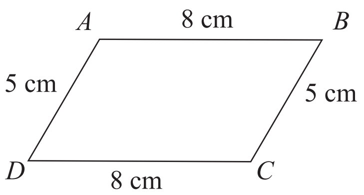
17 සමාන්තරාස්‍ර II

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට,

චතුරස්‍රයක්, සමාන්තරාස්‍රයක් වීමට අවශ්‍යතා හඳුනා ගැනීමට හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

ප්‍රමේයය: චතුරස්‍රයක සම්මුඛ පාද සමාන නම් එම චතුරස්‍රය සමාන්තරාස්‍රයකි.

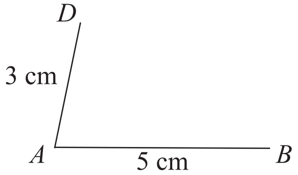
නිදසුනක් ලෙස, දී ඇති රූපයේ $AB = DC$ හා $AD = BC$ වේ. එමනිසා $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයකි.



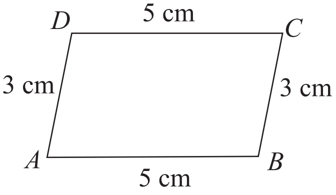
ඉහත ප්‍රමේයය සත්‍ය බව තහවුරු කරගැනීම සඳහා පහත ක්‍රියාකාරකමෙහි යෙදෙමු.

ක්‍රියාකාරකම 1

- බාහුවල දිග 5 cm හා 3 cm වන ලෙස රූපයේ ආකාරයට $B\hat{A}D$ අඳින්න.
- B සිට සෙන්ටිමීටර 3ක් ද D සිට සෙන්ටිමීටර 5ක් ද දුරින් 2 වන රූපයේ ආකාරයට C ලක්ෂ්‍යය ලබාගන්න. දැන් $ABCD$ චතුරස්‍රය සම්පූර්ණ කරන්න.
- එවිට $AB = DC$ත්, $AD = BC$ත් වන බව පෙනේ.



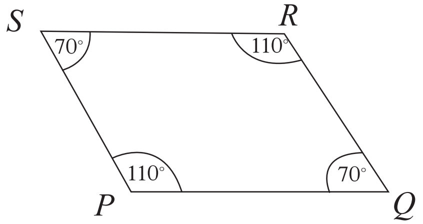
- විහිත චතුරස්‍රය සහ කෝදුව භාවිතයෙන් හෝ කෝණ මැන මිත්‍ර කෝණ යුගලයක එකතුව 180° බව පෙන්වීමෙන් හෝ $ABCD$ චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ පාද අතර සමාන්තර බව නිරීක්ෂණය කරන්න. එනම්, $AB//DC$ බව හා $AD//BC$ බව ලබා ගන්න.



සම්මුඛ පාද සමාන වන චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ පාද සමාන්තර වන බව නිරීක්ෂණය කළ හැකි ය.

ප්‍රමේයය: චතුරස්‍රයක සම්මුඛ කෝණ සමාන නම් එම චතුරස්‍රය සමාන්තරාස්‍රයක් වේ.

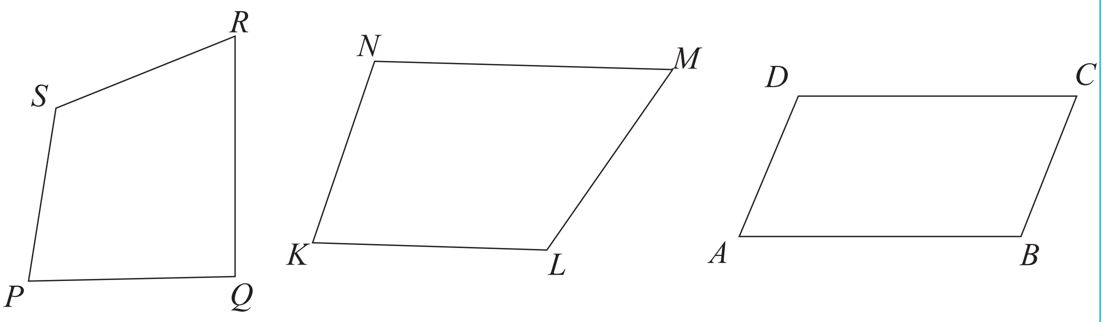
නිදසුනක් ලෙස දී ඇති රූපයේ $P\hat{Q}R = P\hat{S}R$ ද $Q\hat{R}S = Q\hat{P}S$ ද නිසා $PQRS$ සමාන්තරාස්‍රයකි.



ඉහත ප්‍රමේයය සත්‍ය බව තහවුරු කර ගැනීම සඳහා පහත ක්‍රියාකාරකමෙහි යෙදෙමු.

ක්‍රියාකාරකම් 2

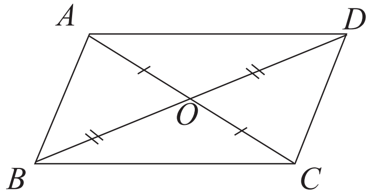
පහත දී ඇති එක් එක් චතුරස්‍රයේ කෝණ සියල්ල මනින්න.



- එක් එක් චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ කෝණ යුගල් සමාන වන්නේ දැයි බලන්න.
- සම්මුඛ කෝණ සමාන වන චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ පාද යුගල සමාන්තර වන්නේ දැයි විමසන්න (මිත්‍ර කෝණවල ඓක්‍යය 180° වන්නේ දැයි බලන්න).
- මේ අනුව සම්මුඛ කෝණ සමාන වන චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ පාද සමාන්තර වන බව නිරීක්ෂණය කරන්න.

ප්‍රමේයය: චතුරස්‍රයක විකර්ණ එකිනෙක සමච්ඡේද වේ නම් එම චතුරස්‍රය සමාන්තරාස්‍රයක් වේ.

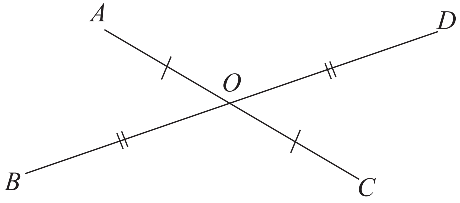
නිදසුනක් ලෙස $ABCD$ චතුරස්‍රයේ $AO = OC$ ද $BO = OD$ නිසා $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයකි.

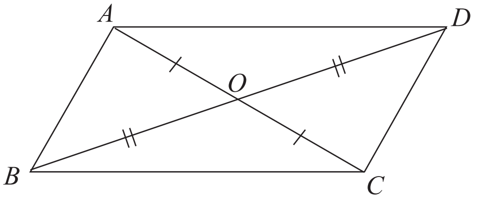


ඉහත ප්‍රමේයය සත්‍ය බව තහවුරු කරගැනීම සඳහා පහත ක්‍රියාකාරකමෙහි යෙදෙන්න.

ක්‍රියාකාරකම් 3

- AC හා BD විකර්ණ වන $ABCD$ චතුරස්‍රය ඇඳීම සඳහා මුලින්ම AC විකර්ණය ඇඳ, එහි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය O ලෙස නම් කරන්න.
- දැන් AC විකර්ණය O හි දී ඡේදනය වන අයුරින් තවත් සරල රේඛා ඛණ්ඩයක් අඳින්න. $OB = OD$ වන ආකාරයට එම රේඛා ඛණ්ඩය මත B හා D ලක්ෂ්‍ය ලකුණු කරන්න.



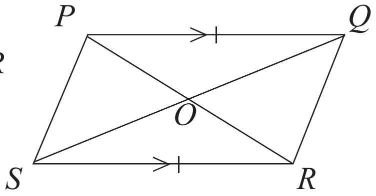


- දැන් ඉහත ආකාරයට $ABCD$ චතුරස්‍රය සම්පූර්ණ කරන්න.
- විහිත චතුරස්‍රය හා කෝදුව භාවිතයෙන් හෝ ඒකාන්තර කෝණ මැන බැලීමෙන් හෝ $ABCD$ චතුරස්‍රයේ AB හා DC රේඛාවල සමාන්තරතාවත් BC හා AD රේඛාවල සමාන්තරතාවත් විමසන්න.
- පාදවල සමාන්තරතාව සැලකිල්ලට ගනිමින් $ABCD$ චතුරස්‍රය පිළිබඳ ව ඔබට එළැඹිය හැකි නිගමනය කුමක් ද?

විකර්ණ එකිනෙක සමච්ඡේද වන චතුරස්‍රයක සම්මුඛ පාද සමාන්තර වන බව නිරීක්ෂණය කළ හැකි ය.

ප්‍රමේයය: චතුරස්‍රයක එක් පාද යුගලයක ඇති පාද දෙක සමාන හා සමාන්තර වේ නම් එම චතුරස්‍රය සමාන්තරාස්‍රයක් වේ.

නිදසුනක් ලෙස $PQRS$ චතුරස්‍රයේ $PQ = SR$ හා $PQ//SR$ නිසා $PQRS$ සමාන්තරාස්‍රයකි.

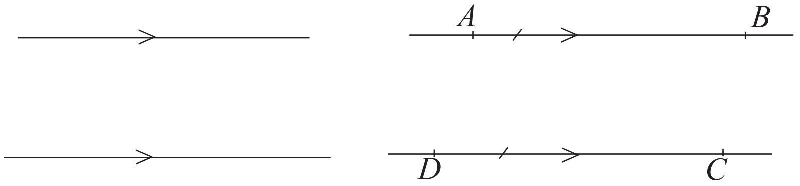


ඉහත ප්‍රමේයය සත්‍ය බව තහවුරු කරගැනීම සඳහා පහත ක්‍රියාකාරකමෙහි යෙදෙන්න.

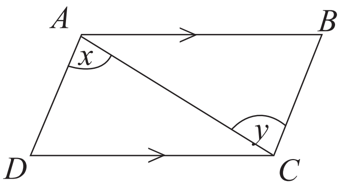
ක්‍රියාකාරකම් 4

- විහිත චතුරස්‍රය හා කෝදුව භාවිතයෙන් හෝ වෙනත් ක්‍රමයකින් සමාන්තර රේඛා යුගලයක් අඳින්න.
- එම සමාන්තර රේඛා යුගලයෙන් එකක් මත A හා B ලෙස ලක්ෂ්‍ය දෙකක් ලකුණු කරන්න.

- AB දුරට සමාන දිගක් සහිත CD දිගක් අනෙක් රේඛාව මත ද රූපයේ පරිදි ලකුණු කරන්න.



- දැන් $ABCD$ චතුරස්‍රය සම්පූර්ණ කර, පහත රූපයේ ආකාරයට AC විකර්ණය අඳින්න.



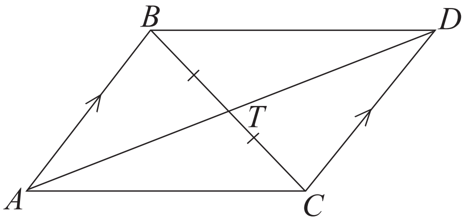
කෝණමානය භාවිතයෙන් x හා y ඒකාන්තර කෝණ යුගලය මැන බැලීමෙන් හෝ විහිත චතුරස්‍රය සහ කෝදුව භාවිතයෙන් හෝ AD හා BC පාද සමාන්තර බව නිරීක්ෂණය කරන්න.

ඉහත ප්‍රමේය භාවිතයෙන් අනුමේයයන් සාධනය කරන අයුරු පහත නිදසුන ඇසුරෙන් විමසා බලමු.

නිදසුන 1

ABC ත්‍රිකෝණයේ BC පාදයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය T වේ. ABට සමාන්තර ව C හරහා ඇඳි රේඛාවට දික් කළ AT රේඛාව D හි දී හමු වේ. $ABDC$ සමාන්තරාස්‍රයක් බව සාධනය කරන්න.

මුලින්ම දී ඇති තොරතුරු අනුව රූපය අඳිමු.



සම්මුඛ පාද යුගලයක් සමාන සහ සමාන්තර චතුරස්‍රයක්, සමාන්තරාස්‍රයක් වන බව අපි දනිමු. එබැවින්, එක් පාද යුගලයක් සමාන හා සමාන්තර බව පෙන්වා $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයක් බව පෙන්වමු. $AB \,//\, CD$ බව දී ඇත. $AB = CD$ බව ද පෙන්වමු. ඒ සඳහා, ABT හා CTD ත්‍රිකෝණ දෙක අංගසම බව පෙන්වමු.

ABT හා CTD ත්‍රිකෝණ දෙකෙහි

$BT = TC$ (දී ඇත)

$A\hat{T}B = C\hat{T}D$ (ප්‍රතිමුඛ කෝණ)

$A\hat{B}T = T\hat{C}D$ (ඒකාන්තර කෝණ, $AB//CD$)

$\therefore ABT\Delta \equiv CTD\Delta$ (කෝ.කෝ.පා.)

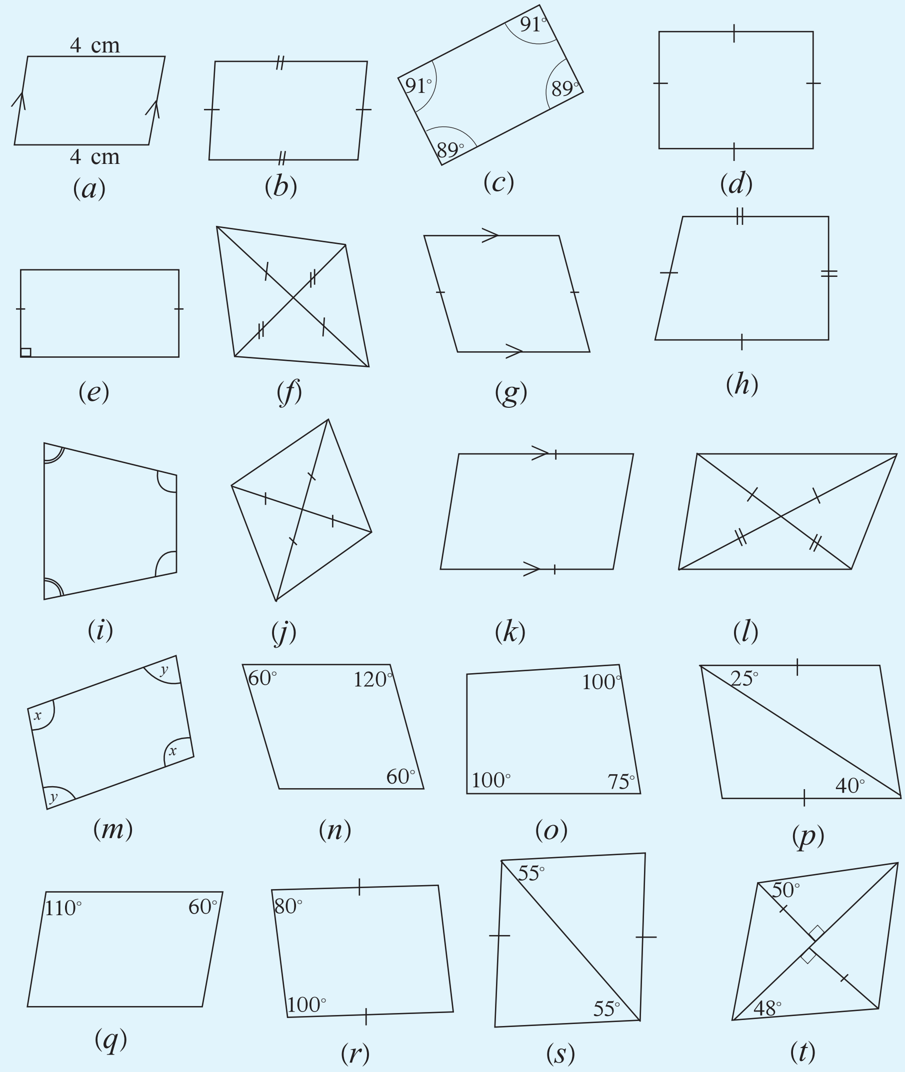
අංගසම ත්‍රිකෝණවල අනුරූප අංග සමාන බැවින්,

$$AB = CD$$

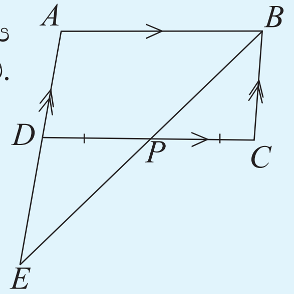
$AB = CD$ හා $AB \parallel CD$ බැවින්, $ABDC$ සමාන්තරාස්‍රයකි.

17.1 අභ්‍යාසය

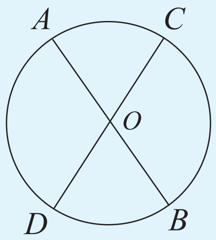
1. පහත දැක්වෙන චතුරස්‍ර අතරින් දී ඇති දත්ත අනුව සමාන්තරාස්‍ර වන බව නිගමනය කළ හැකි චතුරස්‍ර තෝරන්න.



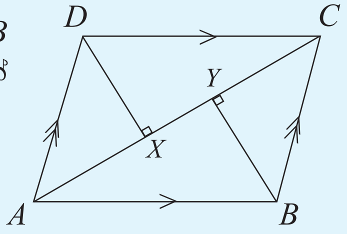
2. රූපයේ දැක්වෙන $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ DC පාදයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය P වේ. දික් කළ AD සහ BP රේඛා E හි දී හමු වේ.
(i) $BCP\Delta \equiv DPE\Delta$ බව ද
(ii) $BCED$ සමාන්තරාස්‍රයක් බව ද
සාධනය කරන්න.



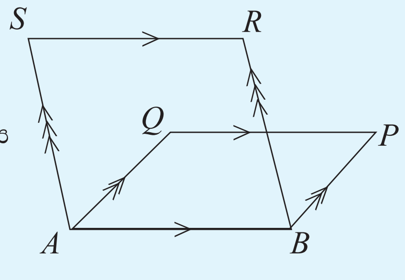
3. දී ඇති රූපයේ AB හා CD යනු O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ විෂ්කම්භ දෙකකි. A, B, C හා D ලක්ෂ්‍ය සමාන්තරාස්‍රයක් ශීර්ෂ වන බව සාධනය කරන්න.



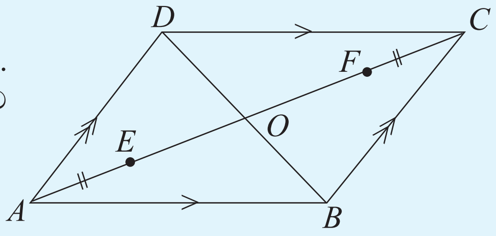
4. රූපයේ දැක්වෙන $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ D සහ B ලක්ෂ්‍යවල සිට AC විකර්ණයට අඳින ලද ලම්බ පිළිවෙළින් X හා Y හිදී AC හමුවේ.
(i) $AXD\Delta \equiv BYC\Delta$ බව ද
(ii) $DX = BY$ බව ද
(iii) $BYDX$ සමාන්තරාස්‍රයක් බව ද සාධනය කරන්න.



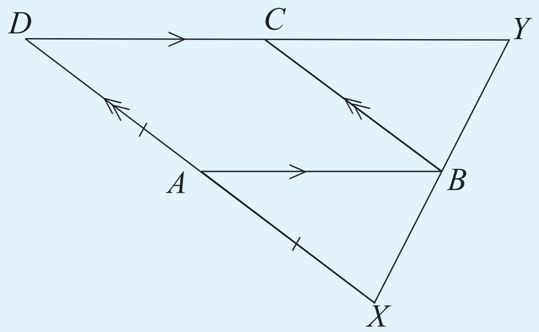
5. $ABPQ$ සහ $ABRS$ සමාන්තරාස්‍ර දෙකක් රූපයේ දක්වා ඇත. $QPRS$ සමාන්තරාස්‍රයක් බව සාධනය කරන්න.



6. දී ඇති රූපයේ $ABCD$ යනු සමාන්තරාස්‍රයකි. $AE = FC$ නම්, $EBFD$ සමාන්තරාස්‍රයක් බව සාධනය කරන්න.



7. රූපයේ දැක්වෙන $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ $DA = AX$ වන පරිදි DA රේඛාව X දක්වා දික් කර ඇත. දික් කළ DC සහ XB රේඛා Y හි දී හමු වේ.
(i) $AXBC$ සමාන්තරාස්‍රයක් බවත්
(ii) $ABYC$ සමාන්තරාස්‍රයක් බවත්
(iii) $DC=CY$ බවත් සාධනය කරන්න.

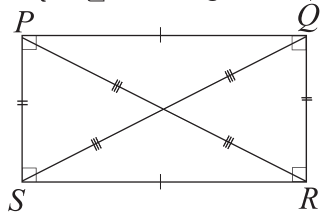


8. $PQRS$ සමාන්තරාස්‍රයේ විකර්ණ O හි දී එකිනෙක ඡේදනය වේ. PO මත M ද OR මත T ද QO මත L ද FO මත N ද පිහිටා ඇත්තේ $PM = RT$ සහ $SN = QL$ වන පරිදි ය.
(i) $MO = OT$ බව ද
(ii) $LMNT$ සමාන්තරාස්‍රයක් බව ද
(iii) $MSTQ$ සමාන්තරාස්‍රයක් බව ද සාධනය කරන්න.

විශේෂ ලක්ෂණ සහිත සමාන්තරාස්‍ර

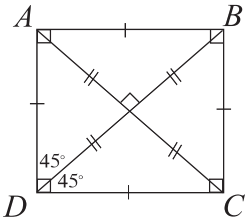
1. සෘජුකෝණාස්‍රය

සමාන්තරාස්‍රයක එක් කෝණයක් සෘජුකෝණයක් යැයි ගනිමු. එවිට ඉතිරි කෝණ ද සෘජුකෝණ වේ. එවැනි සමාන්තරාස්‍රක් සෘජුකෝණාස්‍රයක් ලෙස හැඳින්වේ.
සමාන්තරාස්‍රයක ලක්ෂණවලට අමතර ව පහත ලක්ෂණ ද සෘජුකෝණාස්‍රයකට ඇත.
(i) ශීර්ෂ කෝණ සියල්ල ම සෘජුකෝණ වේ.
(ii) විකර්ණ දිගින් සමාන වේ.



2. සමචතුරස්‍රය

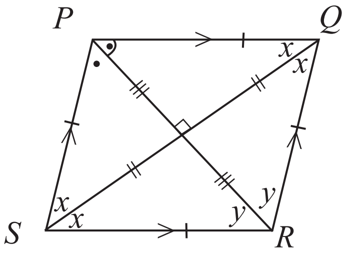
සමාන බද්ධ පාද දෙකක් ඇති සෘජුකෝණාස්‍ර සමචතුරස්‍ර වේ. සෘජුකෝණාස්‍රයක ලක්ෂණවලට අමතර ව පහත ලක්ෂණ ද සමචතුරස්‍රයක් සතුව පවතී.
(i) සියලු ම පාද දිගින් සමාන වේ.
(ii) විකර්ණ සෘජුකෝණී ව එකිනෙක සමච්ඡේද වේ.
(iii) ශීර්ෂ පිහිටි කෝණ විකර්ණ මගින් සමච්ඡේද වේ.



3. රොම්බසය

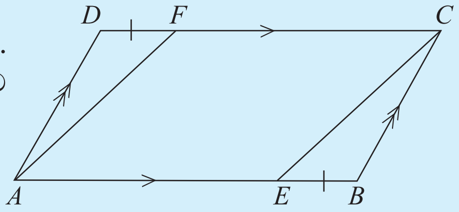
සමාන්තරාස්‍රයක බද්ධ පාද දෙකක් සමාන යැයි ගනිමු. එවිට පාද හතර ම දිගින් සමාන වේ. එවැනි සමාන්තරාස්‍ර රොම්බස ලෙස හැඳින්වේ. සමාන්තරාස්‍රයක ලක්ෂණවලට අමතර ව පහත ලක්ෂණ ද රොම්බසයකට ඇත.

(i) පාද සියල්ල ම සමාන වේ.
(ii) විකර්ණ සෘජුකෝණීව එකිනෙක සමච්ඡේද වේ.
(iii) ශීර්ෂ කෝණ විකර්ණ මගින් සමච්ඡේද වේ.



මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

1. රූපයේ දැක්වෙන්නේ $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයකි. $DF = EB$ නම් $AECF$ සමාන්තරාස්‍රයක් බව සාධනය කරන්න.



2. රූපයේ දැක්වෙන්නේ ABC ත්‍රිකෝණයේ $A\hat{B}C$ හි කෝණ සමච්ඡේදකය AC පාද P හි දී ඡේදනය කරයි. BCට සමාන්තරව A හරහා ඇඳි රේඛාවට දික් කළ BP රේඛාව D හි දී හමුවන්නේ $BP = PD$ වන පරිදි ය.
   (i) $BCP\Delta \equiv ADP\Delta$ බව සාධනය කරන්න.
   (ii) $ABCD$ රොම්බසයක් බව පෙන්වන්න.
   (iii) $AC = 18$ cm $BD = 24$ cm නම් AB දිග සොයන්න.

3. ABC ත්‍රිකෝණයේ AB හා AC පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් X හා Y වේ. ABට සමාන්තර ලෙස C හරහා ඇඳි සරල රේඛාවත් දික් කරන ලද XYත් Z හි දී හමු වේ.
   (i) $BXY\Delta \equiv CYZ\Delta$ බව ද
   (ii) $BZCX$ සමාන්තරාස්‍රයක් බව ද සාධනය කරන්න.

4. $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ AB, BC, CD සහ AD පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් P, Q, R සහ S වේ.
   (i) $ASP\Delta \equiv CQR\Delta$ බව ද
   (ii) $PQRS$ සමාන්තරාස්‍රයක් බව ද සාධනය කරන්න.

5. PQR ත්‍රිකෝණයේ QR පාදයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය S වේ. PQට සමාන්තර ව R හරහා අඳින ලද රේඛාවට දික් කළ PS රේඛාව T හි දී හමු වේ. $PQTR$ සමාන්තරාස්‍රයක් බව සාධනය කරන්න.