17 සූත්‍ර

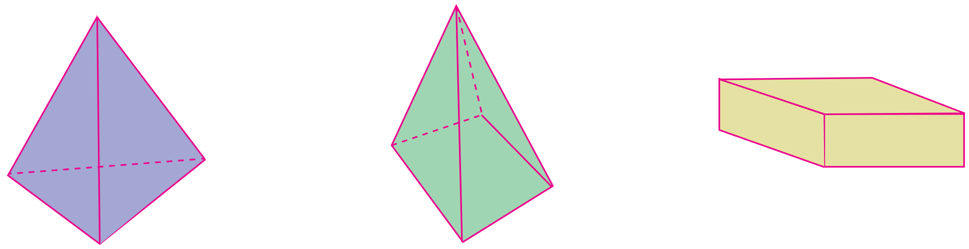
මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට,

- සූත්‍රයක අඩංගු ඕනෑ ම පදයක් උක්ත කිරීමටත්,
- සූත්‍රයක එක් විචල්‍යයක් හැර අනෙක් විචල්‍යවල අගය දී ඇති විට අගය නොදන්නා විචල්‍යයේ අගය සෙවීමටත්

හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

සූත්‍ර හැඳින්වීම

ඝන වස්තුවක ඇති දාර, ශීර්ෂ හා මුහුණත් ගණන පිළිබඳ ව ඇති ඔයිලර් සම්බන්ධය සූත්‍රයක් ලෙස, ඔබ 8 වන ශ්‍රේණියේ දී උගත්තේ ය.



එම සම්බන්ධය මෙසේ ය.

$$\text{දාර සංඛ්‍යාව} = \text{ශීර්ෂ සංඛ්‍යාව} + \text{මුහුණත් සංඛ්‍යාව} - 2$$

දර ගණන E ද, ශීර්ෂ ගණන V ද මුහුණත් ගණන F ද ලෙස දක්වමින්, එම සමීකරණය මෙසේ ද ලිවිය හැකි ය.

$$E = V + F - 2$$

මෙවැනි එකිනෙකට සම්බන්ධ රාශීන් කිහිපයක (දෙකක් හෝ ඊට වැඩි ගණනක) සම්බන්ධය දක්වන සමීකරණ 'සූත්‍ර' ලෙස හැඳින්වේ.

සූත්‍රවල ඇති රාශීන් විචල්‍යය ලෙස හැඳින් වේ. සූත්‍රයක් සමාන ලකුණින් එක් පසෙක (සාමාන්‍යයෙන් වම් පස) බොහෝ විට එක් පදයක් පමණක් ඇති පරිදි ලියා දැක්වේ. සූත්‍රයක එක් පසක ඇති රාශියට (පදයට) එම සූත්‍රයේ උක්තය යැයි කියනු ලැබේ. මේ අනුව, ඉහත $E = V + F - 2$ හි උක්තය E වේ.

තවත් සූත්‍රයක් සලකා බලමු.

උෂ්ණත්වයක් මැනීමේ දී උෂ්ණත්වය සෙල්සියස් අංශකවලින් හෝ ෆැරන්හයිට් අංශකවලින් හෝ ප්‍රකාශ කළ හැකි ය. උෂ්ණත්වය මනින මෙම ඒකක වර්ග දෙක අතර සම්බන්ධය පහත දැක්වේ.

$$F = \frac{9}{5}C + 32$$

මෙහි F මගින් උෂ්ණත්වය ෆැරන්හයිට්වලින් ද C මගින් එය සෙන්ටිග්‍රේඩ්වලින් ද දැක්වේ. මෙම සූත්‍රයේ උක්තය F වේ.

ගණිතය හා විද්‍යාව විෂයන්හි යෙදෙන සූත්‍ර කිහිපයක් පහත දැක්වේ.

$p = 2(a + b)$

$v = u + at$

$s = \frac{n}{2}(a + l)$

$y = mx + c$

$C = 2\pi r$

$A = \pi r^2$

17.1 සූත්‍රයක පදයක් උක්ත කිරීම

$E = V + F - 2$ සූත්‍රයෙහි උක්තය E වේ. එම සූත්‍රයේ උක්තය අපට අවශ්‍ය නම් V ට හෝ F ට වෙනස් කළ හැකි ය. සාමාන්‍යයෙන් සමීකරණ විසඳන ආකාරයට ප්‍රත්‍යක්ෂ යොදා ගනිමින් එය සිදු කළ හැකි ය. නිදසුනක් ලෙස, $E = V + F - 2$ හි උක්තය V ට වෙනස් කළ හැකි ආකාරය විමසා බලමු.

V ඇත්තේ සූත්‍රයේ දකුණු පසයි. දකුණු පස F හා -2 ද ඇත. මෙම F හා -2 දකුණු පසින් ඉවත් වන පරිදි සූත්‍රයේ දෙපසට ම $-F$ හා $+2$ ද එකතු කළ හැකි ය. එවිට,
$E + (-F) + 2 = V + F - 2 + (-F) + 2$ ලැබේ.

දැන්, දෙපස සුළු කොට මෙසේ ලිවිය හැකි ය.
$E - F + 2 = V$ ($F + (-F) = 0$ හා $-2 + 2 = 0$ නිසා)

මෙහි දකුණු පස V උක්තය ලෙස ඇත. සාමාන්‍යයෙන් උක්තය වම් පසින් ලියා දැක්වෙන නිසා, එම සමීකරණය, V උක්තය ලෙස ඇති ව, මෙසේ ලියා දැක්විය හැකි ය.
$V = E - F + 2$

පහත දැක්වෙන නිදසුන් මගින්, විවිධ ආකාරයේ සූත්‍රවල උක්තය වෙනස් කරන ආකාරය පැහැදිලි කෙරේ.

නිදසුන 1

$v = u + at$ සූත්‍රයේ a උක්ත කරන්න.
මෙහි a විචල්‍යය වෙනත් විචල්‍යයක් මගින් ගුණ වී (t මගින්) ඇත. එහි දී මුලින් සිදු කළ යුත්තේ එම at පදය උක්ත කිරීමයි.

$v = u + at$
දෙපසින් ම u අඩු කිරීමෙන්

$$v - u = u + at - u$$
$$v - u = at$$

දැන් a උක්ත කිරීම සඳහා දෙපස ම t වලින් බෙදා සුළු කිරීමෙන්,

$$\frac{v - u}{t} = \frac{at}{t}$$
$$a = \frac{v - u}{t}$$

ලෙස a උක්තය සහිත සූත්‍රය ලැබේ.

නිදසුන 2

$S = \frac{n}{2}(a + l)$ සූත්‍රයේ n උක්ත කරන්න.

$$S = \frac{n}{2}(a + l)$$

මෙහි, උක්ත කළ යුතු n විචල්‍යය 2න් බෙදී ඇති අතර $(a + l)$ යන්නෙන් ගුණ වී ඇත. එම නිසා, සමීකරණයේ දෙපස ම 2න් ගුණ කොට $(a + l)$ වලින් බෙදිය යුතු ය.

දෙපස ම 2න් ගුණ කිරීමෙන්

$$2S = \cancel{2}^1 \times \frac{n}{\cancel{2}_1} \times (a + l)$$
$$2S = n(a + l)$$

දෙපස ම $(a + l)$ වලින් බෙදීමෙන්

$$\frac{2S}{a + l} = \frac{n\,\cancel{(a + l)}^1}{\cancel{(a + l)}_1}$$

$$\frac{2S}{a + l} = n$$

$$n = \frac{2S}{a + l}$$

නිදසුන 3

$l = a + (n-1)d$ සූත්‍රයේ n උක්ත කරන්න.

$l = a + (n-1)d$

මෙහි උක්ත කළ යුතු විචල්‍යය වන n දෙස හොඳින් අවධානය යොමු කරන්න. දකුණු පස ඇති ප්‍රකාශනය සැදී ඇත්තේ n වලින් 1ක් අඩු වී $(n-1)$ ලැබී,
$(n-1)$ යන්න d වලින් ගුණ වී, $(n-1)d$ ලැබී,
අවසානයේ $(n-1)d$ ට a එකතු වීමෙනි.

n උක්ත කිරීම සඳහා කළ යුත්තේ, ඉහත දැක්වෙන පියවර තුනෙහි යෙදූ ගණිත කර්මවල ප්‍රතිලෝම (එනම්, අඩු කිරීමෙහි ප්‍රතිලෝමය එකතු කිරීම ලෙස, ගුණ කිරීමෙහි ප්‍රතිලෝමය බෙදීම ලෙස, ආදි වශයෙන්) අග සිට මුලට සිදු කිරීම ය. වෙනත් අයුරින් කිවහොත්, සුදුසු පරිදි ප්‍රත්‍යක්ෂ යොදා ගනිමින් n උක්ත කිරීම ය. ඒ අනුව, මුලින් ම, සූත්‍රයේ දෙපසින් ම a අඩු කොට සුළු කරමු.

$$l = a + (n-1)d$$
$$l - a = a + (n-1)d - a$$
$$l - a = (n-1)d$$

දැන්, දෙපස ම, d වලින් බෙදා සුළු කරමු.

$$\frac{l-a}{d} = \frac{(n-1)\cancel{d}^{\,1}}{\cancel{d}_{\,1}}$$
$$\frac{l-a}{d} = n-1$$

අවසාන වශයෙන් දෙපසට ම 1ක් එකතු කොට සුළු කරමු.

$$\frac{l-a}{d} + 1 = n - 1 + 1$$
$$\frac{l-a}{d} + 1 = n$$
$$n = \frac{l-a}{d} + 1$$

මෙම සූත්‍රයෙහි දකුණු පස පොදු හරයක් ලැබෙන පරිදි සුළු කළ හැකි වුවත් එසේ කිරීම අවශ්‍ය ම නොවේ.

17.1 අභ්‍යාසය

1. $C = 2\pi r$ සූත්‍රයේ r උක්ත කරන්න.

2. $a = b - 2c$ සූත්‍රයේ c උක්ත කරන්න.

3. $v = u + at$ සූත්‍රයේ t උක්ත කරන්න.

4. $y = mx + c$ සූත්‍රයේ
   i. c උක්ත කරන්න.
   ii. m උක්ත කරන්න.

5. $a = 2(b + c)$ සූත්‍රයේ c උක්ත කරන්න.

6. $F = \frac{9}{5}C + 32$ සූත්‍රයේ C උක්ත කරන්න.

7. $l = a + (n - 1)d$ සූත්‍රයේ
   i. a උක්ත කරන්න.
   ii. d උක්ත කරන්න.

8. $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ සූත්‍රයේ y උක්ත කරන්න.

9. $\frac{1}{R} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}$ සූත්‍රයේ r_2 උක්ත කරන්න.

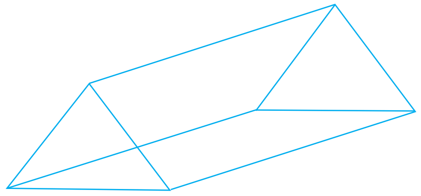
10. $ax = m(x - t)$ සූත්‍රයේ x උක්ත කරන්න.

11. $P = \frac{at}{a - t}$ සූත්‍රයේ a උක්ත කරන්න.

17.2 ආදේශය

සූත්‍රයක එක් විචල්‍යයක හැර අනෙක් විචල්‍යවල අගයන් දී ඇතැයි සිතන්න. එවිට එම අගයන් සූත්‍රයට ආදේශ කිරීමෙන්, අගය නොදන්නා විචල්‍යයේ අගය සෙවිය හැකි ය.

ශීර්ෂ 6ක් හා මුහුණත් 5ක් ඇති සරල දාර පමණක් ඇති ඝන වස්තුවක දාර සංඛ්‍යාව සොයමු.



ඉහත සලකන ලද
$E = V + F - 2$
සූත්‍රයෙහි V හා F හි අගයන් පිළිවෙළින් 6 හා 5 නම් (රූපයේ දැක්වෙන ත්‍රිකෝණාකාර ප්‍රිස්මය මෙම අවස්ථාවට උදාහරණයකි), එවිට E සෙවිය හැකි ය. $V = 6$ හා $F = 5$ අගයන් සූත්‍රයෙහි ආදේශ කළ විට $E = 6 + 5 - 2$
$= 9$
ලෙස ලැබේ.
ඒ අනුව, ඝනවස්තුවේ දාර ගණන 9කි.
තවත් නිදසුන් කිහිපයක් සලකා බලමු.

සූත්‍රයක ඇති විචල්‍යවලට දී ඇති අගයන් ආදේශ කර නොදන්නා විචල්‍යයක අගය සෙවීමේ දී අනුගමනය කළ හැකි ක්‍රම දෙකක් ඇත. එකක් නම් සූත්‍රය තිබෙන ආකාරයට ම තබා ගෙන දී ඇති අගය ආදේශ කිරීමයි. දෙවැනි ක්‍රමය වන්නේ අගය සෙවීමට අවශ්‍ය විචල්‍යය උක්ත කර ඉන්පසු දී ඇති අගය ආදේශ කර අගය සෙවීමයි. මේ ආකාර දෙකෙන්ම සූත්‍රයක නොදන්නා විචල්‍යයක අගය සොයන අයුරු විමසා බලමු.

නිදසුන 1

මුහුණත් 7ක් සහ දර 12ක් ඇති ඝන වස්තුවක ශීර්ෂ සංඛ්‍යාව සොයන්න.

මෙහි දී භාවිත කළ යුතු වන්නේ $E = V + F - 2$ සූත්‍රයයි. එම සූත්‍රයේ F හා E හි අගයන් දී ඇත. සෙවිය යුත්තේ Vහි අගයයි. එම Vහි අගය සෙවීම ක්‍රම දෙකකට සිදු කළ හැකි ය. එක් ක්‍රමයක් නම් $E = V + F - 2$ හි දී ඇති අගයන් ආදේශ කොට ලැබෙන සමීකරණය Vසඳහා විසඳීමයි. අනෙක් ක්‍රමය නම්, මුලින් ම එම සූත්‍රයේ V උක්ත කොට ඉන් පසු E හා F හි අගයන් ආදේශ කොට සුළු කිරීමයි. එම ක්‍රම දෙක ම සලකා බලමු.

දාර ගණන E ද ශීර්ෂ ගණන V ද මුහුණත් ගණන F ද යැයි ගනිමු.

i. ක්‍රමය: සූත්‍රයේ ආදේශයෙන්

$E = V + F - 2$

$E = 12,\ F = 7$ සූත්‍රයේ අදේශයෙන්

$12 = V + 7 - 2$

$12 = V + 5$

$12 - 5 = V$

$7 = V$

$V = 7$

$\therefore$ ශීර්ෂ ගණන 7කි.

ii. ක්‍රමය: V උක්ත කිරීමෙන් පසු අගය අදේශ කිරීම.

$E = V + F - 2$

$E + 2 = V + F$

$E + 2 - F = V$

$V = E + 2 - F$

$V = 12 + 2 - 7$

$V = 7$

$\therefore$ ශීර්ෂ ගණන 7කි.

සටහන: සූත්‍රයක උක්තය වෙනස් කිරීමේ එක් අරමුණක් වන්නේ එම සූත්‍රයේ විචල්‍යවල අගයන් ඍජුව ම ආදේශ කොට අගය නොදන්නා විචල්‍යයේ අගය සොයාගැනීමයි.

නිදසුන 2

$C = \frac{5}{9}(F - 32)$ සූත්‍රය භාවිතයෙන් $35^{\circ} C$ යන්න ෆැරන්හයිට්වලින් සොයන්න.
මෙහි C මගින් සෙල්සියස් උෂ්ණත්වය ද F මගින් ෆැරන්හයිට් උෂ්ණත්වය ද දී ඇති බව සලකන්න.

$C = \frac{5}{9}\ (F - 32)$

$C = 35$ ආදේශයෙන්

$$35 = \frac{5}{9}(F - 32)$$
$$35 \times 9 = 5(F - 32)$$
$$\frac{^{7}\cancel{35} \times 9}{\cancel{5}_{1}} = F - 32$$
$$63 = F - 32$$
$$63 + 32 = F$$
$$95 = F$$
$$F = 95$$

17.2 අභ්‍යාසය

1. $a = (b + c) - 2$ සූත්‍රයේ $b = 7$ සහ $c = 6$ නම් a හි අගය සොයන්න.
2. $C = \frac{5}{9}(F - 32)$ සූත්‍රයේ $F = 104$ නම් C හි අගය සොයන්න.
3. $y = mx + c$ සූත්‍රයේ $y = 11, x = 5$ සහ $c = -4$ නම් m හි අගය සොයන්න.
4. $C = 2\pi r$ සූත්‍රයේ $C = 88$ සහ $\pi = \frac{22}{7}$ නම් r හි අගය සොයන්න.
5. $l = a + (n - 1)d$ සූත්‍රයේ $l = 22, a = -5$ සහ $n = 10$ නම් d හි අගය සොයන්න.
6. $S = \frac{n}{2}(a + l)$ සූත්‍රයේ $S = -330, a = 15$ සහ $l = -48$ නම් n හි අගය සොයන්න.

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

1. $P = C\left(1 + \frac{r}{100}\right)$ සූත්‍රයේ
   (i) r උක්ත කරන්න.
   (ii) $P = 495, C = 450$ නම් r හි අගය සොයන්න.

2. $\frac{y - c}{x} = m$ සූත්‍රයේ
   (i) x උක්ත කරන්න.
   (ii) $y = 20, c = -4$ සහ $m = 3$ නම් x හි අගය සොයන්න.

3. $ax = bx - c$ සූත්‍රයේ
   (i) x උක්ත කරන්න.
   (ii) $a = 3, b = 4$ සහ $c = 6$ නම් x හි අගය සොයන්න.

4. $a = \dfrac{bx + c}{b}$ සූත්‍රයේ

(i) b උක්ත කරන්න.

(ii) $a = 4$, $c = 5$ සහ $x = 3$ නම් b හි අගය සොයන්න.

5. $\dfrac{1}{v} + \dfrac{1}{u} = \dfrac{1}{f}$ සූත්‍රයේ $v = 20$, $u = 5$ නම් f හි අගය සොයන්න.

6. $\dfrac{a}{b} = \dfrac{p}{q}$ සූත්‍රයේ $a = 6$, $p = 3$, $q = 4$ නම් b හි අගය සොයන්න.

7. $S = \dfrac{n}{2}\,(a + l)$ සූත්‍රයේ

(i) l උක්ත කරන්න.

(ii) $S = 198$, $n = 12$ සහ $a = 8$ නම් l හි අගය සොයන්න.

8. $y = mx + c$ සූත්‍රයේ

(i) m උක්ත කරන්න.

(ii) $y = 8$, $x = 9$ සහ $c = 2$ නම් m හි අගය සොයන්න.