2 වර්ගමූලය

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට

- පූර්ණ වර්ගයක් නොවන ධන සංඛ්‍යාවක වර්ගමූලය සන්නිකර්ෂණයට
- සංඛ්‍යාවක වර්ගමූලය සඳහා ආසන්න අගයක් බෙදීමේ ක්‍රමය මගින් සෙවීමට

හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

2.1 ධන සංඛ්‍යාවක වර්ගමූලය

සංඛ්‍යාවක වර්ගය පිළිබඳවත්, වර්ගමූලය පිළිබඳවත් ඔබ මීට පෙර යම්තාක් දුරකට ඉගෙන ගෙන ඇත. ඒ පිළිබඳව සැකෙවින් මතක් කර ගනිමු.

3×3 හි අගය 9 වේ. 3×3 යන්න කෙටියෙන් 3^2 ලෙස ලියා දැක්වේ. එය "තුනේ වර්ගය" ලෙස කියවනු ලැබේ. මෙහි "2"න් දැක්වෙන්නේ 3 "දෙවරක්" 3න් ම ගුණ වන වගයි. මේ අනුව, තුනේ වර්ගය 9 වන අතර ඒ බව $3^2 = 9$ ලෙස ලියා දැක්විය හැකි ය.

පහත දැක්වෙන වගුවෙහි සංඛ්‍යා කිහිපයක වර්ග දැක්වේ.

සංඛ්‍යාව	සංඛ්‍යාවෙහි වර්ගය ලැබෙන ආකාරය	සංඛ්‍යාවෙහි වර්ගය ලියා දක්වන ආකාරය	සංඛ්‍යාවෙහි වර්ගය
1	1×1	1^2	1
2	2×2	2^2	4
3	3×3	3^2	9
4	4×4	4^2	16
5	5×5	5^2	25

1, 4, 9, 16 ආදී සංඛ්‍යා පූර්ණ වර්ග ලෙස හැඳින්වේ.

වර්ගමූලය මගින් වර්ගයෙහි ප්‍රතිවිරුද්ධ අදහස දැක්වෙයි. නිදසුනක් ලෙස $3^2 = 9$ නිසා 9 හි වර්ගමූලය 3 යැයි කියනු ලැබේ. ඉහත වගුවේ දක්වා ඇති මුල් හා අවසාන තීරු අනුව,

1 හි වර්ගමූලය 1 බවත්

4 හි වර්ගමූලය 2 බවත්

9 හි වර්ගමූලය 3 බවත්

16 හි වර්ගමූලය 4 බවත්

25 හි වර්ගමූලය 5 බවත්

වැටහේ. වර්ගමූලය දැක්වීමට $\sqrt{\ }$ ලකුණ යොදා ගැනේ. ඒ අනුව,

$\sqrt{1}=1, \sqrt{4}=2, \sqrt{9}=3, \sqrt{16}=4, \sqrt{25=5}$ ආදී වශයෙන් ලියා දැක්විය හැකි ය.

සෑම සංඛ්‍යාවකම වර්ගයක් ඇති බව පැහැදිලි ය. නමුත් සෑම සංඛ්‍යාවකම වර්ගමූලයක් තිබේද? ඒ පිළිබඳ ව දැන් විමසා බලමු.

ඉහත වගුව අනුව, 4 හි වර්ගමූලය 2 වන අතර, 9 හි වර්ගමූලය 3 වේ. 4ත් 9ත් අතර ඇති සංඛ්‍යාවල වර්ගමූල වන්නේ 2ත් 3ත් අතර ඇති අගයන් ය. ඒ අනුව, 4ත් 9ත් අතර ඇති සංඛ්‍යාවල වර්ගමූල නිඛිල නොවන බව පැහැදිලි ය. ඒවා දශම සංඛ්‍යා වේ. එම වර්ගමූල ආසන්න ලෙස සොයන අයුරු මෙම පාඩමේ දී සලකා බැලේ. එවැනි ආසන්න අගයකට **සන්නිකර්ෂණයක්** යැයි කියනු ලැබේ.

නිදසුනක් ලෙස, 5හි වර්ගමූලය සඳහා සන්නිකර්ෂණයක් සොයන අයුරු සලකා බලමු. පහත දැක්වෙන වගුව බලන්න.

සංඛ්‍යාව	සංඛ්‍යාවෙහි වර්ගය ලැබෙන ආකාරය	සංඛ්‍යාවෙහි වර්ගය ලියා දක්වන ආකාරය	සංඛ්‍යාවෙහි වර්ගය
2	2×2	2^2	4
2.1	2.1×2.1	2.1^2	4.41
2.2	2.2×2.2	2.2^2	4.84
2.3	2.3×2.3	2.3^2	5.29
2.4	2.4×2.4	2.4^2	5.76
2.5	2.5×2.5	2.5^2	6.25
2.6	2.6×2.6	2.6^2	6.76
2.7	2.7×2.7	2.7^2	7.29

ඉහත වගුවෙහි දකුණු පස කෙලවර තීරුවේ ඇති අගය අතුරින් 5ට ආසන්නම අගය දෙක වන්නේ 4.84 හා 5.29යි. ඒවා පිළිවෙළින් 2.2හි හා 2.3හි වර්ගයයි.

වගුව අනුව, 4.84හි හා 5.29හි වර්ගමූල පිළිවෙළින් 2.2 හා 2.3 වේ. සංකේතාත්මක ව, $\sqrt{4.84}=2.2$ ද $\sqrt{5.29}=2.3$ ද ලෙස ලිවිය හැකි ය.

දැන්, 5ට වඩා ආසන්න අගය වන්නේ 4.84 ද, එසේ නැතිනම් 5.29 දැයි පරීක්ෂා කරමු.

4.84ත් 5ත් අතර වෙනස $= 5 - 4.84 = 0.16$

5.29ත් 5ත් අතර වෙනස $= 5.29 - 5 = 0.29$

ඒ අනුව, 5ට වඩාත් ආසන්න අගය 4.84යි. එමනිසා, 5හි වර්ගමූලය සඳහා ආසන්න අගයක් ලෙස 2.2 ගත හැකි ය. මෙසේ, යම් ධන නිඛිලයක වර්ගමූලය සඳහා දශමස්ථාන

එකකට නිවැරදි ව ලැබෙන අගයට එම සංඛ්‍යාවේ වර්ගමූලයේ "**පළමු දශමස්ථානයට සන්නිකර්ෂණය**"(හෝ, වඩාත් සරල ව, "**පළමු සන්නිකර්ෂණය**") යැයි කියනු ලැබේ.

මේ අනුව, 5හි වර්ගමූලය සඳහා පළමු සන්නිකර්ෂණය 2.2 වේ. ආසන්න අගය දැක්වීමේ දී $\approx$ සංකේතය යොදා ගැනේ. ඒ අනුව, $\sqrt{5} \approx 2.2$ ලෙස ද ලියා දැක්විය හැකි ය.

මේ ආකාරයෙන් ම හේතු දක්වමින්, ඉහත වගුව අනුසාරයෙන්, 6හි වර්ගමූලයේ පළමු සන්නිකර්ෂණය 2.4 බවත්, 7හි වර්ගමූලයේ පළමු සන්නිකර්ෂණය 2.6 බවත් නිගමනය කළ හැකි ය. එනම්,

$$\sqrt{6} \approx 2.4$$
$$\sqrt{7} \approx 2.6$$

යම් පූර්ණ වර්ගයක් නොවන ධන සංඛ්‍යාවක වර්ගමූලය සඳහා පළමු සන්නිකර්ෂණයක් සොයන නිශ්චිත ක්‍රමයක් පහත නිදසුන් මගින් උගෙන ගනිමු.

නිදසුන 1

$\sqrt{17}$ සඳහා පළමු දශමස්ථානයට සන්නිකර්ෂණය සොයන්න.
මුලින්ම 17 ඇත්තේ කුමන පූර්ණ වර්ග දෙක අතර දැයි සොයා ගත යුතු ය.

- 17 ට අඩු පූර්ණ වර්ග සංඛ්‍යා අතුරින් 17ට ආසන්නම පූර්ණ වර්ගය 16 වන අතර, 17ට වැඩි පූර්ණ වර්ග සංඛ්‍යා අතුරින් 17ට ආසන්නම පූර්ණ වර්ගය 25 වේ.

ඒ අනුව, $16 < 17 < 25$ ලෙස ලියමු.

- එම එක් එක් සංඛ්‍යාවල වර්ගමූලය ලියූ විට

$$\sqrt{16} < \sqrt{17} < \sqrt{25}$$
$$\therefore\ 4 < \sqrt{17} < 5$$

ඒ අනුව 17 හි වර්ගමූලය, 4ත් 5ත් අතර පිහිටයි.
එනම්, $\sqrt{17}$ හි අගය 4ත් 5ත් අතර වේ.

- 17 වඩා ආසන්න වන්නේ 16ට ද 25ට ද සොයා ගනිමු.
16ත් 17ත් අතර වෙනස 1 කි.
17ත් 25ත් අතර වෙනස 8 කි.

$\therefore$ 17 වඩා ආසන්න වන්නේ 16ට ය.
$\therefore \sqrt{17}$ හි අගය 5ට වඩා 4ට ආසන්න අගයක් වේ.

එමනිසා 4.1, 4.2, 4.3 හා 4.4 සංඛ්‍යා අතරින් එක් සංඛ්‍යාවක් $\sqrt{17}$ හි පළමු සන්නිකර්ෂණය වේ.

මේවා අතුරින් $\sqrt{17}$ ට ආසන්නම අගය සෙවීමට එක් එක් සංඛ්‍යාව වර්ග කරමු. මුල් සංඛ්‍යා දෙක වර්ග කළ විට

$$4.1 \times 4.1 = 16.81$$
$$4.2 \times 4.2 = 17.64$$

ලැබේ. 4.2^2 හි අගය 17 ඉක්මවා යන හෙයින් 4.3^2 හා 4.4^2 සෙවීම අනවශ්‍ය වේ. තව ද, 16.81 හා 17.64 සංඛ්‍යා අතුරින් 17 වඩා ආසන්න අගය 16.81 නිසා $\sqrt{17}$ හි පළමු සන්නිකර්ෂණය 4.1 වේ.

නිදසුන 2

$\sqrt{245}$ හි පළමු සන්නිකර්ෂණය සොයන්න.

$15^2 = 225$ ද $16^2 = 256$ ද බැවින්
$225 < 245 < 256$ ලෙස ලියාගන්න.

ඒ අනුව, $15 < \sqrt{245} < 16$

$\therefore$ $\sqrt{245}$ හි අගය 15ත් 16ත් අතර වේ.

245 වඩාත් ආසන්න වන්නේ 256ට බැවින් $\sqrt{245}$ හි අගය 15ට වඩා 16ට ආසන්න වේ. එනම්, එය 15.5, 15.6, 15.7, 15.8, 15.9 යන අගයන්ගෙන් එකකි. එම අගය නිර්ණය කරමු.

$$15.9 \times 15.9 = 252.81$$
$$15.8 \times 15.8 = 249.64$$
$$15.7 \times 15.7 = 246.49$$
$$15.6 \times 15.6 = 243.36$$

ඉහත අගය අතරින් 245ට වඩාත් ම ආසන්න අගය 246.49 වේ.

$\therefore$ $\sqrt{245}$ හි පළමු සන්නිකර්ෂණය 15.7 වේ.

2.1 අභ්‍යාසය

පහත දැක්වෙන එක් එක් සංඛ්‍යාවේ පළමු සන්නිකර්ෂණය සොයන්න.

(i) $\sqrt{5}$ (ii) $\sqrt{20}$ (iii) $\sqrt{67}$ (iv) $\sqrt{115}$ (v) $\sqrt{1070}$

2.2 බෙදීමේ ක්‍රමය මගින් වර්ගමූලය සෙවීම.

ඕනෑම ධන සංඛ්‍යාවක වර්ගමූලය සෙවිය හැකි ක්‍රමයක් දැන් සලකා බලමු. මෙම ක්‍රමය වර්ගමූලය සෙවීමේ බෙදීමේ ක්‍රමය (හෝ සාධාරණ ක්‍රමය) ලෙස හැඳින්වේ. නිදසුන් කිහිපයක් මගින් මෙම ක්‍රමය හදාරමු.

නිදසුන 1 1764 හි වර්ගමූලය සොයමු.

පියවර 1

1764 හි එකස්ථානයේ සිට වම් පසට ඉලක්කම් දෙක බැගින් පහත දැක්වෙන ආකාරයට වෙන් කරන්න.

17 64

පියවර 2

එසේ වෙන් කිරීමෙන් පසු මුලට එන ඉලක්කමෙන් හෝ ඉලක්කම් දෙකෙන් දැක්වෙන සංඛ්‍යාවට අඩු හෝ සමාන, ආසන්නම පූර්ණ වර්ගයේ වර්ග මූලය ඉරට උඩින් සහ ඉරට වම් පසින් පහත පරිදි ලියන්න.

$$\begin{array}{r|l} \multicolumn{1}{r}{} & 4 \\ \cline{2-2} 4 & 17\ \ 64 \end{array}$$

පියවර 3

ඉරට උඩින් ඇති සංඛ්‍යාවේ හා වම් පැත්තේ ඇති සංඛ්‍යාවේ ගුණිතය වන 4 x 4 පහත දක්වා ඇති පරිදි පහළින් ලියා අඩු කරන්න.

$$\begin{array}{r|l} \multicolumn{1}{r}{} & 4 \\ \cline{2-2} 4 & 17\,64 \\ & \underline{16} \\ & \ \ 1 \end{array}$$

පියවර 4

දැන් ඊළඟ සංඛ්‍යා යුගලය වන 64 පහත දැක්වෙන පරිදි ලියන්න.

$$\begin{array}{r|l} \multicolumn{1}{r}{} & 4 \\ \cline{2-2} 4 & 17\,64 \\ & \underline{16} \\ & \ \ 1\,64 \end{array}$$

පියවර 5

ඉරට උඩින් ඇති සංඛ්‍යාවේ දෙගුණය වන 8 පහත පෙන්වා ඇති පරිදි වම් පසින් ලියන්න. තව ද, එකස්ථානයේ අගය සඳහා හිස් තැනක් තබන්න.

$$\begin{array}{r|l} & \quad\boxed{4} \\ \cline{2-2} 4 & 17\ 64 \\ & \underline{16} \\ 4\times 2=8 \rightarrow 8\ \square & \ \ 1\ 64 \end{array}$$

පියවර 6

ඉරට උඩින් 4ට දකුණු පසින් හා ඉරට වම් පසින් හිස්තැන් තැබූ ස්ථානයට එකම ඉලක්කම යොදන්න. ඉලක්කම තෝරා ගත යුත්තේ 8 $\square \times \square$ = 164 හෝ 164ට අඩු, ආසන්නම අගය ලැබෙන පරිදිය.

$$\begin{array}{r|r} & 4\ \boxed{2} \\ \cline{2-2} 4 & 17\ 64 \\ & \underline{16\quad\ } \\ 8\ \boxed{2} & 1\ 64 \\ & \underline{1\ 64} \\ & 0 \end{array}$$

ඒ අනුව $\sqrt{1764} = \underline{\underline{42}}$ වේ.

දශම සංඛ්‍යාවක වර්ගමූලය සෙවීමේ දී දශම තිතේ සිට දෙපසට සංඛ්‍යා දෙක බැගින් පහත දැක්වෙන ලෙස වෙන් කරන්න.

$$\begin{array}{rcl} 3.61 & \longrightarrow & 3.\ 61 \\ 12.321 & \longrightarrow & 12.\ 32\ 10 \\ 143.456 & \longrightarrow & 1\ 43.\ 45\ 60 \end{array}$$

නිදසුන 2

$\sqrt{3.61}$ හි අගය සොයන්න.

$$\begin{array}{r|l} & 1.\ \boxed{9} \\ \cline{2-2} 1 & 3.\ 61 \\ & \underline{1\qquad} \\ 1\times 2=2 \rightarrow 2\ \boxed{9} & 2\ \ 61 \\ & \underline{2\ \ 61} \\ & \quad\ 00 \end{array}$$

$$\therefore \sqrt{3.61} = \underline{\underline{1.9}}$$

නිදසුන 3

$\sqrt{2737}$ හි අගය දශමස්ථාන දෙකකට නිවැරදිව සොයන්න.

මෙහිදී දශමස්ථාන තුනක් දක්වා සොයා එය දශමස්ථාන දෙකකට වැටයිය යුතු ය. දශමස්ථාන තුනක් දක්වා සෙවීමට නම් දශම තිතෙන් පසු බින්දු යුගල තුනක් වෙන්කළ යුතු ය.

		5 $\boxed{2}$. $\boxed{3}$ $\boxed{1}$ $\boxed{6}$
	5	27 37. 00 00 00
		25
5 x 2 = 10	→ 10 $\boxed{2}$	2 37
		2 04
52 x 2 = 104	→ 104 $\boxed{3}$	33 00
		31 29
523 x 2 = 1046	→ 1046 $\boxed{1}$	1 71 00
		1 04 61
5231 x 2 = 10462	→ 10462 $\boxed{6}$	66 39 00
		62 77 56
		3 61 44

$\therefore \sqrt{2733} \approx \underline{\underline{52.32}}$

නිදසුන 4

$\sqrt{3.421}$ හි අගය දශමස්ථාන දෙකකට නිවැරදිව සොයන්න.

ඉහත නිදසුනේ පරිදි ම මෙහිදී ද දශමස්ථාන තුනකට සොයා එය දශමස්ථාන දෙකකට වටයමු. ඒ සඳහා දශමස්ථානවල සංඛ්‍යාංක යුගල තුනක් වෙන්කළ යුතු ය.

	1. $\boxed{8}$ $\boxed{4}$ $\boxed{9}$
1	3. 42 10 00
	1
2 $\boxed{8}$	2 42
	2 24
36 $\boxed{4}$	18 10
	14 56
368 $\boxed{9}$	3 54 00
	3 32 01
	21 99

$\therefore \sqrt{3.421} \approx \underline{\underline{1.85}}$

2.2 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් සංඛ්‍යාවේ වර්ගමූලය සොයන්න.

(i) 676 (ii) 1024 (iii) 2209 (iv) 2809 (v) 3721

2. දශමස්ථාන එකකට නිවැරදිව අගය සොයන්න.

(a)

(i) $\sqrt{8}$ (ii) $\sqrt{19}$ (iii) $\sqrt{26}$

(iv) $\sqrt{263}$ (v) $\sqrt{2745}$ (vi) $\sqrt{3630}$

(b)

(i) $\sqrt{5.4}$ (ii) $\sqrt{3.45}$ (iii) $\sqrt{15.3}$ (iv) $\sqrt{243.2}$

(v) $\sqrt{4061.3}$ (vi) $\sqrt{85.124}$ (vii) $\sqrt{0.0064}$ (viii) $\sqrt{0.000144}$

2.3 ගැටලු විසඳීම සඳහා වර්ගමූලය යොදා ගැනීම

නිදසුන 1

වර්ගඵලය 441 cm^2 වූ සමචතුරස්‍රයක පාදයක දිග සොයන්න.

(පාදයක දිග)^2 = සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය

∴ සමචතුරස්‍රයේ පාදයක දිග = $\sqrt{\text{සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය}}$

සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය = 441 cm^2

∴ සමචතුරස්‍රයේ පාදයක දිග = $\sqrt{441}$ cm

= <u>21 cm</u>

$$
\begin{array}{r|l}
 & 2\ \ 1 \\
\hline
2 & 4\ 41 \\
 & 4 \\
\hline
41 & 0\ 41 \\
 & \ \ \ 41 \\
\hline
 & \ \ \ 00
\end{array}
$$

නිදසුන 2

සමචතුරස්‍රාකාර ගෙබිමක් සම්පූර්ණයෙන් වැසෙන සේ වර්ගඵලය 900 cm^2 වූ සමචතුරස්‍රාකාර පිඟන් ගඩොල් 324ක් අල්ලා ඇත. ගෙබිමේ පැත්තක දිග සොයන්න.

එක් පේළියක ඇති පිඟන් ගඩොල් ගණන $= \sqrt{324}$

$= 18$

පිඟන් ගඩොලක පැත්තක දිග $= \sqrt{900}$ cm

$= 30$ cm

ගෙබිමේ පැත්තක දිග $= 18 \times 30$ cm

$= 540$ cm

$= \underline{5.4 \text{ m}}$

2.3 අභ්‍යාසය

1. වර්ගඵලය 1225 cm^2 වූ සමචතුරස්‍රාකාර කාඩ්බෝඩ් කැබැල්ලක පැත්තක දිග කොපමණ ද?

2. පාද 27 cm සහ 12 cm වූ සෘජුකෝණාස්‍රයකට වර්ගඵලයෙන් සමාන වූ සමචතුරස්‍රයක පාදයක දිග කොපමණ ද?

3. ළමුන් 196ක් සරඹ සංදර්ශනයක් සඳහා පේළි ගණන හා තීර ගණන සමාන වන සේ සිටුවා ඇත. පේළියක සිටින ළමුන් ගණන කොපමණ ද?

4. ඝනකයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය 1350 cm^2කි. ඝනකයේ පැත්තක දිග සොයන්න.

5. සෘජුකෝණාස්‍රාකාර මංතීරුවක් සකස් කර ඇත්තේ සමචතුරස්‍රාකාර පැතලි මූණතක් ඇති බිම් ඇතුරුම් ගල් දහයේ පේළි 200ක් ඇල්ලීමෙනි. බිම් ඇතිරුම් ගලක පැතලි මුහුණතෙහි වර්ගඵලය 231.04 cm^2 නම් මංතීරුවේ දිග හා පළල කොපමණ ද?

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

1. අගය දශමස්ථාන දෙකකට නිවැරදි ව සොයන්න.
   (i) $\sqrt{3669}$ (ii) $\sqrt{4302}$ (iii) $\sqrt{22.79}$ (iv) $\sqrt{0.1296}$ (v) $\sqrt{5.344}$

2. සෘජුකෝණාස්‍රාකාර බිමක දිග හා පළල පිළිවෙලින් 25 m හා 12 m වේ. බිමෙහි එක් මුල්ලක සිටින ළමයෙකුට ප්‍රතිවිරුද්ධ මුල්ලට යාමට ගමන් කළ යුතු අවම දුර ආසන්න මීටරයට සොයන්න.

3. සමද්විපාද සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක කර්ණයේ දිග සෙන්ටිමීටර 12 ක් නම් ඉතිරි පාදයක දිග සොයන්න (පිළිතුර දශම ස්ථාන දෙකකට නිවැරදිව දක්වන්න).

4. 9, 16, 25, ... සංඛ්‍යා රටාවෙහි 729 වන්නේ කීවන පදය ද?