වර්ගඵලය

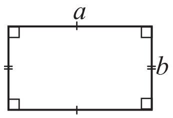
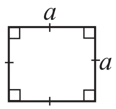
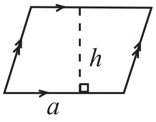
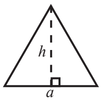
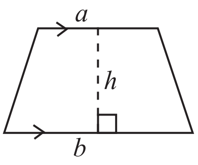
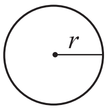
මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට

- කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩවල වර්ගඵල සෙවීමට,
- කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ ඇතුළත් තල රූපවල වර්ගඵලය ආශ්‍රිත ගැටලු විසඳීමට

හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

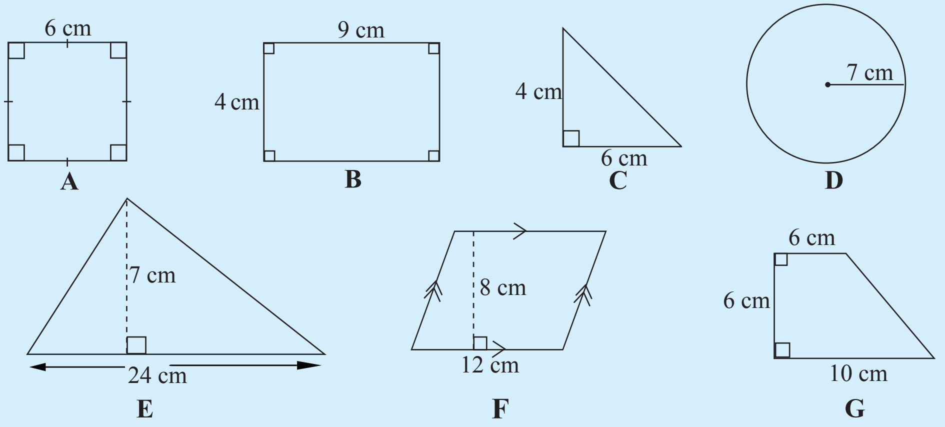
තල රූපවල වර්ගඵලය

වර්ගඵලය යටතේ ඔබ මීට පෙර උගත් විෂය කරුණු නැවත සිහිපත් කර ගනිමු.

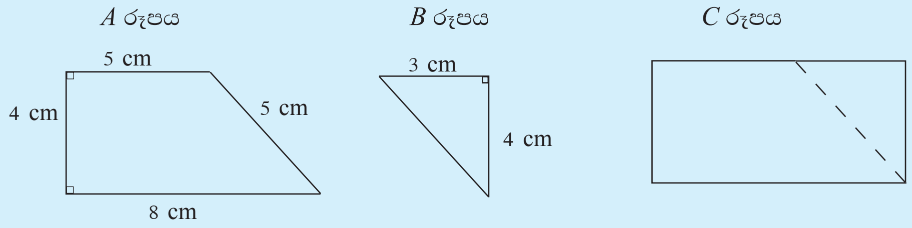
නම	තල රූපය	වර්ගඵලය ගණනය කරන ආකාරය	වර්ගඵලය (A) සඳහා සූත්‍රය
සෘජුකෝණාස්‍රය		දිග × පළල	$A = a \times b$
සමචතුරස්‍රය		(පාදයක දිග)^2	$A = a^2$
සමාන්තරාස්‍රය		ආධාරකය × ලම්බ උස	$A = a \times h$
ත්‍රිකෝණය		$\frac{1}{2}$ × ආධාරකය × ලම්බ උස	$A = \frac{1}{2} \times a \times h$
ත්‍රපීසියම		$\frac{1}{2}$ × සමාන්තර පාද දෙකේ දිගෙහි එකතුව × ලම්බ උස	$A = \frac{1}{2}(a+b) \times h$
වෘත්තය		π × (අරය)^2	$A = \pi r^2$

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

1. පහත දී ඇති එක් එක් තල රූපයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

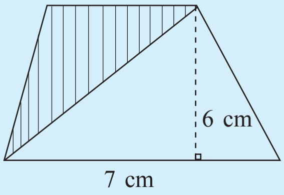


2. පහත දී ඇති A හා B රූපවලින් දැක්වෙන ත්‍රපීසියම හා ත්‍රිකෝණය එක් වීමෙන් C රූපයේ දැක්වෙන සෘජුකෝණාස්‍රය සෑදී ඇත.

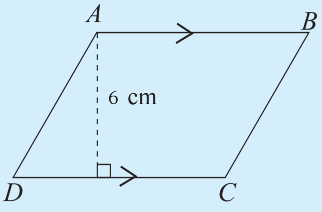


(i) A රූපයේ දැක්වෙන ත්‍රපීසියමේ වර්ගඵලය සොයන්න.
(ii) B රූපයේ දැක්වෙන ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය සොයන්න.
(iii) C රූපයේ දැක්වෙන සෘජුකෝණාස්‍රයේ වර්ගඵලය A හා B රූපවල වර්ගඵල ඇසුරෙන් සොයන්න.

3. රූපයේ දක්වා ඇත්තේ ත්‍රිකෝණ දෙකක් එක් වීමෙන් සෑදුණ වර්ගඵලය 33 cm^2 වූ ත්‍රපීසියමකි. එහි අඳුරු කර ඇති ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

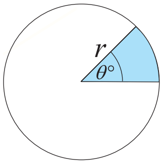


4. පහත රූපයේ දැක්වෙන්නේ වර්ගඵලය වර්ග සෙන්ටිමීටර 120ක් වූ සමාන්තරාස්‍රයකි. එහි පරිමිතිය 64 cm වේ. දී ඇති තොරතුරු ඇසුරෙන් එහි,
(i) CD පාදයේ දිග
(ii) BC පාදයේ දිග
සොයන්න.

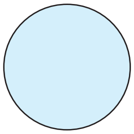
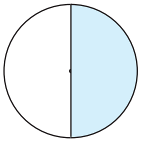
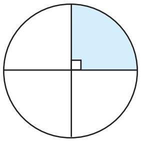
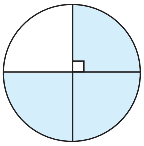
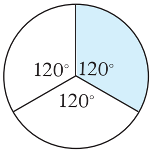
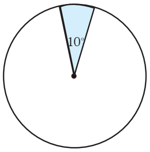
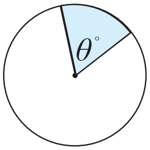


6.1 කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක වර්ගඵලය

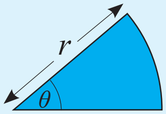
කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක පරිමිතිය සොයන ආකාරය පරිමිතිය පාඩම යටතේ විමසා බැලුවෙමු. දැන්, කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක වර්ගඵලය සොයන ආකාරය විමසා බලමු.



පහත වගුවේ දැක්වෙන්නේ කේන්ද්‍රික කෝණය විශේෂ අගයන් ගන්නා අවස්ථා ගණනාවක දී එම කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය සොයා ඇති ආකාරය යි.

කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩය	අඳුරු කළ කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩය වෘත්තයෙන් භාගයක් ලෙස	කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය
	1	πr^2
	$\frac{1}{2}$	$\pi r^2 \times \frac{1}{2}$
	$\frac{1}{4}$	$\pi r^2 \times \frac{1}{4}$
	$\frac{3}{4}$	$\pi r^2 \times \frac{3}{4}$
	$\frac{1}{3}$	$\pi r^2 \times \frac{1}{3}$
	$\frac{10}{360}$	$\pi r^2 \times \frac{10}{360}$
	$\frac{\theta}{360}$	$\pi r^2 \times \frac{\theta}{360}$

වගුවේ දී ඇති රටාව අනුගමනය කළ විට,
අරය r වන හා කේන්ද්‍ර කෝණය θ° වන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක



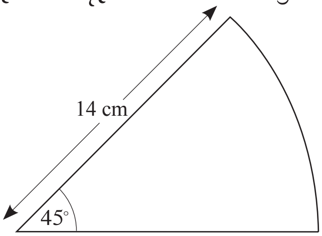
කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය $\pi r^2 \times \frac{\theta}{360}$ වේ.

මෙම ප්‍රතිඵලය භාවිතයෙන් කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක වර්ගඵලය සොයන අයුරු නිදසුන් ඇසුරෙන් විමසා බලමු.

මෙම පරිච්ඡේදයේ අඩංගු නිදසුන් හා අභ්‍යාසවලදී π හි අගය $\frac{22}{7}$ ලෙස සලකනු ලැබේ.

නිදසුන 1

පහත රූපයේ දැක්වෙන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය සොයන්න.



$$\text{වර්ගඵලය} = \pi r^2 \times \frac{45}{360}$$

$$= \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \times \frac{45}{360}$$

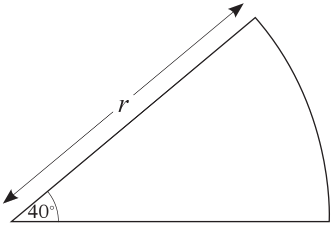
$$= 77$$

එනම්, වර්ගඵලය 77 cm^2 වේ.

නිදසුන 2

රූපයේ දැක්වෙන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය $17\frac{1}{9}\,cm^2$ නම්, එහි අරය සොයන්න.

අරය සෙන්ටිමීටර r ලෙස ගනිමු.



$$\text{වර්ගඵලය} = \pi r^2 \times \frac{40}{360}$$

$$17\frac{1}{9} = \frac{22}{7} \times r^2 \times \frac{1}{9}$$

$$\frac{154}{9} = \frac{22}{7} \times r^2 \times \frac{1}{9}$$

$$r^2 = \frac{154 \times 7}{22}$$

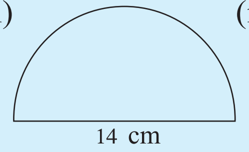
$$\therefore \quad r = 7$$

එනම්, අරය 7 cm වේ.

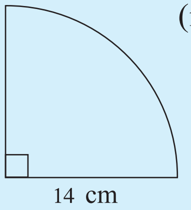
6.1 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

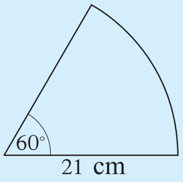
(i)



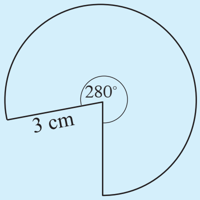
(ii)



(iii)

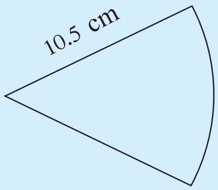


(iv)

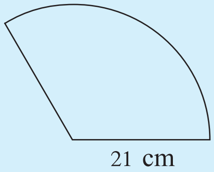


2. පහත දී ඇති කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩවල වර්ගඵල පිළිවෙළින් 77 cm^2 හා 462 cm^2 වේ. එක් එක් කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ කේන්ද්‍ර කෝණය සොයන්න.

(i)

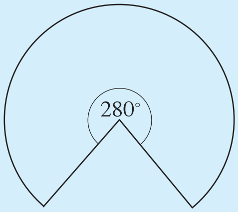


(ii)

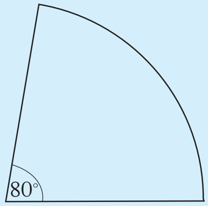


3. පහත දී ඇති එක් එක් කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵල පිළිවෙළින් 792 cm^2 හා $6\frac{2}{7}$ cm^2 වේ. එම එක් එක් කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ අරය සොයන්න.

(i)



(ii)

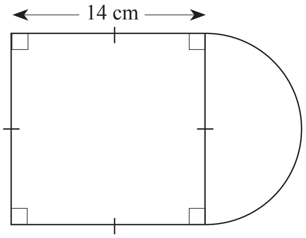


6.2 කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ ආශ්‍රිත තල රූප

කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ සමග සෘජුකෝණාස්‍ර, ත්‍රිකෝණ වැනි සරල තල රූප සම්බන්ධ වීමෙන් සෑදෙන තල රූපවල වර්ගඵල පිළිබඳ සලකා බලමු.

නිදසුන 1

පහත දැක්වෙන්නේ සමචතුරස්‍රයක් හා අර්ධ වෘත්තයක් සම්බන්ධ ව සෑදී ඇති තල රූපයකි. එහි වර්ගඵලය සොයන්න.



සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය $= 14 \times 14$

$= 196\ cm^2$

අර්ධ වෘත්තයේ විෂ්කම්භය සමචතුරස්‍රයේ පැත්තක දිගට සමාන නිසා, වෘත්තයේ අරය $= 14 \div 2 = 7$

අර්ධ වෘත්තයේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times \pi r^2$

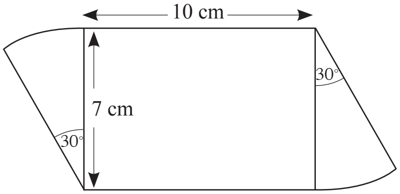
$= \frac{1}{\cancel{2}_1} \times \frac{\cancel{22}^{11}}{\cancel{7}_1} \times \cancel{7}^1 \times 7 = 77 cm^2$

$\therefore$ සංයුක්ත රූපයේ වර්ගඵලය $= 196\ cm^2 + 77\ cm^2$

$= \underline{\underline{273\ cm^2}}$

නිදසුන 2

පහත රූපයේ දැක්වෙන්නේ සෘජුකෝණාස්‍රයක් සහ කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ දෙකක් එක් වීමෙන් සැදුණු තල රූපයකි. එහි වර්ගඵලය සොයන්න.



සෘජුකෝණාස්‍රයේ වර්ගඵලය $= 10 \times 7$

$= 70\ cm^2$

කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය $= \pi r^2 \times \frac{30}{360}$

$= \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times \frac{30}{360}$

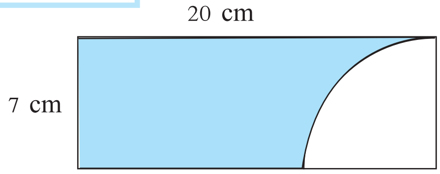
$= \frac{77}{6}\ cm^2$

කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ දෙකේම වර්ගඵලය $= \frac{77}{6}\ cm^2 \times 2 = \frac{77}{3} = 25\frac{2}{3}\ cm^2$

සංයුක්ත තල රූපයේ වර්ගඵලය $= 70 cm^2 + 25\frac{2}{3}\ cm^2$

$= \underline{\underline{95\frac{2}{3} cm^2}}$

නිදසුන 3



සෘජුකෝණාස්‍රාකාර තහඩුවකින්, වෘත්ත කාලක කොටසක් ඉවත් කළ විට ඉතිරි වන කොටස රූපයේ අඳුරු කොට ඇත. එම අඳුරු කළ කොටසේ වර්ගඵලය දී ඇති දත්ත ඇසුරෙන් සොයන්න.

සෘජුකෝණාස්‍රයේ වර්ගඵලය $= 20 \times 7$

$= 140 \text{ cm}^2$

කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය $= \pi r^2 \times \frac{90}{360}$

$= \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times \frac{90}{360}$

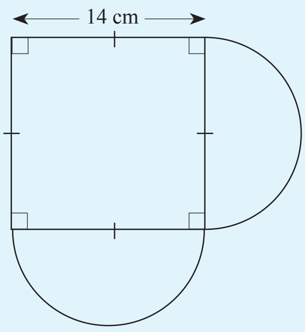
$= 38.5 \text{ cm}^2$

එමනිසා අඳුරු කළ කොටසේ වර්ගඵලය $= 140 - 38.5$

$= 101.5 \text{ cm}^2$

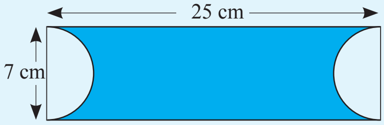
6.2 අභ්‍යාසය

1. පහත රූපයේ දැක්වෙන්නේ සමචතුරස්‍රයකට, අර්ධ වෘත්තාකාර කොටස් දෙකක් සම්බන්ධ කර සාදා ගත් සංයුක්ත තල රූපයකි. පහත දැක්වෙන දෑ සොයන්න.



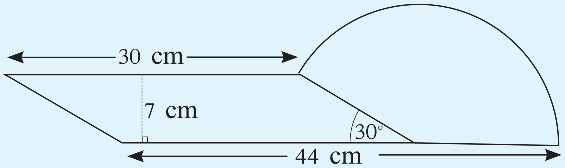
(i) සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය
(ii) අර්ධ වෘත්තාකාර කොටසක අරය
(iii) අර්ධ වෘත්තාකාර කොටස් දෙකෙහි සම්පූර්ණ වර්ගඵලය
(iv) සංයුක්ත රූපයේ වර්ගඵලය

2. සෘජුකෝණාස්‍රාකාර කඩදාසියකින් අර්ධ වෘත්තාකාර කොටස් දෙකක් ඉවත් කිරීමෙන් අඳුරු කළ කොටස ලැබී ඇත.



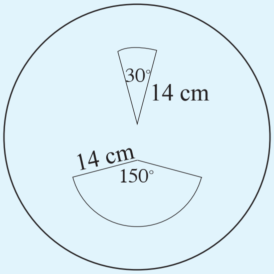
(i) සෘජුකෝණාස්‍රාකාර කොටසේ වර්ගඵලය සොයන්න.
(ii) අර්ධ වෘත්තාකාර කොටස් දෙකෙහි සම්පූර්ණ වර්ගඵලය සොයන්න.
(iii) අඳුරු කළ කොටසේ වර්ගඵලය සොයන්න.

3. රූපයේ දැක්වෙන්නේ සමාන්තරාස්‍රයක් හා කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක් එක් වීමෙන් සෑදුණ තල රූපයකි.

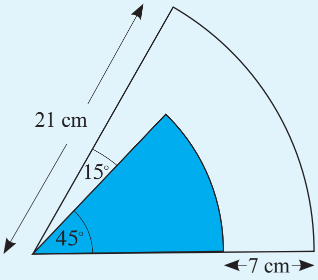


(i) සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය සොයන්න.
(ii) කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය සොයන්න.
(iii) සංයුක්ත රූපයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

4. රූපයේ දැක්වෙන්නේ අරය 28 cm වූ වෘත්තාකාර තහඩුවකි. රූපයේ පෙන්වා ඇති කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ දෙක කපා ඉවත් කිරීමට නියමිත ය. එම කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ දෙක කපා ඉවත් කළ පසු ඉතිරි වන කොටසේ වර්ගඵලය සොයන්න.

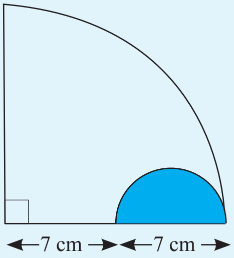


5. කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ දෙකක් සහිත රූපයක් පහත දැක්වේ.



කුඩා හා විශාල කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ 2හි වර්ගඵල අතර අනුපාතය 1 : 3 වන බව පෙන්වන්න.

6. රූපයේ දී ඇති මිනුම් අනුව, අඳුරු නොකළ කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය, අඳුරු කළ කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය මෙන් 7 ගුණයක් වන බව පෙන්වන්න.



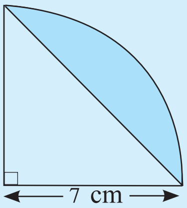
සාරාංශය

අරය r හා කේන්ද්‍රයේ කෝණය θ වන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක වර්ගඵලය $\pi r^2 \times \frac{\theta}{360}$ වේ.

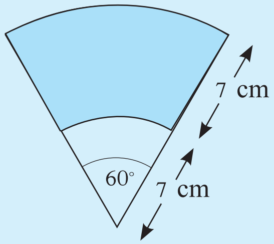
මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩවලින් සැදී එක් එක් රූපයේ අඳුරු කර ඇති කොටසේ වර්ගඵලය සොයන්න.

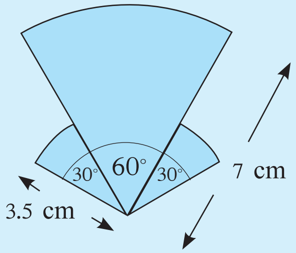
(i)



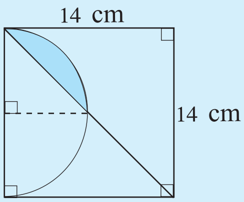
(ii)



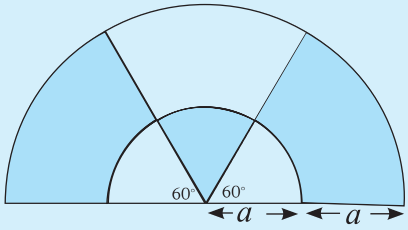
(iii)



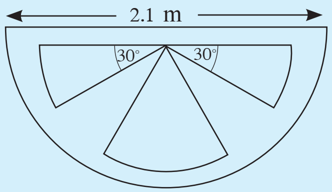
2. අඳුරු කළ කොටසේ වර්ගඵලය සොයන්න.



3. අඳුරු නොකළ හා කළ කොටස්වල වර්ගඵල අතර අනුපාතය 5 : 7 වන බව පෙන්වන්න.



4. සමරු ඵලකයක් ඉදිරිපස බිමෙහි යොදා ඇති නිර්මාණයක දළ සටහනක් රූපයේ දැක්වේ. එහි අර්ධ වෘත්තාකාර කොටස තුළ ඇති කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ ආකාර කොටස් 3හි තණකොළ වවා ඇති අතර ඉතිරි කොටසේ සුදු වැලි අතුරා ඇත. සෑම කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයකම අරය 84 cm බැගින් වේ.



(i) අර්ධ වෘත්තාකාර කොටසේ අරය සෙන්ටිමීටර කීය ද?

(ii) අර්ධ වෘත්තාකාර කොටසේ වර්ගඵලය වර්ග සෙන්ටිමීටරවලින් සොයන්න.

(iii) කේන්ද්‍ර කෝණය 30° වන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක වර්ගඵලය සොයන්න.

(iv) විශාල කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය කුඩා කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක දෙකෙහි වර්ගඵලවල එකතුවට වඩා වර්ග සෙන්ටිමීටර 1848කින් වැඩි වේ නම්, එහි කේන්ද්‍ර කෝණයේ අගය සොයන්න.