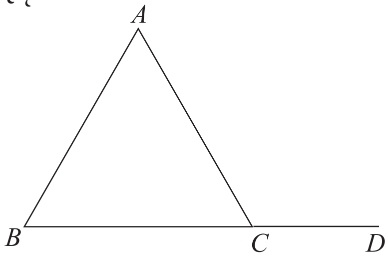
# 8 ත්‍රිකෝණ I

**මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට**

ත්‍රිකෝණයක කෝණ සම්බන්ධ ප්‍රමේයන් ඇසුරෙන් අනුමේයන් සාධනය කිරීමට හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

## 8.1 ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර හා බාහිර කෝණ

පහත රූපයේ දැක්වෙන $ABC$ ත්‍රිකෝණය තුළ පිහිටි $A\hat{C}B$ $A\hat{B}C$ හා $B\hat{A}C$ යන කෝණ $ABC$ ත්‍රිකෝණයේ අභ්‍යන්තර කෝණ (හෝ, කෙටියෙන්, ත්‍රිකෝණයේ කෝණ) ලෙස හැඳින්වේ.




$ABC$ ත්‍රිකෝණයේ $BC$ පාදය, රූපයේ දැක්වෙන ආකාරයට $D$ තෙක් දික් කර ඇත. එවිට, සෑදෙන $A\hat{C}D$ යනු ත්‍රිකෝණයේ **බාහිර කෝණයකි**. $BCD$ යනු එකම සරල රේඛාවක් නිසා, $A\hat{C}B$ යනු $A\hat{C}D$ ට පරිපූරක බද්ධ කෝණයයි.

එම $A\hat{C}B$ හැර ත්‍රිකෝණයෙහි අනෙක් කෝණ දෙක වන $B\hat{A}C$ හා $A\hat{B}C$ ට $A\hat{C}D$ බාහිර කෝණයෙහි **අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ** යැයි කියනු ලැබේ. මේ ආකාරයට ම ත්‍රිකෝණයේ ඉතිරි පාද දික් කිරීමෙන් සෑදෙන බාහිර කෝණවලට අදාළ ව ද අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ යුගල බැගින් පවතී.

පහත දැක්වෙන ප්‍රමේයයෙන් ත්‍රිකෝණයක බාහිර කෝණයක් හා එහි අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ අතර සම්බන්ධයක් දැක්වේ.

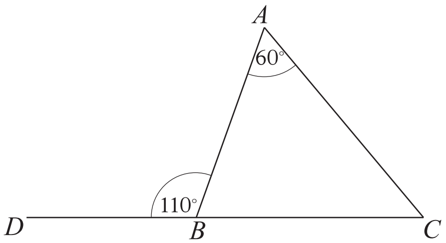
**ප්‍රමේයය: ත්‍රිකෝණයක ඕනෑම පාදයක් දික් කිරීමෙන් සෑදෙන බාහිර කෝණය එහි අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ දෙකේ එකතුවට සමාන වේ.**

ඒ අනුව, ඉහත $ABC$ ත්‍රිකෝණය සඳහා,

$$A\hat{C}D = A\hat{B}C + B\hat{A}C$$

මෙම ප්‍රමේයය යොදා ගනිමින්, ගැටලු විසඳන ආකාරය සලකා බලමු.

**නිදසුන 1**




රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු අනුව, $A\hat{C}B$ හි අගය සොයන්න.

ඉහත ප්‍රමේයයට අනුව,

$B\hat{A}C + A\hat{C}B = A\hat{B}D$ (අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණවල එකතුව = බාහිර කෝණය)

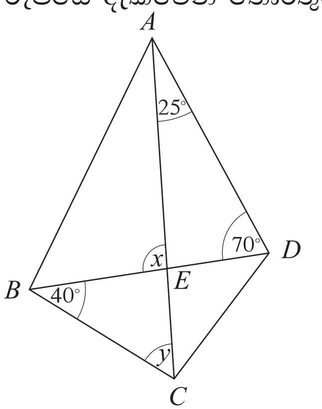
$\therefore A\hat{C}B + 60^\circ = 110^\circ$

$\therefore A\hat{C}B = 110^\circ - 60^\circ$

$\underline{\underline{A\hat{C}B = 50^\circ}}$

**නිදසුන 2**

රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු අනුව $A\hat{E}B$ හා $B\hat{C}E$ අගය සොයන්න.




$A\hat{E}B = x$ හා

$B\hat{C}E = y$ ලෙස ගනිමු.

$A\hat{E}B$ යනු $AED$ ත්‍රිකෝණයේ බාහිර කෝණයක් බව පැහැදිලි ය.

ඒ අනුව, $x = 25^\circ + 70^\circ$ (බාහිර කෝණය = අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණවල එකතුව)

$= \underline{\underline{95^\circ}}$

තවද $A\hat{E}B$ යනු $BCE$ ත්‍රිකෝණයේ බාහිර කෝණයක් නිසා,

$y + 40^\circ = x$ (බාහිර කෝණය = අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණවල එකතුව)

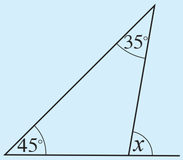
$\therefore y + 40^\circ = 95^\circ$

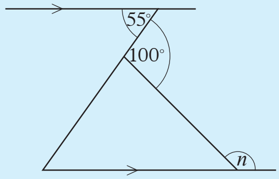
$\therefore y = 95^\circ - 40^\circ$

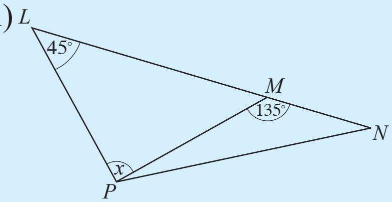
$\underline{\underline{y = 55^\circ}}$

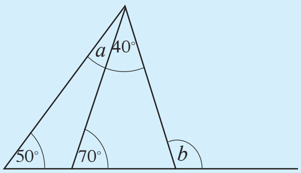
## 8.1 අභ්‍යාසය

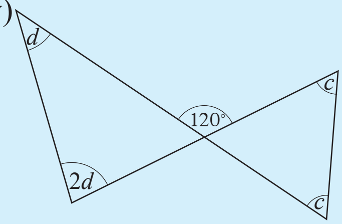
1. පහත දැක්වෙන එක් එක් රූප සටහනෙහි අඥාත මගින් දැක්වෙන කෝණයේ අගය සොයන්න.

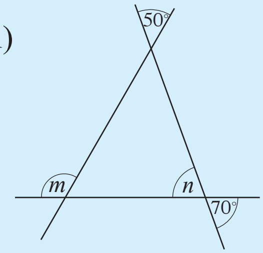
(i)



(ii)


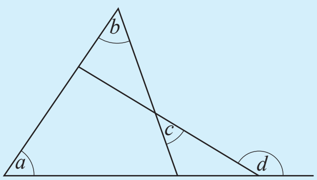

(iii)


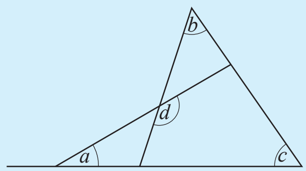

(iv)



(v)



(vi)


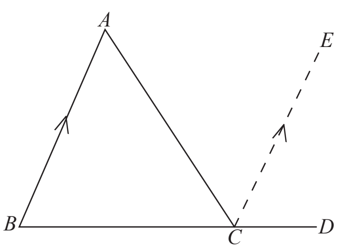

2. පහත දැක්වෙන එක් එක් රූප සටහනෙහි දී ඇති තොරතුරුවලට අනුව, $a, b$ හා $c$ ඇසුරෙන් $d$ හි අගය ප්‍රකාශ කරන්න.

(i)



(ii)



## 8.2 ත්‍රිකෝණයක බාහිර කෝණ ප්‍රමේයයේ විධිමත් සාධනය හා එහි භාවිත

විධිමත් සාධනය:




දත්තය : $ABC$ ත්‍රිකෝණයේ $BC$ පාදය $D$ තෙක් දික් කර තිබේ

සාධනය කළ යුත්ත: $A\hat{C}D = A\hat{B}C + B\hat{A}C$ බව

නිර්මාණය : $BA$ ට සමාන්තරව $C$ හරහා $CE$ ඇඳීම.

සාධනය :

$$E\hat{C}D = A\hat{B}C \qquad (BA // CE \text{ නිසා අනුරූප කෝණ}) \text{ ——— } ①$$

$$A\hat{C}E = B\hat{A}C \qquad (BA // CE \text{ නිසා ඒකාන්තර කෝණ}) \text{ ——— } ②$$

① හා ② න්

$$E\hat{C}D + A\hat{C}E = A\hat{B}C + B\hat{A}C \qquad (\text{ප්‍රත්‍යක්ෂ භාවිතයෙන්})$$

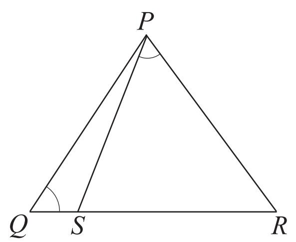
නමුත් රූපයට අනුව; $E\hat{C}D$ හා $A\hat{C}E$ බද්ධ කෝණ යුගලයේ එකතුව $A\hat{C}D$ වේ.

$$\therefore \underline{\underline{A\hat{C}D = A\hat{B}C + B\hat{A}C}}$$

විධිමත් ව සාධනය කළ බාහිර කෝණ ප්‍රමේයය සමඟ මෙතෙක් උගත් වෙනත් ප්‍රමේයයන් ද යොදා ගැනීමෙන්, අනුමේයය සාධනය කරමු.

**නිදසුන 1**

$PQR$ ත්‍රිකෝණයේ $QR$ පාදය මත $S$ ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇත්තේ $P\hat{Q}S = S\hat{P}R$ වන සේ ය. $Q\hat{P}R = P\hat{S}R$ බව සාධනය කරන්න.
මුලින් ම දී ඇති තොරතුරු ඇතුළත් කර දළ රූප සටහනක් අඳිමු.




සාධනය:
$PQS$ ත්‍රිකෝණයේ, $QS$ පාදය $R$ තෙක් දික් කිරීම නිසා, $P\hat{S}R$ යනු $PQS$ ත්‍රිකෝණයෙහි බාහිර කෝණයකි.

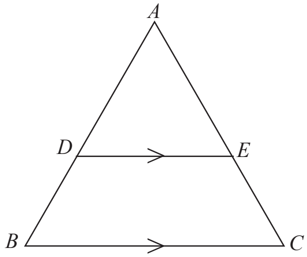
$$\therefore Q\hat{P}S + P\hat{Q}S = P\hat{S}R$$

$$\therefore Q\hat{P}S + S\hat{P}R = P\hat{S}R \quad (P\hat{Q}S = S\hat{P}R \text{ නිසා})$$

$$\text{නමුත් } \quad Q\hat{P}S + S\hat{P}R = Q\hat{P}R \quad (\text{බද්ධ කෝණ})$$

$$\therefore \underline{\underline{Q\hat{P}R = P\hat{S}R}} \quad (\text{ප්‍රත්‍යක්ෂ මගින්})$$

**නිදසුන 2**




රූප සටහනේ දැක්වෙන තොරතුරු අනුව $B\hat{A}C + A\hat{B}C = D\hat{E}C$ බව සාධනය කරන්න.

$C\hat{E}D$ යනු $ADE$ ත්‍රිකෝණයෙහි බාහිර කෝණයක් නිසා

$D\hat{E}C = D\hat{A}E + A\hat{D}E$

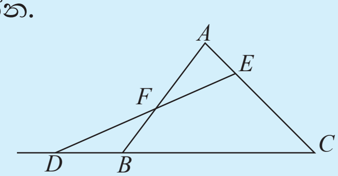
$D\hat{A}E$ හා $B\hat{A}C$ එකම කෝණ වන අතර

$A\hat{D}E = A\hat{B}C$ (අනුරූප කෝණ $DE//BC$)

එබැවින්, $\underline{\underline{D\hat{E}C = B\hat{A}C + A\hat{B}C}}$

**8.2 අභ්‍යාසය**

1. දී ඇති රූපයේ $B\hat{D}F = E\hat{A}F$ නම් $F\hat{B}C = F\hat{E}C$ බව සාධනය කිරීම සඳහා පහත දී ඇති හිස්තැන් සම්පූර්ණ කරන්න.




සාධනය: $FBC$ යනු $DBF$ ත්‍රිකෝණයෙහි බාහිර කෝණයක් නිසා

$F\hat{B}C = .... + ....$

නමුත් $B\hat{F}D = ....$ (ප්‍රතිමුඛ කෝණ)

හා $B\hat{D}F = ....$ (..........)

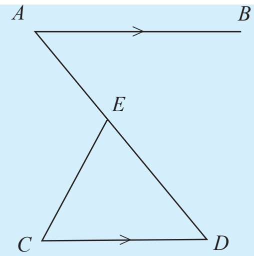
$\therefore F\hat{B}C = .... + ....$

තව ද $CEF$ යනු $AEF\Delta$ හි බාහිර කෝණයක් නිසා

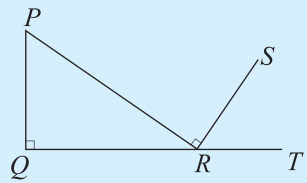
$F\hat{E}C = .... + ....$ (..........)

$\therefore \underline{\underline{F\hat{B}C = F\hat{E}C}}$

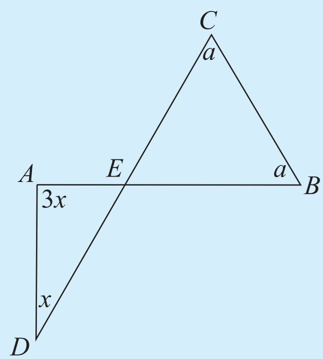
2. රූපයේ දැක්වෙන $AB$ හා $CD$ රේඛා එකිනෙකට සමාන්තර වේ. $A\hat{E}C = B\hat{A}D + E\hat{C}D$ බව සාධනය කරන්න.



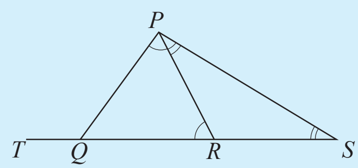

3. රූපයේ දැක්වෙන $P\hat{Q}R$ හා $P\hat{R}S$ සෘජුකෝණ වේ. $QRT$ එකම සරල රේඛාවක් නම්, $Q\hat{P}R = S\hat{R}T$ බව සාධනය කරන්න.




4. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි $AB$ හා $CD$ සරල රේඛා $E$ හි දී එකිනෙක ඡේදනය වේ. දී ඇති තොරතුරු අනුව $a = 2x$ බව පෙන්වන්න.




5. දී ඇති රූපයේ $P\hat{R}Q = Q\hat{P}R$ ද $R\hat{P}S = P\hat{S}R$ ද වේ. දී ඇති දත්ත අනුව $P\hat{Q}T = 4\,P\hat{S}R$ බව පෙන්වන්න. (ඉඟියː $P\hat{S}R = x$ ලෙස ගන්න)




6. $PQR$ ත්‍රිකෝණයේ $PQ$ට ලම්බව $RS$ ද $PR$ට ලම්බව $QT$ ද ඇත. $SR$ හා $QT$, $U$ හි දී එකිනෙක ඡේදනය වේ. $S\hat{Q}U = T\hat{R}U$ බව සාධනය කරන්න.

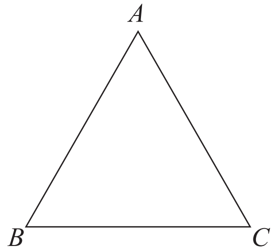
7. $ABC$ ත්‍රිකෝණයේ $BC$ පාදය $E$ තෙක් දික් කර තිබේ. $B\hat{A}C = C\hat{A}D$ වන සේත් $CE$ පාදය $D$ හි දී හමු වන සේ $AD$ ඇඳ ඇති අතර $B\hat{A}C = A\hat{B}C$ වේ.

(i) $A\hat{C}D = 2\,A\hat{B}C$ බව

(ii) $A\hat{D}E = 3\,A\hat{B}C$ බව

සාධනය කරන්න.

## 8.3 ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ සම්බන්ධ ප්‍රමේයය




$ABC$ ත්‍රිකෝණයේ අභ්‍යන්තර කෝණ $A\hat{B}C$, $B\hat{A}C$ හා $A\hat{C}B$ වේ. මෙම කෝණ තුනේ අගයන්ගේ එකතුව $180^\circ$ ක් බව අපි දනිමු. එය ප්‍රමේයයක් ලෙස මෙසේ දැක්වේ.

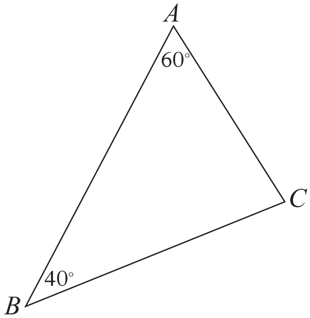
**ප්‍රමේයය: ඕනෑම ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ තුනෙහි එකතුව සෘජුකෝණ දෙකකි.**

එනම් ඉහත රූපයට අදාළ ව $A\hat{B}C + B\hat{A}C + A\hat{C}B = 180^\circ$

ඉහත ප්‍රමේයය යොදා ගනිමින් ගැටලු විසඳන අයුරු සලකා බලමු.

**නිදසුන 1**

රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු අනුව, $A\hat{C}B$ හි අගය සොයන්න.




$B\hat{A}C + A\hat{B}C + A\hat{C}B = 180^\circ$ (ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ ඓක්‍යය)

$\therefore\ 60^\circ + 40^\circ + A\hat{C}B = 180^\circ$

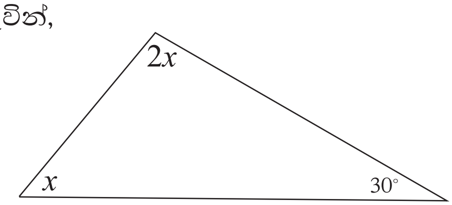
$A\hat{C}B = 180^\circ - 100^\circ$

$\therefore\ \underline{\underline{A\hat{C}B = 80^\circ}}$

**නිදසුන 2**

රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු භාවිතයෙන් $x$ හි අගය සොයන්න.

ත්‍රිකෝණයේ අභ්‍යන්තර කෝණ ඓක්‍යය $180^\circ$ බැවින්,




$\therefore\ x + 2x + 30^\circ = 180^\circ$

$\therefore\ 3x + 30^\circ = 180^\circ$

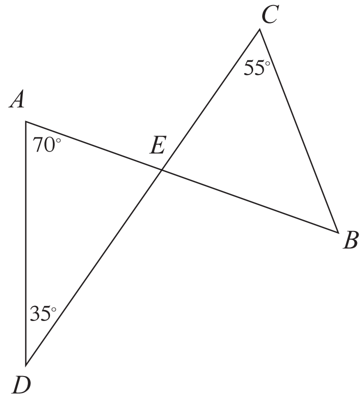
$\therefore\ 3x = 180^\circ - 30^\circ$

$3x = 150^\circ$

$\therefore\ \underline{\underline{x = 50^\circ}}$

**නිදසුන 3**

$AB$ හා $CD$ සරල රේඛා $E$ හි දී එකිනෙක ඡේදනය වේ. $A\hat{D}E = 35^\circ$, $D\hat{A}E = 70^\circ$ හා $E\hat{C}B = 55^\circ$ නම් $C\hat{B}E$ හි අගය සොයන්න.
මුලින් ම, දී ඇති තොරතුරු ඇතුළත් රූපය අඳින්න.




රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු අනුව,
$ADE$ ත්‍රිකෝණයේ,

$A\hat{D}E + D\hat{A}E + A\hat{E}D = 180^\circ$ (ත්‍රිකෝණ අභ්‍යන්තර කෝණ එකතුව)

$A\hat{E}D + 35^\circ + 70^\circ = 180^\circ$

$\therefore \quad A\hat{E}D = 180^\circ - 105^\circ$

$= 75^\circ$

නමුත් $\quad A\hat{E}D = B\hat{E}C$ (ප්‍රතිමුඛ කෝණ)

$\therefore \quad B\hat{E}C = 75^\circ$

දැන්, $BEC$ ත්‍රිකෝණයේ,

$B\hat{E}C + B\hat{C}E + C\hat{B}E = 180^\circ$ (ත්‍රිකෝණ අභ්‍යන්තර කෝණ එකතුව)

$C\hat{B}E = 180^\circ - (75^\circ + 55^\circ)$

$= 180^\circ - 130^\circ$

$= \underline{\underline{50^\circ}}$

**නිදසුන 4**

අභ්‍යන්තර කෝණ $55^\circ$, $60^\circ$ සහ $75^\circ$ වන ත්‍රිකෝණයක් පැවතිය හැකි දැයි නිර්ණය කරන්න.

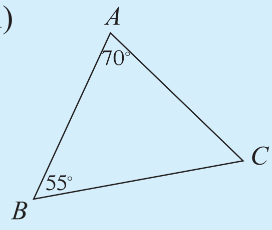
දී ඇති කෝණ තුනේ එකතුව $= 55^\circ + 60^\circ + 75^\circ$

$= 190^\circ$

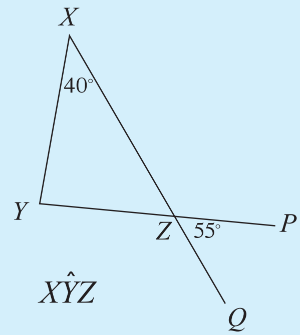
ඕනෑම ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ එකතුව $180^\circ$ක් විය යුතු යි. ඉහත කෝණ තුනේ එකතුව $180^\circ$ට අසමාන නිසා, දී ඇති කෝණ අභ්‍යන්තර කෝණ වන ත්‍රිකෝණයක් පැවතිය නොහැකි ය.

## 8.3 අභ්‍යාසය

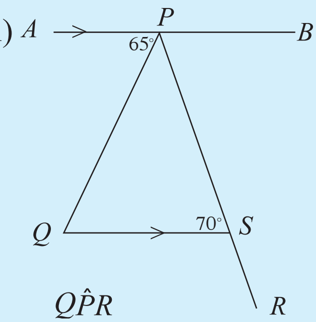
1. පහත දැක්වෙන එක් එක් රූප සටහන ඇසුරෙන්, එම රූප සටහනට පහළින් දක්වා ඇති එක් එක් කෝණයේ විශාලත්වය සොයන්න.

(i)



$A\hat{C}B$

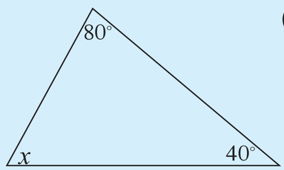
(ii)


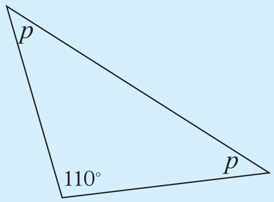

$X\hat{Y}Z$

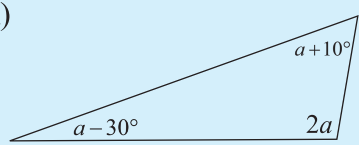
(iii)


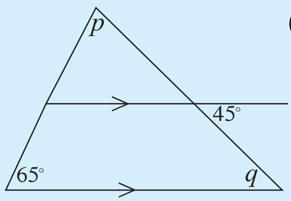

$Q\hat{P}R$

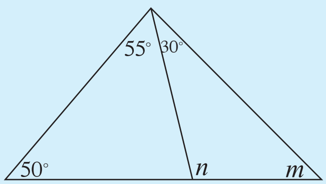
2. පහත දැක්වෙන එක් එක් රූපයේ ආඥාත මගින් දැක්වෙන කෝණවල අගය සොයන්න.

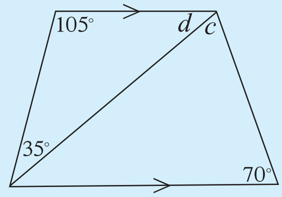
(i)



(ii)



(iii)



(iv)



(v)



(vi)


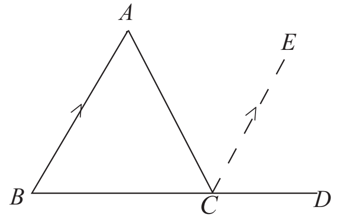

3. පහත දැක්වෙන එක් එක් කොටසේ දී ඇති එක් එක් කෝණ ත්‍රිත්වය අභ්‍යන්තර කෝණ වන ත්‍රිකෝණයක් පැවතිය හැකි දැයි නිර්ණය කරන්න.
   (i) $50°, 40°, 90°$ (ii) $70°, 30°, 75°$ (iii) $55°, 72°, 58°$
   (iv) $60°, 60°, 60°$ (v) $100°, 20°, 65°$ (vi) $53°, 49°, 78°$

4. ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ 2 : 3 : 4 අනුපාතයට පවතී. එහි එක් එක් කෝණයේ විශාලත්වය සොයන්න.

5. ත්‍රිකෝණයක විශාලම කෝණයේ අගය, කුඩාම කෝණයේ අගය මෙන් තුන් ගුණයක් ද, ඉතිරි කෝණයේ අගය, කුඩාම කෝණයේ අගය මෙන් දෙගුණයක් ද වේ. ත්‍රිකෝණයේ කෝණ වෙන වෙන ම සොයන්න.

## 8.4 ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ ඓක්‍යය සෘජුකෝණ දෙකක් වේ යන ප්‍රමේයයෙහි විධිමත් සාධනය හා එහි භාවිත

''ඕනෑම ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ එකතුව සෘජුකෝණ දෙකක් වේ'' යන ප්‍රමේයයේ, විධිමත් සාධනය පහත දැක්වේ.




දත්තය : $ABC$ ත්‍රිකෝණයකි

සා.ක.යු. : $A\hat{B}C + B\hat{A}C + A\hat{C}B = 180^\circ$ බව

නිර්මාණය: $BC$ පාදය $D$ තෙක් දික් කිරීම සහ $BA$ට සමාන්තර වන සේ $CE$ ඇඳීම

සාධනය : $A\hat{B}C = E\hat{C}D$ (අනුරූප කෝණ, $BA//CE$) —— ①

$B\hat{A}C = A\hat{C}E$ (ඒකාන්තර කෝණ, $BA//CE$) —— ②

① හා ② න්

$$A\hat{B}C + B\hat{A}C = E\hat{C}D + A\hat{C}E$$

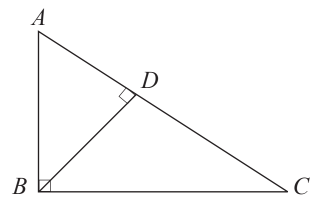
සමීකරණයේ දෙපසටම $A\hat{C}B$ එකතු කළ විට,

$$A\hat{B}C + B\hat{A}C + A\hat{C}B = E\hat{C}D + A\hat{C}E + A\hat{C}B$$

$$E\hat{C}D + A\hat{C}E + A\hat{C}B = 180^\circ$$ ($BCD$ සරල රේඛාව මත පිහිටි කෝණ)

$$\therefore \underline{\underline{A\hat{B}C + B\hat{A}C + A\hat{C}B = 180^\circ}}$$

**නිදසුන 1**




රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු අනුව $A\hat{B}D = B\hat{C}D$ බව සාධනය කරන්න.

$BDC$ ත්‍රිකෝණයේ,

$B\hat{D}C = 90^\circ$ (දී ඇත)

තව ද $B\hat{D}C + D\hat{B}C + B\hat{C}D = 180^\circ$ (ත්‍රිකෝණ අභ්‍යන්තර කෝණවල එකතුව)

$90^\circ + D\hat{B}C + B\hat{C}D = 180^\circ$

$D\hat{B}C + B\hat{C}D = 180^\circ - 90^\circ$

$= 90^\circ$ —— ①

දැන් $ABC$ ත්‍රිකෝණයේ,

$A\hat{B}C = 90^\circ$ (දී ඇත)

නමුත් $A\hat{B}C = A\hat{B}D + D\hat{B}C$ නිසා

$$A\hat{B}D + D\hat{B}C = 90^\circ \text{ —— } ②$$

① හා ② සමීකරණ දෙකම 90°ට සමාන නිසා

$$D\hat{B}C + B\hat{C}D = A\hat{B}D + D\hat{B}C$$

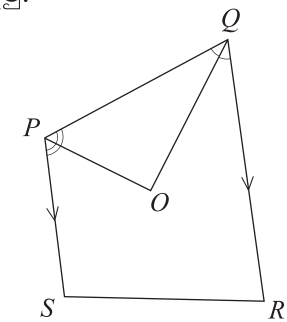
දෙපසින් $D\hat{B}C$ අඩුකිරීමෙන්

$$\therefore \; B\hat{C}D = A\hat{B}D$$

**නිදසුන 2**

$PQRS$ චතුරස්‍රයේ $PS$ හා $QR$ පාද එකිනෙකට සමාන්තර වේ. $P$ හා $Q$ අභ්‍යන්තර කෝණවල සමච්ඡේදක $O$ හි දී හමු වේ. $P\hat{O}Q$ සෘජුකෝණයක් බව සාධනය කරන්න.

මුලින් ම අදාළ රූපසටහන අඳිමු.




සාධනය : $PS//QR$ නිසා

$$S\hat{P}Q + P\hat{Q}R = 180^\circ \quad \text{(මිත්‍ර කෝණ)}$$

දෙපස 2න් බෙදීමෙන්

$$\frac{1}{2}S\hat{P}Q + \frac{1}{2}P\hat{Q}R = \frac{180^\circ}{2} \quad \text{(ප්‍රත්‍යක්ෂ)}$$

$S\hat{P}Q$ හි සමච්ඡේදකය $PO$ ද $P\hat{Q}R$ හි සමච්ඡේදකය $QO$ ද වන බැවින්,

$$\frac{1}{2}S\hat{P}Q = Q\hat{P}O \quad \text{ද}$$

$$\frac{1}{2}P\hat{Q}R = P\hat{Q}O \quad \text{ද වේ.}$$

$$\therefore \; Q\hat{P}O + P\hat{Q}O = 90^\circ$$

දැන්, $POQ$ ත්‍රිකෝණයේ,

$$P\hat{O}Q + Q\hat{P}O + P\hat{Q}O = 180^\circ \text{ (අභ්‍යන්තර කෝණවල එකතුව)}$$

$$P\hat{O}Q + 90^\circ = 180^\circ$$

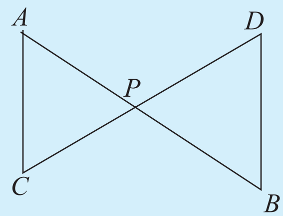
$$\therefore \; P\hat{O}Q = 90^\circ$$

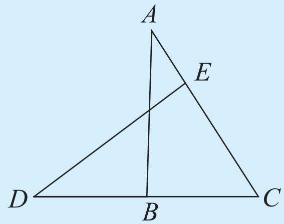
$\therefore$ $P\hat{O}Q$ සෘජුකෝණයකි.

දැන් සාධනය කිරීමේ ගැටලු ඇතුළත් පහත අභ්‍යාසයේ යෙදෙන්න.

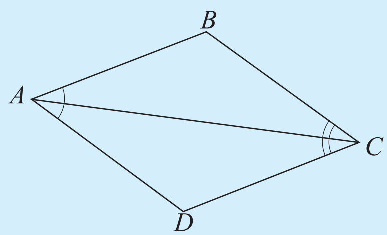
## 8.4 අභ්‍යාසය

1. දී ඇති රූපයේ $A\hat{C}P = P\hat{B}D$ වේ. $C\hat{A}P = P\hat{D}B$ බව සාධනය කරන්න.

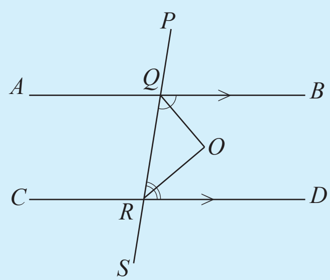



2. දී ඇති රූපයේ $B\hat{A}E = B\hat{D}E$ වේ. $A\hat{B}C = D\hat{E}C$ බව සාධනය කරන්න.

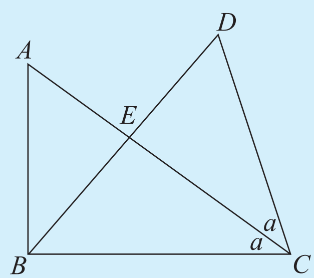



3. දී ඇති රූපයේ දැක්වෙන $ABCD$ චතුරස්‍රයේ $AC$ විකර්ණයෙන් $B\hat{A}D$ හා $B\hat{C}D$ සමච්ඡේදනය වී ඇත. $A\hat{B}C = A\hat{D}C$ බව සාධනය කරන්න.




4. දී ඇති රූපයේ $AB$ හා $CD$, සමාන්තර සරල රේඛා වේ. $B\hat{Q}R$ හා $Q\hat{R}D$ කෝණවල සමච්ඡේදක $O$ හි දී හමු වේ.

   (i) $O\hat{Q}R + Q\hat{R}O$ හි අගය සොයන්න
   (ii) $Q\hat{O}R$ සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක් බව සාධනය කරන්න.




5. දී ඇති රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු අනුව,

   (i) $B\hat{A}E$ හි අගය $a$ ඇසුරෙන් ලියා දක්වන්න.
   (ii) $B\hat{D}C + D\hat{B}C$ හි අගය $a$ ඇසුරෙන් දක්වන්න.
   (iii) $B\hat{D}C + D\hat{B}C = 2\,B\hat{A}E$ බව පෙන්වන්න.

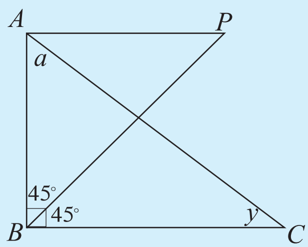
6. $ABC$ ත්‍රිකෝණයේ $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C}$ වේ. $B\hat{A}C$ හි සමච්ඡේදකය $BC$ පාදය $D$ හි දී හමු වේ.
   (i) $B\hat{A}C$ හි අගය සොයන්න.
   (ii) $ABD$ සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක් බව සාධනය කරන්න.

**මිශ්‍ර අභ්‍යාසය**

1. $ABC$ ත්‍රිකෝණයේ $\hat{A} + \hat{B} = 110^\circ$ හා $\hat{B} + \hat{C} = 120^\circ$ නම් ත්‍රිකෝණයේ එක් එක් කෝණයේ අගය වෙන වෙන ම සොයන්න.

2. $ABC$ ත්‍රිකෝණයේ $B\hat{A}C$ හි අගය $100^\circ$කි. $A\hat{B}C$ හා $A\hat{C}B$ අභ්‍යන්තර කෝණවල සමච්ඡේදක $O$ හි දී හමු වේ. $B\hat{O}C$ හි අගය සොයන්න.

3. රූපයේ දැක්වෙන $ABC$ ත්‍රිකෝණයේ $BA$ පාදයට ලම්බව $A$ හි දී ඇඳි රේඛාව, $A\hat{B}C$ හි සමච්ඡේදකය $P$ හි දී හමු වේ. $B\hat{A}C + A\hat{C}B = 2\,A\hat{P}B$ බව සාධනය කරන්න.




4. $ABC$ ත්‍රිකෝණයේ $A\hat{C}B = 3A\hat{B}C$ වේ. $B\hat{A}C$ හි සමච්ඡේදකයට $BC$ පාදය $E$ හි දී හමු වේ. දික් කළ $AE$ මත $D$ පිහිටා ඇත්තේ $AD \perp BD$ වන පරිදි ය. $A\hat{B}D$ හි සමච්ඡේදකය $BC$ බව සාධනය කරන්න.
   (ඉඟිය $A\hat{B}C = x$ හා $B\hat{A}C = 2a$ ලෙස ගන්න)

5. $ABC$ ත්‍රිකෝණයේ $BC$ පාදයට සමාන්තරව $A$ හරහා $PQ$ රේඛාව ඇඳ ඇත. $ABC$ ත්‍රිකෝණයේ අභ්‍යන්තර කෝණ ඓක්‍යය $180^\circ$ක් බව සාධනය කරන්න.