 2x - 15}}$

නිදසුන 4

$(x - 5)\,(x - 3)$

$(x - 5)\,(x - 3) = x\,(x - 3) - 5\,(x - 3)$

$= x^2 - 3x - 5x + 15$

$= \underline{\underline{x^2 - 8x + 15}}$

නිදසුන 5

$x = 5$ වන විට $(x + 8)(x - 3) = x^2 + 5x - 24$ බව පෙන්වන්න.

ව.පැ $= (x + 8)(x - 3)$	ද.පැ $= x^2 + 5x - 24$
$x = 5$ වන විට	$x = 5$ වන විට
ව.පැ $= (5 + 8)(5 - 3)$	ද.පැ $= 25 + 25 - 24$
$= 13 \times 2$	$= 26$
$= 26$	

ව.පැ = ද.පැ

$\therefore (x + 8)(x - 3) = x^2 + 5x - 24$

5.2 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් ද්විපද ප්‍රකාශන දෙකෙහි ගුණිත ප්‍රසාරණය කර සුළු කරන්න.

a. $(x + 2)(x + 4)$ **b.** $(x + 1)(x + 3)$ **c.** $(a + 3)(a + 2)$
d. $(m + 3)(m + 5)$ **e.** $(p - 4)(p - 3)$ **f.** $(k - 3)(k - 3)$

2. (1) හි a, b හා e කොටස්වල දී ඇති එක් එක් ද්විපද ප්‍රකාශන දෙකෙහි ගුණිතය සඳහා සෘජුකෝණාස්‍රයක් ඇඳ, ඒ ඇසුරෙන් (1) හි ලබාගත් පිළිතුරු සත්‍යාපනය කරන්න.

3. පහත දැක්වෙන එක් එක් ද්විපද ප්‍රකාශන දෙකෙහි ගුණිතය ප්‍රසාරණය කර සුළු කරන්න.

a. $(x + 2)(x - 5)$ **b.** $(x + 3)(x - 7)$ **c.** $(m + 6)(m - 1)$
d. $(x - 2)(x + 3)$ **e.** $(x - 5)(x + 5)$ **f.** $(m - 1)(m + 8)$
g. $(x - 3)(x - 4)$ **h.** $(y - 2)(y - 5)$ **i.** $(m - 8)(m - 2)$
j. $(x - 3)(2 - x)$ **k.** $(5 - x)(x - 4)$ **l.** $(2 - x)(3 - x)$

4. A කොටසෙහි ඇති එක් එක් ප්‍රකාශනය සුළු කිරීමෙන් ලැබෙන ප්‍රකාශනය B කොටසේ ඇති නිවැරදි පිළිතුරට යා කරන්න.

A	B
$(x + 2)(x + 1)$	$x^2 + 3x - 10$
$(x + 3)(x - 4)$	$x^2 - 25$
$(x + 5)(x - 2)$	$x^2 - 6x + 9$
$(x - 3)(x - 3)$	$x^2 + 3x + 2$
$(x - 5)(x + 5)$	$x^2 - x - 12$

5. $(x + 5)(x + 6) = x^2 + 11x + 30$ බව පහත දැක්වෙන එක් එක් අවස්ථාව සඳහා සත්‍යාපනය කරන්න.

i. $x = 3$ **ii.** $x = -2$

6. $(x - 2)(x + 3) = x^2 + x - 6$ බව පහත දැක්වෙන එක් එක් අවස්ථාව සඳහා සත්‍යාපනය කරන්න.

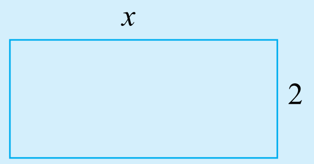
i. $x = 1$ **ii.** $x = 4$ **iii.** $x = 0$

7. $(2 - x)(4 - x) = x^2 - 6x + 8$ බව පහත දැක්වෙන එක් එක් අවස්ථාව සඳහා සත්‍යාපනය කරන්න.

i. $x = 2$ **ii.** $x = 3$ **iii.** $x = -2$

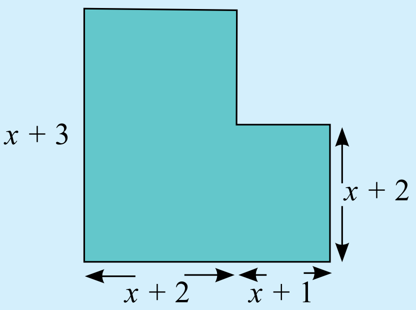
8. සැරසිල්ලක් සඳහා කපා ගන්නා ලද ඍජුකෝණාස්‍රාකාර කඩදාසියක දිග 15 cm ද පළල 8 cm ද වේ. දිග පැත්තෙන් හා පළල පැත්තෙන් මීටර x බැගින් පටි දෙකක් කපා ඉවත් කරනු ලැබේ. ඉතිරි වන කොටසේ වර්ගඵලය සඳහා ප්‍රකාශනයක් රූප ඇසුරෙන් ලබා ගන්න. (මෙහි $x < 8$ cm බව සලකන්න).

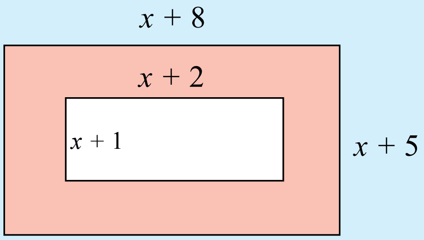
9. දිග මීටර x ද පළල මීටර 2 ද වූ ඍජුකෝණාස්‍රාකාර මල් පාත්තියක් රූපයේ දැක්වේ. එහි දිග පැත්තෙන් මීටර 2ක් අඩු කර, පළල පැත්ත මීටර x ප්‍රමාණයකින් දික් කරන ලදි. දැන් තිබෙන පාත්තියේ වර්ගඵලය සඳහා ප්‍රකාශනයක් රූප භාවිතයෙන් x ඇසුරෙන් ගොඩනගන්න (මෙහි $x > 2$ m බව සලකන්න).



මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

1. දී ඇති රූපයේ අඳුරු කර ඇති වර්ගඵලය සඳහා ප්‍රකාශනයක් ලියා සුළු කර දක්වන්න.





2. $(x + a)(x + 4) = x^2 + bx + 12$ නම් a හා bහි අගය සොයන්න.

නොමිලේ බෙදා හැරීම සඳහා ය.