15 සමීකරණ

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට
- වරහන් සහිත සරල සමීකරණ විසඳීමට
- භාග සහිත සරල සමීකරණ විසඳීමට
- එක් විචල්‍යයක සංගුණක සමාන වූ සමගාමී සමීකරණ විසඳීමට

හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

සරල සමීකරණ

සරල සමීකරණ විසඳීම සම්බන්ධව ඔබ මීට ඉහත ඉගෙනගත් කරුණු නැවත සිහිපත් කර ගැනීම සඳහා පහත අභ්‍යාසයේ යෙදෙන්න.

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

පහත දැක්වෙන සමීකරණ විසඳන්න.

a. $x + 12 = 20$ **b.** $x - 7 = 2$ **c.** $5 + m = 8$

d. $2x = 16$ **e.** $-3x = 6$ **f.** $2p + 1 = 5$

g. $3b - 7 = 2$ **h.** $\frac{x}{2} = 3$ **i.** $\frac{2p}{3} = 5$

j. $\frac{m}{5} - 1 = 8$ **k.** $2(x + 3) = 11$ **l.** $3(1 - x) = 9$

15.1 වරහන් වර්ග දෙකක් සහිත සරල සමීකරණ විසඳීම

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසයේ ඇති සමහර සමීකරණවල වරහන් ද ඇතුළත් වී ඇති බව ඔබ නිරීක්ෂණය කරන්නට ඇත. වරහන් වර්ග දෙකක් සහිත සරල සමීකරණ විසඳන අයුරු අධ්‍යයනය කිරීම මෙම පරිච්ඡේදය තුළින් අපේක්ෂා කෙරේ. ඒ සඳහා වරහන් කීපයක් සහිත සරල සමීකරණයක් ගොඩනගා විසඳන අයුරු සලකා බලමු.

සටහන: වරහන් භාවිතයේ දී යොදා ගන්නා වරහන් වර්ග කීපයක් ඇත.

( ) → සුළු වරහන

{ } → සඟල වරහන

[ ] → කොටු වරහන

වරහන් යොදා ගැනීමේ දී මුලින් ම සුළු වරහනත් දෙවනුව සඟල වරහනත් තෙවනුව කොටු වරහනත් යොදා ගැනීම බොහෝ විට සිදු කෙරේ.

"කිසියම් සංඛ්‍යාවකට තුනක් එකතු කර එහි දෙගුණයෙන් එකක් අඩු කිරීමෙන් ලැබෙන සංඛ්‍යාවේ පස් ගුණයට දෙකක් එකතු කළ විට 47ට සමාන වේ.", ලෙස දී ඇති තොරතුරු ඇසුරෙන් සමීකරණයක් ගොඩනගා විසඳන ආකාරය සොයා බලමු.

සංඛ්‍යාව x ලෙස ගත් විට,
එම සංඛ්‍යාවට 3ක් එකතු කළ විට ලැබෙන ප්‍රකාශනය

$x + 3$ වේ.

එම ප්‍රකාශනයේ දෙගුණය සුළු වරහන් භාවිතයෙන්

$2\,(x + 3)$ ලෙස ලිවිය හැකි ය.

එම ප්‍රකාශනයෙන් 1ක් අඩු කළ විට ලැබෙන ප්‍රකාශනය

$2\,(x + 3) - 1$ වේ.

එවිට ලැබී ඇති ප්‍රකාශනයේ පස්ගුණය ලිවීම සඳහා සඟල වරහන $\{\ \}$ භාවිත කිරීමෙන්

$5\{2\,(x + 3) - 1\}$ ලැබේ.

එම ප්‍රකාශනයට 2ක් එකතු කළ විට $5\{2\,(x + 3) - 1\} + 2$ ලැබේ.

එවිට ලැබෙන ප්‍රකාශනය 47ට සමාන බව දී ඇති නිසා,
$5\{2\,(x + 3) - 1\} + 2 = 47$ ලැබේ.

දැන් මෙම සමීකරණය විසඳා සංඛ්‍යාවේ (xහි) අගය සොයමු.

මුලින් ම සුළු වරහන ඉවත් කිරීමෙන්

$$5\{2x + 6 - 1\} + 2 = 47$$

ලෙස ලැබේ. මෙය සුළු කළ විට

$$5\{2x + 5\} + 2 = 47$$

දැන් සඟල වරහන ඉවත් කිරීමෙන්

$$10x + 25 + 2 = 47$$

සමීකරණයේ දෙපසින් ම 27 බැගින් ඉවත් කිරීමෙන්

$$10x + 27 - 27 = 47 - 27$$

එනම්, $10x = 20$ ලැබේ.

සමීකරණයේ දෙපස ම 10න් බෙදීමෙන්

$$\frac{10x}{10} = \frac{20}{10}$$

$x = 2$ ලැබේ.

මේ අනුව අදාළ සංඛ්‍යාව 2 වේ.

තවදුරටත් වරහන් සහිත සමීකරණ විසඳීම ආශ්‍රිත විෂය කරුණු තහවුරු කර ගැනීම සඳහා නිදසුන් කීපයක් අධ්‍යයනය කරමු.

නිදසුන 1

$2\{3\,(2x-1)+4\}=38$ විසඳන්න.

$$2\{3\,(2x-1)+4\}=38$$
$$3\,(2x-1)+4=19 \quad \text{(දෙපසම 2න් බෙදීමෙන්)}$$
$$6x-3+4=19 \quad \text{(සුළු වරහන ඉවත් කිරීමෙන්)}$$
$$6x+1=19$$
$$6x+1-1=19-1 \quad \text{(දෙපසින්ම 1ක් අඩු කිරීමෙන්)}$$
$$6x=18$$
$$\frac{6x}{6}=\frac{18}{6} \quad \text{(දෙපසම 6න් බෙදීමෙන්)}$$
$$\underline{\underline{x=3}}$$

නිදසුන 2

$5\{4\,(x+3)-2\,(x-1)\}=72$ විසඳන්න.

$$5\{4\,(x+3)-2\,(x-1)\}=72$$
$$5\{4x+12-2x+2\}=72 \quad \text{(සුළු වරහන ඉවත් කිරීමෙන්)}$$
$$5\{2x+14\}=72$$
$$10x+70=72 \quad \text{(සඟල වරහන ඉවත් කිරීමෙන්)}$$
$$10x+70-70=72-70 \quad \text{(දෙපසින් ම 70 ක් අඩුකිරීමෙන්)}$$
$$\frac{10x}{10}=\frac{2}{10} \quad \text{(දෙපසම 10න් බෙදීමෙන්)}$$
$$\underline{\underline{x=\frac{1}{5}}}$$

15.1 අභ්‍යාසය

පහත දැක්වෙන සමීකරණ විසඳන්න.

a. $2\{2\,(x-1)+2\}=18$
b. $5\{3\,(x+2)-2\,(x-1)\}=60$
c. $6+2\,\{x+3\,(x+2)\}=58$
d. $5\{2+3\,(x+2)\}=10$
e. $2\,\{3\,(y-1)-2y\}=2$
f. $7x+5\,\{4-(x+1)\}=17$

15.2 භාග සහිත සරල සමීකරණ විසඳීම

දැන් අපි භාග සහිත සරල සමීකරණයක් ගොඩනගා විසඳන අයුරු සලකා බලමු.

වෙළෙන්දෙක් විකිණීම සඳහා ගෙන ආ අඹ තොගයකින් නරක් වූ ගෙඩි 10ක් ඉවත් කර ඉතිරි අඹ ගෙඩි 5 බැගින් ගොඩවල්වලට වෙන් කරන ලදි. වෙන් කරන ලද ගොඩවල් ගණන 12 කි.

මෙම තොරතුරු ඇසුරෙන් සමීකරණයක් ගොඩනගමු.
වෙළෙන්දා විකිණීමට ගෙන ආ අඹ ගෙඩි ගණන x නම්,
නරක් වූ අඹ ගෙඩි 10ක් ඉවත් කළ විට ඉතිරි අඹ ගෙඩි ගණන $x - 10$ වේ.
එක් ගොඩකට අඹ ගෙඩි 5 බැගින් ඉතිරි අඹ ගෙඩි ගණනින් සෑදිය හැකි ගොඩවල් ගණන

$\frac{x - 10}{5}$ වේ.

වෙන් කරන ලද ගොඩවල් ගණන 12ක් බව දී ඇති නිසා

$\frac{x - 10}{5} = 12$ ලෙස ලිවිය හැකි ය.

දැන් මෙම සමීකරණය විසඳා x හි අගය සොයමු.

$$\frac{x - 10}{5} = 12$$

සමීකරණයේ දෙපස ම 5න් ගුණ කිරීමෙන්

$$5 \times \frac{x - 10}{5} = 12 \times 5$$

$x - 10 = 60$ ලැබේ.

සමීකරණයේ දෙපසට ම 10 බැගින් එකතු කිරීමෙන්

$$x - 10 + 10 = 60 + 10$$

$x = 70$ ලැබේ.

මේ අනුව වෙළෙන්දා විකිණීමට ගෙන ආ අඹ ගෙඩි ගණන 70 කි.
භාග ඇතුළත් සමීකරණ විසඳන ආකාරය තවදුරටත් තහවුරු කර ගැනීම සඳහා නිදසුන් කිහිපයක් අධ්‍යයනය කරමු.

නිදසුන 1

$\frac{x + 3}{2} = 15$ විසඳන්න.

$$\frac{x + 3}{2} = 15$$

$2 \times \frac{x + 3}{2} = 15 \times 2$ (දෙපස ම 2න් ගුණ කිරීම)

$$x + 3 = 30$$

$x + 3 - 3 = 30 - 3$ (දෙපසින් ම 3ක් අඩු කිරීම)

$$\underline{\underline{x = 27}}$$

නිදසුන 2

$\frac{y}{2} - \frac{y}{3} = 9$ විසඳන්න.

$$\frac{y}{2} - \frac{y}{3} = 9$$

$6 \times \frac{y}{2} - 6 \times \frac{y}{3} = 9 \times 6$ (හරයේ ඇති 2 හා 3හි කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය වන 6න් දෙපස ම ගුණ කිරීම)

$$3y - 2y = 54$$

$$y = 54$$

නිදසුන 3

$2\left(\frac{m}{3} - 1\right) = 10$ විසඳන්න.

$$2\left(\frac{m}{3} - 1\right) = 10$$

$\frac{2}{2}\left(\frac{m}{3} - 1\right) = \frac{10}{2}$ (දෙපස ම 2න් බෙදීම)

$$\frac{m}{3} - 1 = 5$$

$\frac{m}{3} - 1 + 1 = 5 + 1$ (දෙපසට ම 1ක් එකතු කිරීම)

$$\frac{m}{3} = 6$$

$3 \times \frac{m}{3} = 6 \times 3$ (දෙපස ම 3න් ගුණ කිරීම)

$$m = 18$$

සටහන: සමීකරණ විසඳීමේ දී එක් එක් පියවරේ කළ සුළු කිරීම ඉහත පරිදි වරහන් තුළ විස්තර කර ලිවීම අවශ්‍ය නොවේ.

15.2 අභ්‍යාසය

පහත සඳහන් එක් එක් සමීකරණය විසඳන්න.

a. $\frac{x-2}{5} = 4$ **b.** $\frac{y+8}{3} = 5$ **c.** $\frac{2a}{3} + 1 = 7$

d. $\frac{5b}{2} - 3 = 2$ **e.** $\frac{2p+3}{4} = 5$ **f.** $\frac{3m-2}{7} = 4$

g. $\frac{3x}{2} + \frac{x}{4} = 7$ **h.** $\frac{2m}{3} - \frac{3m}{5} = 1$ **i.** $4\left(\frac{3x}{2} - 1\right) = 12$

j. $\frac{1}{3}\left(\frac{2a}{3} - 3\right) = 2$ **k.** $\frac{m-3}{2} + 1 = 4$ **l.** $\frac{x+1}{2} + \frac{x}{3} = 8$

m. $\frac{y+1}{2} + \frac{y-3}{4} = \frac{1}{2}$ **n.** $\frac{x+3}{2} - \frac{x+1}{3} = 2$

15.3 සමගාමී සමීකරණ විසඳීම

සරල සමීකරණ විසඳීමෙන් අඥාත අගය සොයා ගන්නා ආකාරය මීට පෙර ශ්‍රේණිවල දී මෙන් ම ඉහත කොටස්වල දී ද ඉගෙන ගතිමු.

මෙම පරිච්ඡේදයෙන් අඥාත දෙකක් සහිත සමීකරණ විසඳන ආකාරය අධ්‍යයනය කරමු.

සංඛ්‍යා දෙකක ඓක්‍යය 6 ලෙස දී ඇතැයි සිතමු.

එම සංඛ්‍යා දෙක x හා y ලෙස ගතහොත්,
$x + y = 6$ ලෙස සමීකරණයක් ගොඩනැගිය හැකි ය. නමුත් එමගින් x හා y හි අගයන් අනන්‍යව කිව නොහැකි වන අතර x හා y සඳහා ගැළපෙන අගය යුගල කිහිපයක් පහත වගුවේ දැක්වේ.

x	y	$x + y$
– 1	7	6
0	6	6
1	5	6
2	4	6
3	3	6
4	2	6
5	1	6
6	0	6

ඉහත වගුව නිරීක්ෂණය කිරීමෙන්, $x + y = 6$ සමීකරණය තෘප්ත කරන අගයන් අපරිමිත ගණනක් ඇති බව පෙනී යයි. x හා y අතර තවත් සම්බන්ධයක් ලබා ගත් පසු එම සමීකරණ දෙක ම එක විට විසඳා x හා y හි අගයන් සෙවිය හැකි ය.
විශාල සංඛ්‍යාවෙන් කුඩා සංඛ්‍යාව අඩු කළ විට 2 ලැබෙන බව දී ඇතැයි ද සිතමු. එවිට, විශාල සංඛ්‍යාව x ලෙස ගෙන $x - y = 2$ ලෙස සමීකරණයක් ගොඩනැගිය හැකි ය. නමුත් එම සමීකරණය වෙන ම ගත් විට එය තෘප්ත කරන අගයන් ද අපරිමිත ගණනක් ඇති බව පහත වගුවෙන් නිරීක්ෂණය කළ හැකි ය.

x	y	$x - y$
6	4	2
5	3	2
4	2	2
3	1	2
2	0	2
1	–1	2

වගු අංක 01 හා 02 නිරීක්ෂණය කිරීමෙන් $x + y = 6$ හා $x - y = 2$ යන සමීකරණ දෙක ම තෘප්ත කරන අගය යුගල ඇත්තේ එකක් පමණක් බව ඔබට දැකිය හැකි වනු ඇත. $x = 4$ හා $y = 2$ යන එම අගයන් ඉහත සමීකරණවල විසඳුම ලෙස දැක්විය හැකි ය. අඥාත දෙකකින් යුත් මෙවැනි සමීකරණ යුගලයක් සමගාමී සමීකරණ යුගලයක් ලෙස හැඳින්වේ. සමගාමී යන්නෙහි අදහස "එකවිට සිදුවන" යන්නයි. සමගාමී සමීකරණ යුගලයක් විසඳන වෙනත් කෙටි ආකාර කීපයක් නිදසුන් මගින් තවදුරටත් අධ්‍යයනය කරමු.

නිදසුන 1

$x + y = 6$
$x - y = 2$ සමගාමී සමීකරණ යුගලය විසඳන්න.

විසඳීම පහසුකර ගැනීම සඳහා ඉහත සමීකරණ ① හා ② ලෙස නම් කරමු.

$x + y = 6$ ______ ①
$x - y = 2$ ______ ②

I ක්‍රමය

මෙම ක්‍රමය "ආදේශ ක්‍රමය" ලෙස නම් කළ හැකි ය.

② සමීකරණයේ x උක්ත කිරීමෙන්

$x = 2 + y$ ලෙස ලිවිය හැකි ය.

මෙම x හි අගය ① සමීකරණයට ආදේශ කිරීමෙන්

$$2 + y + y = 6$$
$$2 + 2y = 6$$

මෙය සරල සමීකරණයකි. එය විසඳා yහි අගය සොයමු.

$$2 - 2 + 2y = 6 - 2$$
$$2y = 4$$
$$\frac{2y}{2} = \frac{4}{2}$$
$$\underline{\underline{y = 2}}$$

දැන්, ඉහත ලබාගත් $x = 2 + y$ හි $y = 2$ ආදේශයෙන් xහි අගය සෙවිය හැකි ය.

$$x = 2 + 2$$
$$\underline{\underline{x = 4}}$$

II ක්‍රමය

මෙම ක්‍රමය "එක් විචල්‍යයක් ඉවත් කිරීමේ ක්‍රමය" ලෙස නම් කළ හැකි ය.

$x + y = 6$ _______ ①
$x - y = 2$ _______ ②

පළමුව, ① සමීකරණයේ $+y$ හා ② සමීකරණයේ $-y$ ඇති බව නිරීක්ෂණය කරන්න. මෙම සමීකරණ දෙක එකතු කිරීමෙන් මෙසේ ලැබේ.

$x + y + x - y = 6 + 2$

සමීකරණ දෙකක් එකතු කිරීම යනු, "සමාන රාශිවලට සමාන රාශි එකතු කිරීමෙන් ලැබෙන නව රාශි ද සමාන වේ" යන ප්‍රත්‍යක්ෂය භාවිත කිරීමයි. මෙවිට $+y$ හා $-y$ අවලංගු වී x පමණක් සහිත සරල සමීකරණයක් ලැබේ. එය විසඳා x සොයමු.

$$2x = 8$$
$$\frac{2x}{2} = \frac{8}{2}$$
$$\underline{\underline{x = 4}}$$

yහි අගය සෙවීම සඳහා $x = 4$, ①ට ආදේශයෙන්,

$$4 + y = 6$$
$$4 - 4 + y = 6 - 4$$
$$\underline{\underline{y = 2}}$$

$x = 4$
$y = 2$

ඉහත සමගාමී සමීකරණ යුගලයේ එක් සමීකරණයක yහි සංගුණකය 1 ද අනෙක් සමීකරණයේ yහි සංගුණකය -1 ද විය. එනම්, සංගුණකවල සංඛ්‍යාත්මක අගයන් සමාන විය (ලකුණ නොසැලකූ විට). තවත් නිදසුන් කිහිපයක් සලකා බලමු. මෙහි දී දෙවන ආකාරයට සමීකරණ විසඳන ආකාරය පමණක් සලකා බලමු.

නිදසුන 2

$2m + n = 10$
$m - n = 2$ විසඳන්න.

$2m + n = 10$ _______ ①
$m - n = 2$ _______ ②

① + ② න්, $2m + n + m - n = 10 + 2$

$$3m = 12$$
$$\frac{3m}{3} = \frac{12}{3}$$
$$\underline{\underline{m = 4}}$$

$m = 4$ ① ට ආදේශයෙන්,

$$2 \times 4 + n = 10$$
$$8 + n = 10$$
$$n = 10 - 8$$
$$\underline{\underline{n = 2}}$$

$m = 4$
$n = 2$

නිදසුන 3

$2a + b = 7$
$a + b = 4$ විසඳන්න.

$2a + b = 7$ ______ ①
$a + b = 4$ ______ ②

මෙහි b අඥාතයෙහි සංගුණක සමාන වේ. එවිට, b රහිත සමීකරණයක් ලබා ගැනීමට නම් එක් සමීකරණයකින් අනෙක අඩු කළ යුතු ය.

① – ②, $2a + b - (a + b) = 7 - 4$ (මෙහි දී, අඩු කිරීමක් ඇති නිසා, $(a + b)$ ලෙස වරහන් යොදා ලිවීම අත්‍යවශ්‍යය)

$$2a + b - a - b = 3$$
$$\underline{\underline{a = 3}}$$

$a = 3$, ② ට ආදේශයෙන්,

$$3 + b = 4$$
$$b = 4 - 3$$
$$\underline{\underline{b = 1}}$$

නිදසුන 4

$x + 2y = 11$
$x - 4y = 5$ විසඳන්න.

$x + 2y = 11$ ______ ①
$x - 4y = 5$ ______ ②

මෙහි මුලින් ඇති x අඥාතයේ සංගුණක සමාන වේ. එමනිසා, x ඉවත් වන පරිදි සමීකරණ දෙක අඩු කරමු.

① – ②, $x + 2y - (x - 4y) = 11 - 5$

$$x + 2y - x + 4y = 6$$
$$6y = 6$$
$$\frac{6y}{6} = \frac{6}{6}$$
$$\underline{\underline{y = 1}}$$

$y = 1$ ① ට ආදේශයෙන්,

$$x + 2 \times 1 = 11$$
$$x + 2 = 11$$
$$x + 2 - 2 = 11 - 2$$
$$\underline{\underline{x = 9}}$$

15.3 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් සමගාමී සමීකරණ යුගලය විසඳන්න.

a. $a + b = 5$
$a - b = 1$

b. $x + y = 8$
$2x + y = 2$

c. $m + 2n = 7$
$m - n = 1$

d. $4c - b = 7$
$4c - 2b = 2$

e. $2a + 3b = 16$
$4a + 3b = 26$

f. $3k + 4l = 4$
$3k - 2l = 16$

g. $x + 3y = 12$
$-x + y = 8$

h. $3m - 2n = 10$
$-3m + n = -14$

2. සංඛ්‍යා දෙකක ඓක්‍යය 10 ද එම සංඛ්‍යා දෙකේ අන්තරය 2 ද නම් එම සංඛ්‍යා දෙක x හා y ලෙස ගෙන සමගාමී සමීකරණ යුගලක් ගොඩනගා විසඳීමෙන් එම සංඛ්‍යා දෙක වෙන වෙන ම සොයන්න.

3. පෑන් දෙකක් හා පැන්සලක් මිලදී ගැනීමට යන වියදම රුපියල් 40ක් ද, පෑන් දෙකක් හා පැන්සල් තුනක් මිලදී ගැනීමට යන වියදම රුපියල් 60ක් ද වේ. පෑනක මිල රුපියල් p ද පැන්සලක මිල රුපියල් q ද ලෙස ගෙන සමගාමී සමීකරණ යුගලයක් ලියා විසඳීමෙන් පැන්සලක හා පෑනක මිල වෙන වෙන ම සොයන්න.

නොමිලේ බෙදා හැරීම සඳහා ය.