14 පථ හා නිර්මාණ

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට,

- මූලික පථ හතරක් හඳුනා ගැනීමට
- රේඛාවකට ලම්බ රේඛාවක් නිර්මාණය කිරීමට
- සරල රේඛා ඛණ්ඩයක ලම්බ සමච්ඡේදකය නිර්මාණය කිරීමට
- කෝණ නිර්මාණය කිරීමට හා පිටපත් කිරීමට
- පථ හා නිර්මාණ ආශ්‍රිත ගැටලු විසඳීමට

හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

පථ

ඔබට නිරීක්ෂණය කළ හැකි චලිත කීපයක් පහත දක්වා ඇත. ඒවායේ ගමන් මග පිළිබඳ ව අවධානය යොමු කරන්න.

1. සුළඟේ පාවෙන පුළුන් රොදක්
2. පියාසර කරන කුරුල්ලෙක්
3. පිත්තකින් පහර ලද පන්දුවක්
4. ගසකින් ගිළිහුණු ගෙඩියක්
5. ක්‍රියාත්මක ඔරලෝසුවක කටුවේ තුඩ
6. සීසෝ පදින ළමයෙක්

ඉහත 1 හා 2 මගින් දැක්වෙන චලිත සංකීර්ණ හා අවිනිශ්චිත වන නමුත් 3 සිට 6 දක්වා සඳහන් චලිතවල යම් නිශ්චිත බවක් ඔබට නිරීක්ෂණය කළ හැකි ය. මෙවැනි චලිතවල යෙදෙන වස්තූන්ගේ ගමන් මග පිළිබඳ ව මනා අවබෝධයක් ලබා ගැනීම සඳහා ජ්‍යාමිතියේ ඇති පථ පිළිබඳ ව හැදෑරීම වැදගත් වේ.

යම් අවශ්‍යතා එකක් හෝ කිහිපයක් සපුරාලන පරිදි ඇති ලක්ෂ්‍ය කුලකයට පථයක් යැයි කියනු ලැබේ.

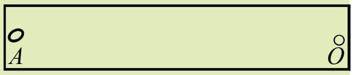
14.1 මූලික පථ

දැන් අපි මූලික පථ හතරක් පිළිබඳ ව අවධානය යොමු කරමු.

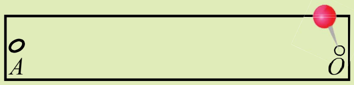
1. අචල ලක්ෂ්‍යයකට නියත දුරකින් පිහිටන ලක්ෂ්‍යවල පථය

ක්‍රියාකාරකම 1

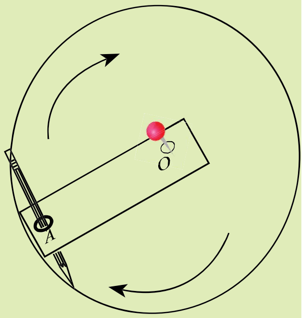
පියවර 1: සෙන්ටිමීටර 5ක් පමණ දිග කාඩ්බෝඩ් තීරුවක දෙකෙළවරට ආසන්නව කුඩා සිදුරු දෙකක් සකස් කර ඒවා O හා A ලෙස නම් කර ගන්න.



පියවර 2: කඩදාසියක් මත ඉහත කාඩ්බෝඩ් තීරුව තබා O සිදුරු තුළින් ඇල්පෙනෙති තුඩක් යවා රඳවා ගන්න.



පියවර 3: A සිදුරට පැන්සලක තුඩ යවා ඇල්පෙනෙති තුඩ නොසෙල් වෙන සේ තදින් අල්ලා පැන්සල් තුඩ චලනය කරමින් එහි ගමන් මග සලකුණු කර ගන්න.



පියවර 4: ක්‍රියාකාරකම අවසානයේ ලද පථය හඳුනා ගන්න.

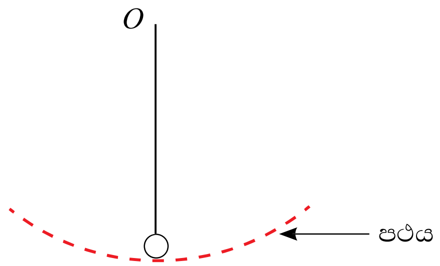
ඉහත ක්‍රියාකාරකමේ දී ඔබට වෘත්තාකාර ගමන් මගක් ලැබෙන්නට ඇත. ඒ අනුව

අචල ලක්ෂ්‍යයකට නියත දුරින් එකම තලයක පිහිටි ලක්ෂ්‍යවල පථය වෘත්තයකි.

නිදසුන 1

ක්‍රියාත්මක වන ඔරලෝසුවක බට්ටාගේ පහත්ම ලක්ෂ්‍යයෙහි පථය දළ රූපයක දක්වන්න.

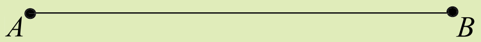
මෙම චලිතයට අදාළ පථය වන්නේ බට්ටා සවිකර ඇති ලක්ෂ්‍යය කේන්ද්‍රය වන පරිදි, බට්ටාගේ පහත් ම ලක්ෂ්‍යයට ඇති දුර අරය වූ වෘත්තයක කොටසකි.



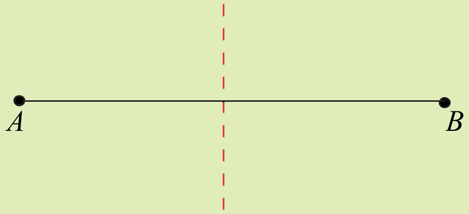
2. අචල ලක්ෂ්‍ය දෙකකට සමදුරින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යවල පථය

ක්‍රියාකාරකම 2

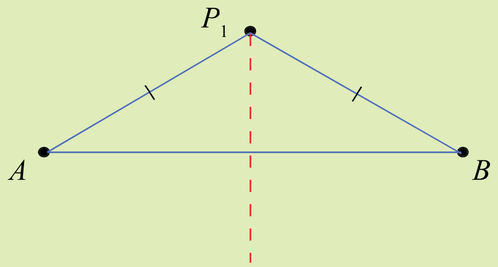
පියවර 1: තෙල් කඩදාසියක/ටිෂු කඩදාසියක 10 cmක් පමණ දිග රේඛා ඛණ්ඩයක් ඇඳ එය AB ලෙස නම් කරන්න.



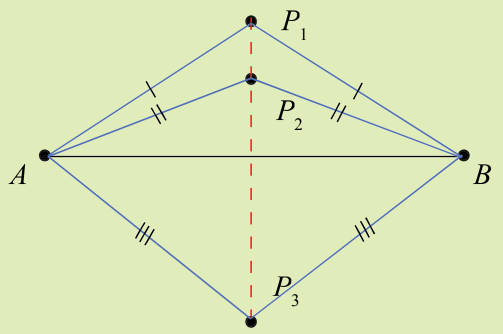
පියවර 2: A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙක සම්පාත වන පරිදි ටිෂු කඩදාසිය නමා ගැනීමෙන් AB රේඛාවේ සමමිති අක්ෂය හඳුනා ගෙන එය කැඩි ඉරකින් සළකුණු කර ගන්න.



පියවර 3: කැඩි ඉර මත ඕනෑ ම ලක්ෂ්‍යයක් P_1 ලෙස ලකුණු කර P_1A හා P_1B රේඛා ඇඳ එම දිග මැන ලියන්න.



පියවර 4: කැඩි ඉර මත වෙනත් ඕනෑ ම ලක්ෂ්‍ය කීපයක් ලකුණු කර එම එක් එක් ලක්ෂ්‍යයට A හා B ලක්ෂ්‍යවල සිට ඇති දුර මැන ලියන්න.



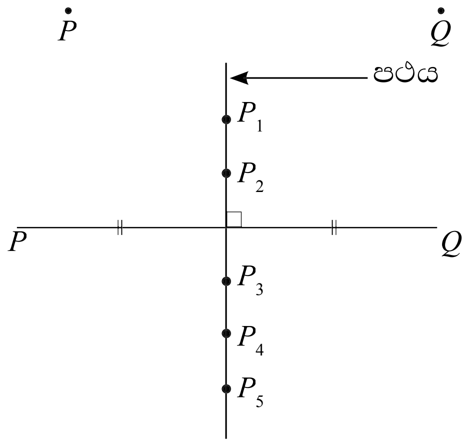
පියවර 5: A හා B ලක්ෂ්‍යවල සිට කැඩි ඉර මත වූ ඕනෑ ම ලක්ෂයකට ඇති දුර සමාන වන්නේ දැයි පරීක්ෂා කර බලා නිගමනය ලියා දක්වන්න.

ඉහත A හා B සම්පාත වන සේ කඩදාසිය නැවූ විට ලැබෙන නැවුම් රේඛාව AB රේඛාවට ලම්බ බවත් එය ABහි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය හරහා ගමන් කරන බවත් අවබෝධ කරගන්න. මෙම රේඛාවට AB රේඛා ඛණ්ඩයේ **ලම්බ සමච්ඡේදකය** යැයි කියනු ලැබේ. ABහි ලම්බ සමච්ඡේදකය මත ඔබ තෝරාගත් එක් එක් ලක්ෂ්‍යයේ සිට Aට හා Bට ඇති දුර ප්‍රමාණ සමාන බව නිරීක්ෂණය කරන්න.

ලක්ෂ්‍ය දෙකකට සමදුරින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යවල පථය වන්නේ එම ලක්ෂ්‍ය දෙක යා කරන රේඛාවේ ලම්බ සමච්ඡේදකයයි.

නිදසුන 2

දී ඇති P හා Q ලක්ෂ්‍ය දෙකට සමදුරින් වූ ලක්ෂ්‍යයන්ගේ පිහිටුම දක්වන පථය දළ රූපයක දක්වන්න. ඒ මත වූ ලක්ෂ්‍ය 5ක් P_1 , P_2, P_3 , P_4 , P_5 ලෙස නම් කරන්න.



නොමිලේ බෙදා හැරීම සඳහා ය.

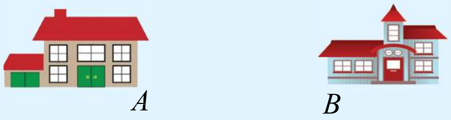
14.1 අභ්‍යාසය

1. පහත සඳහන් එක් එක් චලිතයට අදාළ පථය දළ රූපයක දක්වන්න.

a. 50 cmක් දිග ලණුවක කෙළවරකට රබර් ඇබයක් ගැට ගසා, ලණුවේ අනෙක් කෙළවරින් අල්ලා, ලණුව ඇදී තිබෙන සේ කරකැවීමේ දී රබර් ඇබයෙහි ගමන් මග

b. ක්‍රියාත්මක ඔරලෝසුවක කටුවක තුඩෙහි ගමන් මග

c. දී ඇති රූපයේ ඇත්තේ තිරස් පොළවේ එකිනෙකට 50mක් දුරින් වූ නිවාස දෙකකි. නිවාස දෙක (A හා B ලක්ෂ්‍ය) අතර හරි මැදින් තාප්පයක් ඉදි කළ යුතු ව ඇත. තාප්පය ඉදි කළ යුතු ස්ථානය දළ රූපසටහනක් ඇසුරෙන් දක්වන්න.



d. පෙරහැරක ගිනි පන්දම් කරකවන්නෙකුගේ පන්දමෙහි ඇති ගිනි බෝලයක ගමන් මග (පන්දම්කරු ගමන් නොකරන විට දී)

e. කතුරු ඔන්චිල්ලාවක ගමන් කරන පුද්ගලයෙකුගේ ගමන් මග

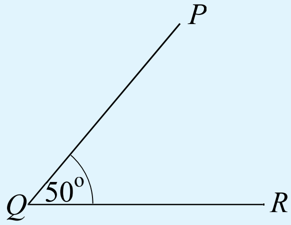
f. සීසෝව පදින අවස්ථාවක එහි හරස් දණ්ඩේ දෙකෙළවර වාඩි වී සිටින ළමයින්ගේ ගමන් මග

2. දී ඇති රූපයේ *P* හා *Q* යනු තිරස් පොළොවේ එකිනෙකට මීටර 25ක් දුරින් වූ ගස් දෙකකි.

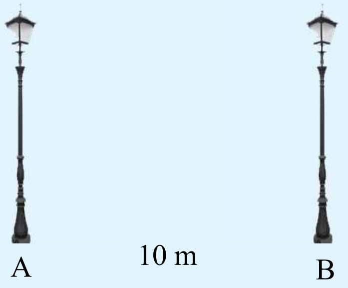
i. එක් එක් ගසේ සිට මීටර 15ක් දුරින් ජල කරාමයක් සවි කළ යුතු ව ඇත. පථ දැනුම අනුව කරාමය සවිකළ හැකි ස්ථාන දළ රූපසටහනක් ඇසුරෙන් දක්වන්න.

ii. ගස් දෙක අතර හරි මැදින් කාණුවක් කැපීමට අවශ්‍ය නම් කාණුවේ පිහිටීම දළ රූපසටහනකින් දක්වන්න.

3. රූපයේ පරිදි 50°ක කෝණයක් ඇඳ රූපයේ පරිදි $P\hat{Q}R$ ලෙස නම් කරන්න.
Q හා *R*ට සමදුරින් *PQ* බාහුව මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යය සොයාගන්නා ආකාරය ඔබගේ පථ පිළිබඳ දැනුම භාවිතයෙන් දළ රූපසටහනක ලකුණු කොට එම ලක්ෂ්‍යය *S* ලෙස නම් කරන්න.



4. *A* හා *B* යනු එකිනෙකට 10 mක් දුරින් පිහිටි පහන් කණු දෙකකි.



i. *A*ට මීටර 6ක් දුරින් ද *B*ට මීටර් 8ක් දුරින් ද වන පරිදි
ii. *A* හා *B* කණු දෙකට සමදුරින් වන පරිදි

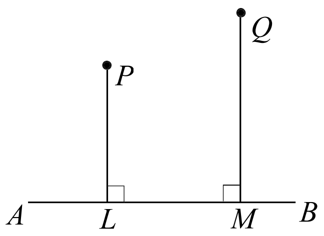
C නම් කණුවක් සිටවිය යුතු ය. *C* හි පිහිටීම වෙන වෙන ම දළ රූප දෙකක දක්වන්න.

14.2 මූලික පථ තවදුරටත්

3. අචල රේඛාවකට නියත දුරකින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යවල පථය

ලක්ෂ්‍යයක සිට රේඛාවකට ඇති දුර ලෙස සලකනු ලබන්නේ එම ලක්ෂ්‍යයේ සිට රේඛාවට ඇඳි ලම්බ රේඛාවේ දිගයි.
මේ අනුව *AB* රේඛාවට

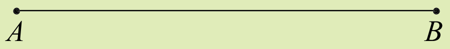
P සිට ඇති දුර වන්නේ *PL* දිගයි.
Q සිට ඇති දුර වන්නේ *QM* දිගයි.



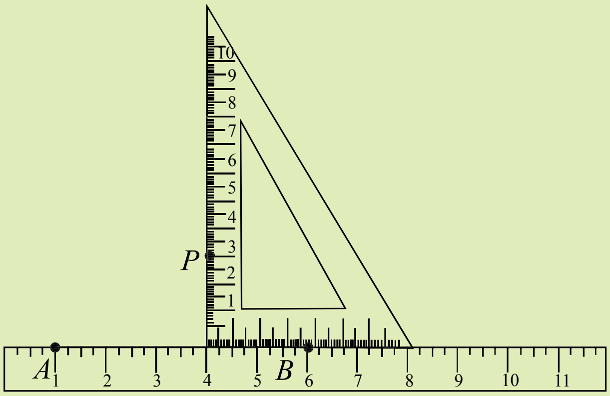
දැන් අපි රේඛාවකට නියත දුරකින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යවල පථය සොයා බැලීම සඳහා පහත ක්‍රියාකාරකමෙහි නිරත වෙමු.

ක්‍රියාකාරකම 1

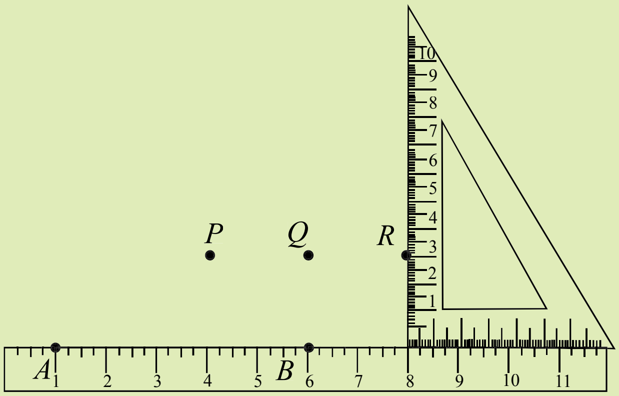
පියවර 1: අභ්‍යාස පොතේ සරල රේඛා ඛණ්ඩයක් ඇඳ එය *AB* ලෙස නම් කරන්න.



පියවර 2: *AB* රේඛාව මත සරල දාරය තබා එයට ස්පර්ශ වන සේ විහිත චතුරස්‍රයේ දාරයක් පහත රූපයේ දැක්වෙන පරිදි තබන්න. පරිමාණය ඇසුරෙන් *AB*ට සෙන්ටිමීටර 3ක් දුරින් වූ ලක්ෂ්‍යය ලකුණු කර එය *P* ලෙස නම් කර ගන්න.



පියවර 3: විහිත චතුරස්‍රයේ පිහිටුම වෙනස් කර *AB*ට සෙන්ටිමීටර 3ක් දුරින් වූ තවත් ලක්ෂ්‍ය කීපයක් ලකුණු කරන්න.



පියවර 4: ඉහත දී ලකුණු කළ *P*, *Q* හා *R* ලක්ෂ්‍ය සියල්ල සරල දාරයක් භාවිතයෙන් යා කරන්න.

පියවර 5: *AB* රේඛාවට සෙන්ටිමීටර 3ක් දුරින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යවල පථය කුමක් දැ යි පැහැදිලි කරන්න. එවැනි තවත් පථයක් *AB* ගෙන් *P* පිහිටි පැත්තට විරුද්ධ පැත්තෙහි ද ඇඳිය හැකි බව නිරීක්ෂණය කරන්න.

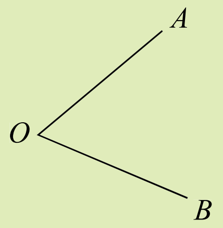
ඉහත ක්‍රියාකාරකම අනුව AB රේඛාවට 3 cmක් දුරින් වන ලක්ෂ්‍යවල පථය වන්නේ ABට 3 cmක් දුරින් වූ ABට සමාන්තර වන සරල රේඛාවක් බව පැහැදිලි වේ. එමෙන් ම AB රේඛාවට දෙපසින් මෙවැනි පථ 2ක් ඇඳිය හැකි වේ.

> සරල රේඛාවකට නියත දුරින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යවල පථය වන්නේ එම සරල රේඛාවට සමාන්තරව එම නියත දුරින් සරල රේඛාව දෙපස පිහිටි සරල රේඛා දෙකකි.

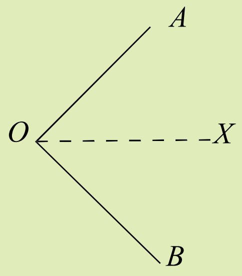
4. ඡේදනය වන සරල රේඛා දෙකකට සමදුරින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යවල පථය

ක්‍රියාකාරකම 2

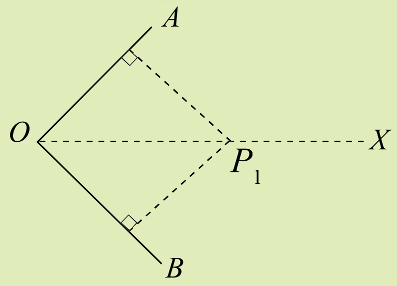
පියවර 1: විනිවිද පෙනෙන කඩදාසියක (තෙල් කඩදාසියක් වැනි) රූපයේ පරිදි සරල රේඛා යුගලයක් ඇඳ ඒවා OA හා OB ලෙස නම් කරන්න.



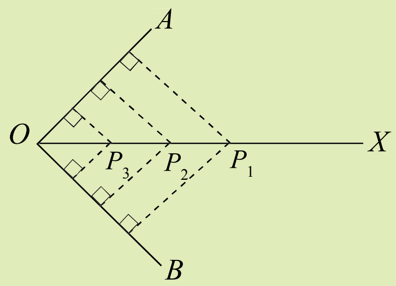
පියවර 2: OA හා OB රේඛා සම්පාත වන සේ කඩදාසිය නවා නැමුම් රේඛාව තිත් ඉරකින් සළකුණු කර ගන්න. එය OX ලෙස නම් කරන්න.



පියවර 3: ඉහත ඇඳි තිත් ඉර මත ලක්ෂ්‍යයක් ලකුණු කර එය P_1 ලෙස නම් කරන්න. විහිත චතුරස්‍රය භාවිතයෙන් P_1 සිට OAට හා OBට ලම්බ රේඛා ඇඳ එම ලම්බ රේඛාවල දිග මැන ලියන්න.



පියවර 4: OX රේඛාව මත තවත් ලක්ෂ්‍ය කීපයක් පහත රූපයේ පරිදි ලකුණු කර P_2, P_3, ... ආදි වශයෙන් නම් කරන්න. එම එක් එක් ලක්ෂ්‍යයේ සිට OA හා OBට ලම්බ රේඛා ඇඳ ඒවායේ ද දිග මැන ලියන්න.



පියවර 5: $A\hat{O}X$ හා $B\hat{O}X$ මැන OX රේඛාව පිළිබඳ ව ලබා ගත හැකි නිගමනය ද ලියා දක්වන්න.

ඉහත ක්‍රියාකාරකම අනුව $A\hat{O}B$ සමාන කෝණ දෙකකට වෙන් කරන රේඛාව OX බවත්, OX රේඛාව මත ඕනෑ ම ලක්ෂ්‍යයක සිට OA හා OB ට ඇති දුර සමාන බවත් පැහැදිලි වේ.

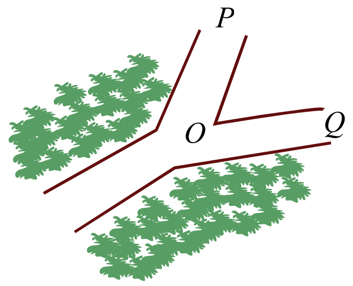
තව ද, OA හා OB රේඛා සම්පාත වන පරිදි කඩදාසිය නැමූ නිසා, $A\hat{O}X$ හා $B\hat{O}X$ කෝණ සමාන වේ.

OX රේඛාවට $A\hat{O}B$ හි **කෝණ සමච්ඡේදකය** යැයි කියනු ලැබේ.

ඡේදනය වන සරල රේඛා දෙකකට සම දුරින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යවල පථය වන්නේ එම රේඛා දෙක ඡේදනය වීමෙන් සෑදෙන කෝණවල කෝණ සමච්ඡේදකයි.

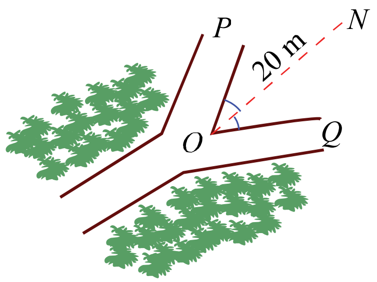
නිදසුන 1

OP හා OQ යනු O හන්දියෙන් දෙපසට විහිදෙන මාර්ග දෙකකි. එම මාර්ග දෙකට සම දුරින් හා O හන්දියට මීටර 20ක් දුරින් දැන්වීම් පුවරුවක් සවි කළ යුතු ව ඇත. පථ පිළිබඳ දැනුම භාවිතයෙන්, දැන්වීම් පුවරුව සවිකළ යුතු ස්ථානය සොයා ගන්නා ආකාරය රූප සටහනකින් දක්වන්න.



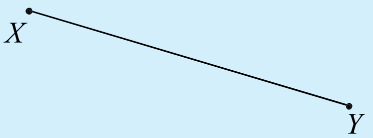
දැන්වීම් පුවරුව සවිකල යුතු ස්ථානය N ලෙස දක්වමු.

මෙහි දී $Q\hat{O}P$ හි කෝණ සමච්ඡේදකය මත N ලක්ෂ්‍යය පිහිටිය යුතු වේ. $ON = 20$ m බැවින් O සිට මීටර 20ක් දුරින් කෝණ සමච්ඡේදකය මත N ලක්ෂ්‍යය පිහිටිය යුතු වේ.



14.2 අභ්‍යාසය

1. සරල රේඛා ඛණ්ඩයක් ඇඳ XY ලෙස නම් කරන්න. එයට සෙන්ටිමීටර 4ක් දුරින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යවල පථය දළ රූපයක දක්වන්න.



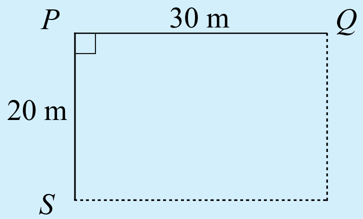
2. සිසුවෙක් සරල රේඛීය මාර්ගයක මිටක් ගසන ලද විෂ්කම්භය සෙන්ටිමීටර 20ක් වූ රෝදයක් කරකවාගෙන යයි. රෝදයේ කේන්ද්‍රයේ පථය දළ රූපයක දක්වන්න.

3. ඔරලෝසු මුහුණතක පැය කටුව හා මිනිත්තු කටුවේ පිහිටීම, දී ඇති රූපයේ දැක්වේ. මේ අවස්ථාවේ දී තත්පර කටුව මෙම කටු දෙකට සමදුරින් පිහිටියේ නම් තත්පර කටුවේ පිහිටීම් පථ දැනුම ඇසුරෙන් දළ රූපසටහනක වෙන වෙන ම දක්වන්න.

4. ඉඩමක වූ මීටර 50ක් දිග PQ නම් කාණුවක් රූපයේ දැක්වේ. PQ කාණුවට මීටර 10ක් දුරින් ද, P හා Q දෙකෙළවරට සම දුරින් ද ජල කරාමයක් සවිකළ යුතු ව ඇත. ජල කරාමය සවි කළ යුතු ස්ථානය/ස්ථාන දළ රූපයක දක්වන්න.

5. රූපයේ දැක්වෙන්නේ වෘත්තාකාර කේක් ගෙඩියකින් කපන ලද කේක් කෑල්ලකි. එය සමානව දෙකට බෙදිය යුතුව ඇත. ඒ සඳහා කේක් කෑල්ල කැපිය යුතු අයුරු පථ දැනුම ඇසුරෙන් රූපසටහනක දක්වන්න.

6. සෘජුකෝණාස්‍රාකාර ඉඩමක මායිම් දෙකක් PQ හා PS වේ. PQ මායිමට මීටර 8ක් දුරින් ද, PS මායිමට මීටර 5ක් දුරින් ද වන සේ ඉඩම තුළ ගසක් සිටු වීමට අවශ්‍යව ඇත. ගස සිටුවිය යුතු ස්ථානය දළ රූපයක දක්වා එය T ලෙස නම් කරන්න.



14.3 දෙන ලද සරල රේඛාවකට ලම්බ රේඛා නිර්මාණය කිරීම

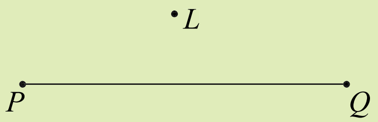
නිර්මාණවල දී බහුල වශයෙන් භාවිත වන වචන දෙකක් පැහැදිලි කර ගනිමු. කවකටුව භාවිතයෙන් වෘත්ත ඇඳීමේ දී "කිසියම් ලක්ෂ්‍යයක් කේන්ද්‍ර කරගෙන හා කිසියම් දුරක්

"අරය ලෙස ගෙන" යන වදන් මාලා භාවිත වේ. නිදසුනක් ලෙස, "A ලක්ෂ්‍යය කේන්ද්‍ර කර ගෙන" යන්නෙන් අදහස් වන්නේ කවකටුවේ තුඩ A ලක්ෂ්‍යය මත තබා වෘත්තය හෝ චාපය ඇඳිය යුතු බවය; "AB අරය ලෙස ගෙන" යන්නෙන් අදහස් වන්නේ කවකටු තුඩ හා පැන්සල් තුඩ අතර දුර AB දිගට සමාන විය යුතු බවයි.

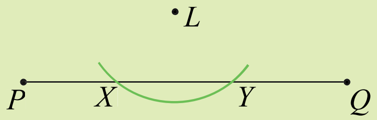
1. රේඛාවකට බාහිර ව පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක සිට එම රේඛාවට ලම්බ රේඛාවක් නිර්මාණය කිරීම

ක්‍රියාකාරකම 1

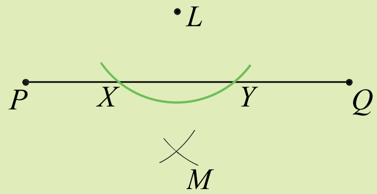
පියවර 1 : අභ්‍යාස පොතේ සරල රේඛා ඛණ්ඩයක් ඇඳ එය PQ ලෙස නම් කරන්න. PQට පිටතින් ලක්ෂ්‍යයක් ලකුණු කර එය L ලෙස නම් කරන්න.



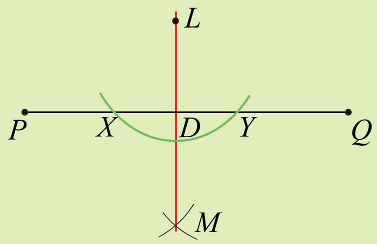
පියවර 2 : L සිට PQට ඇති දුරට වඩා වැඩි දුරක් අරය ලෙස ගෙන L කේන්ද්‍ර කරගෙන PQ රේඛාව ඡේදනය වන සේ චාපයක් අඳින්න. ඡේදන ලක්ෂ්‍ය X හා Y ලෙස නම් කරන්න.



පියවර 3 : X හා Y ලක්ෂ්‍ය එක එකක් කේන්ද්‍ර කර ගනිමින් එකම අරයක් ඇති ව, එකිනෙක ඡේදනය වන සේ තවත් චාප දෙකක් රූපයේ දැක්වෙන පරිදි අඳින්න. ඡේදන ලක්ෂ්‍යය M ලෙස නම් කරන්න.



පියවර 4 : L හා M ලක්ෂ්‍ය යා කර එම යා කරන රේඛාව PQ රේඛාව ඡේදන ලක්ෂ්‍යය D ලෙස නම් කරන්න. $L\hat{D}P$ හි විශාලත්වය මැන අගය ලියන්න.

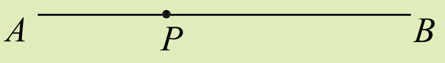


ඉහත නිර්මාණය අවසානයේ දී $L\hat{D}P = 90^\circ$ බව ඔබට ලැබෙන්නට ඇත. එනම් LD යනු PQ රේඛාවට L ලක්ෂ්‍යයේ සිට ඇඳි ලම්බය වේ.

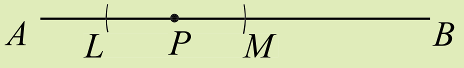
2. රේඛාව මත ලක්ෂ්‍යයක සිට එම රේඛාවට ලම්බ රේඛාවක් නිර්මාණය කිරීම

ක්‍රියාකාරකම 2

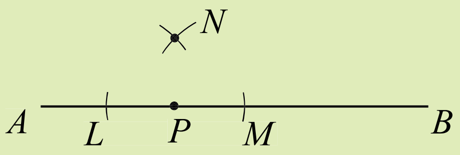
පියවර 1 : සරල රේඛාවක් ඇඳ එය AB ලෙස නම් කරන්න. එය මත ලක්ෂ්‍යයක් ලකුණු කර P ලෙස නම් කරන්න.



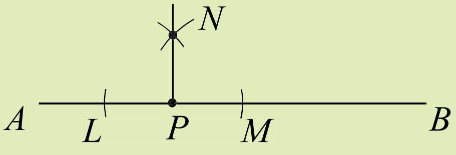
පියවර 2 : කවකටුවට PAට වඩා අඩු අරයක් ගෙන P කේන්ද්‍ර කරගෙන PA හා PB රේඛා ඛණ්ඩ කැපී යන සේ චාප දෙකක් අඳින්න. ඡේදන ලක්ෂ්‍ය L හා M ලෙස නම් කරන්න.



පියවර 3 : කවකටුවට, පියවර 2 දී ගත් අරයට වඩා වැඩි අරයක් ගෙන L හා M කේන්ද්‍ර කරගෙන එකිනෙක කැපී යන සේ චාප දෙකක් අඳින්න. (ඡේදන ලක්ෂ්‍යය N ලෙස නම් කරන්න.



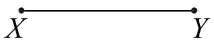
පියවර 4 : NP යා කර $N\hat{P}A$ හි විශාලත්වය මැන අගය ලියන්න.



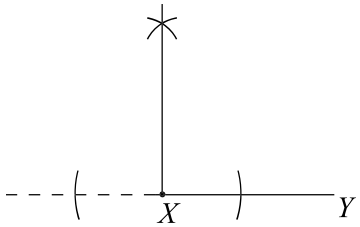
ඉහත නිර්මාණය අවසානයේ දී ඔබට $N\hat{P}A = 90^\circ$ බව ලැබෙන්නට ඇත. එනම් AB රේඛාවට Pහි දී ඇඳ ලම්බ රේඛාව PN වේ.

3. සරල රේඛා ඛණ්ඩයක අන්ත ලක්ෂ්‍යයක සිට එම රේඛාවට ලම්බ රේඛාවක් නිර්මාණය කිරීම

XY රේඛා ඛණ්ඩයට X හි දී ලම්බ රේඛාවක් නිර්මාණය කිරීමට ඇතැයි සිතමු.



YX රේඛාව දික් කර ඉහත දී හඳුනා ගත් ක්‍රමයට ම මෙම නිර්මාණය කරන්න.

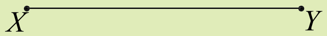


4. සරල රේඛා ඛණ්ඩයක ලම්බ සමච්ඡේදකය නිර්මාණය කිරීම

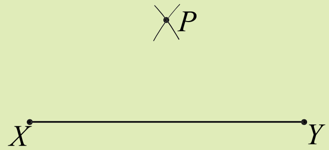
සරල රේඛා ඛණ්ඩයක මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය හරහා එම රේඛා ඛණ්ඩයට ලම්බව වූ රේඛාව, ලම්බ සමච්ඡේදකය ලෙස අපි හැඳින්වූයෙමු.

සරල රේඛා ඛණ්ඩයක් ඇඳ එය XY ලෙස නම් කරන්න. මෙම රේඛාවේ ලම්බ සමච්ඡේදකය නිර්මාණය කිරීම සඳහා පහත පියවර ඔස්සේ ක්‍රියාකාරකමේ නිරත වෙමු.

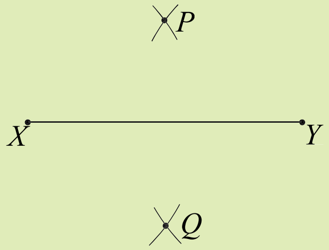
ක්‍රියාකාරකම 3



පියවර 1 : XY දිගෙන් භාගයකට වැඩි දිගක් අරය ලෙස ගෙන X හා Y එක එකක් කේන්ද්‍ර ලෙස ගෙන එකිනෙක ඡේදනය වන සේ චාප දෙකක් අඳින්න. (අරය නොවෙනස් ව තබා ගත යුතු ය). ඡේදන ලක්ෂ්‍යය P ලෙස නම් කරන්න.

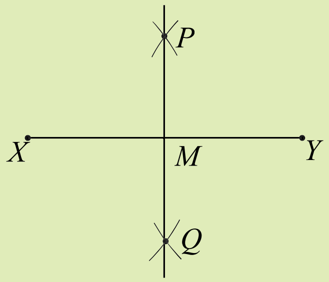


පියවර 2 : ඉහත පරිදි ම X හා Y කේන්ද්‍ර කර ගනිමින් තවත් චාප දෙකක් එකිනෙක ඡේදනය වන සේ අඳින්න. ඡේදන ලක්ෂ්‍යය, XY රේඛාවෙන් P පිහිටි පැත්තට විරුද්ධ පැත්තෙන් ලබා ගන්න. ඡේදන ලක්ෂ්‍යය Q ලෙස නම් කරන්න.



සැ.යු. පළමුවන පියවරේ දී හා දෙවන පියවරේ දී අර සමානව ගැනීම අවශ්‍ය නොවේ.

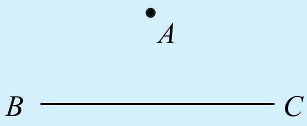
පියවර 3 : PQ රේඛාව ඇඳ එය XY ඡේදනය වන ලක්ෂ්‍යය M ලෙස නම් කරන්න. XM, MY හා $X\hat{M}P$ මැන ලියන්න. PQ රේඛාව පිළිබඳ ව ලබා ගත හැකි නිගමන මොනවා ද?



ඉහත නිර්මාණය අනුව $XM = MY$ බවත් $X\hat{M}P = 90^{\circ}$ බවත් ඔබ හඳුනාගන්නට ඇත. ඒ අනුව PQ යනු XY රේඛාව ලම්බව සමච්ඡේද කරන රේඛාවයි. එනම් XY හි ලම්බ සමච්ඡේදක රේඛාව PQ වේ.

14.3 අභ්‍යාසය

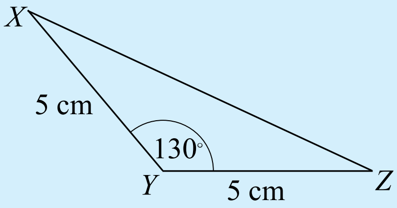
1. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි සරල රේඛාවක් ඇඳ එය BC ලෙස නම් කරන්න. A සිට BCට ලම්බ රේඛාවක් නිර්මාණය කරන්න.



2. $AB = 7$ cm වන සේ AB රේඛාව අඳින්න. $AP = 3$ cm වන සේ AB මත P ලක්ෂ්‍යය ලකුණු කර Pහි දී ABට ලම්බ රේඛාවක් නිර්මාණය කරන්න.

3. ඕනෑ ම සුළු කෝණික ත්‍රිකෝණයක් ඇඳ එය PQR ලෙස නම් කරන්න.
  i. P සිට QR රේඛාවට ලම්බ රේඛාවක් නිර්මාණය කරන්න.
  ii. Q සිට PR රේඛාවට ලම්බ රේඛාවක් නිර්මාණය කරන්න.
  iii. R සිට PQ රේඛාවට ලම්බ රේඛාවක් නිර්මාණය කරන්න.

4. **i.** කෝණමානය භාවිතයෙන් 130°ක කෝණයක් ඇඳ රූපයේ දැක්වෙන පරිදි එහි බාහු 5 cm බැගින් වන සේ XYZ ත්‍රිකෝණය සම්පූර්ණ කරන්න.



  ii. Y සිට XZ රේඛාවට ලම්බ රේඛාවක් නිර්මාණය කර එය XZ හමුවන ලක්ෂ්‍යය D ලෙස නම් කරන්න.
  iii. XD හා ZD මැන ලියන්න.

5. දිග 6 cm හා පළල 4 cm වන සේ ඍජුකෝණාස්‍රයක් නිර්මාණය කරන්න.

6. **a.** $PQ = 10$ cm වන සේ PQ සරල රේඛා ඛණ්ඩයක් අඳින්න.
  b. $PB = 2$ cm වන සේ PQ රේඛාව මත B ලක්ෂ්‍යය ලකුණු කරන්න.
  c. Bහි දී PQට ලම්බ රේඛාවක් නිර්මාණ කරන්න.
  d. $BA = 6$ cm වන සේ ඉහත ඇඳි ලම්බ රේඛාව මත A ලක්ෂ්‍යය ලකුණු කර ABQ ත්‍රිකෝණය සම්පූර්ණ කරන්න.
  e. BQ රේඛාවේ ලම්බ සමච්ඡේදකය නිර්මාණය කර එය AQ ඡේදනය කරන ලක්ෂ්‍යය O ලෙස නම් කරන්න.
  f. O ලක්ෂ්‍යය කේන්ද්‍රය කර OA අරය ඇති වෘත්තය අඳින්න.

14.4 කෝණ ආශ්‍රිත නිර්මාණය

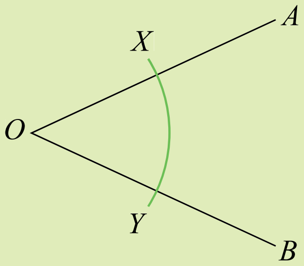
කෝණ සමච්ඡේදකය නිර්මාණය කිරීම

දෙන ලද කෝණයක් සමාන කෝණ දෙකකට වෙන් කර දැක්වීම සඳහා අඳිනු ලබන රේඛාව එම කෝණයේ **කෝණ සමච්ඡේදකය** ලෙස හඳුන්වනු ලැබේ.

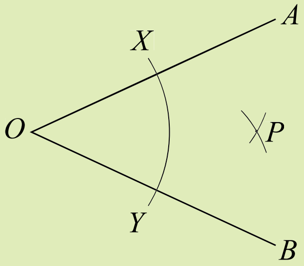
ඕනෑ ම කෝණයක් ඇඳ එය $A\hat{O}B$ ලෙස නම් කරන්න. මෙම කෝණයේ සමච්ඡේදකය ඇඳීම සඳහා පහත පියවර අනුගමනය කරන්න.

ක්‍රියාකාරකම 1

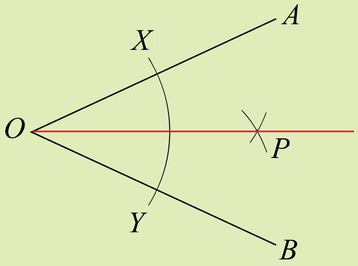
පියවර 1 : OA හා OB බාහු කැපෙන සේ O කේන්ද්‍ර කරගෙන චාපයක් අඳින්න. ඡේදන ලක්ෂ්‍ය X හා Y ලෙස නම් කරන්න.



පියවර 2 : කවකටුවට සුදුසු අරයක් ගෙන X හා Y ලක්ෂ්‍ය කේන්ද්‍ර කරගෙන එකිනෙක ඡේදනය වන සේ චාප දෙකක් රූපයේ දැක්වෙන පරිදි අඳින්න. ඡේදන ලක්ෂ්‍යය P ලෙස නම් කරන්න.



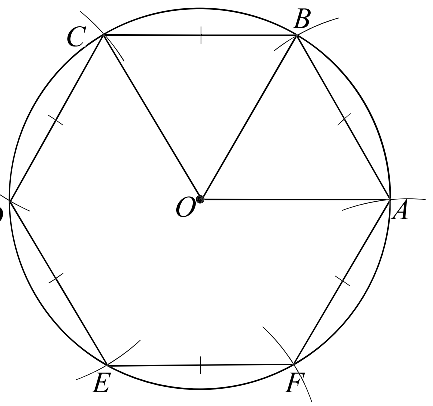
පියවර 3 : OP යා කරන්න. $A\hat{O}P$ හා $B\hat{O}P$ මැන ඒවා සමාන වන්නේ දැයි පරීක්ෂා කරන්න.



ඉහත ක්‍රියාකාරකම අවසානයේ දී ඔබට $A\hat{O}P = B\hat{O}P$ බව පැහැදිලි වන්නට ඇත. එනම් OP යනු $A\hat{O}B$ හි කෝණ සමච්ඡේදකයයි.

14.5 කෝණ නිර්මාණය

කෝණමානය භාවිතයෙන් විවිධ කෝණ ඇඳීමට මේ වන විට අපි ඉගෙන ගෙන ඇත්තෙමු. එහෙත් සරල දාරය හා කවකටුව පමණක් භාවිත කර ගනිමින් විශේෂ කෝණ කීපයක් නිර්මාණය කළ හැකි ය. 8 ශ්‍රේණියේ දී කවකටුව භාවිතයෙන් සවිධි ෂඩස්‍රයක් නිර්මාණය කළ අයුරු නැවත මතක් කර ගනිමු.



මෙහි දී ඇඳීමට අවශ්‍ය ෂඩස්‍රයේ පාදයක දිගට සමාන දිගක් අරය ලෙස ගෙන වෘත්තයක් ඇඳ එය මත ඉහත අරය ම ඇතිව චාප ලකුණු කරන ලදි.
එම චාප වෘත්තය කපන ලක්ෂ්‍ය, වෘත්තයේ කේන්ද්‍රයට රූපයේ පරිදි යා කරන ලදි.
එවිට ගොඩනැගෙන සමපාද ත්‍රිකෝණයක එක් කෝණයක් 60° කි.

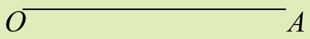
තව ද, $A\hat{O}B = 60^{o}$ හා $A\hat{O}C = 120^{o}$.
කෝණ නිර්මාණය කිරීම සඳහා මෙම නිර්මාණයේ දී යොදා ගත් මූලධර්ම යොදා ගනිමු.

1. 60°ක කෝණය නිර්මාණය කිරීම.

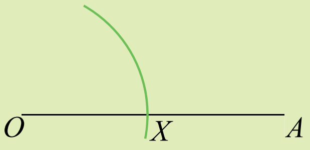
ක්‍රියාකාරකම 2

OA බාහුවක් වන සේ Oහි දී 60°ක කෝණයක් නිර්මාණය කිරීමට ඇතැයි සිතමු.

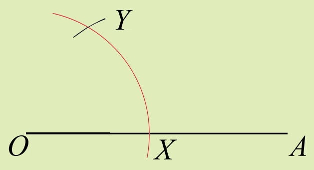
පියවර 1 : සරල රේඛා ඛණ්ඩයක් අභ්‍යාසය පොතේ ඇඳ එය OA ලෙස නම් කරන්න.



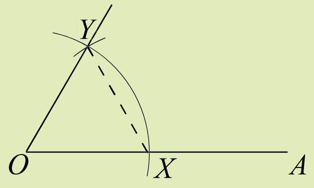
පියවර 2 : O කේන්ද්‍ර කරගෙන පහත රූපයේ දැක්වෙන පරිදි OA ඡේදනය වන සේ චාපයක් අඳින්න. ඡේදන ලක්ෂ්‍යය X ලෙස නම් කරන්න.



පියවර 3 : කවකටුවේ ඉහත අරය වෙනස් නොකර X කේන්ද්‍ර කරගෙන පළමු චාපය කැපී යන සේ තවත් චාපයක් අඳින්න. එම ඡේදන ලක්ෂ්‍යය Y ලෙස නම් කරන්න.



පියවර 4 : O හා Y ලක්ෂ්‍ය යා කර අවශ්‍ය පරිදි දික් කර ගන්න. $A\hat{O}Y$ මැන 60° දැයි පරීක්ෂා කරන්න.



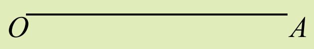
ඉහත නිර්මාණයේ දී ලැබුණු OXY ත්‍රිකෝණය සමපාද වේ. එයට හේතුව මෙසේ පැහැදිලි කළ හැකි ය.
OX හා OY යනු කේන්ද්‍රය O වන වෘත්තයේ අර නිසා $OX = OY$ වේ.
එසේ ම, XO හා XY යනු කේන්ද්‍රය X වන වෘත්තයේ අර නිසා $XO = XY$ වේ.
මේ අනුව, $OX = XY = OY$ වේ.
එනම්, OXY ත්‍රිකෝණය සමපාද වේ.
එමනිසා, එහි සෑම කෝණයක් ම 60° බැගින් වේ.
එමනිසා, $X\hat{O}Y = 60^{o}$ වේ.

2. 120° ක කෝණය නිර්මාණය

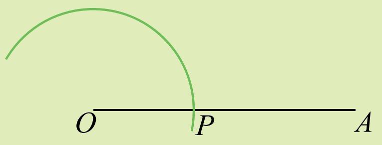
ක්‍රියාකාරකම 2

OA බාහුවක් වන සේ Oහි දී 120°ක කෝණයක් නිර්මාණය කිරීමට ඇතැයි සිතමු.

පියවර 1 : සරල රේඛා ඛණ්ඩයක් ඇඳ එය OA ලෙස නම් කරන්න.

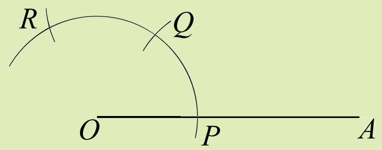


පියවර 2 : O කේන්ද්‍ර කරගෙන පහත රූපයේ දැක්වෙන පරිදි OA ඡේදනය වන සේ චාපයක් අඳින්න. ඡේදන ලක්ෂ්‍යය P ලෙස නම් කරන්න.

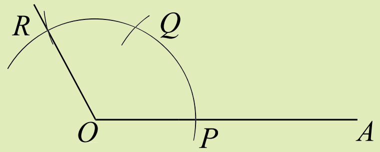


නොමිලේ බෙදා හැරීම සඳහා ය.

පියවර 3 : කවකටුවේ ඉහත අරය වෙනස් නොකර P කේන්ද්‍ර කරගෙන, රූපයේ දැක්වෙන පරිදි මුල් චාපය ඡේදනය වන සේ කුඩා චාපයක් ඇඳ එම ඡේදන ලක්ෂ්‍යය Q ලෙස නම් කරන්න. ඉහත අරය වෙනස් නොකර Q කේන්ද්‍ර කර තවත් කුඩා චාපයක් මුල් චාපය ඡේදනය වන සේ ඇඳ ඡේදන ලක්ෂ්‍යය R ලෙස නම් කරන්න.



පියවර 4 : OR යා කර අවශ්‍ය පරිදි දික් කරන්න. $A\hat{O}R$ මැන බලන්න.



මෙහි දී $A\hat{O}R = 120^o$ වීමට හේතුව මෙසේ ය. ඉහත සාකච්ඡා කළ පරිදි $A\hat{O}Q = 60^o$ වේ. තව ද QOR ද සමපාද ත්‍රිකෝණයකි. එමනිසා $Q\hat{O}R = 60^o$ වේ. ඒ අනුව,

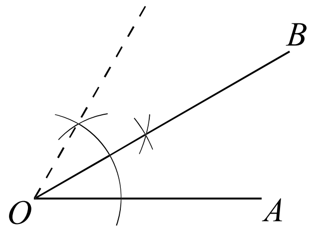
$$\begin{aligned} A\hat{O}R &= A\hat{O}Q + Q\hat{O}R \\ &= 60^o + 60^o \\ &= 120^o \end{aligned}$$

3. 30°, 90°, 45° කෝණ නිර්මාණය

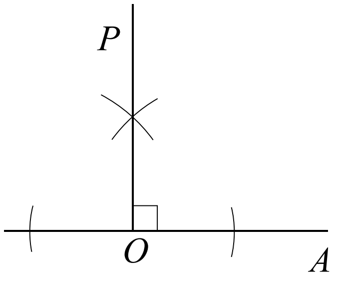
සුදුසු පරිදි කෝණ සමච්ඡේදක නිර්මාණය කිරීමෙන් 30°, 90°, 45° කෝණ නිර්මාණය කළ හැකි ය. පහත දැක්වෙන තොරතුරු හා රූපසටහන් නිරීක්ෂණය කරමින් දී ඇති කෝණ නිර්මාණය කරන්න.

30°ක කෝණය

60°ක කෝණයක් නිර්මාණය කර කෝණ සමච්ඡේදකය නිර්මාණය කරන්න. $A\hat{O}B = 30^o$ වේ.

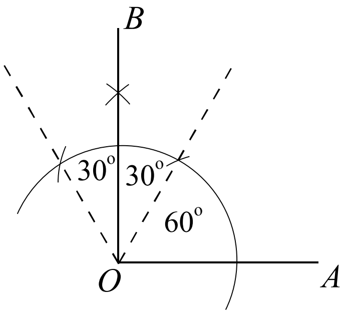


90°ක කෝණය



I ක්‍රමය

AO රේඛා ඛණ්ඩයට *O*හි දී ලම්බ රේඛාවක් නිර්මාණය කරන්න. $A\hat{O}P = 90^{\circ}$කි.



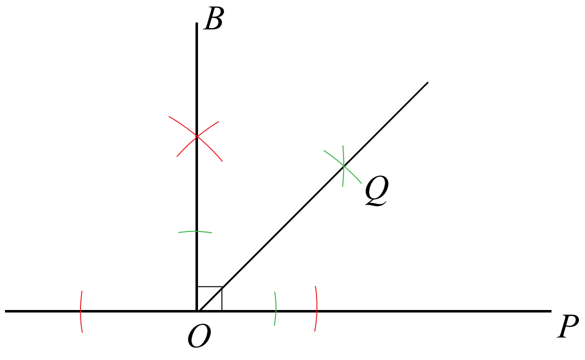
II ක්‍රමය

120°ක කෝණයක් ඇඳ ඉන් 60°ක කෝණයක් සමච්ඡේද කරන්න. $A\hat{O}B = 90^{\circ}$ වේ.

45°ක කෝණය නිර්මාණය

I ක්‍රමය

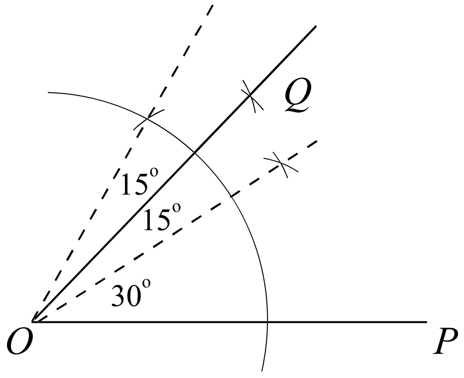
90°ක කෝණයක් ඇඳ සමච්ඡේද කරන්න. $P\hat{O}Q = 45^{\circ}$ වේ.



II ක්‍රමය

60°ක කෝණයක් ඇඳ එය සමච්ඡේද කරන්න. එවිට ලැබෙන එක් 30°ක කෝණයක් නැවත සමච්ඡේද කරන්න.

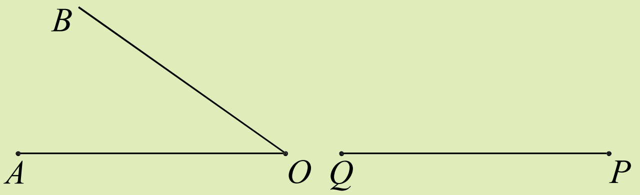
$P\hat{O}Q = 30^{\circ} + 15^{\circ} = 45^{\circ}$



දෙන ලද කෝණයක් පිටපත් කිරීම

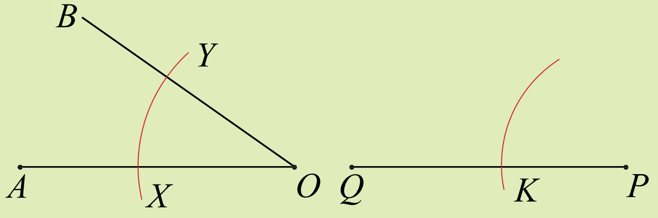
දී ඇති $A\hat{O}B$ට සමාන කෝණයක් දී ඇති PQ බාහුව මත P හි දි පිටපත් කිරීමට ඇතැයි සිතමු. ඒ සඳහා පහත පරිදි ක්‍රියාකාරකමෙහි නිරතවන්න.

ක්‍රියාකාරකම 3

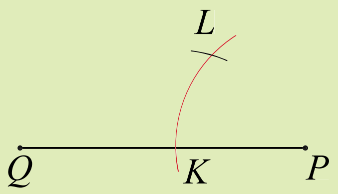


පියවර 1 : ඕනෑ ම කෝණයක් ඇඳ $A\hat{O}B$ ලෙස නම් කර ගන්න. $A\hat{O}B$ පිටපත් කළ යුතු PQ බාහුව ද ඇඳ ගන්න.

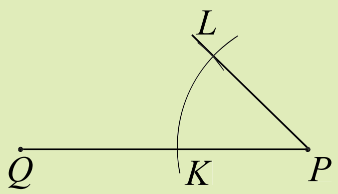
පියවර 2 : O කේන්ද්‍රය කරගෙන, රූපයේ දැක්වෙන පරිදි OA හා OB බාහු දෙක ඡේදනය වන පරිදි චාපයක් ඇඳ බාහු ඡේදනය වන ලක්ෂ්‍ය X හා Y ලෙස නම් කරන්න. එම අරයම ඇති ව P කේන්ද්‍ර කර PQ ඡේදනය වන සේ, ඉහත චාපයේ ප්‍රමාණයට වඩා වැඩි දිගක් සහිත චාපයක් අඳින්න.
එම චාපයෙන් PQ ඡේදනය වන ලක්ෂ්‍යය K ලෙස නම් කරන්න.



පියවර 3 : කවකටුවට XY දුර අරය ලෙස ගෙන K කේන්ද්‍ර කරගෙන මුල් චාපය ඡේදනය වන සේ කුඩා චාපයක් ඇඳ ඡේදන ලක්ෂ්‍යය L ලෙස නම් කරන්න.



පියවර 4 : PL යා කර අවශ්‍ය පරිදි දික් කරන්න. කෝණමානය භාවිතයෙන් හෝ (වෙනත් ක්‍රමයකින්) $A\hat{O}B$ හා $Q\hat{P}L$ සමාන දැයි පරීක්ෂා කරන්න.



14.4 අභ්‍යාසය

1. i. සෙන්ටිමීටර 8ක් දිග සරල රේඛා ඛණ්ඩයක් ඇඳ එය PQ ලෙස නම් කරන්න.
   ii. PQ බාහුවක් වන සේ Pහි දී 60°ක කෝණයක් නිර්මාණය කරන්න.
   iii. QP බාහුවක් වන සේ Qහි දී 60° ක කෝණයක් නිර්මාණය කරන්න.

2. i. සෙන්ටිමීටර 6.5ක් දිග සරල රේඛා ඛණ්ඩයක් ඇඳ එය AB ලෙස නම් කරන්න.
   ii. AB බාහුවක් වන සේ Aහි දී 90°ක කෝණයක් නිර්මාණය කරන්න.
   iii. BA බාහුවක් වන සේ Bහි දී 30°ක කෝණයක් නිර්මාණය කරන්න.
   iv. නිර්මාණ රේඛා සුදුසු පරිදි දික් කිරීමෙන් ඒවායේ ඡේදන ලක්ෂ්‍යය C ලෙස නම් කර ABC ත්‍රිකෝණය සම්පූර්ණ කරන්න.

3. 15° , 75° යන විශාලත්ව ඇති කෝණ දෙක නිර්මාණ කරන්න.

4. රූපයේ දැක්වෙන ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කිරීම සඳහා පහත නිර්මාණ කරන්න.
   i. සෙන්ටිමීටර 7ක් දිග සරල රේඛා ඛණ්ඩයක් ඇඳ එය PQ ලෙස නම් කරන්න.
   ii. PQ බාහුවක් වන සේ Pහි දී 30°ක කෝණයක් නිර්මාණය කරන්න.
   iii. QP බාහුවක් වන සේ Qහි දී 45°ක කෝණයක් නිර්මාණය කරන්න.
   iv. PQR ත්‍රිකෝණය සම්පූර්ණ කර $P\hat{R}Q$හි අගය මැන ලියන්න.

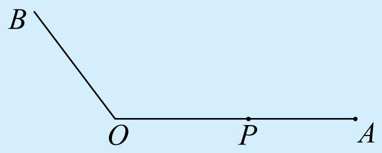
නොමිලේ බෙදා හැරීම සඳහා ය.

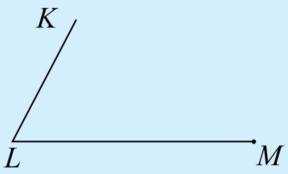
5. **i.** සෙන්ටිමීටර 10ක් දිග OA සරල රේඛා ඛණ්ඩයක් අඳින්න.

ii. $A\hat{O}B$ මහා කෝණයක් වන සේ BO බාහුව අඳින්න.

iii. $OP = 7$ cm වන පරිදි OA මත P ලක්ෂ්‍යය ලකුණු කරන්න.

iv. $A\hat{P}C = A\hat{O}B$ වන සේ OA වලින් B පිහිටි පැත්තේ ම C පිහිටන පරිදි PC රේඛා ඛණ්ඩයක් නිර්මාණය කරන්න.



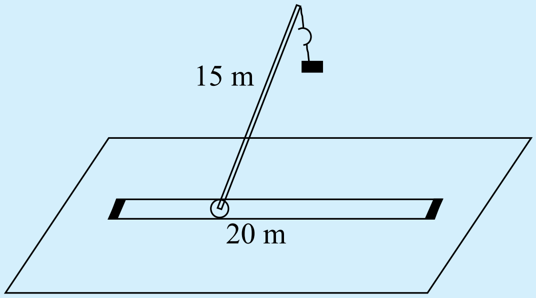


6. **i.** ඕනෑ ම සුළු කෝණයක් ඇඳ එය $K\hat{L}M$ ලෙස නම් කරන්න.

ii. $K\hat{L}M = L\hat{M}N$ වන සේ, N ලක්ෂ්‍යය K පිහිටි පැත්තේ ම පිහිටන පරිදි $\hat{L}$ ට සමාන කෝණයක් M හි පිටපත් කරන්න.

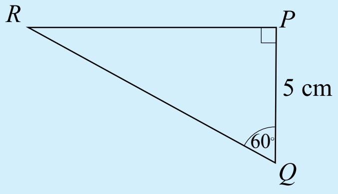
iii. LK හා MN රේඛාවල ඡේදන ලක්ෂ්‍යය (අවශ්‍ය නම් දික් කරන්න) P ලෙස නම් කර PL හා PM දිග මැන ලියන්න.

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය



1. කර්මාන්ත ශාලාවක ඇති, මීටර 20ක් දිග පීල්ලක සවි කළ දොඹකරයක බාහුවේ දිග මීටර 15කි. එය පීල්ල දිගේ එහා මෙහා ගෙන යා හැකි අතර පීල්ලේ කොන් දෙකේ ලක්ෂ්‍ය වටා තිරස් තලයක භ්‍රමණය කිරීමට ද හැකි වේ. මෙම දොඹකරයෙන් බඩු හුවමාරු කළ හැකි තිරස් තලයේ වූ පෙදෙස මිනුම් සහිත ව දළ රූපයක දක්වන්න.

2. රූපයේ දැක්වෙන ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කිරීම සඳහා පහත දැක්වෙන පියවර අනුගමනය කරන්න.



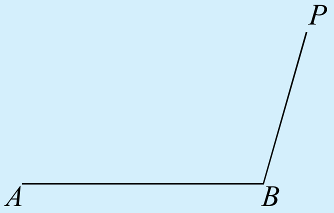
i. $PQ = 5$ cm වන සේ, PQ සරල රේඛා ඛණ්ඩයක් අඳින්න.

ii. P හි දී 90°ක කෝණයක් නිර්මාණය කරන්න.

iii. Q හි දී 60°ක කෝණයක් නිර්මාණය කරන්න.

iv. PQR ත්‍රිකෝණය සම්පූර්ණ කර $\hat{R}$ මැන ලියන්න.

3. i. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි $A\hat{B}P$ මහා කෝණයක් ඇඳ ගන්න.



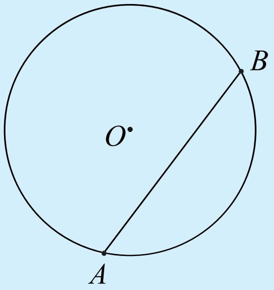
ii. $A\hat{B}P = B\hat{P}K$ වන සේ හා එම කෝණ ඒකාන්තර කෝණ යුගලයක් වන සේ K ලක්ෂ්‍යයක් සොයා PK යා කරන්න.

4. i. අරය සෙන්ටිමීටර 4ක් වන වෘත්තයක් ඇඳ එහි කේන්ද්‍රය O ලෙස නම් කරන්න.

ii. වෘත්තය මත එකිනෙකට සෙන්ටිමීටර 6ක් දුරින් A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙකක් ලකුණු කර AB රේඛාව අඳින්න.

iii. O ලක්ෂ්‍යයේ සිට ABට ලම්බ රේඛාවක් නිර්මාණය කර එය ABට හමුවන ලක්ෂ්‍යය N ලෙස නම් කරන්න.

iv. AN හා BN දිග මැන ලියන්න.



සාරාංශය

- යම් අවශ්‍යතා එකක් හෝ කිහිපයක් සපුරාලන පරිදි ඇති ලක්ෂ්‍ය කුලකයට පථයක් යැයි කියනු ලැබේ.

මූලික පථ

- අචල ලක්ෂ්‍යයකට නියත දුරින් එකම තලයක පිහිටි ලක්ෂ්‍යවල පථය වෘත්තයකි.
- ලක්ෂ්‍ය දෙකකට සමදුරින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යවල පථය වන්නේ එම ලක්ෂ්‍ය දෙක යා කරන රේඛාවේ ලම්බ සමච්ඡේදකයයි.
- සරල රේඛාවකට නියත දුරින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යවල පථය වන්නේ එම සරල රේඛාවට සමාන්තරව එම නියත දුරින් සරල රේඛාව දෙපස පිහිටි සරල රේඛා දෙකකි.
- ඡේදනය වන සරල රේඛා දෙකකට සම දුරින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යවල පථය වන්නේ එම රේඛා දෙක ඡේදනය වීමෙන් සෑදෙන කෝණවල කෝණ සමච්ඡේදකයි.