19 පයිතගරස් සම්බන්ධය

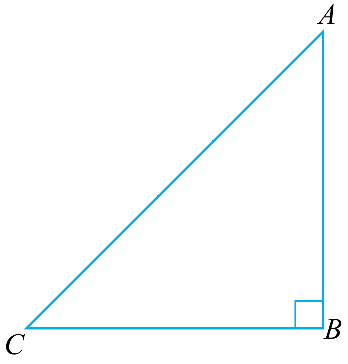
මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,

- සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක් ඇසුරෙන් පයිතගරස් සම්බන්ධය ගොඩනැගීමට
- පයිතගරස් සම්බන්ධය ආශ්‍රිත ගැටලු විසඳීමට

හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණය

ත්‍රිකෝණයක එක් කෝණයක විශාලත්වය 90° වූ විට එය සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක් ලෙස හැඳින්වේ. ත්‍රිකෝණයේ සෘජුකෝණයට සම්මුඛව (ඉදිරියෙන්) පිහිටි පාදය (විශාලත ම පාදය) කර්ණය ලෙස ද අනෙක් පාද දෙක සෘජුකෝණය අන්තර්ගත පාද ලෙස ද හැඳින්වේ. පහත දැක්වෙන ABC සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණය සැලකූ විට



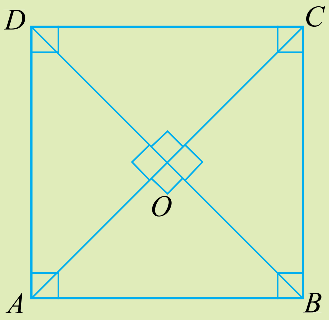
$A\hat{B}C = 90^{\circ}$

AC කර්ණය වේ.

AB හා BC සෘජුකෝණය අඩංගු පාද වේ.

ක්‍රියාකාරකම 1

පහත දැක්වෙන රූපයේ ඇති සියලු සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණ හඳුනාගෙන, දී ඇති වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.

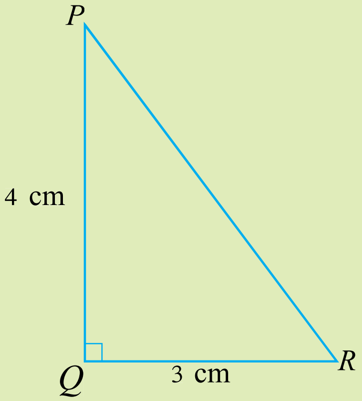


ත්‍රිකෝණය	කර්ණය	සෘජුකෝණය අඩංගු පාද
AOB	AB	AO, BO
....	....	....
....	....	....
....	....	....
....	....	....
....	....	....

19.1 පයිතගරස් සම්බන්ධය

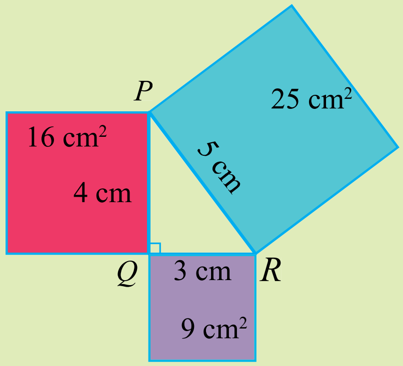
ග්‍රීසියේ විසූ පයිතගරස් නම් ගණිතඥයා විසින් සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක පාදවල දිග අතර සම්බන්ධය ඉදිරිපත් කරන ලදි. මෙම සම්බන්ධය ක්‍රියාකාරකමක් ඇසුරෙන් අවබෝධ කර ගනිමු.

ක්‍රියාකාරකම 1



රූපයේ දැක්වෙන පරිදි QR = 3 cm හා QP = 4 cm වන පරිදි PQR සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක් ඇඳ ගන්න. මේ සඳහා ඔබට විහිත චතුරස්‍රය භාවිත කළ හැකි ය. කර්ණය වන PRහි දිග මැනීමෙන් එය 5 cm බව සනාථ කරගන්න.
පැත්තක දිග 3 cm, 4 cm හා 5 cm වන පරිදි සමචතුරස්‍ර තුනක් කපා පිළිවෙළින් RQ, QP හා PR පාද මත පහත රූපයේ දැක්වෙන පරිදි අලවන්න.

දැන් පහත දැක්වෙන පරිදි එක් එක් සමචතුරස්‍රවල වර්ගඵලය ගණනය කරමු.



QR මත ඇලවූ සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය = 3 cm × 3 cm = 9 cm^2
QP මත ඇලවූ සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය = 4 cm × 4 cm = 16 cm^2
PR මත ඇලවූ සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය = 5 cm × 5 cm = 25 cm^2 ද වේ.

දැන් පහත ආකාරයට මෙම වර්ගඵල අතර සම්බන්ධතාවක් පවතින බව නිරීක්ෂණය කරන්න.

PR විකර්ණය මත ඇති සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය = *QR* පාදය මත ඇති සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය + *PQ* පාදය මත ඇති සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය

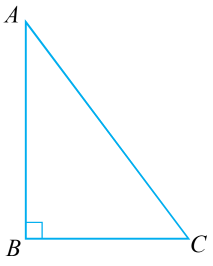
සෘජුකෝණය අඩංගු පාද දෙකෙහි දිග 6 cm හා 8 cm වශයෙන් ගෙන ඉහත ක්‍රියාකාරකම නැවත සිදු කිරීමෙන් ඔබට ඉහත ලබා ගත් සම්බන්ධය එම අගයන් සඳහා ද පවතින බව සනාථ කළ හැකි ය.

සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක් සම්බන්ධ පයිතගරස් සම්බන්ධය පහත දැක්වෙන ආකාරයට ප්‍රකාශ කළ හැකි ය.

> සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක කර්ණය මත අඳිනු ලබන සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය ඉතිරි පාද දෙක මත අඳිනු ලබන සමචතුරස්‍රවල වර්ගඵලයන්ගේ ඓක්‍යයට සමාන වේ.

ඉහත දක්වා ඇති පයිතගරස් සම්බන්ධය වර්ගඵල ඇසුරෙන් දක්වා ඇතත්, එය ත්‍රිකෝණයේ පාදවල දිග ඇසුරෙන් සරලව ලියා දැක්විය හැකි ය. ඒ කෙසේදැයි විමසා බලමු.

ත්‍රිකෝණයක පාද ඇසුරෙන් පයිතගරස් සම්බන්ධය ලියා දක්වන අයුරු



AB මත ඇඳි සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය $= AB \times AB = AB^2$

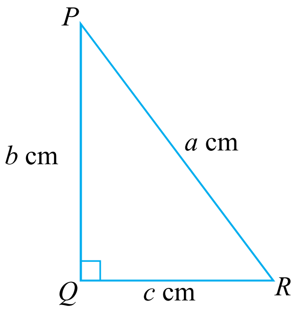
BC මත ඇඳි සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය $= BC \times BC = BC^2$

AC මත ඇඳි සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය $= AC \times AC = AC^2$

එමනිසා, පයිතගරස් සම්බන්ධයට අනුව ද

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

තවත් ආකාරයකින් මෙසේ දැක්විය හැකි ය.



පයිතගරස් සම්බන්ධයට අනුව

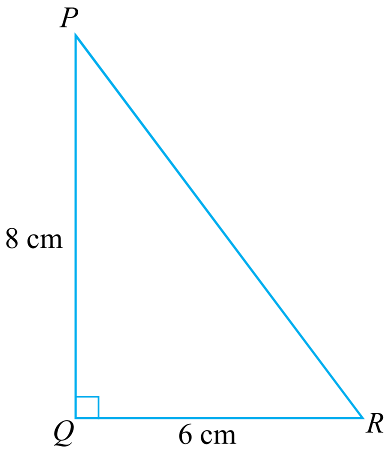
$$a^2 = b^2 + c^2$$

නිදසුන 1

PQR සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයේ $PQ = 8$ cm, $QR = 6$ cm වේ. PR පාදයේ දිග සොයන්න.

PQR සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයට පයිතගරස් සම්බන්ධය යෙදීමෙන්

$$PR^2 = PQ^2 + QR^2$$
$$PR^2 = 8^2 + 6^2$$
$$= 64 + 36$$
$$= 100$$
$$PR = \sqrt{100} = 10$$

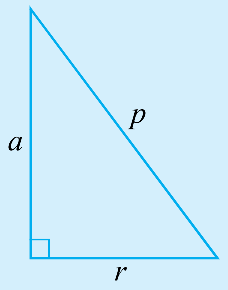


$\therefore$ PR දිග 10 cm වේ.

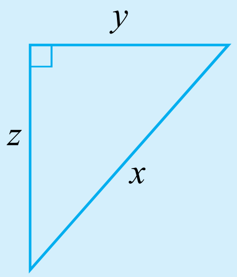
19.1 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණවල දී ඇති පාදවල දිග අනුව පයිතගරස් සම්බන්ධය ලියා දක්වන්න.

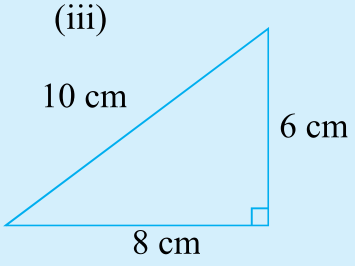
(i)



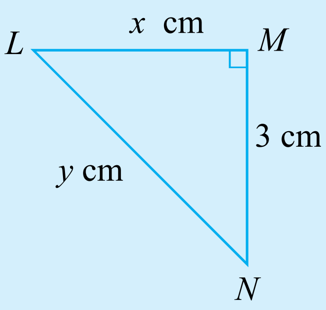
(ii)



(iii)

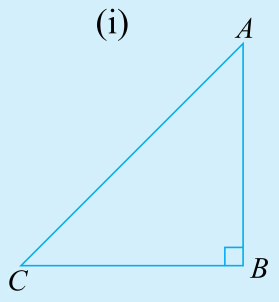


(iv)

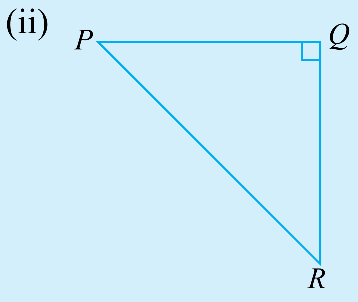


නොමිලේ බෙදා හැරීම සඳහා ය.

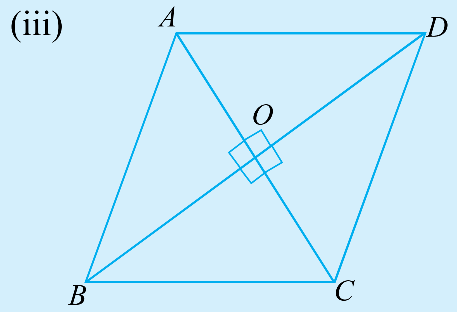
2. පහත දැක්වෙන එක් එක් රූප සටහනට අදාළ ව ඊට පහතින් දැක්වෙන ප්‍රකාශනවල හිස්තැන් පුරවන්න.



$AC^2 = AB^2 + ...$



$PR^2 = ... + ...$



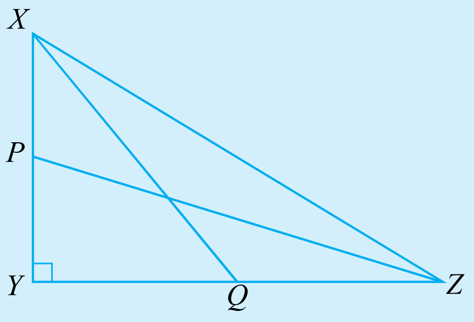
a. $AB^2 = BO^2 + ...$

b. $AD^2 = ... + ...$

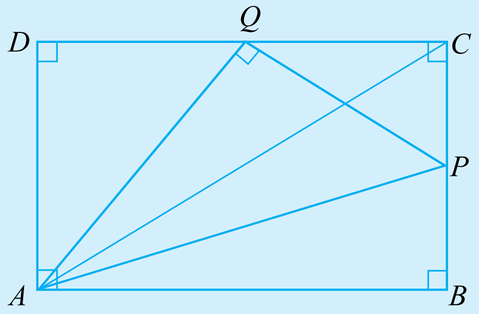
c. $....... = BO^2 + OC^2$

d. $DC^2 = ... + ...$

3. පහත දැක්වෙන එක් එක් රූපසටහනේ ඇති සියලු සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණ හඳුනා ගෙන, එම ත්‍රිකෝණ සඳහා පයිතගරස් සම්බන්ධය ලියා දක්වන්න.

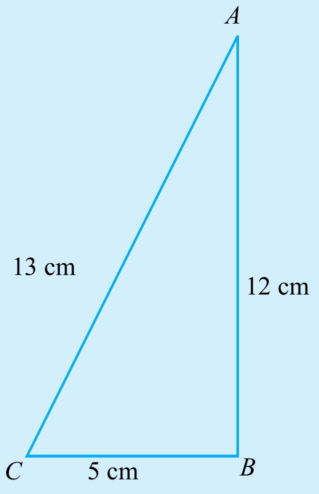


i.



ii.

4. රූපයේ දැක්වෙන ඍජුකෝණික ත්‍රිකෝණයට අදාළ ව ඊට පහතින් දැක්වෙන ප්‍රකාශනවල හිස්තැන් සම්පූර්ණ කරන්න.



දී ඇති ත්‍රිකෝණයේ විශාලතම පාදය = ... වේ.

AB පාදය මත ඇඳි සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය = $12 \times 12 = 144$ cm^2

BC පාදය මත ඇඳි සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය = ... = ... cm^2

AC පාදය මත ඇඳි සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය = ... = ... cm^2

BC හා *BA* පාද මත ඇඳි සමචතුරස්‍රවල වර්ගඵලයන්ගේ ඓක්‍යය = ... cm^2 වේ.

$\therefore$ *AC* පාදය මත ඇඳි සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය, *BC* හා *BA* පාද මත ඇඳි සමචතුරස්‍රවල වර්ගඵලයන්ගේ ඓක්‍යයට සමාන .... (වේ/ නොවේ).

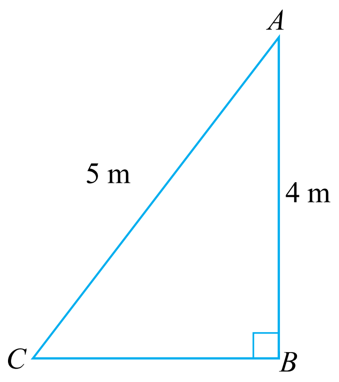
පයිතගරස් සම්බන්ධය භාවිතයෙන් විසඳිය හැකි ගැටලු කිහිපයක් වෙත දැන් අපි අවධානය යොමු කරමු.

නිදසුන 2

5 m දිග ඍජු ලී දණ්ඩක් එහි එක් කෙළවරක් 4m උස සිරස් තාප්පයකට ඉහළ කෙළවරේ ගැටෙන සේ ද අනෙක් කෙළවර තාප්පයේ පාමුලට ඈතින් තිරස් බිම මත සිරස් තලයක තබා ඇත. තාප්පයේ පාමුල සිට ලී දණ්ඩ බිම ගැටෙන ස්ථානයට දුර සොයන්න.

තාප්පය *BA* මගින් ද, ලී දණ්ඩ *AC* මගින් ද දැක්වූ විට පහත පරිදි දළ සටහනක් අපට ඇඳ ගත හැකි ය.

නොමිලේ බෙදා හැරීම සඳහා ය.



ABC ඍජුකෝණික ත්‍රිකෝණයට පයිතගරස් සම්බන්ධය යෙදීමෙන්

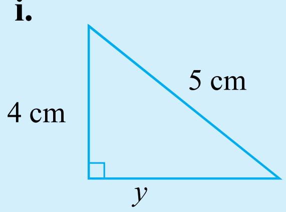
$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$
$$5^2 = 4^2 + BC^2$$
$$25 = 16 + BC^2$$
$$\therefore\ BC^2 = 9$$
$$BC = \sqrt{9} = 3$$

$\therefore$ තාප්පයේ පාමුල සිට ලී දණ්ඩට ඇති තිරස් දුර 3 m වේ.

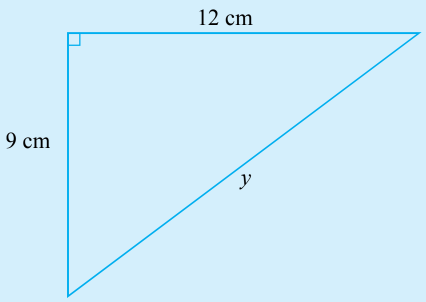
19.2 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් රූපයේ ඉංග්‍රීසි අක්ෂරයෙන් දක්වා ඇති පාදවල දිග සොයන්න.

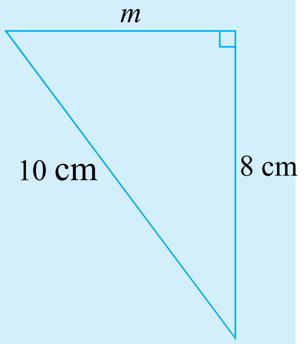
i.



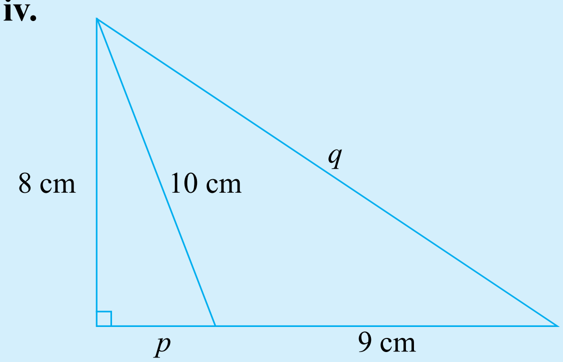
ii.



iii.

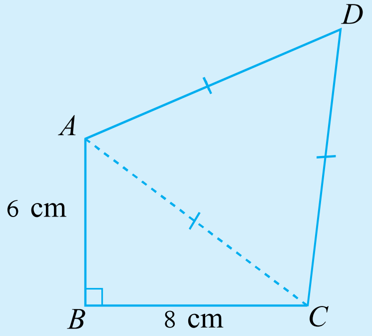


iv.

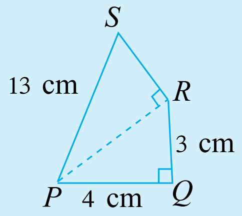


2. පහත දැක්වෙන එක් එක් රූපයේ පරිමිතිය සොයන්න.

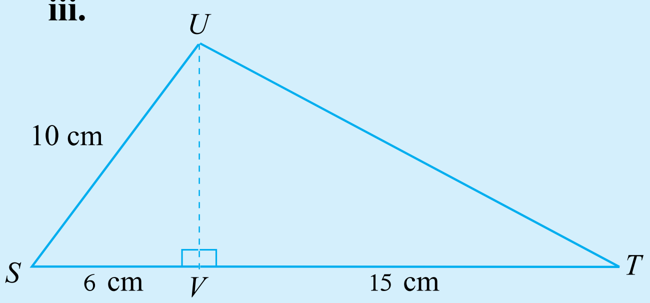
i.



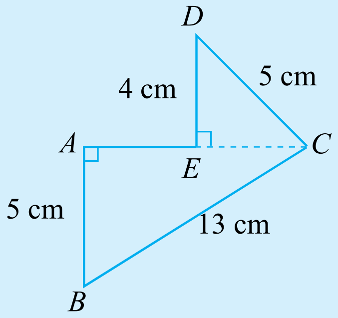
ii.



iii.

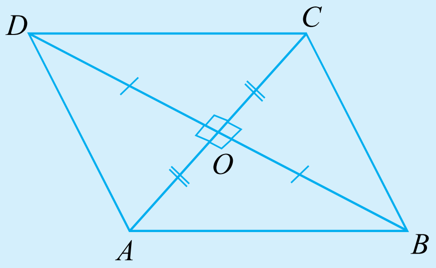


iv.



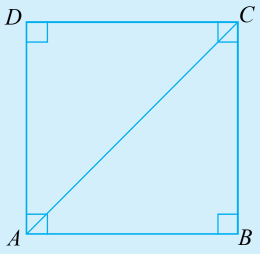
3.

i.



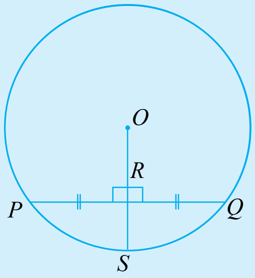
$ABCD$ රොම්බසයේ $BD = 16$ cm, $AC = 12$ cm වන විකර්ණ Oහි දි සෘජුකෝණිකව එකිනෙක සමච්ඡේදනය වේ. රොම්බසයේ පරිමිතිය සොයන්න.

ii.



$ABCD$ සමචතුරස්‍රයේ AC විකර්ණයේ දිග 10 cm නම් එහි වර්ගඵලය සොයන්න.

iii.



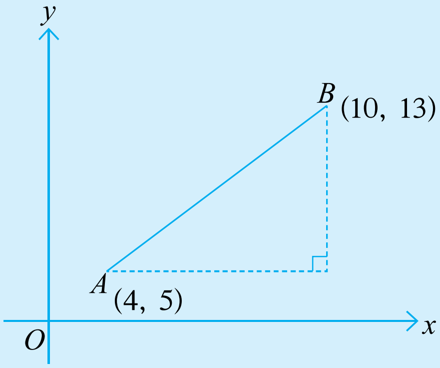
O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ PQ ජ්‍යායේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය R වේ. දිගු කළ OR රේඛාවට Sහි දී වෘත්තය හමු වේ. $O\hat{R}P = 90^{\circ}$, $PQ = 12$ cm හා $OR = 8$ cm නම්

i. RQ දිග
ii. වෘත්තයේ අරය
iii. RS දිග
සොයන්න.

4. ABC ත්‍රිකෝණයේ $A\hat{B}C = 90^{\circ}$ වන අතර $AB = 8$ cm, $BC = 6$ cm වේ. BC, BA පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් R හා P වේ. $APRC$ චතුරස්‍රයේ පරිමිතිය සොයන්න.

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

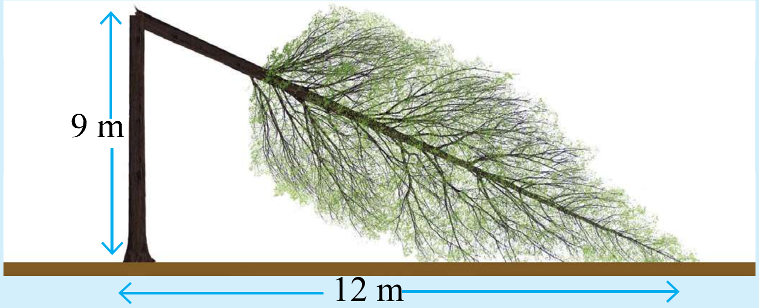
1.



ඛණ්ඩාංක තලයක පිහිටි $A = (4, 5)$ හා $B = (10, 13)$ ලක්ෂ්‍ය අතර කෙටිතම දුර සොයන්න.

2. P නගරයේ සිට 5 km නැගෙනහිරින් Q නගරය ද Q නගරයට 12 km උතුරින් R නගරය ද පිහිටා ඇත. P හා R නගර අතර දුර සොයන්න.

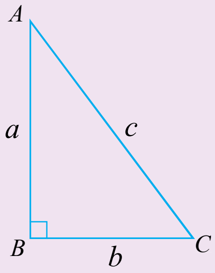
3. 16 m උස කොඩිකණුවක් සිරස් ව තබා ගැනීම සඳහා එහි මුදුනට සවි කළ දිග ආධාරක කම්බියක් කණුවේ පාමුල සිට 12 m දුරින් තිරස් පොළොවට සම්බන්ධකර ඇති අතර ඊට ප්‍රතිවිරුද්ධ දිශාවෙන් වූ අනෙක් කම්බිය, කණුවේ පාමුල සිට 9 m දුරින් හා පොළොවේ සිට 12 m උසින් කණුවෙහි ගැටගසා ඇත. මේ සඳහා භාවිත කරන ලද කම්බිවල මුළු දිග කොපමණ ද?

4. 

තද කුණාටුවක් නිසා ගසක් කඩාවැටී ඇති අයුරු රූපයේ දැක්වේ. කඩාවැටීමට පෙර ගසේ උස සොයන්න.

සාරාංශය

ABC සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයේ



$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$