8 සරල රේඛා හා සමාන්තර රේඛා ආශ්‍රිත කෝණ

මෙම පාඩම අධ්‍යනය කිරීමෙන් ඔබට,

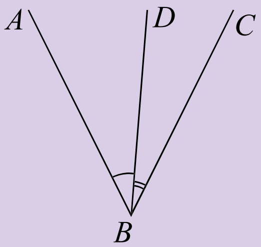
- එක් සරල රේඛාවක්, තවත් සරල රේඛාවක් හමු වීමෙන් හෝ තවත් සරල රේඛාවක් සමග ඡේදනය වීමෙන් සෑදෙන බද්ධ කෝණ, ප්‍රතිමුඛ කෝණ ඇතුළත් ප්‍රමේයයන් හඳුනා ගැනීමට, සත්‍යාපනය කිරීමට හා ඒවා භාවිත කරමින් ගැටලු විසඳීමට
- සරල රේඛා දෙකක් තීර්යක් රේඛාවකින් ඡේදනය වූ විට සෑදෙන කෝණ හඳුනා ගැනීමට
- සරල රේඛා දෙකක් තීර්යක් රේඛාවකින් ඡේදනය වූ විට සෑදෙන කෝණ ඇතුළත් ප්‍රමේයයන් හඳුනා ගැනීමට, සත්‍යාපනය කිරීමට හා ඒවා භාවිත කරමින් ගැටලු විසඳීමට

හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

හැඳින්වීම

මුලින් ම, ජ්‍යාමිතියට අදාළ ව මීට පෙර ශ්‍රේණිවල දී උගත් මූලික කරුණු කිහිපයක් නැවත මතක් කර ගනිමු.

බද්ධ කෝණ



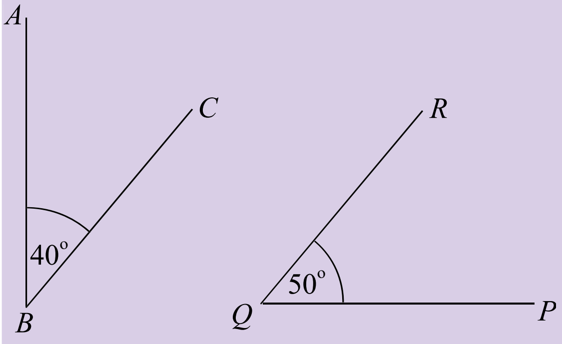
ඉහත රූපයේ දැක්වෙන $A\hat{B}D$ හා $D\hat{B}C$ කෝණ දෙකට ම පොදු ශීර්ෂයක් ඇත. එම පොදු ශීර්ෂය B වේ. ඒවාට පොදු බාහුවක් ද ඇත. එය BD වේ. පොදු බාහුව දෙපස $A\hat{B}D$ හා $D\hat{B}C$ කෝණ යුගලය පිහිටා ඇත. එවැනි කෝණ යුගල, බද්ධ කෝණ යුගල ලෙස හැඳින්වේ.

$A\hat{B}D$ හා $D\hat{B}C$ බද්ධ කෝණ යුගලයකි.

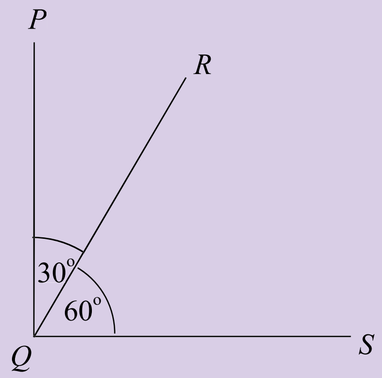
එහෙත්, $A\hat{B}D$ හා $A\hat{B}C$ බද්ධ කෝණ යුගලයක් නොවේ. එයට හේතුව, මේ කෝණ දෙක පොදු බාහුව වන AB දෙපස නොපිහිටීමයි.

නොමිලේ බෙදා හැරීම සඳහා ය.

අනුපූරක කෝණ



I රූපය

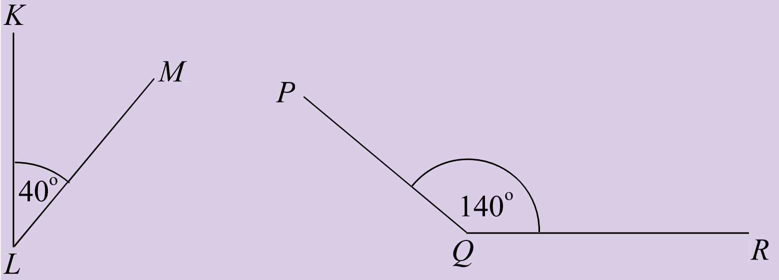


II රූපය

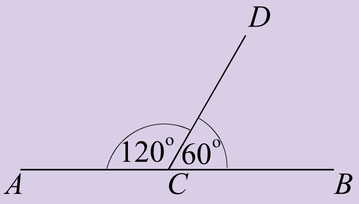
පළමු රූපයේ, $A\hat{B}C + P\hat{Q}R = 40^{o} + 50^{o} = 90^{o}$ නිසා $A\hat{B}C$ හා $P\hat{Q}R$ කෝණ යුගල දෙක අනුපූරක වේ.

දෙවන රූපයේ, $P\hat{Q}R$ හා $R\hat{Q}S$ බද්ධ කෝණ යුගලයකි. තව ද, $P\hat{Q}R + R\hat{Q}S = 90^{o}$ වන නිසා එම කෝණ යුගලය අනුපූරක ද වේ. එබැවින් $P\hat{Q}R$ හා $R\hat{Q}S$ අනුපූරක බද්ධ කෝණ යුගලයකි.

පරිපූරක කෝණ



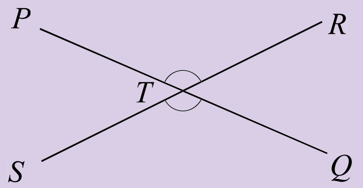
I රූපය



II රූපය

පළමු රූපයේ $K\hat{L}M + P\hat{Q}R = 180^{o}$ නිසා $K\hat{L}M$ හා $P\hat{Q}R$ කෝණ යුගලය පරිපූරක වේ. දෙවන රූපයේ, $A\hat{C}D$ හා $B\hat{C}D$ බද්ධ කෝණ යුගලයකි. තව ද, $A\hat{C}D + B\hat{C}D = 180^{o}$ වන නිසා එම කෝණ යුගලය පරිපූරක ද වේ. එබැවින් $A\hat{C}D$ හා $B\hat{C}D$ පරිපූරක බද්ධ කෝණ යුගලයකි.

ප්‍රතිමුඛ කෝණ

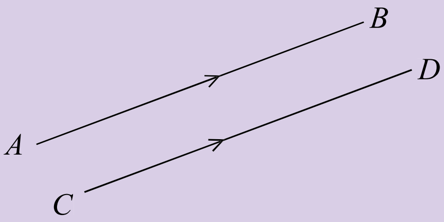


PQ හා RS සරල රේඛා දෙක T හිදී එකිනෙක ඡේදනය වීමෙන් සෑදෙන, $P\hat{T}R$ හා $S\hat{T}Q$ කෝණ යුගලය ප්‍රතිමුඛ කෝණ වේ.
එසේ ම $P\hat{T}S$ හා $R\hat{T}Q$ ද තවත් ප්‍රතිමුඛ කෝණ යුගලයකි.
ප්‍රතිමුඛ කෝණ විශාලත්වයෙන් එකිනෙකට සමාන වේ.

එබැවින් $P\hat{T}R = S\hat{T}Q$ හා $P\hat{T}S = R\hat{T}Q$.

සමාන්තර රේඛා

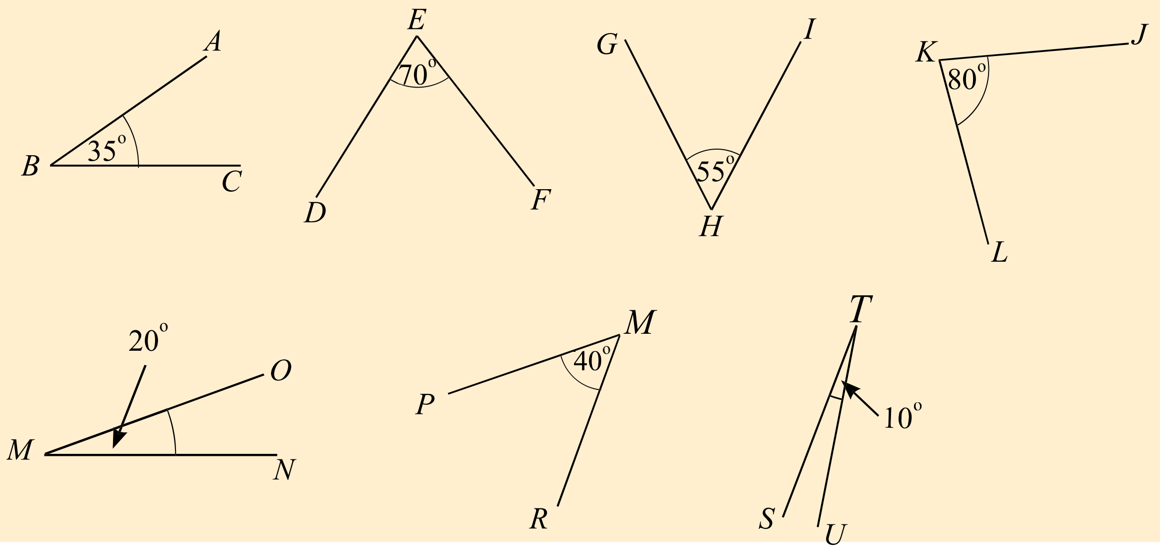
එකිනෙක ඡේදනය නොවන එකම තලයක පිහිටි සරල රේඛා, සමාන්තර සරල රේඛා වේ. සමාන්තර රේඛා අතර පරතරය සෑමවිට ම නියත ව පවතී. රූපයේ දක්වා ඇති පරිදි සමාන්තර බව ඊතල මගින් දක්වනු ලැබේ. තව ද AB හා CD සමාන්තර බව දැක්වීමට $AB // CD$ යන අංකනය ද භාවිත කෙරේ.



මේ කරුණු පිළිබඳ දැනුම තවදුරටත් තහවුරු කර ගැනීමට පහත දැක්වෙන අභ්‍යාසයේ යෙදෙන්න.

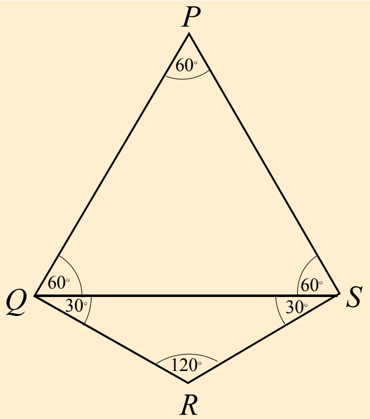
පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන කෝණ අතරින් අනුපූරක කෝණ යුගල සියල්ල ලියා දක්වන්න.



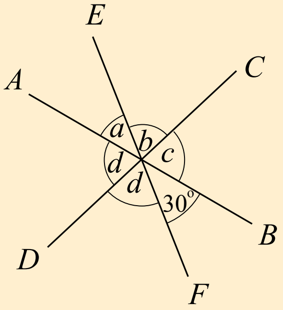
2. රූපයේ දැක්වෙන එක් එක් කෝණයේ විශාලත්වය අනුව

i. අනුපූරක කෝණ යුගල හතරක්
ii. අනුපූරක බද්ධ කෝණ යුගල දෙකක්
iii. පරිපූරක කෝණ යුගල දෙකක් ලියා දක්වන්න.

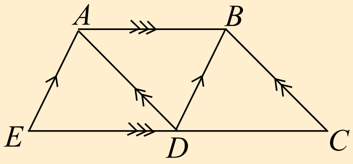


3. රූපයේ *AB*, *CD* හා *EF* සරල රේඛා ඛණ්ඩ එක ම ලක්ෂ්‍යයක දී ඡේදනය වේ. එහි, දී ඇති තොරතුරු අනුව,

i. a මගින් දැක්වෙන අගය සොයන්න.
ii. $b = d$ වීමට හේතුව දක්වන්න.
iii. d මගින් දැක්වෙන අගය සොයන්න.
iv. b හා c මගින් දැක්වෙන අගයයන් සොයන්න.

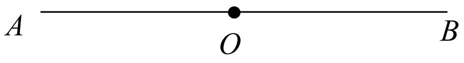


4. දී ඇති රූපයේ දැක්වෙන සමාන්තර රේඛා යුගල තුනක් නම් කරන්න.

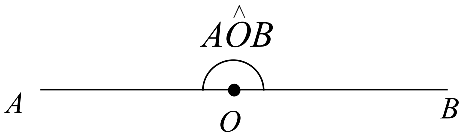


8.1 සරල රේඛා ආශ්‍රිත කෝණ

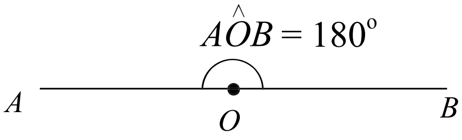
AB සරල රේඛාව මත *O* ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇතැයි සිතමු.



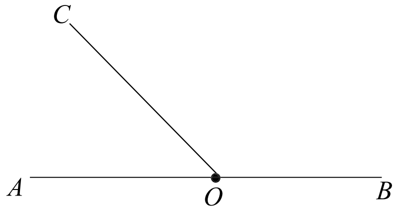
මෙවිට, $A\hat{O}B$ යනු *AO* හා *OB* බාහු ලෙස ඇති කෝණයක් ලෙස සැලකිය හැකි ය. එවැනි කෝණයකට සරල කෝණයක් යැයි කියනු ලැබේ.



කෝණ මැනීම සඳහා භාවිත වන අංශක තෝරාගෙන ඇත්තේ සරල කෝණයක අගය 180°ක් වන පරිදි ය. එබැවින්, $A\hat{O}B = 180^{o}$ ලෙස ලියා දැක්විය හැකි ය.



මේ අනුව, සරල කෝණයක අගය 180° කි.
පහත දැක්වෙන්නේ AB සරල රේඛාවක් මත පිහිටි O ලක්ෂ්‍යයක දී කෝණ දෙකක් ඇඳ ඇති අවස්ථාවකි.



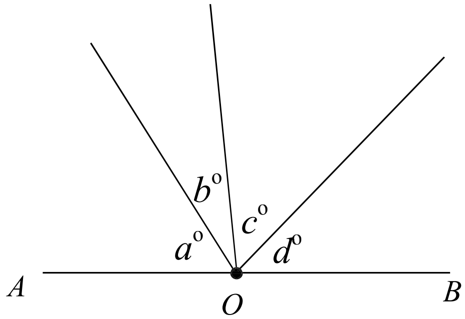
මෙහි $A\hat{O}C$ හා $B\hat{O}C$ කෝණ දෙක බද්ධ කෝණ යුගලයකි. මෙවැනි පිහිටුමක දී $A\hat{O}C$ හා $B\hat{O}C$ බද්ධ කෝණ දෙක AB සරල රේඛාව මත පිහිටා ඇතැයි කියනු ලැබේ. තව ද, $A\hat{O}B = 180^{\circ}$ නිසා,

$$A\hat{O}C + B\hat{O}C = 180^{\circ}$$

බව පැහැදිලි ය. එනම්, $A\hat{O}C$ හා $B\hat{O}C$ කෝණ දෙක පරිපූරක බද්ධ කෝණ යුගලයකි. මෙම සාකච්ඡා කළ කරුණු මෙසේ ප්‍රමේයයක් ලෙස දැක්විය හැකි ය.

ප්‍රමේයය:
එක් සරල රේඛාවක් තවත් සරල රේඛාවකට හමුවීමෙන් සෑදෙන බද්ධ කෝණ දෙකේ ඓක්‍යය සෘජුකෝණ දෙකකට සමාන වේ.

ඉහත සාකච්ඡා කළ කරුණු තවදුරටත් සාධාරණව ඉදිරිපත් කළ හැකි ය. නිදසුනක් ලෙස, පහත දැක්වෙන්නේ AB සරල රේඛාවක් මත පිහිටි O ලක්ෂ්‍යයක දී කෝණ හතරක් ඇඳ ඇති අවස්ථාවකි.



එම කෝණවල අගයන් අංශකවලින් a, b, c හා d ලෙස දක්වා ඇත.
මෙවැනි පිහිටුමක දී එම කෝණ සියල්ල AB සරල රේඛාව මත පිහිටා ඇතැයි කියනු ලැබේ. තව ද $A\hat{O}B = 180^{\circ}$ නිසා,

$$a + b + c + d = 180^\circ$$ බව පැහැදිලි ය.

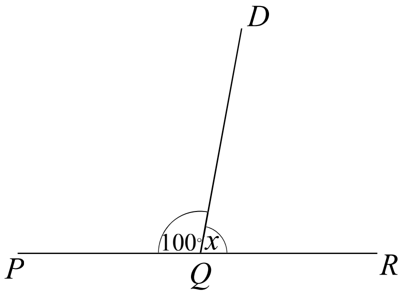
මෙම සම්බන්ධතාව කෝණ ඕනෑ ම ගණනක් සඳහා සත්‍ය බව ද පැහැදිලි ය. එනම්,

සරල රේඛාවක් මත පිහිටි කෝණවල එකතුව 180° කි.

දැන්, මෙම ප්‍රමේයය භාවිතයෙන් ගැටලු විසඳන අයුරු නිදසුන් ඇසුරෙන් විමසා බලමු.

නිදසුන 1

පහත දැක්වෙන එක් එක් රූප සටහනේ PQR එකම සරල රේඛාවක් නම් x මගින් දැක්වෙන අගය සොයන්න.

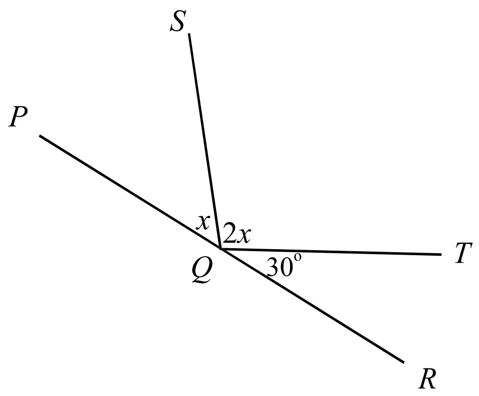


$P\hat{Q}D + D\hat{Q}R = 180^\circ$ (PQR සරල රේඛාව මත පිහිටි කෝණ)

$100^\circ + x = 180^\circ$

$x = 180^\circ - 100^\circ$

$= \underline{\underline{80^\circ}}$



$P\hat{Q}S + S\hat{Q}T + T\hat{Q}R = 180^\circ$ (PQR සරල රේඛාව මත පිහිටි කෝණ)

$x + 2x + 30^\circ = 180^\circ$

$3x + 30^\circ = 180^\circ$

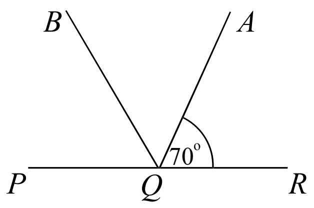
$3x = 180^\circ - 30^\circ$

$3x = 150^\circ$

$x = \underline{\underline{50^\circ}}$

නිදසුන 2

රූපයේ $A\hat{Q}R = 70^\circ$ක් ද $P\hat{Q}A$ හි සමච්ඡේදකය QB ද වේ. PQR සරල රේඛාවක් නම් $A\hat{Q}B$ හි අගය සොයන්න.



PQR එකම සරල රේඛාවක් නිසා,

$$P\hat{Q}A + A\hat{Q}R = 180^\circ \text{ (}PQR\text{ සරල රේඛාව මත පිහිටි කෝණ)}$$

$$P\hat{Q}A + 70^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore \quad P\hat{Q}A = 180^\circ - 70^\circ$$

$$= 110^\circ$$

$P\hat{Q}A$ හි සමච්ඡේදකය *BQ* නිසා,

$$P\hat{Q}B = A\hat{Q}B = \frac{1}{2} P\hat{Q}A$$

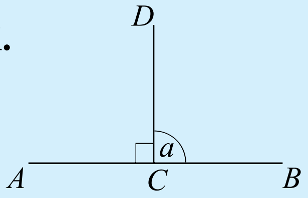
$$\therefore \quad A\hat{Q}B = \frac{110^\circ}{2}$$

$$= \underline{\underline{55^\circ}}$$

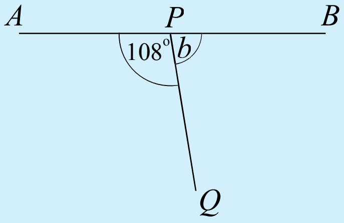
8.1 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් රූපයේ *AB* සරල රේඛාවක් වේ. දී ඇති තොරතුරු අනුව, කුඩා ඉංග්‍රීසි අක්ෂරයෙන් දක්වා ඇති කෝණයේ අගය සොයන්න.

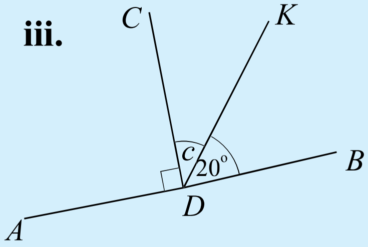
i.



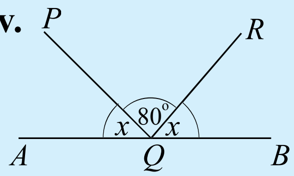
ii.



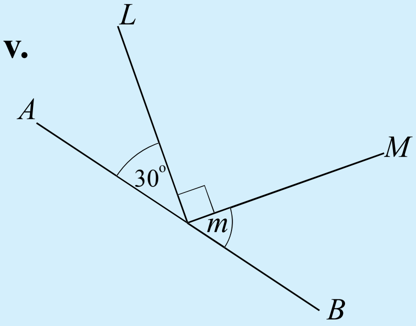
iii.



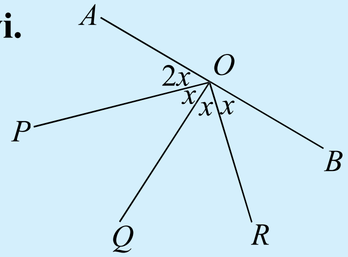
iv.



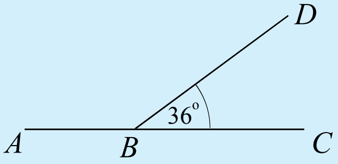
v.



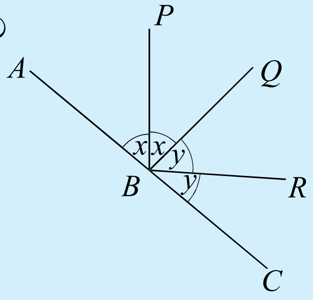
vi.



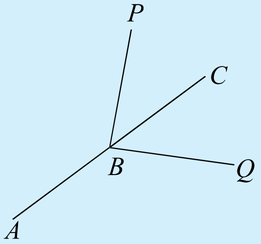
2. රූපයේ *ABC* සරල රේඛාවක් වේ. $D\hat{B}C = 36^\circ$ නම් $A\hat{B}D$ හි අගය $D\hat{B}C$ හි අගය මෙන් හතර ගුණයක් බව පෙන්වන්න.



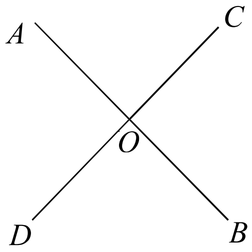
3. ABC සරල රේඛාවක් වේ. රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු අනුව $P\hat{B}R$ ඍජුකෝණයක් බව පෙන්වන්න.



4. රූපයේ ABC සරල රේඛාවකි. $P\hat{B}C = C\hat{B}Q$ වේ. $A\hat{B}P = A\hat{B}Q$ බව පෙන්වන්න.



8.2 ප්‍රතිමුඛ කෝණ



රූපයේ දැක්වෙන AB හා CD සරල රේඛා දෙක O හිදී එකිනෙක ඡේදනය වේ.

$A\hat{O}C$ හා $D\hat{O}B$ ප්‍රතිමුඛ කෝණ යුගලයක් ලෙස හැඳින්වේ.

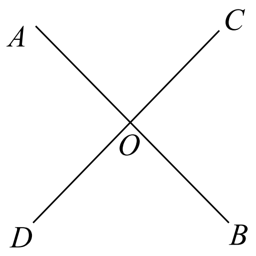
ඒ ආකාරයට ම O ශීර්ෂයෙන් එක් පැත්තක $A\hat{O}D$ ත් ඊට විරුද්ධ පැත්තේ $B\hat{O}C$ ත් පිහිටා ඇති අතර O ශීර්ෂය එම කෝණ දෙකට ම පොදු වේ.
එබැවින් $A\hat{O}D$ හා $B\hat{O}C$ ද ප්‍රතිමුඛ කෝණ යුගලයකි.

මේ අනුව, සරල රේඛා දෙකක් ඡේදනය වීමෙන් ප්‍රතිමුඛ කෝණ යුගල දෙකක් සෑදෙන බව පැහැදිලි ය.

ප්‍රතිමුඛ කෝණ සම්බන්ධ ප්‍රමේයයක් පිළිබඳ සලකා බලමු.

ප්‍රමේයය:
සරල රේඛා දෙකක් එකිනෙක ඡේදනය වීමෙන් සෑදෙන ප්‍රතිමුඛ කෝණ සමාන වේ.

'ප්‍රතිමුඛ කෝණ සමාන වේ' යන කරුණ රූපය දෙස බැලූ සැණින් ම ඔබට ප්‍රත්‍යක්ෂ වන බවට සැකයක් නැත. එසේ නමුත්, අප මෙම පාඩමේ දී ඉහත උගත් 'සරල රේඛාවක් මත කෝණවල එකතුව 180° වේ' යන කරුණත් ඉහත පාඩමක දී සාකච්ඡා කළ ප්‍රත්‍යක්ෂ පිළිබඳ දැනුමත් යොදා ගෙන මෙම ප්‍රමේයය සාධනය කරන අයුරු දැන් සලකා බලමු.



දත්තය: AB හා CD සරල රේඛා O හිදී එකිනෙක ඡේදනය වේ.

සාධනය කළ යුත්ත: $A\hat{O}C = B\hat{O}D$ බව හා

$A\hat{O}D = B\hat{O}C$ බව

සාධනය:

AB එකම සරල රේඛාවක් බැවින්,

$A\hat{O}C + B\hat{O}C = 180^{o}$ (AOB සරල රේඛාව මත පිහිටි කෝණ)

එසේ ම, CD ද එකම සරල රේඛාවක් බැවින්,

$B\hat{O}C + B\hat{O}D = 180^{o}$ (COD සරල රේඛාව මත පිහිටි කෝණ)

$\therefore\ A\hat{O}C + B\hat{O}C = B\hat{O}C + B\hat{O}D$ (ප්‍රත්‍යක්ෂ)

දෙපසින් ම $B\hat{O}C$ අඩු කිරීමෙන්,

$$A\hat{O}C + \cancel{B\hat{O}C} - \cancel{B\hat{O}C} = \cancel{B\hat{O}C} - \cancel{B\hat{O}C} + B\hat{O}D$$

$A\hat{O}C = B\hat{O}D$

මේ ආකාරයට ම, $A\hat{O}D + A\hat{O}C = 180^{o}$ (CD සරල රේඛාව මත පිහිටි කෝණ)

$A\hat{O}C + B\hat{O}C = 180^{o}$ (AB සරල රේඛාවක් නිසා)

$\therefore\ A\hat{O}D + A\hat{O}C = A\hat{O}C + B\hat{O}C$ (ප්‍රත්‍යක්ෂ)

සමීකරණයේ දෙපසින් ම $A\hat{O}C$ අඩු කිරීමෙන්

$A\hat{O}D = B\hat{O}C$

මෙම ප්‍රමේයය ඇසුරෙන් අභ්‍යාසවල යෙදීමට පහත නිදසුන් වෙත අවධානය යොමු කරන්න.

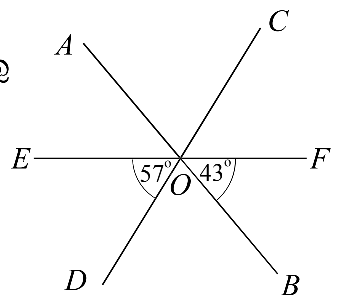
නිදසුන 1

දී ඇති රූපයේ AB, CD හා EF සරල රේඛා O හිදී එකිනෙක ඡේදනය වේ. රූප සටහනේ දැක්වෙන තොරතුරු මත හේතු දක්වමින්

i. $D\hat{O}B$ හි අගය

ii. $A\hat{O}C$ හි අගය

සොයන්න.



i. EOF සරල රේඛාවක් නිසා,

$E\hat{O}D + D\hat{O}B + B\hat{O}F = 180^{\circ}$ (සරල රේඛාවක් මත පිහිටි කෝණවල ඓකාය)

$57^{\circ} + D\hat{O}B + 43^{\circ} = 180^{\circ}$

$D\hat{O}B = 180^{\circ} - (57^{\circ} + 43^{\circ})$

$\therefore \quad D\hat{O}B = 80^{\circ}$

(ii) $A\hat{O}C = D\hat{O}B$ (ප්‍රතිමුඛ කෝණ)

$D\hat{O}B = 80^{\circ}$ (කලින් පෙන්වා ඇත)

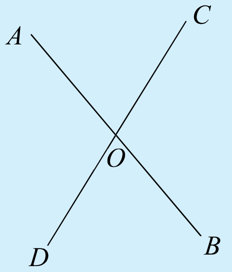
$\therefore \quad A\hat{O}C = \underline{\underline{80^{\circ}}}$

8.2 අභ්‍යාසය

1. රූපයේ AB හා CD සරල රේඛා O හිදී එකිනෙක ඡේදනය වේ.

i. $A\hat{O}C = 80^{\circ}$ නම්, $B\hat{O}D$ හි අගය සොයන්න.

ii. $A\hat{O}D$ ට සමාන කෝණයක් නම් කරන්න.

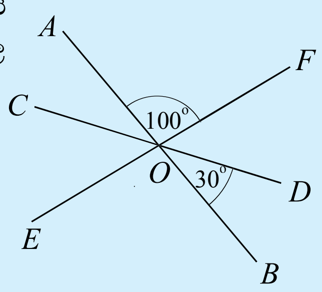


2. රූපයේ දැක්වෙන AB, CD හා EF සරල රේඛා O හිදී ඡේදනය වේ. දී ඇති තොරතුරු අනුව පහත දැක්වෙන කෝණවල අගයන් සොයන්න.

i. $A\hat{O}C$

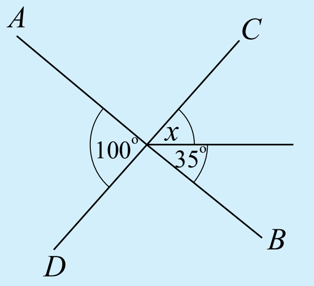
ii. $B\hat{O}E$

iii. $C\hat{O}E$



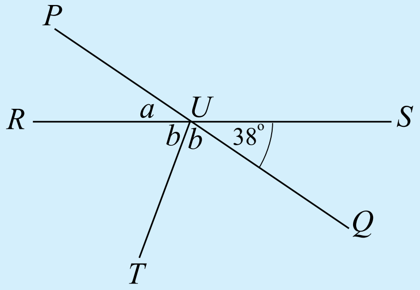
3. පහත දැක්වෙන එක් එක් රූප සටහනේ දැක්වෙන තොරතුරු මත, කුඩා ඉංග්‍රීසි අක්ෂරයෙන් දැක්වෙන කෝණයේ අගයයන් සොයන්න.

i.



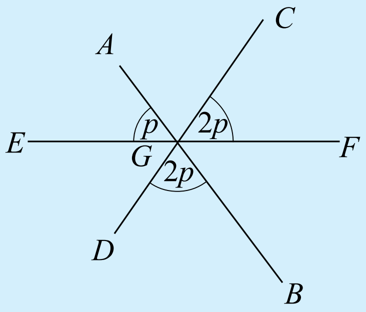
AB හා *CD* සරල රේඛා වේ.

ii.



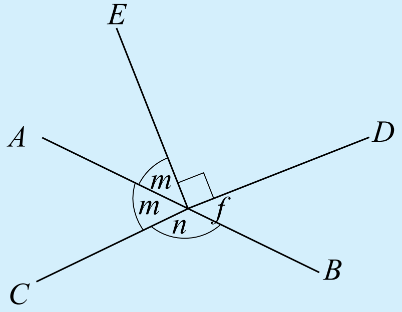
PQ හා *RS* සරල රේඛා වේ.

iii.



රූපයේ *AB*, *CD* හා *EF* සරල රේඛා *G* හිදි ඡේදනය වේ.

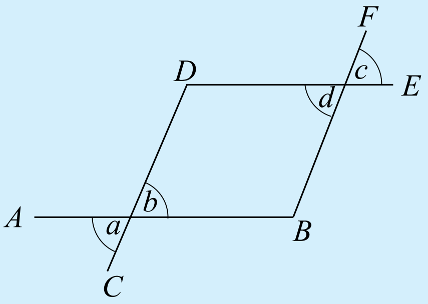
iv.



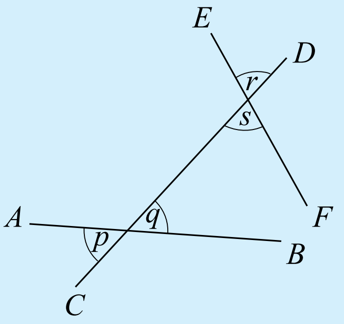
දී ඇති රූපයේ *AB* හා *CD* සරල රේඛා වේ.

4. දී ඇති රූපයේ, *AB*, *CD*, *DE* හා *BF* සරල රේඛා වේ. තව $a = d$ වේ. හිස්තැන් සම්පූර්ණ කරන්න.

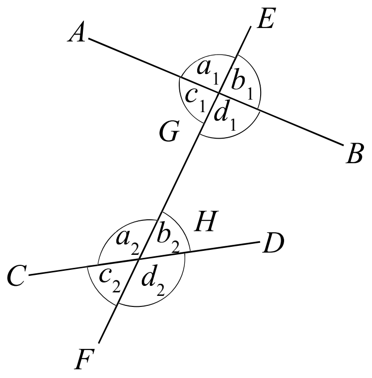
$a = b$ (................)
$d =$ ..... (................)
නමුත් ..... = ... (දත්තය)
$\therefore \quad b = c$



5. දී ඇති *AB*, *CD* හා *EF* සරල රේඛා වේ. තව ද රූපයේ, $p = r$ වේ. $s = q$ බව සාධනය කරන්න.



8.3 අනුරූප කෝණ, ඒකාන්තර කෝණ හා මිත්‍ර කෝණ



රූපයේ AB හා CD සරල රේඛා දෙක, EF රේඛාවෙන් පිළිවෙළින් G හා H හිදි ඡේදනය වේ. මෙම EF රේඛාව හඳුන්වන්නේ තීර්යක් රේඛාවක් ලෙසයි.

> සරල රේඛා දෙකක් හෝ වැඩි ගණනක්, කැපී යන සේ අඳිනු ලබන රේඛාවක් තීර්යක් රේඛාවක් ලෙස හැඳින්වේ.

ඉහත රූපයේ G ලක්ෂ්‍යය වටා කෝණ හතරක් ද, H ලක්ෂ්‍යය වටා කෝණ හතරක් ද තිබේ. මෙම කෝණ පිහිටා ඇති ආකාරය අනුව ඒවා යුගල වශයෙන් විශේෂ නම්වලින් හඳුන්වනු ලැබේ.

අනුරූප කෝණ

පහත දැක්වෙන කෝණ යුගල හතර සලකන්න.

(i) a_1 හා a_2 (ii) b_1 හා b_2 (iii) c_1 හා c_2 (iv) d_1 හා d_2

මෙම සෑම කෝණ යුගලක් ම අනුරූප කෝණ යුගලක් වේ. අනුරූප කෝණ යුගලක් වීම සඳහා පහත දැක්වෙන ලක්ෂණ, කෝණ දෙකට තිබිය යුතු ය.

1. කෝණ දෙක ම තීර්යක් රේඛාවෙන් එක ම පස තිබිය යුතු ය.

දී ඇති රූපය අනුව, a_1 හා a_2 කෝණ දෙක ම පිහිටන්නේ තීර්යක් රේඛාවෙන් වම් පස ය. එසේ ම, b_1 හා b_2 කෝණ දෙක ම පිහිටන්නේ තීර්යක් රේඛාවෙන් දකුණු පස ය. එසේ ම, c_1 හා c_2 කෝණ දෙක ම තීර්යක් රේඛාවෙන් වම් පසත් d_1 හා d_2 කෝණ දෙක ම තීර්යක් රේඛාවෙන් දකුණු පසත් පිහිටයි.

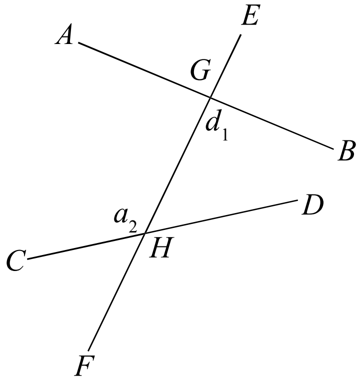
2. කෝණ දෙක ම සරල රේඛා දෙක අනුබද්ධයෙන් එක ම දිශාවෙන් පිහිටිය යුතු ය.

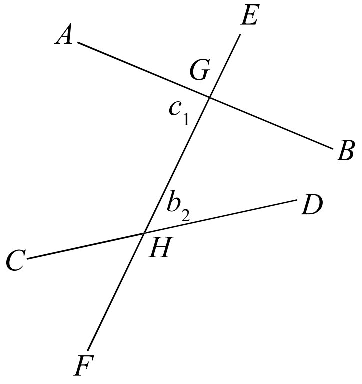
දී ඇති රූපය අනුව a_1 හා a_2 කෝණ පිහිටන්නේ පිළිවෙළින් AB හා CD රේඛාවලට ඉහලිනි. එසේ ම, b_1 හා b_2 කෝණ ද පිළිවෙළින් AB හා CD රේඛාවලට ඉහළින් පිහිටයි.

c_1 හා c_2 කෝණ පිළිවෙළින් AB හා CD රේඛාවලට පහළින් පිහිටන අතර d_1 හා d_2 කෝණ ද පිළිවෙළින් AB හා CD රේඛාවලට පහළින් පිහිටයි.

රූපයේ $A\hat{G}E$ හා $C\hat{H}G$, $B\hat{G}E$ හා $D\hat{H}E$, $A\hat{G}H$ හා $C\hat{H}F$, $B\hat{G}H$ හා $D\hat{H}F$ යන කෝණ යුගල 4 අනුරූප කෝණ වේ.

ඒකාන්තර කෝණ





පහත දැක්වෙන කෝණ යුගල ඒකාන්තර කෝණ යුගල ලෙස හැඳින්වේ.

i. a_2 හා d_1
ii. c_1 හා b_2

මෙම කෝණ යුගලක් හඳුනාගැනීමට ඇති පොදු ලක්ෂණ මෙසේ ය.

1. කෝණ දෙක තීර්යක් රේඛාවෙන් දෙපස තිබිය යුතු ය.

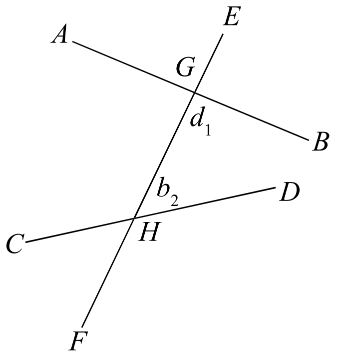
දී ඇති රූපය අනුව, a_2 හා d_1 කෝණ දෙක පිහිටන්නේ තීර්යක් රේඛාවෙන් දෙපස ය. එසේ ම, c_1 හා b_2 කෝණ දෙක පිහිටන්නේ ද තීර්යක් රේඛාවෙන් දෙපස ය.

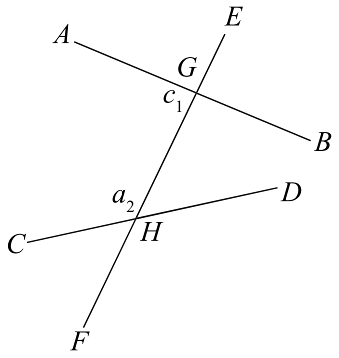
2. සරල රේඛා දෙක අතර පිහිටි තීර්යක් රේඛා ඛණ්ඩය කෝණ දෙකට ම පොදු බාහුවක් විය යුතු ය.

දී ඇති රූපය අනුව GH රේඛා ඛණ්ඩය, a_2 හා d_1 කෝණ දෙක සඳහාත් එසේ ම c_1 හා b_2 කෝණ දෙක සඳහාත් පොදු බාහුවකි.

රූපයේ $B\hat{G}H$ හා $G\hat{H}C$ කෝණ යුගල සහ $A\hat{G}H$ හා $G\hat{H}D$ කෝණ යුගල ඒකාන්තර කෝණ යුගල වේ.

මිත්‍ර කෝණ





මෙම රූපයේ පහත දී ඇති කෝණ යුගල දෙක මිත්‍රකෝණ වේ.

i. c_1 හා a_2
ii. d_1 හා b_2

මෙම රූපයේ ද සරල රේඛා දෙකක් තීර්යක් රේඛාවකින් ඡේදනය වී ඇත. එහි AB හා CD සරල රේඛා දෙක අතර EF තීර්යක් රේඛාවෙන් එකම පැත්තේ පිහිටි කෝණ යුගල,

i. $A\hat{G}H$ හා $C\hat{G}H$ යුගලය
ii. $B\hat{G}H$ හා $D\hat{H}G$ යුගලය

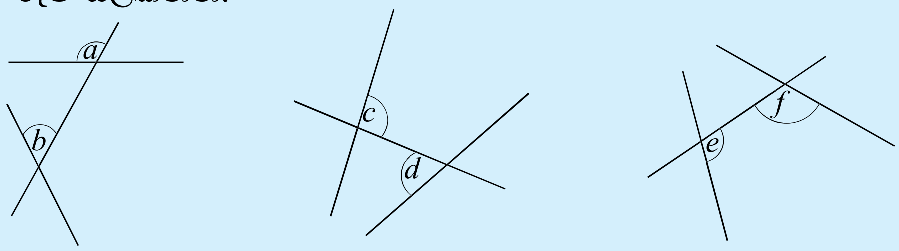
මෙම කෝණ හතරට ම GH බාහුව පොදු වේ.

AB හා CD සරල රේඛා දෙක අතරේ හා GH පොදු බාහුවේ එකම පැත්තේ පිහිටි කෝණ යුගලක් මිත්‍ර කෝණ යුගලක් ලෙස හැඳින්වේ. ඒ අනුව,

> $A\hat{G}H$ හා $C\hat{H}G$ කෝණ යුගලය මිත්‍ර කෝණ යුගලක් වන අතර $B\hat{G}H$ හා $D\hat{H}G$ කෝණ යුගලය ද මිත්‍ර කෝණ යුගලක් වේ.

8.3 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන රූප සලකන්න.



I වන රූපය **II** වන රූපය **III** වන රූපය

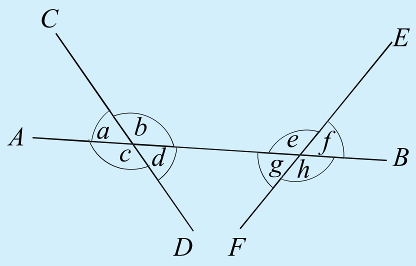
එක් එක් රූපවල කුඩා ඉංග්‍රීසි අකුරුවලින් දක්වා ඇති කෝණ සලකමින් පහත දැක්වෙන වාක්‍යවල හිස්තැන් සම්පූර්ණ කරන්න.

i. පළමුවන රූපයේ a හා b මගින් දක්වා ඇත්තේ .... කෝණ යුගලයකි.

ii. දෙවන රූපයේ c හා d මගින් දක්වා ඇත්තේ .... කෝණ යුගලයකි.

iii. තුන්වන රූපයේ e හා f මගින් දක්වා ඇත්තේ .... කෝණ යුගලයකි.

2. පහත දැක්වෙන රූපය සලකන්න. කුඩා ඉංග්‍රීසි අකුරුවලින් එහි කෝණ දක්වා තිබේ.



i. රූපයේ තීර්යක් රේඛාව ලෙස ගත හැකි රේඛාව නම් කරන්න.

ii. තීර්යක් රේඛාවෙන් ඡේදනය වන සරල රේඛා දෙක නම් කරන්න.

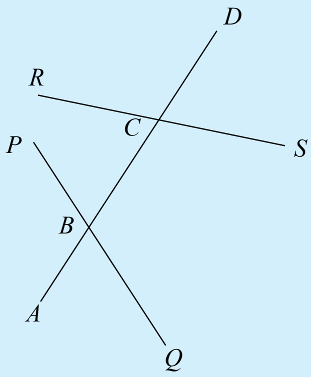
iii. එක් අනුරූප කෝණ යුගලයක් a හා e වේ. ඒ ආකාරයට ම, ඉතිරි අනුරූප කෝණ යුගල් තුන ද ලියා දක්වන්න.

iv. මිත්‍ර කෝණ යුගල දෙක කුඩා ඉංග්‍රීසි අකුරු ඇසුරෙන් දක්වන්න.

v. ඒකාන්තර කෝණ යුගල දෙක කුඩා ඉංග්‍රීසි අකුරු ඇසුරෙන් දක්වන්න.

නොමිලේ බෙදා හැරීම සඳහා ය.

3. දී ඇති රූපයට අදාළ ව පහත දැක්වෙන කොටස්වල ට පිළිතුරු සපයන්න.



i. $A\hat{B}P$ ට අනුරූප කෝණය නම් කරන්න.

ii. $B\hat{C}S$ ට **a.** මිත්‍ර කෝණය නම් කරන්න.

b. ඒකාන්තර කෝණය නම් කරන්න.

c. අනුරූප කෝණය නම් කරන්න.

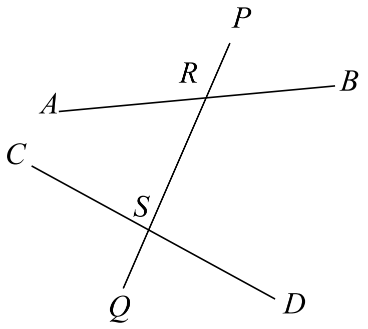
iii. $R\hat{C}D$ හා $P\hat{B}C$ කුමන වර්ගයේ කෝණ යුගලයක් ද?

iv. $P\hat{B}C$ හා $B\hat{C}R$ කුමන වර්ගයේ කෝණ යුගලයක් ද?

8.4 සමාන්තර රේඛා ආශ්‍රිත කෝණ

රූපයේ පරිදි PQ තීර්යක් රේඛාවෙන් AB හා CD සරල රේඛා දෙක පිළිවෙළින් R හා S හිදි ඡේදනය වේ. එවිට පහත දැක්වෙන එක් එක් අවස්ථා සඳහා AB හා CD රේඛා දෙකෙහි පිහිටීම පරීක්ෂා කරමු.

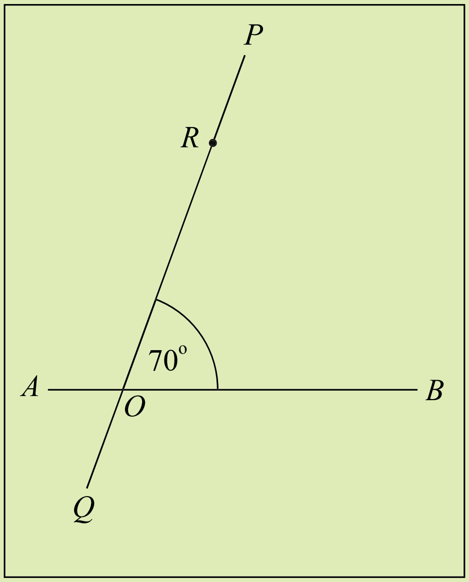
- ⋆ අනුරූප කෝණ සමාන වන විට
- ⋆ ඒකාන්තර කෝණ සමාන වන විට
- ⋆ මිත්‍ර කෝණ යුගලයේ ඓක්‍යය 180° වන විට



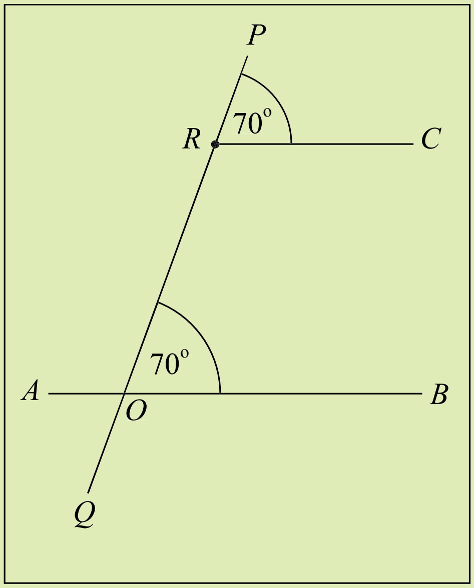
මේ සඳහා පහත ක්‍රියාකාරකමෙහි යෙදෙන්න.

ක්‍රියාකාරකම 1

පියවර 1: A4 කොළයක් මත රූපයේ දැක්වෙන ආකාරයට එකිනෙක O හිදි ඡේදනය වන පරිදි හා $P\hat{O}B = 70^{\circ}$ ක් වන පරිදි AB හා PQ සරල රේඛා දෙකක් ඇඳගන්න. OP මත R ලක්ෂ්‍යයක් ලකුණු කරන්න.



පියවර 2: කෝණමානය භාවිතයෙන්, රූපයේ දැක්වෙන ආකාරයට, R හිදි විශාලත්වය 70° ක් වන $P\hat{R}C$ අඳින්න. මෙහි $P\hat{O}B$ සහ $P\hat{R}C$ අනුරූප කෝණ යුගලක් බව (PQ රේඛාව RC හා AB රේඛා ඡේදනය කරන තීර්යක් රේඛාව ලෙස සැලකූ විට) නිරීක්ෂණය කරන්න.

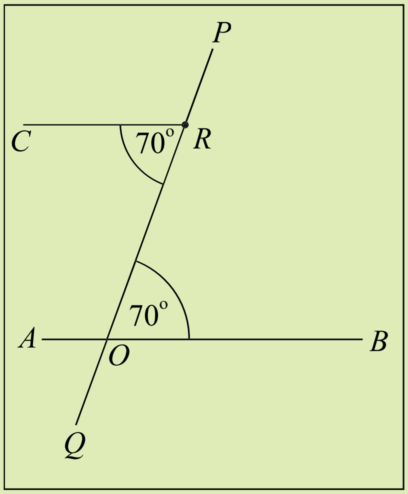


පියවර 3: විහිත චතුරස්‍රයක් හා සරල දාරයක් භාවිතයෙන් AB හා RC රේඛා සමාන්තරදැයි පරීක්ෂා කර බලන්න.

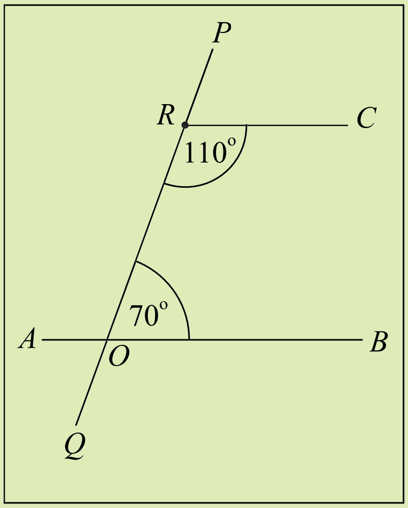
පියවර 4: $P\hat{O}B$ හි අගය වෙනස් කරමින් ඉහත පියවර තුන කිහිප වතාවක් කර ලැබෙන රේඛා සමාන්තරදැයි පරීක්ෂා කර බලන්න.

නොමිලේ බෙදා හැරීම සඳහා ය.

පියවර 5 : ඉහත අනුරූප කෝණ සඳහා සිදු කළ පියවර ඒකාන්තර කෝණ සඳහා ද සිදු කරන්න. එම පියවර සම්පූර්ණ කිරීමේ දී මෙහි දැක්වෙන ආකාරයේ රූපයක් ඔබට ලැබෙනු ඇත.



පියවර 6 : ඉහත පියවරලදී අනුරූප කෝණ සඳහා සිදු කළ පියවර මිත්‍රකෝණ සඳහා ද සිදු කරන්න. මෙහිදී ඉහත පියවර 2හි ඇඳි රේඛාව ඇඳිය යුත්තේ මෙහි ඇති රූපයේ දැක්වෙන ආකාරයට $C\hat{R}O = 180^{\circ} - 70^{\circ} = 110^{\circ}$ වන පරිදි ය.



ඉහත ක්‍රියාකාරකමේදී ඔබ ඇඳි

i. අනුරූප කෝණ යුගල සමාන වන විට හෝ
ii. ඒකාන්තර කෝණ යුගල සමාන වන විට හෝ
iii. මිත්‍රකෝණ යුගලවල එකතුව 180° වන විට හෝ

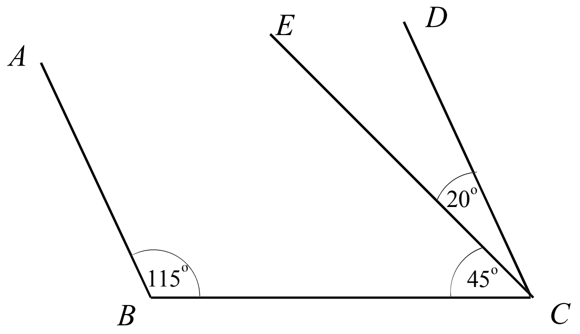
AB හා RC රේඛා සමාන්තර වන බව ඔබ නිරීක්ෂණය කරන්නට ඇත. මෙම ප්‍රතිඵලය සාධාරණව සත්‍ය වන අතර එය ප්‍රමේයයක් ලෙස මෙසේ ප්‍රකාශ කළ හැකි ය.

ප්‍රමේයය : සරල රේඛා දෙකක් තීර්යක් රේඛාවකින් ඡේදනය වීමෙන් සෑදෙන

i. අනුරූප කෝණ යුගල සමාන වේ නම් හෝ
ii. ඒකාන්තර කෝණ යුගල සමාන වේ නම් හෝ
iii. මිත්‍රකෝණ යුගලවල එකතුව සෘජුකෝණ දෙකක් වේ නම්

හෝ එම රේඛා දෙක සමාන්තර වේ.

නිදසුන 1



රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු අනුව, AB හා DC සමාන්තර බව පෙන්වන්න. AB හා DC සරල රේඛා දෙක BC තීර්යක් රේඛාවෙන් කැපී ගිය විට සෑදෙන $A\hat{B}C$ හා $B\hat{C}D$ මිත්‍ර කෝණ යුගලයකි.

$$A\hat{B}C = 115^\circ$$

$$B\hat{C}D = B\hat{C}E + E\hat{C}D = 45^\circ + 20 = 65^\circ$$

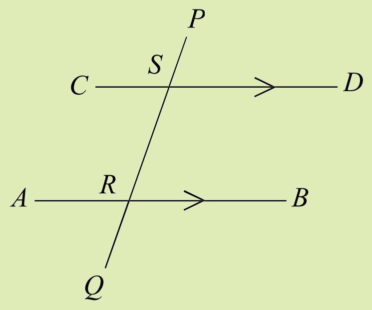
$$\therefore \quad A\hat{B}C + B\hat{C}D = 115^\circ + 65^\circ = 180^\circ$$

$A\hat{B}C$ හා $B\hat{C}D$ මිත්‍ර කෝණ යුගලයේ එකතුව 180° නිසා AB හා DC සමාන්තර වේ.

සමාන්තර රේඛා ආශ්‍රිත තවත් ප්‍රමේයයක් වෙත අවධානය යොමු කරමු.

ක්‍රියාකාරකම 2

පියවර 1 : A4 කොළයක් මත රූපයේ දැක්වෙන ආකාරයට AB හා CD සමාන්තර සරල රේඛා දෙකකුත් (විහිත චතුරස්‍රයක් හා සරල දාරයක් යොදාගෙන සමාන්තර රේඛා ඇඳිය හැකි ය) ඒවා පිළිවෙළින් R හා S හිදි ඡේදනය වන පරිදි PQ තීර්යක් රේඛාවකුත් අඳින්න.



පියවර 2 : කෝණමානයක් ආධාරයෙන්

i. $S\hat{R}B$ හා $P\hat{S}D$ අනුරූප කෝණ යුගල මැන අගයන් සටහන් කර ගෙන ඒවා සමානදැයි බලන්න. අනෙක් අනුරූප කෝණ යුගල ද එසේ මැන, ඒවා ද සමාන දැයි බලන්න.

ii. $C\hat{S}R$ හා $S\hat{R}B$ ඒකාන්තර කෝණ යුගල මැන අගයන් සටහන් කර ගෙන ඒවා සමානදැයි බලන්න.
අනෙක් ඒකාන්තර කෝණ යුගලය එසේ මැන ඒවා ද සමානදැයි බලන්න.

iii. $D\hat{S}R$ හා $S\hat{R}B$ මිත්‍රකෝණ යුගල මැන අගයන් සටහන් කරගෙන ඒවා පරිපූරකදැයි බලන්න. අනෙක් මිත්‍රකෝණ යුගලය ද එසේ මැන ඒවා ද පරිපූරකදැයි බලන්න.

පියවර 3 : PQ තීර්යක් රේඛාවේ ආනතිය වෙනස් කරමින් ඉහත පියවර දෙක නැවත කිහිප වතාවක් සිදු කරන්න.

ඉහත ක්‍රියාකාරකමේදී, සමාන්තර රේඛා දෙකක් තීර්යක් රේඛාවකින් ඡේදනය වන විට ඔබ මිනූ

i. අනුරූප කෝණ යුගල සමාන වන බවත්
ii. ඒකාන්තර කෝණ යුගල සමාන වන බවත්
iii. මිත්‍රකෝණ යුගලවල ඓක්‍යය 180° බවත්

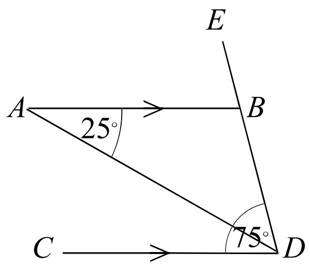
ඔබ නිරීක්ෂණය කරන්නට ඇත. මෙම ප්‍රතිඵලය සාධාරණව සත්‍ය වන අතර එය ප්‍රමේයයක් ලෙස මෙසේ ප්‍රකාශ කළ හැකි ය.

ප්‍රමේයය : සමාන්තර සරල රේඛා දෙකක් තීර්යක් රේඛාවකින් ඡේදනය වීමෙන් සෑදෙන

i. අනුරූප කෝණ සමාන වේ
ii. ඒකාන්තර කෝණ සමාන වේ
iii. මිත්‍ර කෝණ යුගලයක ඓක්‍යය සෘජුකෝණ දෙකකට සමාන වේ.

මෙම ඉහත ප්‍රමේයය මුලින් උගත් ප්‍රමේයයේ විලෝමය බව නිරීක්ෂණය කරන්න.

නිදසුන 6



රූපයේ AB සහ CD රේඛා සමාන්තර වේ (එය $AB//CD$ ලෙස දක්වනු ලැබේ) $B\hat{D}C = 75^{\circ}$ ද $B\hat{A}D = 25^{\circ}$ ද වේ.

i. $A\hat{B}E$ හි අගය සොයන්න. පිළිතුරට හේතු දක්වන්න.
ii. $A\hat{D}B$ හි අගය සොයන්න. පිළිතුරට හේතු දක්වන්න.

i. $B\hat{D}C = 75^{\circ}$ (දත්තය)

$B\hat{D}C = A\hat{B}E$ (අනුරූප කෝණ, $AB//CD$)

$\therefore A\hat{B}E = \underline{\underline{75^{\circ}}}$

ii. $B\hat{A}D = 25^{\circ}$ (දත්තය)

$B\hat{A}D = A\hat{D}C$ (ඒකාන්තර කෝණ, $AB//CD$)

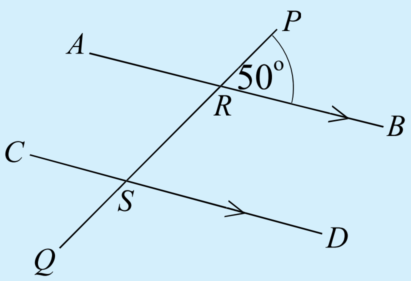
$\therefore A\hat{D}C = 25^{\circ}$

නමුත් $A\hat{D}B = B\hat{D}C - A\hat{D}C$

$= 75^{\circ} - 25^{\circ}$

$= \underline{\underline{50^{\circ}}}$

8.4 අභ්‍යාසය

1. 

රූපයේ $AB//CD$ වේ. $P\hat{R}B = 50^{\circ}$ නම්,

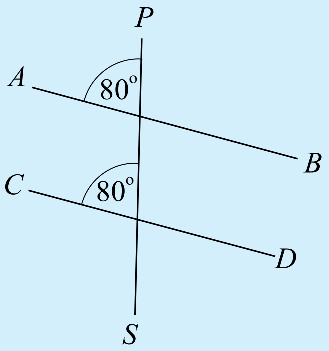
i. $R\hat{S}D$ **ii.** $A\hat{R}S$ **iii.** $C\hat{S}Q$ **iv.** $Q\hat{S}D$

විශාලත්වය සොයන්න.

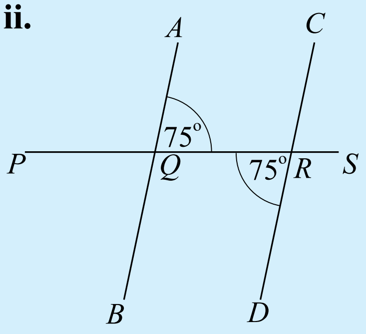
නොමිලේ බෙදා හැරීම සඳහා ය.

2. පහත දැක්වෙන එක් එක් රූපයේ ඇති තොරතුරු අනුව, AB හා CD රේඛා සමාන්තර වේදැයි හේතු දක්වමින් පෙන්වන්න.

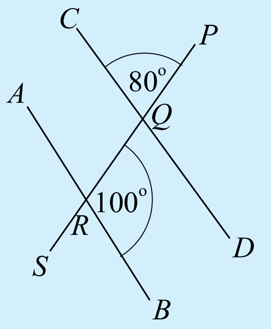
i.



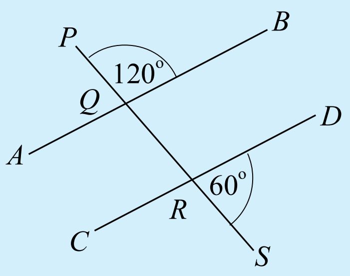
ii.



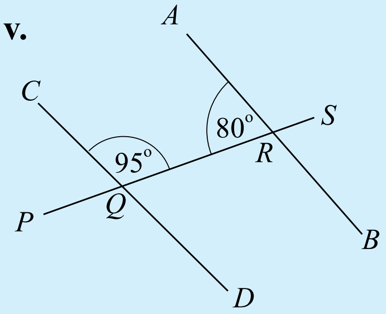
iii.



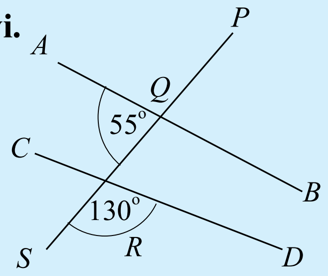
iv.



v.

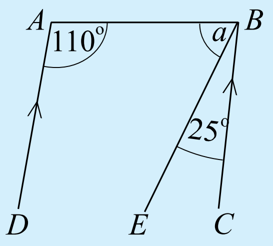


vi.

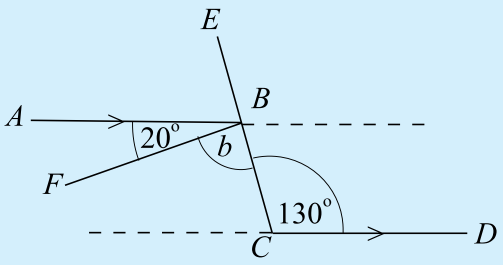


3. පහත දැක්වෙන එක් එක් රූපයේ කුඩා ඉංග්‍රීසි අකුරු මගින් දැක්වෙන කෝණ අගයයන් සොයන්න.

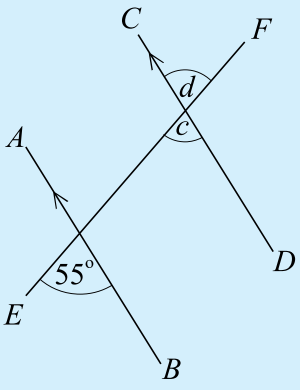
i.



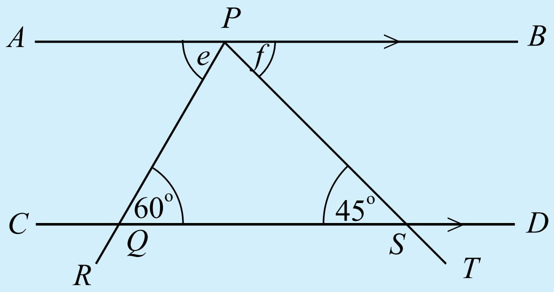
ii.

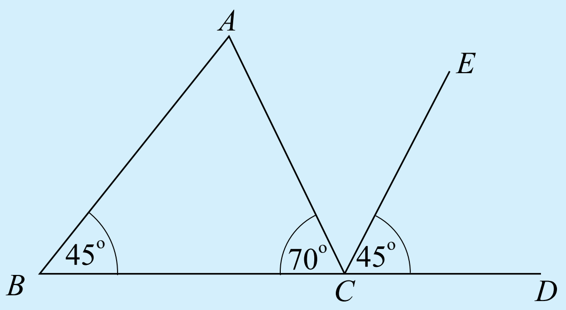


iii.



iv.

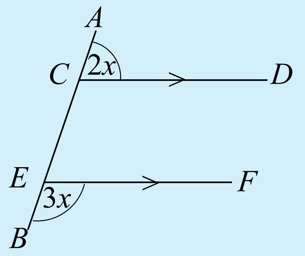


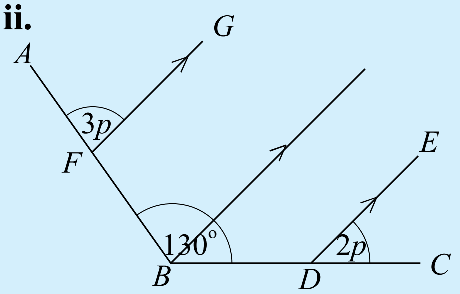
4. 

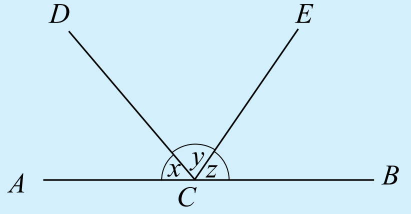
රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු මත $AB//CE$ බව පෙන්වන්න.

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

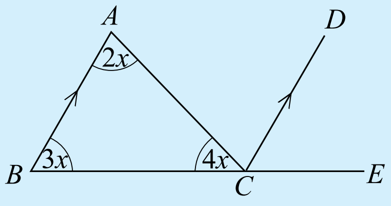
1. පහත දැක්වෙන එක් එක් රූපයේ කුඩා ඉංග්‍රීසි අකුරුවලින් දැක්වෙන කෝණවල විශාලත්ව සොයන්න.

i. 

ii. 

2. 

රූපයේ x, y හා z මගින් දැක්වෙන්නේ එක් එක් කෝණයේ විශාලත්වය වේ.
$x + z = y$ නම්, y මගින් දැක්වෙන අගය සොයන්න.

3. 

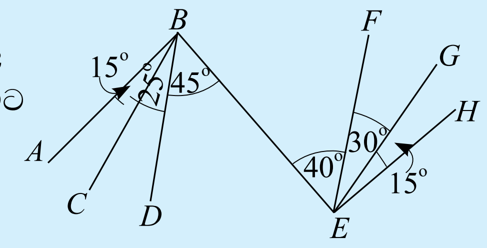
රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු මත,

i. $D\hat{C}E$ හා $A\hat{C}D$ හි අගයයන් x ඇසුරෙන් දක්වන්න.

ii. x මගින් දැක්වෙන අගය සොයන්න.

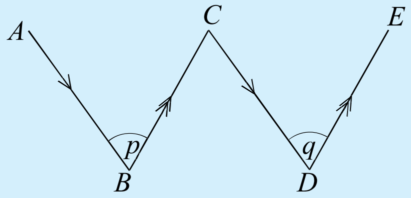
iii. ත්‍රිකෝණයේ එක් එක් කෝණයේ අගයයන් සොයන්න.

4. දී ඇති රූපයේ ඇති සමාන්තර රේඛා යුගල සියල්ල ලියා දක්වන්න. ඔබේ තෝරා ගැනීමට හේතුව ද දක්වන්න.



නොමිලේ බෙදා හැරීම සඳහා ය.

5. රූපයේ $A\hat{B}C = p$ ද $C\hat{D}E = q$ ද ලෙස දක්වා ඇති විට $p = q$ බව පෙන්වන්න.



සාරාංශය

- එක් සරල රේඛාවක් තවත් සරල රේඛාවකට හමුවීමෙන් සෑදෙන බද්ධ කෝණ දෙකේ ඓක්‍යය සෘජුකෝණ දෙකකට සමාන වේ.
- සරල රේඛා දෙකක් එකිනෙක ඡේදනය වීමෙන් සෑදෙන ප්‍රතිමුඛ කෝණ සමාන වේ.
- සරල රේඛා දෙකක් තීර්යක් රේඛාවකින් ඡේදනය වීමෙන් සෑදෙන
  - **i.** අනුරූප කෝණ යුගල සමාන වේ නම් හෝ
  - **ii.** ඒකාන්තර කෝණ යුගල සමාන වේ නම් හෝ
  - **iii.** මිත්‍රකෝණ යුගලවල එකතුව සෘජුකෝණ දෙකක් වේ නම්

  හෝ එම රේඛා දෙක සමාන්තර වේ.
- සමාන්තර සරල රේඛා දෙකක් තීර්යක් රේඛාවකින් ඡේදනය වීමෙන් සෑදෙන
  - **i.** අනුරූප කෝණ සමාන වේ,
  - **ii.** ඒකාන්තර කෝණ සමාන වේ,
  - **iii.** මිත්‍ර කෝණ යුගලයක ඓක්‍යය සෘජුකෝණ දෙකකට සමාන වේ.