16 ත්‍රිකෝණයක කෝණ

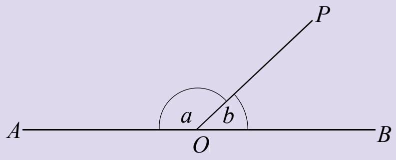
මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට,

- "ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ තුනෙහි ඓක්‍යය 180° වේ." යන ප්‍රමේයය භාවිතයෙන් සරල ගැටලු විසඳීමට
- "ත්‍රිකෝණයක පාදයක් දික් කිරීමෙන් සෑදෙන බාහිර කෝණය එහි අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ දෙකෙහි ඓක්‍යයට සමාන වේ" යන ප්‍රමේයය භාවිතයෙන් සරල ගැටලු විසඳීමට

හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

සරල රේඛා ආශ්‍රිතව මීට පෙර දී ඔබ ඉගෙන ඇති ජ්‍යාමිතික ප්‍රතිඵල කීපයක් නැවත මතක් කරමු.

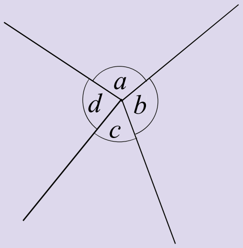
- සරල රේඛාවක් මත බද්ධ කෝණ පරිපූරක වේ.



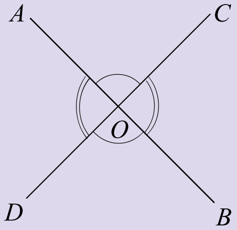
AOB සරල රේඛාවකි.
$\therefore\ a + b = 180^{\circ}$.

- ලක්ෂ්‍යයක් වටා කෝණවල ඓක්‍යය 360° වේ.

$$a + b + c + d = 360^{\circ}$$

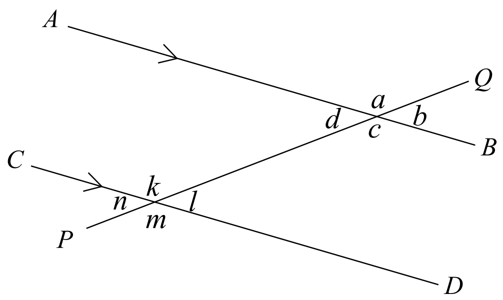


- සරල රේඛා දෙකක් ඡේදනය වීමෙන් සෑදෙන ප්‍රතිමුඛ කෝණ සමාන වේ.



AB හා CD සරල රේඛා වේ. $A\hat{O}C = B\hat{O}D$ හා $A\hat{O}D = C\hat{O}B$ වේ.

- සමාන්තර රේඛා ආශ්‍රිත කෝණ

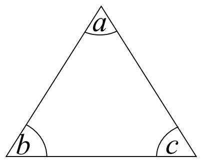


AB ∕∕ CD වේ.

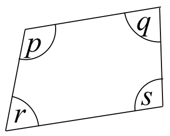
- $c = k$ හා $d = l$ (ඒකාන්තර කෝණ)
- $a = k,\ b = l,\ d = n,\ c = m$ (අනුරූප කෝණ)
- $d + k = 180^{\circ}$ හා $c + l = 180^{\circ}$ (මිත්‍ර කෝණ)

තව ද, 8 ශ්‍රේණියේ දී ත්‍රිකෝණ හා චතුරස්‍ර පාඩම යටතේ,

- ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණවල ඓක්‍යය 180° බවත් චතුරස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණවල ඓක්‍යය 360° බවත්

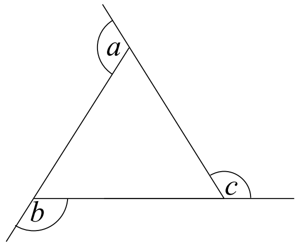


$a + b + c = 180^{\circ}$

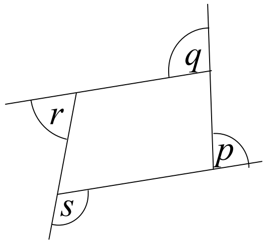


$p + q + r + s = 360^{\circ}$

- ත්‍රිකෝණයක බාහිර කෝණවල එකතුව 360° බවත් චතුරස්‍රයක බාහිර කෝණවල ඓක්‍යය 360° බවත් හඳුනාගෙන ඇත.



$a + b + c = 360^{\circ}$



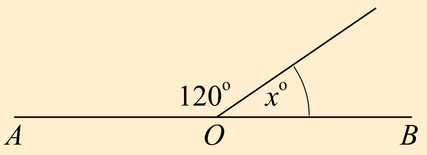
$p + q + r + s = 360^{\circ}$

ඉහත දී හඳුනාගත් කරුණු තවදුරටත් තහවුරු කරගැනීම සඳහා දී ඇති පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාස මාලාවට පිළිතුරු සපයන්න.

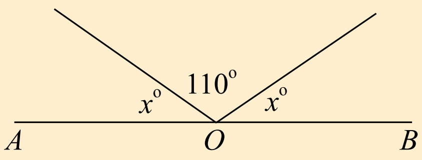
පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

a. AOB සරල රේඛාවකි. x හි අගය සොයන්න.

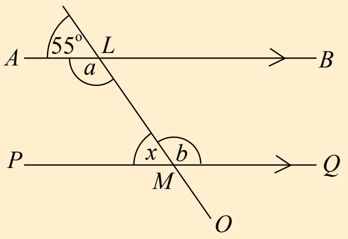
i.



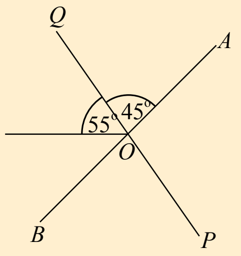
ii.



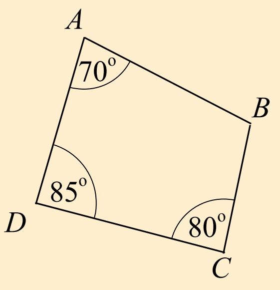
b. රූපයේ ලකුණු කර ඇති තොරතුරු අනුව a, b හා x මගින් දක්වා ඇති කෝණ එක එකක විශාලත්වය සොයන්න.



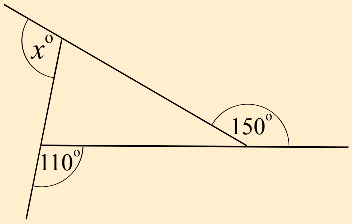
c. AOB හා POQ සරල රේඛා වේ. $P\hat{O}B$, $Q\hat{O}B$ හා $A\hat{O}P$ සොයන්න.



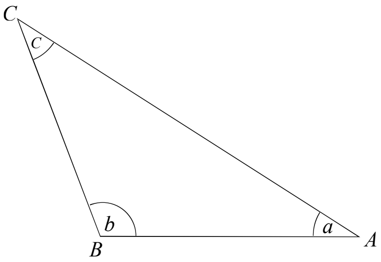
d. රූපයේ දක්වා ඇති තොරතුරු අනුව $A\hat{B}C$ හි අගය සොයන්න.



e. රූපයේ දක්වා ඇති තොරතුරු අනුව x^{o}හි අගය සොයන්න.



16.1 ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ



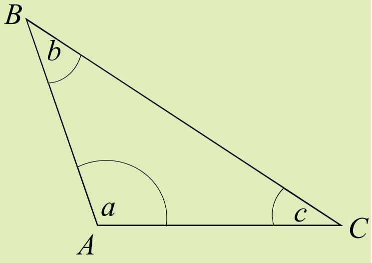
රූපයේ දැක්වෙන ABC ත්‍රිකෝණයේ a, b, c ලෙස දක්වා ඇති කෝණ ත්‍රිකෝණයේ අභ්‍යන්තර කෝණ වේ.
ඉහත සාකච්ඡා කළ පරිදි, ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණවල ඓක්‍යය 180°කි. ඒ අනුව,

$$A\hat{B}C + B\hat{C}A + C\hat{A}B = 180^{o}.$$

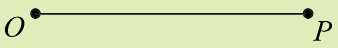
ඉහත සම්බන්ධතාව සත්‍යාපනය කිරීම සඳහා පහත ක්‍රියාකාරකමේ නිරත වෙමු.

ක්‍රියාකාරකම 1

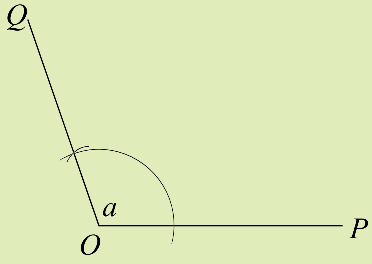
පියවර 1 :- අභ්‍යාස පොතේ ඕනෑ ම ත්‍රිකෝණයක් ඇඳ ABC ලෙස නම් කරන්න. (එහි අභ්‍යන්තර කෝණ a, b, c ලෙස දක්වා ඇත.)



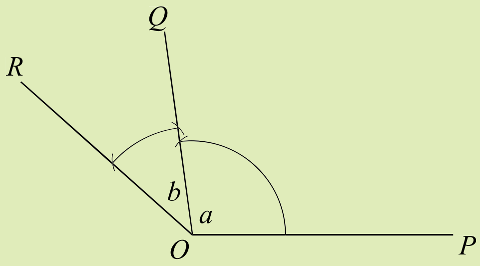
පියවර 2 :- අභ්‍යාස පොතේ වෙනත් තැනක සරල රේඛා ඛණ්ඩයක් ඇඳ OP ලෙස නම් කරන්න.



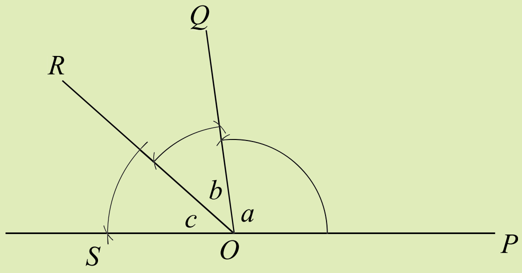
පියවර 3 :- OP බාහුවක් වන පරිදි හා O ශීර්ෂය වන සේ කවකටුව හා සරල දාරය භාවිතයෙන් $C\hat{A}B$ (a) Oහි පිටපත් කරන්න. ($P\hat{O}Q$ ලෙස රූපයේ දක්වා ඇත.)



පියවර 4 :- OQ බාහුවක් වන සේ හා O ශීර්ෂය වන සේ $A\hat{B}C$ ඉහත පරිදි Oහි පිටපත් කරන්න. (රූපයේ $Q\hat{O}R$ ලෙස දක්වා ඇත.)



පියවර 5 :- OR බාහුවක් වන සේ හා O ශීර්ෂය වන සේ $A\hat{C}B$, Oහි පිටපත් කරන්න. (රූපයේ $R\hat{O}S$ ලෙස දක්වා ඇත.)



කෝණමානය භාවිතයෙන් $P\hat{O}S$ කෝණය 180° බව තහවුරු කර ගන්න.

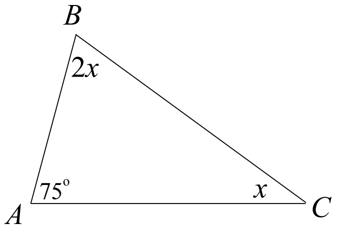
ඒ අනුව ABC ත්‍රිකෝණයේ අභ්‍යන්තර කෝණ තුනෙහි ඓක්‍යය 180° බව නිගමනය කළ හැකි ය.

එය ප්‍රමේයයක් ලෙස පහත පරිදි දැක්විය හැකි ය.

ප්‍රමේයය: ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ තුනෙහි ඓක්‍යය 180° ක් වේ.

දැන් මෙම ප්‍රමේයය ඇසුරෙන් ගැටලු විසඳන අයුරු විමසා බලමු.

නිදසුන 1



රූපයේ ලකුණු කර ඇති තොරතුරු අනුව ABC ත්‍රිකෝණයේ $A\hat{C}B$ හා $A\hat{B}C$ සොයන්න.

$$75^{\circ} + 2x + x = 180^{\circ}$$
$$3x = 180^{\circ} - 75^{\circ}$$
$$3x = 105^{\circ}$$
$$x = \frac{105^{\circ}}{3}$$
$$= \underline{\underline{35^{\circ}}}$$

$$\therefore A\hat{C}B = x = 35^{\circ}$$
$$A\hat{B}C = 2x = 2 \times 35^{\circ} = \underline{\underline{70^{\circ}}}$$

නිදසුන 2

ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ 2: 3: 4 අනුපාතයට ඇත. එහි කෝණ තුන සොයා එය කුමන වර්ගයේ ත්‍රිකෝණයක් දැයි හේතු සහිතව ලියන්න.

කෝණ අතර අනුපාතය = 2: 3: 4

$\therefore$ කෝණවලට අදාළ භාගයන් = $\frac{2}{9}, \frac{3}{9}, \frac{4}{9}$

කෝණ 3හි එකතුය = 180°

$\therefore$ කුඩා ම කෝණය = $\overset{20}{\cancel{180}}{}^{\circ} \times \frac{2}{\underset{1}{\cancel{9}}} = \underline{\underline{40^{\circ}}}$

මධ්‍යම ප්‍රමාණයේ කෝණය = $180^{\circ} \times \frac{3}{9} = \underline{\underline{60^{\circ}}}$

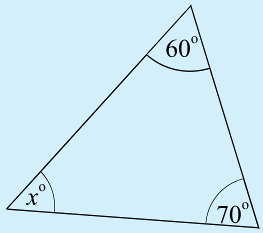
විශාල ම කෝණය = $180^{\circ} \times \frac{4}{9} = \underline{\underline{80^{\circ}}}$

ඒ අනුව, ත්‍රිකෝණයේ අභ්‍යන්තර කෝණ තුන 40°, 60° හා 80° වේ. සෑම කෝණයක් ම 90° ට වඩා කුඩා බැවින් මෙය සුළු කෝණික ත්‍රිකෝණයකි.

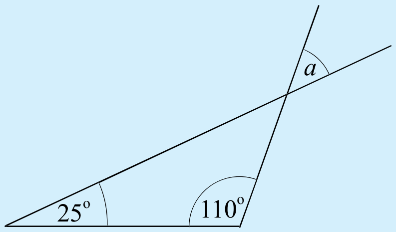
16.1 අභ්‍යාසය

1. පහත දී ඇති එක් එක් රූපයේ ලකුණු කර ඇති තොරතුරු අනුව කුඩා ඉංග්‍රීසි අක්ෂරය (සිම්පල් අකුරු) මගින් දක්වා ඇති කෝණවල විශාලත්වය සොයන්න.

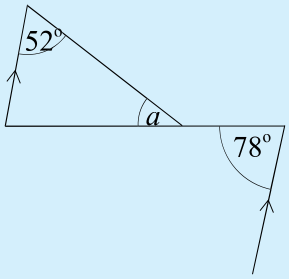
i.



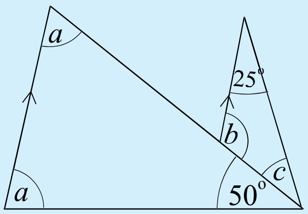
ii.



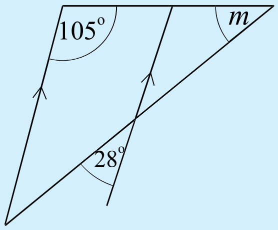
iii.



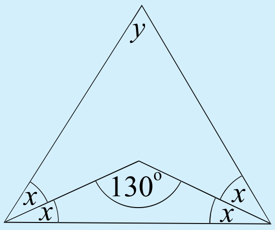
iv.



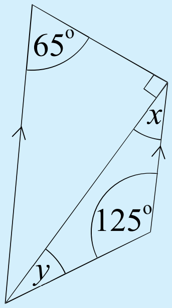
v.



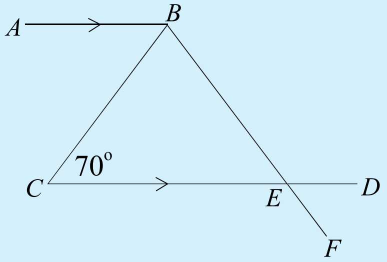
vi.



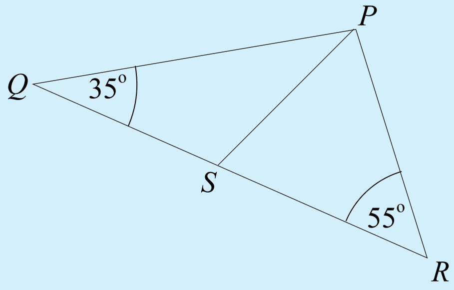
vii.



2.



දී ඇති රූපයේ $A\hat{B}C = C\hat{B}E$ වේ. $B\hat{C}E = 70^{\circ}$ කි. $D\hat{E}F$ හි අගය සොයන්න.

3. 

PQR ත්‍රිකෝණයේ QR පාදය මත S ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇත්තේ $Q\hat{P}S = R\hat{P}S$ වන පරිදිය. $P\hat{Q}S = 35^\circ$ හා $P\hat{R}S = 55^\circ$කි.

(i) $Q\hat{P}R$ හි විශාලත්වය සොයන්න.

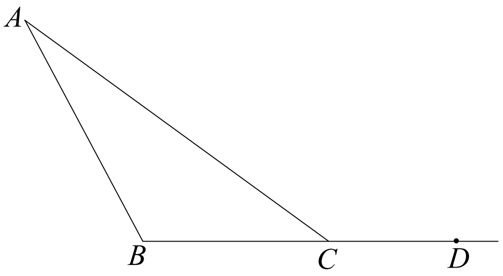
(ii) $P\hat{S}R$ හි විශාලත්වය සොයන්න.

4. XYZ ත්‍රිකෝණයේ $\hat{X} + \hat{Y} = 115^\circ$ කි. $\hat{Y} + \hat{Z} = 100^\circ$ කි. $\hat{X}$, $\hat{Y}$ හා $\hat{Z}$ හි විශාලත්ව සොයන්න.

5. ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ අතර අනුපාතය $1 : 2 : 3$ වේ. එහි එක් එක් කෝණයේ විශාලත්වය සොයා එය කෝණ අනුව කුමන වර්ගයේ ත්‍රිකෝණයක්දැයි හේතු සහිතව ලියා දක්වන්න.

6. ත්‍රිකෝණයක එක් අභ්‍යන්තර කෝණයක් 75° කි. ඉතිරි කෝණ දෙක අතර අනුපාතය $1 : 2$ වේ. එම කෝණ දෙකෙහි විශාලත්ව වෙන වෙන ම සොයන්න.

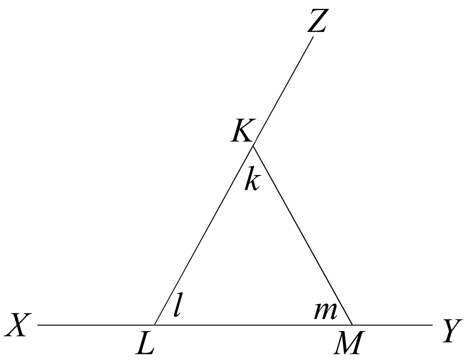
16.2 ත්‍රිකෝණයක බාහිර කෝණ



රූපයේ දැක්වෙන ABC ත්‍රිකෝණයේ BC පාදය දික්කර ඒ මත D ලක්ෂ්‍යය ලකුණු කර ඇත. එවිට ත්‍රිකෝණයට පිටතින් සෑදෙන $A\hat{C}D$ කෝණය ත්‍රිකෝණයේ බාහිර කෝණයක් ලෙස හැඳින්වේ.

$A\hat{C}D$ බාහිර කෝණයට බද්ධ කෝණය වන්නේ $A\hat{C}B$ ය. ත්‍රිකෝණය තුළ වූ, බාහිර කෝණයට බද්ධ නොවූ කෝණ දෙක අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ ලෙස හැඳින්වේ.
ඒ අනුව මෙම රූපයේ $A\hat{C}D$ බාහිර කෝණයට අනුබද්ධ වූ අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ දෙක වන්නේ $C\hat{A}B$ හා $A\hat{B}C$ ය.

දැන් තවත් අවස්ථාවක් සලකා බලමු.



රූපයේ දැක්වෙන KLM ත්‍රිකෝණයේ අභ්‍යන්තර කෝණ k, l, m ලෙස දක්වා ඇත. එහි පාද දික් කිරීමෙන් බාහිර කෝණ තුනක් ලැබී ඇත.

$K\hat{M}Y$ බාහිර කෝණයට අනුබද්ධව අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ වන්නේ k හා l ය.

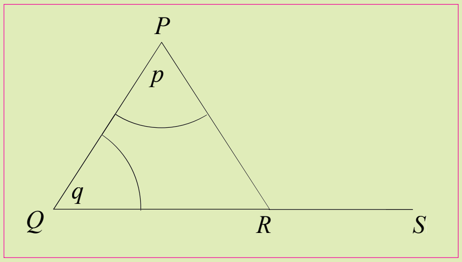
$M\hat{K}Z$ බාහිර කෝණයට අනුබද්ධව අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ වන්නේ l හා m ය.

$X\hat{L}K$ බාහිර කෝණයට අනුබද්ධව අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ වන්නේ k හා m ය.

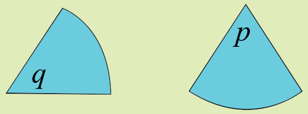
දැන් අපි ත්‍රිකෝණයක බාහිර කෝණ හා අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ අතර සම්බන්ධයක් ගොඩ නගමු.

ක්‍රියාකාරකම 1

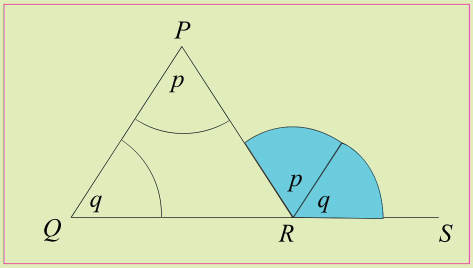
පියවර 1: බ්‍රිස්ටල් බෝඩ් කැබැල්ලක හෝ තරමක් ඝනකම් කඩදාසියක් මත රූපයේ පරිදි ත්‍රිකෝණයක් ඇඳ ගන්න. එහි බාහිර කෝණයක් ලැබෙන සේ පාදයක් දික් කර එම බාහිර කෝණයට අදාළ අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ යුගලය ලකුණු කර අඳුරු කර ගන්න. (රූපයේ p හා q ලෙස දක්වා ඇත.)



පියවර 2: ඉහත දී හඳුනාගත් අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ, ආස්තර ලෙස කැපුම් තලයකින් කපා වෙන් කර ගන්න.



පියවර 3: කපා වෙන්කරගත් අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ ආස්තර දෙක බාහිර කෝණයට සමපාත වන පරිදි තබා අලවා ගන්න.

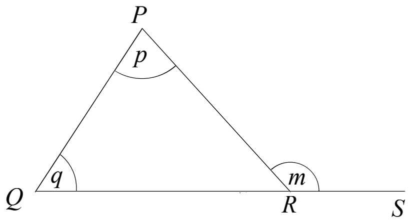


පන්තියේ යහළුවන්ගේ නිමැවුම් සමග ඔබේ නිමැවුම සසඳා බලන්න. ක්‍රියාකාරකමෙන් එළඹිය හැකි නිගමනය ලියා දක්වන්න.

ඉහත ක්‍රියාකාරකම අනුව ත්‍රිකෝණයක බාහිර කෝණය, අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ යුගලයේ ඓක්‍යයට සමාන වන බව පෙනී යයි.

සුළු කෝණික, ඍජුකෝණික, හා මහා කෝණික ත්‍රිකෝණය බැගින් අභ්‍යාස පොතේ ඇඳ ඒවා එක එකක බාහිර කෝණයක් හා ඊට අනුරූප අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ දෙකත් ලබාගෙන කෝණමානයෙන් මැන අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ දෙක එකතු කොට, ඉහත ලබාගත් සම්බන්ධය තහවුරු කර ගන්න.

මෙම ප්‍රතිඵලය පහත පරිදි දැක්විය හැකි ය.



$m = p + q$ වේ.

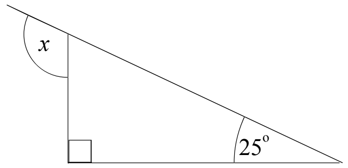
එනම්, $P\hat{R}S = R\hat{P}Q + P\hat{Q}R$ වේ.

මෙය ප්‍රමේයයක් ලෙස පහත පරිදි දැක්විය හැකි ය.

ප්‍රමේයය: ත්‍රිකෝණයක පාදයක් දික් කිරීමෙන් සෑදෙන බාහිර කෝණය එහි අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ දෙකෙහි ඓක්‍යයට සමාන වේ.

දැන් මෙම ප්‍රමේයය ඇසුරෙන් ගැටලු විසඳන අයුරු නිදසුන් මගින් විමසා බලමු.

නිදසුන 1



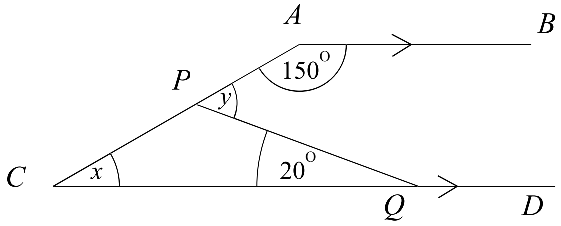
දී ඇති රූපයේ x ලෙස දක්වා ඇති කෝණයේ විශාලත්වය සොයන්න.

$x = 90^{\circ} + 25^{\circ}$

$= \underline{\underline{115^{\circ}}}$

නිදසුන 2

දී ඇති රූපයේ x හා y ලෙස දක්වා ඇති කෝණවල විශාලත්ව සොයන්න.



$x + 150^{\circ} = 180^{\circ}$ (AB // CD හා මිත්‍ර කෝණ පරිපූරක නිසා)

$x = 180^{\circ} - 150^{\circ} = 30^{\circ}$

$y = x + 20^{\circ}$ (PCQ ත්‍රිකෝණයෙහි බාහිර කෝණයේ අගය = අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණවල අගයන්හි ඓක්‍යය)

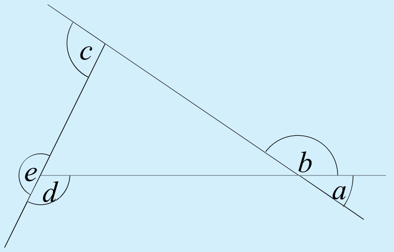
$y = 30^{\circ} + 20^{\circ}$

$= \underline{\underline{50^{\circ}}}$

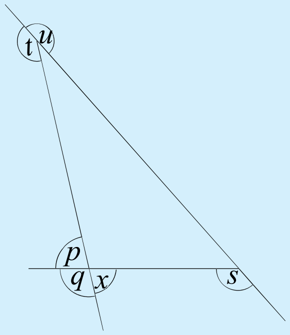
16.2 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් රූපයේ ඉංග්‍රීසි අකුරු මගින් දක්වා ඇති කෝණ අතරින් ත්‍රිකෝණයක බාහිර කෝණ වන ඒවා තෝරා ලියන්න.

i.

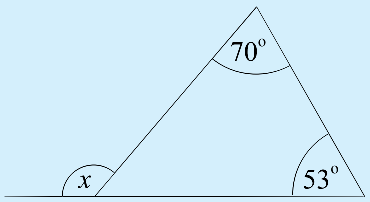


ii.

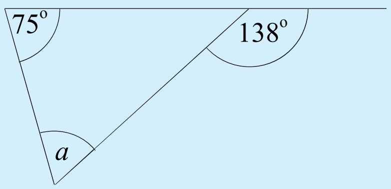


2. පහත දැක්වෙන එක් එක් රූපයේ ඉංග්‍රීසි අක්ෂරවලින් දක්වා ඇති කෝණවල විශාලත්ව සොයන්න.

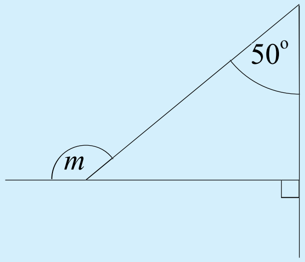
i.



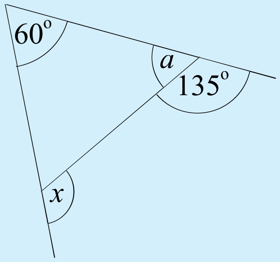
ii.



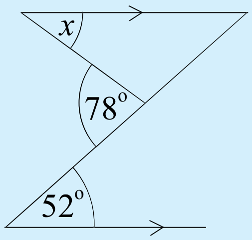
iii.



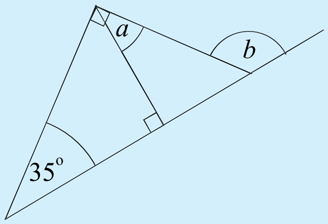
iv.



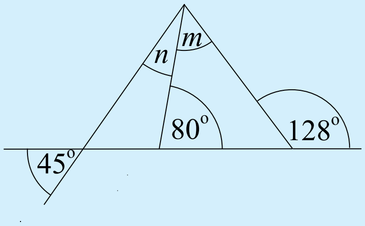
v.



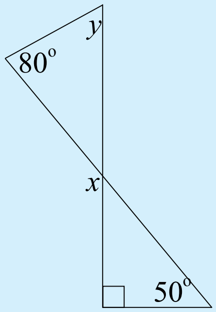
vi



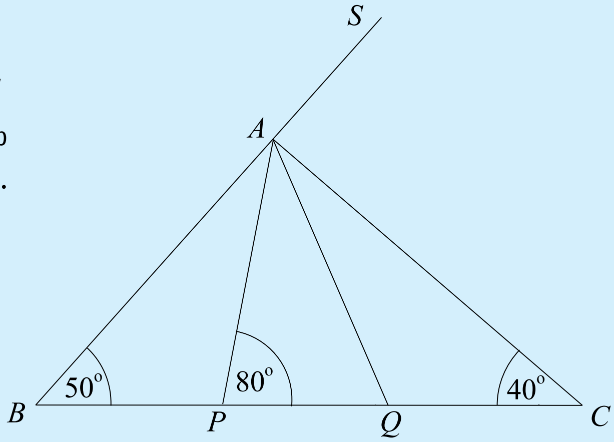
vii.



viii.

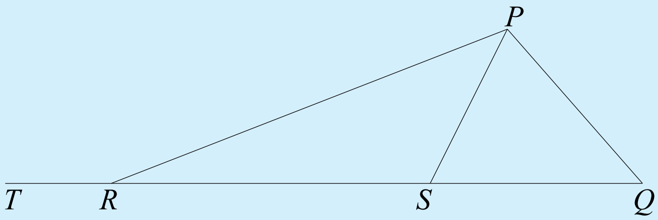


3. රූපයේ දී ඇති ABC ත්‍රිකෝණයේ BC පාදය මත P හා Q ලක්ෂ්‍ය පිහිටා ඇත්තේ $B\hat{A}P = C\hat{A}Q$ වන පරිදි ය. BA පාදය S දක්වා දික්කර තිබේ.

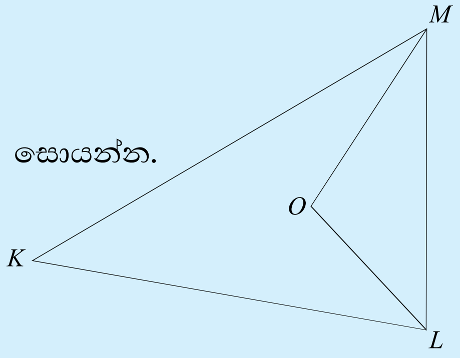


i. $B\hat{A}P$ සොයන්න.
ii. $A\hat{Q}P$ සොයන්න.
iii. $S\hat{A}Q$ සොයන්න.

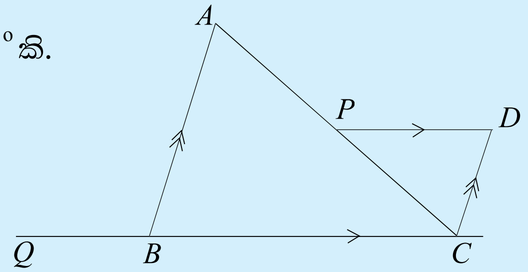
4. රූපයේ දී ඇති PQR ත්‍රිකෝණයේ $\hat{P}$ හි සමච්ඡේදකය QRට S හිදී හමුවේ. $S\hat{P}Q = S\hat{Q}P$ ද වේ. $S\hat{Q}P = a^{o}$ නම් $P\hat{R}T$ විශාලත්වය a^{o} ඇසුරෙන් සොයන්න.



මිශ්‍ර අභ්‍යාසය



1. KLM ත්‍රිකෝණයේ $\hat{M}$ හා $\hat{L}$ හි කෝණ සමච්ඡේදක O හි දී හමුවේ. $\hat{K} = 70^{\circ}$ කි. $L\hat{O}M$ හි විශාලත්වය සොයන්න.



2. දී ඇති රූපයේ $A\hat{P}D = 140^{\circ}$ හා $P\hat{D}C = 85^{\circ}$ කි. $A\hat{B}Q$ සොයන්න.

සාරාංශය

- ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ තුනෙහි එකතුව 180° ක් වේ.
- ත්‍රිකෝණයක පාදයක් දික් කිරීමෙන් සෑදෙන බාහිර කෝණය එහි අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ දෙකෙහි එකතුවට සමාන වේ.

නොමිලේ බෙදා හැරීම සඳහා ය.