13 සංයුක්ත ගණිතය

ශ්‍රේණිය

ගුරු මාර්ගෝපදේශය

(2018 සිට ක්‍රියාත්මක වේ.

ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව
විද්‍යා හා තාක්ෂණ පීඨය
ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය
මහරගම
ශ්‍රී ලංකාව

මුද්‍රණය හා බෙදාහැරීම : අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව

සංයුක්ත ගණිතය

ගුරු මාර්ගෝපදේශය
13 ශ්‍රේණිය

(වර්ෂ 2018 සිට ක්‍රියාත්මක වේ)

ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව
විද්‍යා හා තාක්ෂණ පීඨය
ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය
මහරගම
www.nie.lk

සංයුක්ත ගණිතය
13 ශ්‍රේණිය - ගුරු මාර්ගෝපදේශය

ප්‍රථම මුද්‍රණය 2018

ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව
විද්‍යා හා තාක්ෂණ පීඨය
ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය

මුද්‍රණය :
අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව
ඉසුරුපාය
බත්තරමුල්ල

අධ්‍යක්ෂ ජනරාල්තුමියගේ පණිවිඩය

ජාතික අධ්‍යාපන කොමිෂන් සභාව විසින් නිර්දේශිත ජාතික අධ්‍යාපන අරමුණු සාක්ෂාත් කර ගැනීම සහ පොදු නිපුණතා සංවර්ධනය කිරීමේ මූලික අරමුණ සහිත ව එවකට පැවති අන්තර්ගතය පදනම් වූ විෂයමාලාව නවීකරණයට භාජනය කොට වර්ෂ අටකින් යුතු චක්‍රයකින් සමන්විත නව නිපුණතා පාදක විෂයමාලාවෙහි පළමු අදියර, වර්ෂ 2007දී ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය විසින් ශ්‍රී ලංකාවේ ප්‍රාථමික හා ද්විතීයික අධ්‍යාපන ක්ෂේත්‍රයට හඳුන්වා දෙන ලදී.

පර්යේෂණවලින් අනාවරණය වූ කරුණු අනුව අධ්‍යාපනය පිළිබඳ ව විවිධ පාර්ශවයන් ඉදිරිපත් කළ යෝජනා ද පදනම් කොට ගෙන සිදු කරන ලද විෂයමාලා තාර්කිකරණය කිරීමේ ක්‍රියාවලියක ප්‍රතිඵලයක් ලෙස විෂයමාලා චක්‍රයේ දෙවැනි අදියර අධ්‍යාපන ක්ෂේත්‍රයට හඳුන්වා දීම 2015 වසරේ සිට ආරම්භ කර ඇත.

මෙම තාර්කිකරණ ක්‍රියාවලියේ දී සියලු ම විෂයයන්ගේ නිපුණතා පදනම් මට්ටමේ සිට උසස් මට්ටම දක්වා ක්‍රමානුකූල ව ගොඩ නැගීම සඳහා පහළ සිට ඉහළට ගමන් කරන සිරස් සංකලනය භාවිත කර ඇති අතර විවිධ විෂයයන්හි දී එක ම විෂය කරුණු නැවත නැවත ඉදිරිපත්වීම හැකිතාක් අවම කිරීම, විෂය අන්තර්ගතය සීමා කිරීම සහ ක්‍රියාත්මක කළ හැකි ශිෂ්‍ය මිතුරු විෂයමාලාවක් සැකසීම සඳහා තිරස් සංකලනය ද භාවිත කර ඇත.

ගුරු භවතුන්ට පාඩම් සැලසුම් කිරීම ද ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලියෙහි සාර්ථකව නිරත වීම ද පන්ති කාමර මිනුම් හා ඇගයීම් ප්‍රයෝජනවත් පරිදි යොදා ගැනීම සඳහා අවශ්‍ය වන මාර්ගෝපදේශ ලබාදීමේ අරමුණින් නව ගුරු මාර්ගෝපදේශ හඳුන්වා දී ඇත. පන්ති කාමරය තුළ දී වඩාත් ඵලදායී ගුරුවරයෙකු ලෙස කටයුතු කිරීමට මෙම මාර්ගෝපදේශ උපකාරී වනු ඇත. සිසුන්ගේ නිපුණතා වර්ධනය කිරීම සඳහා ගුණාත්මක යෙදවුම් හා ක්‍රියාකාරකම් තෝරා ගැනීමට ගුරුවරුන්ට අවශ්‍ය නිදහස මෙමගින් ලබා දී තිබේ. එමෙන් ම නිර්දේශිත පාඨ ග්‍රන්ථවල ඇතුළත් වන විෂය කරුණු පිළිබඳ ව වැඩි බර තැබීමක් මෙම ගුරු මාර්ගෝපදේශවල අන්තර්ගත නොවේ. එම නිසා මෙම ගුරු මාර්ගෝපදේශය වඩාත් ඵලදායී වීමට නම් අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව විසින් සකසා ඇති අදාළ පාඨ ග්‍රන්ථ සමඟ සමගාමී ව භාවිතා කිරීම අත්‍යවශ්‍ය වේ.

තාර්කිකරණය කරන ලද විෂය නිර්දේශ, නව ගුරු මාර්ගෝපදේශ හා නව පාඨ ග්‍රන්ථවල මූලික අරමුණු වන්නේ ගුරු කේන්ද්‍රීය අධ්‍යාපන රටාවෙන් මිදී සිසු කේන්ද්‍රීය අධ්‍යාපන රටාවක් හා වඩාත් ක්‍රියාකාරකම් මත පදනම් වූ අධ්‍යාපන රටාවකට එළඹීම මඟින් වැඩ ලෝකයට අවශ්‍ය වන්නා වූ නිපුණතා හා කුසලතාවන්ගෙන් යුක්ත මානව සම්පතක් බවට ශිෂ්‍ය ප්‍රජාව සංවර්ධනය කිරීමයි. නව විෂය නිර්දේශ සහ ගුරු මාර්ගෝපදේශ සම්පාදනය කිරීමේ දී ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනයේ ශාස්ත්‍රීය කටයුතු මණ්ඩලයේ ද, ආයතන සභාවේ ද, රචනයේ දී දායකත්වය ලබා දුන් සියලු ම සම්පත්දායකයින් හා වෙනත් පාර්ශවයන්ගේ ද ඉමහත් කැපවීම ඇගයීමට ද මෙය අවස්ථාවක් කර ගනු කැමැත්තෙමි.

ආචාර්ය ජයන්ති ගුණසේකර
අධ්‍යක්ෂ ජනරාල්
ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය
මහරගම

අධ්‍යක්ෂතුමාගේ පණිවිඩය

අතීතයේ සිට ම අධ්‍යාපනය නිරන්තරයෙන් වෙනස්වීම් වලට භාජනය වෙමින් ඉදිරියට ගමන් කරමින් තිබුණි. මෑත යුගයේ මෙම වෙනස්වීම දැඩි ලෙස ශීඝ්‍ර වී ඇත. ඉගෙනුම් ක්‍රමවේදවල මෙන් ම තාක්ෂණික මෙවලම් භාවිතය අතින් හා දැනුම උත්පාදනය සම්බන්ධයෙන් ද ගත වූ දශක දෙක තුළ විශාල පිබිදීමක් දක්නට ලැබුණි. මේ අනුව ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය ද 2015ට අදාළ අධ්‍යාපන ප්‍රතිසංස්කරණ සඳහා අප්‍රමාද ව සුදුසු පියවර ගනිමින් සිටී. ගෝලීය ව සිදු වන වෙනස්කම් ගැන හොඳින් අධ්‍යයනය කර දේශීය අවශ්‍යතා අනුව අනුවර්තනයට ලක් කර ශිෂ්‍ය කේන්ද්‍රීය ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ප්‍රවේශය පාදක කර ගනිමින් නව විෂයමාලාව සැලසුම් කර පාසල් පද්ධතියේ නියමුවන් ලෙස සේවය කරන ගුරු භවතුන් වන ඔබ වෙත මෙම ගුරු මාර්ගෝපදේශය පුද කරන්නේ ඉතා සතුටිනි.

මෙවැනි නව මග පෙන්වීමේ උපදේශන සංග්‍රහයක් ඔබ වෙත ලබා දෙන්නේ ඒ මගින් ඔබට වඩා හොඳ දායකත්වයක් ලබා දිය හැකි වේ ය යන විශ්වාසය නිසා ය.

මෙම උපදේශන සංග්‍රහය පන්ති කාමර ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලියේ දී ඔබට මහඟු අත්වැලක් වනවාට කිසි ම සැකයක් නැත. එසේ ම මෙය ද උපයෝගි කර ගනිමින් කාලීන සම්පත් ද්‍රව්‍ය භාවිතයෙන් වඩාත් සංවර්ධනාත්මක ප්‍රවේශයක් ඔස්සේ පන්ති කාමරය හසුරුවා ගැනීමට ඔබට නිදහස ඇත.

ඔබ වෙත ලබා දෙන මෙම ගුරු මාර්ගෝපදේශය මැනවින් අධ්‍යයනය කර වඩා නිර්මාණශීලි දරු පරපුරක් බිහි කර ශ්‍රී ලංකාව ආර්ථික හා සමාජීය අතින් ඉදිරියට ගෙන යාමට කැපවීමෙන් යුතුව කටයුතු කරනු ඇතැයි මම විශ්වාස කරමි.

මෙම ගුරු මාර්ගෝපදේශය නිර්මාණය වුයේ මෙම විෂය ක්ෂේත්‍රයට අදාළ ගුරු භවතුන් හා සම්පත් පුද්ගලයින් රැසකගේ නොපසුබට උත්සාහය හා කැපවීම නිසා ය.

අධ්‍යාපන පද්ධතියේ සංවර්ධනය උදෙසා නිම වූ මෙම කාර්යය ඉතාමත් උසස් ලෙස අගය කරන අතර මේ සඳහා කැපවී ක්‍රියා කළ ඔබ සැමට මගේ ගෞරවාන්විත ස්තුතිය පිරි නමමි.

කේ. ආර්. පත්මසිරි
අධ්‍යක්ෂ
(ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව)

අනුමතිය : ශාස්ත්‍රීය කටයුතු මණ්ඩලය,
ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය.

උපදේශකත්වය : ආචාර්ය ටී.ඒ.ආර්.ජේ. ගුණසේකර මිය
අධ්‍යක්ෂ ජනරාල්
ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය

අධීක්ෂණය : කේ. රංජිත් පත්මසිරි මයා,
අධ්‍යක්ෂ, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව,
ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය.

විෂය සම්බන්ධීකරණය : එස්. රාජේන්ද්‍රම් මයා
ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව
ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය.

කේ. කේ. වජිමා එස්. කංකානම්ගේ මෙණෙවිය
සහකාර කථිකාචාර්ය, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව
ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය.

විෂයමාලා කමිටුව :

ආචාර්ය යූ. මාම්පිටිය	ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව, කැලණිය විශ්වවිද්‍යාලයය.
ආචාර්ය ඒ. ඒ. එස්. පෙරේරා	ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව, පේරාදෙණිය විශ්වවිද්‍යාලයය.
මහාචාර්ය එස්. ශ්‍රීසත්කුණරාජා මයා	පීඨාධිපති, යාපනය විශ්වවිද්‍යාලය.
සරත් කුමාර මයා	ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව, ශ්‍රී ජයවර්ධනපුර විශ්වවිද්‍යාලයය.
කේ. රංජිත් පත්මසිරි මයා,	අධ්‍යක්ෂ, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව, ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය.
එස්. රාජේන්ද්‍රම් මයා	ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය.
ජේ. ජනක මයා	සහකාර අධ්‍යක්ෂ, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව, අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය
කේ. විග්නේශ්වරන් මයා	ගුරු සේවය, විවේකානන්ද විද්‍යාලයය, කොළඹ 12.
බී. ඒ. ඩී. විතානගේ මිය	ගුරු සේවය, සිරිමාවෝ බණ්ඩාරනායක විද්‍යාලයය, කොළඹ 07.

සම්පත් දායකත්වය:

ජී. පී. එච්. ජගත් කුමාර මයා	ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව, ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය.
ජී.එල්. කරුණාරත්න මයා	ජ්‍යෙෂ්ඨ අධ්‍යාපනඥ, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය
එම්. නිල්මිණි පීරිස් මිය	ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය
සී. සුදේශන් මයා	සහකාර කථිකාචාර්ය, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව, ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය.
පී. විජායිකුමාර් මයා	සහකාර කථිකාචාර්ය, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව, ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය.
කේ.කේ.වජීමා එස්. කංකානම්ගේ මෙය	සහකාර කථිකාචාර්ය, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව, ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය.

සමායෝජක මණ්ඩලය :

ආචාර්ය ඒ. ඒ. එස්. පෙරේරා	ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව, පේරාදෙණිය විශ්වවිද්‍යාලය.
ආචාර්ය ජේ. ඩබ්ලිව්. ධර්මදාස මයා	විශ්‍රාමික ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය
එස්. රාජේන්ද්‍රම් මයා	ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය.

භාෂා සංස්කරණය :	එච්. පී. සුසිල් සිරිසේන මයා, කථිකාචාර්ය, හාපිටිගම් ජාතික අධ්‍යාපන විද්‍යාපීඨය.
පරිගණක වදන් සැකසීම :	මොනිකා විජේකෝන්, කළමනාකරණ සහකාර I කේ. නෙලිකා සේනානි, කාර්මික සහකාර I
විවිධ සහාය :	එස්. හෙට්ටිආරච්චි, කළමනාකරණ සහකාර I ආර්. එම්. රූපසිංහ, කාර්යාල සහායක

ගුරු මාර්ගෝපදේශය පරිශීලනය සඳහා උපදෙස්

වර්ෂ 2015 දී හඳුන්වා දුන් ද්විතීයක අධ්‍යාපන ප්‍රතිසංස්කරණවලට අදාළ ව වර්ෂ 2017 දී උසස් පෙළ සඳහා නව අධ්‍යාපන ප්‍රතිසංස්කරණ හඳුන්වාදීම කළ යුතු ව ඇත. ඒ අනුව උසස් පෙළ සංයුක්ත ගණිතය විෂය යටතේ 12 ශ්‍රේණිය සඳහා නව ප්‍රතිසංස්කරණ හඳුන්වා දෙනු ලැබේ.

12 ශ්‍රේණියේ නව සංයුක්ත ගණිත ගුරු මාර්ගෝපදේශ ව්‍යුහය පහත පරිදි සකස් කර ඇත. එක් නිපුණතාවක් යටතේ නිපුණතා මට්ටම් කිහිපයක් ඇත. එක් එක් නිපුණතා මට්ටම යටතේ කාලච්ඡේද ගණන, ඉගෙනුම් පල සහ ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් ඉදිරිපත් කර ඇත. විශේෂයෙන් ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලියට අත්වැලක් යටතේ යෝජිත විෂය කරුණු පැහැදිලි කිරීම සහ ඉගැන්වීමට අවශ්‍ය මඟ පෙන්වීම ගුරුවරයාට පාඩම සංවිධානය කර ගැනීමට උපකාරී වනු ඇතැයි අපි අපේක්ෂා කරමු. තව ද අර්ථ දැක්වීම් සහ නිරූපණ ද නිවැරදි සංකල්ප සිසුන්ට ලබාදීම සඳහා ගුරුවරයාට උපකාරී වේ. 12 ශ්‍රේණියට අදාළ විෂය නිර්දේශය වාර තුනකට බෙදා ගුරු මාර්ගෝපදේශය සකස් කර ඇත.

පාඩම් අනුක්‍රමය සකස් කිරීමේ දී සිසුන්ගේ ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් පහසුව සහ ගුරුවරයාට ඉගැන්වීම සංවිධානයට පහසුව සැලසීම සඳහාත් ගණිත සංකල්පවල තිරස් හා සිරස් සමෝධානය සැලකිල්ලට ගෙන පාඩම් අනුක්‍රමය සකස් කර ඇත.

එවිට විෂය නිර්දේශයේ සඳහන් නිපුණතා අනුපිළිවෙළ සහ ගුරු මාර්ගෝපදේශයේ සඳහන් ඉගෙනුම් අනුක්‍රමය සමාන නොවේ. එබැවින් ගුරු මාර්ගෝපදේශයේ සඳහන් පාඩම් අනුක්‍රමයට අනුකූල ව පාඩම් සංවිධානය කර ක්‍රියාත්මක කිරීමට මෙයින් උපදෙස් ලබා දී ඇත.

යෝජිත ඉගෙනුම් පල සාක්ෂාත් කර ගැනීම සඳහා යෝජිත අත්වැලට අමතර ව ගුරුවරයා අවශ්‍ය අමතර විෂය කරුණු පිළිබඳ ව අවධානය යොමු කිරීම ඉතා වැදගත් වේ. තව ද අමතර සම්පත් ග්‍රන්ථ ඇසුරින් ඉගෙනුම් ඉගැන්වීම් සාක්ෂාත් කිරීම ගුරුවරයා විසින් සිදු කළ යුතු ව ඇත. 12 ශ්‍රේණියේ විෂය නිර්දේශයට අදාළ ව ඉගෙනීමට 12 ශ්‍රේණියට පිවිසෙන දරුවාගේ ගණිත සංකල්ප පිළිබඳ අවබෝධය කෙරෙහි ගුරුවරයාගේ විශේෂ අවධානය යොමු කළ යුතු ව ඇත. කුමක් නිසා ද 11 ශ්‍රේණියේ ගණිතය විෂයමාලාව සකස් කර ඇත්තේ විවිධ වූ පැතිකඩ ගැන අවධානය යොමු කොට නිසා අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර සාමාන්‍ය පෙළ සමත් සුළු සිසුන් පිරිසක් පමණක් සංයුක්ත ගණිතය හැදෑරීම සඳහා උසස් පෙළට පැමිණෙන බැවිනි. එබැවින් 11 ශ්‍රේණියේ ගණිතය විෂය සීමාවන් සහ 12 ශ්‍රේණියේ සංයුක්ත ගණිතය ඉගෙනීමට අවශ්‍ය ගණිත සංකල්ප පිළිබඳ ව දැනුම අතර සුළු සුළු වෙනස්කම් පැවතීමට ඉඩ ඇත. ඒ සඳහා අමතර ව ගුරුවරයාගේ අවධානය යොමු කළ යුතු ගණිත සංකල්ප පිළිබඳ ව විෂය නිර්දේශයේ සඳහන් ව ඇත. එම අමතර ගණිත සංකල්ප සිසුන් තුළ සාධනය සඳහා අවශ්‍ය මඟ පෙන්වීමට සකස් කළ "**ගණිතය පදනම් පාඨමාලාව**" සම්පත් ග්‍රන්ථය භාවිත කළ හැකි ය. එසේ නැතිනම් විෂය නිර්දේශයේ සඳහන් අමතර විෂය කරුණු සඳහා ගුරුවරයා විසින් සකස් කර ගනු ලබන ක්‍රියාකාරකම් භාවිත කළ යුතු වේ.

12 ශ්‍රේණියේ සම්පූර්ණ විෂය නිර්දේශය ආවරණය සඳහා කාලච්ඡේද 600ක් සඳහා ගුරු මාර්ගෝපදේශයේ මඟ පෙන්වා ඇත. එම යෝජිත කාලච්ඡේද ගුරු-සිසු අවශ්‍යතා අනුව වෙස් කර ගැනීමටත් සහ අදාළ පාඩම් ගුරුවරයාට පහසු පරිදි සකස් කර ගැනීමටත් ගුරුවරයාට නිදහස ඇත. එමෙන් ම පාසල පාදක කරගත් ඇගයීම් ක්‍රියාවලියක් යටතේ සිසු සාධනය තක්සේරු කිරීමට ද නිදහස ඇත.

මේ ආකාරයේ සුවිශේෂ වූ අංග රැසකින් සමන්විත නව ගුරු මාර්ගෝපදේශයෙහි යෝජිත පාඩම් සැලසුම් පන්ති කාමරයේ හා සිසුන්ගේ ස්වභාවය අනුව යම් යම් සංශෝධනවලට ලක් කිරීමේ හැකියාව ගුරුවරයාට ලැබී ඇත.

ඔබ විසින් සංශෝධනයට ලක් කරන හෝ නිර්මාණය කරනු ලබන පාඩම්, අධ්‍යක්ෂ, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව, ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය, මහරගම යන ලිපිනයට ලැබෙන්නට සලස්වන්නේ නම් කෘතඥ වන අතර, නව නිර්මාණ පිළිබඳ ව සමස්ත පාසල් පද්ධතිය දැනුම්වත් කිරීම සඳහා ක්‍රමවේදයක් සැලසුම් කිරීමට ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව සූදානම් ව සිටියි.

එස්. රාජේන්ද්‍රම් මයා
ව්‍යාපෘති නායක
12 13 ශ්‍රේණිය ගණිතය

ජාතික පොදු අරමුණු

පුද්ගලයාට හා සමාජයට අදාළ වන ප්‍රධාන ජාතික අරමුණු කරා ළඟා වීම සිදහා පුද්ගලයින්ට සහ කණ්ඩායම්වලට ජාතික අධ්‍යාපන පද්ධතියට සහාය විය යුතු යී

වසර ගණනාවක් මුළුල්ලේ ශ්‍රී ලංකාවේ ප්‍රධාන අධ්‍යාපන වාර්තා සහ ලේඛන මගින් පුද්ගල හා ජාතික අවශ්‍යතා සපුරාලීම සිදහා අරමුණු නියම කරනු ලැබීයී සමකාලීන අධ්‍යාපන ව්‍යුහයන් හා ක්‍රියාවලින් තුළ දැකිය හැකි දුර්වලතා නිසා ධරණීය මානව සංවර්ධන සංකල්ප රාමුව ඇතුළත අධ්‍යාපනය තුළින් ළඟාකර ගත යුතු පහත දැක්වෙන අරමුණු සපුරා ගැනීම අධ්‍යාපන පද්ධතිය සිදහා වූ තම ඉදිරි දැක්ම ලෙසට ජාතික අධ්‍යාපන කොමිෂන් සභාව විසින් ප්‍රත්‍යක්ෂ කොට ගෙන ඇතී

I මානව අභිමානයට ගරු කිරීමේ සංකල්පයක් මත පිහිටා ශ්‍රී ලාංකික බහුවිධ සමාජයේ සංස්කෘතික විවිධත්වය අවබෝධ කර ගනිමින් ජාතික ඒකාබද්ධතාවෟ ජාතික සෘජු ගුණයෟ ජාතික සමගියෟ එකමුතුකම සහ සාමය ප්‍රවර්ධනය කිරීම තුළින් ජාතිය ගොඩ ගැනීම සහ ශ්‍රී ලාංකීය අනන්‍යතාව තහවුරු කිරීම

I වෙනස් වන ලෝකයක අභියෝගයන්ට ප්‍රතිචාර දක්වන අතර ජාතික උරුමයේ මාහැඟි දායාදයන් හිදුනා ගැනීම සහ සංරක්ෂණය කිරීම

III මානව අයිතිවාසිකම් ගරු කිරීමෟ යුතුකම් හා වගකීම් පිළිබිද දැනුවත් වීමෟ හෘදයාංගම බැදීමකින් යුතුව එකිනෙකා කෙරෙහි සැලකිලිමත් වීම යන ගුණාංග ප්‍රවර්ධනය කිරීමට ඉවහල් වන සමාජ සාධාරණත්ව සම්මතයන් සහ ප්‍රජාතන්ත්‍රික ජීවන රටාවක් ගැබ් වූ පරිසරයක් නිර්මාණ කිරීම සහ පවත්වා ගෙන යාමට සහාය වීම

IV පුද්ගලයින්ගේ මානසික හා ශාරීරික සුව සම්පත් සහ මානව අගයන්ට ගරු කිරීම මත පදනම් වූ තිරසර ජීවන ක්‍රමයක් ප්‍රවර්ධනය කිරීම

V සුසමාහිත වූ සමබර පෞරුෂයක් සිදහා නිර්මාපණ හැකියාවෟ ආරම්භක ශක්තියෟ විචාරශීලී චින්තනයෟ වගකීම හා වගවීම ඇතුළු වෙනත් ධනාත්මක අංග ලක්ෂණ සංවර්ධනය කිරීම

VI පුද්ගලයාගේ සහ ජාතියේ ජීවගුණය වැඩිදියුණු කෙරෙන සහ ශ්‍රී ලංකාවේ ආර්ථික සංවර්ධනය සිදහා දායක වන ඵලදායි කාර්යයන් සිදහා අධ්‍යාපන තුළින් මානව සම්පත් සංවර්ධනය කිරීම

VII ශීඝ්‍රයෙන් වෙනස් වන ලෝකයක් තුළ සිදු වන වෙනස්කම් අනුව හැඩගැස්වීමට හා ඒවා පාලනය කර ගැනීමට පුද්ගලයින් සුදානම් කිරීම සහ සංකීර්ණ හා අනපේක්ෂිත අවස්ථාවන්ට සාර්ථක ව මුහුණ දීමේ හැකියාව වර්ධනය කිරීම

VIII ජාත්‍යන්තර ප්‍රජාව අතර ගෞරවනීය ස්ථානයක් හිමි කර ගැනීමට දායක වන යුක්තිය සමානත්වය සහ අන්‍යෝන්‍ය ගරුත්වය මත පදනම් වූ ආකල්ප හා කුසලතා පෝෂණය කිරීම

පොදු නිපුණතා සමූහ

අධ්‍යාපනය තුළින් වර්ධනය කෙරෙන පහත දැක්වෙන මූලික නිපුණතා ඉහත සඳහන් ජාතික අරමුණු මුදුන්පත් කර ගැනීමට දායක වනු ඇත.

(i) **සන්නිවේදන නිපුණතා**

සාක්ෂරතාව, සංඛ්‍යා පිළිබඳ දැනුම, රූපක භාවිතය සහ තොරතුරු තාක්ෂණය ප්‍රවීණත්වය යන අනුකාණ්ඩ හතරක් මත සන්නිවේදන නිපුණතා පදනම් වේ.

සාක්ෂරතාව : සාවධානව ඇහුම්කන් දීම, පැහැදිලි ව කතා කිරීම, තේරුම් ගැනීම සඳහා කියවීම, නිවැරදි ව සහ නිරවුල් ව ලිවීම, ඵලදායී අයුරින් අදහස් හුවමාරු කර ගැනීම

සංඛ්‍යා පිළිබඳ දැනුම : භාණ්ඩ, අවකාශය හා කාලය, ගණන් කිරීම, ගණනය සහ මිනුම් සඳහා ක්‍රමානුකූල ඉලක්කම් භාවිතය

රූපක භාවිතය : රේඛා සහ ආකෘති භාවිතයෙන් අදහස් පිළිබිඹු කිරීම සහ රේඛා, ආකෘති සහ වර්ණ ගලපමින් විස්තර, උපදෙස් හා අදහස් ප්‍රකාශනය හා වාර්තා කිරීම

තොරතුරු තාක්ෂණ ප්‍රවීණත්වය: පරිගණක දැනුම සහ ඉගෙනීමේ දී ද සේවා පරිශ්‍රයන් තුළ දී ද පෞද්ගලික ජීවිතයේ දී ද තොරතුරු සහ සන්නිවේදන තාක්ෂණය උපයෝගී කර ගැනීම

(ii) **පෞරුෂත්ව වර්ධනය අදාළ නිපුණතා**

- නිර්මාණශීලී බව, අපසාරී චින්තනය, ආරම්භක ශක්තිය, තීරණ ගැනීම, ගැටලු නිරාකරණය කිරීම, විචාරශීලී හා විග්‍රාත්මක චින්තනය, කණ්ඩායම් හැඟීමෙන් කටයුතු කිරීම, පුද්ගලාන්තර සබඳතා, නව සොයා ගැනීම් සහ ගවේෂණය වැනි වර්ගීය කුසලතා
- ඍජු ගුණය, ඉවසා දරා සිටීමේ ශක්තිය සහ මානව අභිමානයට ගරු කිරීම වැනි අගයයන්
- චිත්තවේගී බුද්ධිය

(iii) **පරිසරයට අදාළ නිපුණතා**

මෙම නිපුණතා සාමාජික, ජෛව සහ භෞතික පරිසරයන්ට අදාළ වේ.

සමාජ පරිසරය : ජාතික උරුමයන් පිළිබඳ අවබෝධය, බහුවාර්ගික සමාජයක සාමාජිකයන් වීම හා සම්බන්ධ සංවේදීතාව හා කුසලතා, සාධාරණ යුක්තිය පිළිබඳ හැඟීම, සමාජ සම්බන්ධතා, පුද්ගලික චර්යාව, සාමාන්‍ය හා නෛතික සම්ප්‍රදායයන්, අයිතිවාසිකම්, වගකීම්, යුතුකම් සහ බැඳීම්

ජෛව පරිසරය : සජීවී ලෝකය, ජනතාව සහ ජෛව පද්ධතිය, ගස්වැල්, වනාන්තර, මුහුදු, ජලය, වාතය සහ ජීවය- ශාක, සත්ත්ව හා මිනිස් ජීවිතයට සම්බන්ධ වූ අවබෝධය, සංවේදී බව හා කුසලතා

භෞතික පරිසරය : අවකාශය, ශක්තිය, ඉන්ධන, ද්‍රව්‍ය, භාණ්ඩ සහ මිනිස් ජීවිතයට ඒවායේ ඇති සම්බන්ධතාව, ආහාර, ඇඳුම්, නිවාස, සෞඛ්‍ය, සුව පහසුව, නින්ද, නිස්කලංකය, විවේකය, අපද්‍රව්‍ය සහ මළපහ කිරීම යනාදිය හා සම්බන්ධ වූ අවබෝධය, සංවේදීතාව හා කුසලතාව, ඉගෙනීම, වැඩ කිරීම සහ ජීවත් වීම සඳහා මෙවලම් සහ තාක්ෂණය ප්‍රයෝජනයට ගැනීමේ කුසලතා මෙහි අඩංගු වේ.

(iv) **වැඩ ලෝකයට සූදානම් වීමේ නිපුණතා**

ආර්ථික සංවර්ධනයට දායක වීම

තම වෘත්තීය ලැදියා සහ අභියෝගතා හඳුනා ගැනීම

හැකියාවන්ට සරිලන අයුරින් රැකියාවක් තෝරා ගැනීම සහ වාසිදායක හා තිරසාර ජීවනෝපායක නිරත වීම

යන හැකියාවන් උපරිම කිරීමට හා ධාරිතාව වැඩි කිරීමට අදාළ සේවා නියුක්තිය හා සම්බන්ධ කුසලතා

(v) **ආගම සහ ආචාර ධර්මයන්ට අදාළ නිපුණතා**

පුද්ගයන්ට තම දෛනික ජීවිතයේ දී ආචාරධර්ම, සදාචාරාත්මක හා ආගමානුකූල හැසිරීම් රටාවන්ට අනුගත වෙමින් වඩාත් උචිත දේ තෝරා එයට සරිලන සේ කටයුතු කිරීම සඳහා අගයයන් උකහා ගැනීම හා ස්වීයකරණය

(vi) **ක්‍රීඩාව සහ විවේකය ප්‍රයෝජනයට ගැනීමේ නිපුණතා**

සෞන්දර්යය, සාහිත්‍යය, සෙල්ලම් කිරීම, ක්‍රීඩා හා මලල ක්‍රීඩා, විනෝදාංශ හා වෙනත් නිර්මාණාත්මක ජීවන රටාවන් තුළින් ප්‍රකාශ වන විනෝදය, සතුට, ආවේග සහ එවන් මානුෂික අත්දැකීම්

(vii) **"ඉගෙනීමට ඉගෙනීම" පිළිබඳ නිපුණතා**

ශීඝ්‍රයෙන් වෙනස් වන, සංකීර්ණ හා එකිනෙකා මත යැපෙන ලෝකයක පරිවර්තන ක්‍රියාවලියක් හරහා වෙනස්වීම් හසුරුවා ගැනීමේ දී හා ඊට සංවේදී ව හා සාර්ථක ව ප්‍රතිචාර දැක්වීමත් ස්වාධීනව ඉගෙන ගැනීමත් සඳහා පුද්ගලයින් හට ශක්තිය ලබාදීම

පටුන

පළමු වාරය

සංයුක්ත ගණිතය - I

නිපුණතාව 18: කාටීසීය ඛණ්ඩාංක ඇසුරෙන් සරල රේඛාව විවරණය කරයි.

නිපුණතා මට්ටම 18.1: සරල රේඛාවක සමීකරණය ව්‍යුත්පන්න කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන: 04

ඉගෙනුම් පල:

1. සරල රේඛාවක අනුක්‍රමණය (බෑවුම) සහ x සහ y අක්ෂ මත අන්තඃඛණ්ඩ විවරණය කරයි.
2. සරල රේඛාවක සමිකරණයේ විවිධ ආකාර ව්‍යුත්පන්න කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. • (x_1, y_1) හා (x_2, y_2) ලක්ෂ්‍ය දෙක යා කරන රේඛාවේ අනුක්‍රමණය $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ ලෙස අර්ථ දක්වන්න, $x_1 \neq x_2$ බව දී ඇත.
   - x අක්ෂයේ ධන දිශාව හා සරල රේඛාව අතර කෝණය θ නම් එවිට $m = \tan\theta$ බව පැහැදිලි කරන්න. $\theta \neq \dfrac{\pi}{2}$ බව දී ඇත.

2. • අනුක්‍රමණය m හා y අක්ෂය මත අන්තඃඛණ්ඩය c වන සරල රේඛාවේ සමීකරණය $y = mx + c$ වේ.
   - අනුක්‍රමණය m හා (x_1, y_1) ලක්ෂ්‍යය හරහා යන සරල රේඛාවේ සමීකරණය $y - y_1 = m(x - x_1)$ වේ.
   - (x_1, y_1) හා (x_2, y_2) ලක්ෂ්‍ය දෙක හරහා යන සරල රේඛාවේ සමීකරණය $y - y_1 = \left(\dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\right)(x - x_1)$ වේ.
   - x අක්ෂ්‍යය මත අන්තඃඛණ්ඩය a හා y අක්ෂය මත අන්තඃඛණ්ඩය b වන සරල රේඛාව $bx + ay = ab$ හෝ $\dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} = 1$ වේ.
   - සරල රේඛාවක ලම්බ ආකාරය $x\cos\alpha + y\sin\alpha = p$ වේ. මෙහි p යනු මූල ලක්ෂ්‍යයේ සිට සරල රේඛාවට ඇති ලම්බ දුරයි. α යනු මෙම ලම්බකය x අක්ෂයේ ධන දිශාව සමඟ වාමාවර්ත ව සාදන කෝණයයි.
   - සරල රේඛාවක සාධාරණ ආකාරය $ax + by + c = 0$ වේ.
   - ඉහත එක් එක් අවස්ථාවේ සමීකරණ ලබා ගැනීමට සිසුන්ට මඟ පෙන්වන්න.
   - $ax + by + c = 0$ සාධාරණ ආකාරය භාවිත කර ඉහත විවිධ ආකාරයේ සමීකරණ ලබා ගැනීමට සිසුන්ට මඟ පෙන්වන්න.

නිපුණතා මට්ටම 18.2: දෙන ලද සමාන්තර නොවන සරල රේඛා දෙකක ඡේදන ලක්ෂ්‍යය හරහා ගමන් කරන සරල රේඛාවක සමීකරණය ව්‍යුත්පන්න කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන: 02

ඉගෙනුම් පල:

1. සමාන්තර නොවන සරල රේඛා දෙකක ඡේදන ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සොයයි.

2. දෙන ලද රේඛා දෙකක ඡේදන ලක්ෂ්‍යය හරහා යන රේඛාවක සමීකරණය සොයයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. • ඒකජ සමගාමී සමීකරණ විසඳා අනුරූප සරල රේඛාවල ඡේදන ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

2. • $a_1x+b_1y+c_1=0$ හා $a_2x+b_2y+c_2=0$ රේඛා දෙකෙහි ඡේදන ලක්ෂ්‍යය හරහා යන රේඛාවේ සමීකරණය $l(a_1x+b_1y+c_1)+m\ (a_2x+b_2y+c_2)=0$ වේ යන්න ව්‍යුත්පන්න කරන්න. මෙහි l හා m පරාමිති වේ.

   • ඉහත රේඛා දෙකෙහි ඡේදන ලක්ෂ්‍යය හරහා යන $a_2x+b_2y+c_2=0$ රේඛාව හැර අනෙකුත් රේඛාවල සමීකරණ $a_1x+b_1y+c_1+\lambda(a_2x+b_2y+c_2)=0$ මඟින් නිරූපණය කළ හැකි බව පැහැදිලි කරන්න. මෙහි λ පරාමිතියකි.

නිපුණතා මට්ටම 18.3 : දෙන ලද සරල රේඛාවකට සාපේක්ෂ ව ලක්ෂ්‍ය දෙකක පිහිටීම විස්තර කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 02

ඉගෙනුම් පල : 1. ලක්ෂ්‍ය දෙකක් දෙන ලද රේඛාවක එක ම පැත්තේ හෝ දෙපැත්තේ හෝ පිහිටීමට අවශ්‍යතාව සොයයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. දෙන ලද රේඛාව $ax+by+c=0$ හා ලක්ෂ්‍ය දෙක (x_1, y_1) හා (x_2, y_2) වේ නම් $(ax_1+by_1+c)\ (ax_2+by_2+c)\leqslant 0$ වීම අනුව ලක්ෂ්‍ය දෙක රේඛාවේ එක ම පස හෝ දෙපස හෝ පිහිටන බව පෙන්වන්න.

නිපුණතා මට්ටම 18.4 : සරල රේඛා දෙකක් අතර කෝණය සොයයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 02

ඉගෙනුම් පල:
1. අනුක්‍රමණ ඇසුරෙන් දෙන ලද රේඛා දෙකක් අතර කෝණය සොයයි.
2. සරල රේඛා දෙකක් සමාන්තර වීමට හෝ ලම්බ වීමට හෝ අවශ්‍යතාව සොයයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. ඡේදනය වන රේඛා දෙකක් අතර කෝණ දෙකක් පවතින බව පවසන්න. සාමාන්‍යයෙන් ඉන් එකක් සුළු කෝණයක් ද අනෙක මහා කෝණයක් ද වේ.

2. • $y = m_1x + c_1$ and $y = m_2x + c_2$ රේඛා දෙක අතර සුළු කෝණය $\tan^{-1}\left|\dfrac{m_1 - m_2}{1 + m_1m_2}\right|$ බව ව්‍යුත්පන්න කරන්න. මෙහි $m_1m_2 \neq -1$ බව දී ඇත.

   - බෑවුම m_1 හා m_2 වන සරල රේඛා දෙක
     - සමාන්තර වන්නේ $m_1 = m_2$ වන්නේ නම් හා නම් ම පමණි.
     - අභිලම්භ වන්නේ $m_1m_2 = -1$ වන්නේ නම් හා නම් ම පමණි.
   - පහත අවස්ථා සාකච්ඡා කරන්න.
     - $m_1 = 0$ හෝ $m_2 = 0$
     - m_1 හෝ m_2 අර්ථ දක්වා නොමැති විට

නිපුණතා මට්ටම 18.5 : දෙන ලද ලක්ෂ්‍යයක සිට දෙන ලද සරල රේඛාවකට ඇති ලම්බක දුර ව්‍යුත්පන්න කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන: 06

ඉගෙනුම් පල:
1. සරල රේඛාවක පරාමිතික සමීකරණය ව්‍යුත්පන්න කරයි.
2. රේඛාවේ පරාමිතික සමීකරණය භාවිතයෙන් ලක්ෂ්‍යයේ සිට රේඛාවට ඇති ලම්බක දුර සොයයි.
3. සමාන්තර නොවන සරල රේඛා දෙකක් අතර කෝණ සමච්ඡේදකවල සමීකරණ සොයයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. • $P \equiv (x_1, y_1)$ ලක්ෂ්‍යය හරහා යන සරල රේඛාවේ පරාමිතික සමීකරණය $x = x_1 + r\cos\theta, y = y_1 + r\sin\theta$ බව පෙන්වන්න. මෙහි θ යනු රේඛාව x අක්ෂයේ ධන දිශාව සමග වාමාවර්ත ව සාදන කෝණයයි. මෙහි $Q \equiv (x, y)$ ද සහ P සහ Q අතර දුර r වේ.

   • $ax + by + c = 0$ රේඛාව සඳහා පරාමිතික සමීකරණ

   $\dfrac{y - y_1}{a} = -\dfrac{(x - x_1)}{b} = t$ වේ. මෙහි t යනු පරාමිතියකි. $P \equiv (x_1, y_1)$ රේඛාව මත ලක්ෂ්‍යයකි. (එනම් $x = x_1 - bt,\ y = y_1 + at$).

2. • $P \equiv (h, k)$ ලක්ෂ්‍යයේ සිට $ax + by + c = 0$ රේඛාවට ඇති ලම්බක දුර $\dfrac{|ah + bk + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ බව පෙන්වන්න.

   • $ax + by + c = 0$ හා $ax + by + d = 0$ සමාන්තර සරල රේඛා අතර දුර $\dfrac{|c - d|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ බව අපෝහනය කරන්න.

3. $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ හා $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ ඡේදනය වන රේඛා දෙක අතර කෝණ සමච්ඡේදනයේ සමීකරණ

   $\dfrac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{{a_1}^2 + {b_1}^2}} = \pm\dfrac{(a_2x + b_2y + c_2)}{\sqrt{{a_2}^2 + {b_2}^2}}$ බව පෙන්වන්න.

4. ඉහත සමීකරණය භාවිතයෙන් විවිධ ගැටලු විසඳීම සඳහා සිසුන් යොමු කරවයි.

නිපුණතාව 16: ශ්‍රිතයක නිශ්චිත හා අනිශ්චිත අනුකලන සොයයි.

නිපුණතා මට්ටම 16.1: ශ්‍රිතයක ප්‍රතිව්‍යුත්පන්නය භාවිතයෙන් අනිශ්චිත අනුකලනය අපෝහනය කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන: 03

ඉගෙනුම් පල: 1. • ව්‍යුත්පන්න පිළිබඳ ප්‍රතිඵල භාවිතයෙන් අනිශ්චිත අනුකලන සොයයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. • $\frac{d}{dx}[F(x)] = f(x)$ නම් එවිට $F(x)$ හි ප්‍රතිව්‍යුත්පන්නය $f(x)$ වේ.

- ශ්‍රිතයක ප්‍රතිව්‍යුත්පන්නය අනන්‍ය වුවත් නියතයකින් වෙනස් විය හැකිය.

- $\frac{d}{dx}[F(x)] = f(x)$ නම් එවිට $\int f(x)dx = F(x) + C$ ලෙස ලියමු. මෙහි C යනු අභිමත නියතයකි.

- $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, n \neq -1$
- $\int \frac{1}{x} dx = \text{in}|x| + C (x \neq 0)$
- $\int e^x dx = e^x + C$
- $\int \sin x \ dx = -\cos x + C$
- $\int \cos x \ dx = \sin x + C$
- $\int \sec^2 x \ dx = \tan x + C$
- $\int \text{cosec}^2 x \ dx = -\cot x + C$
- $\int \sec x \ \tan x \ dx = \sec x + C$
- $\int \cot x \ \text{cosec}\, x \ dx = -\cos ecx + C$
- $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \sin^{-1}\frac{x}{a} + C$, (මෙහි $-a < x < a$ සහ $a \neq 0$)
- $\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a}\tan^{-1}\frac{x}{a} + C$, මෙහි $(a \neq 0)$

නිපුණතා මට්ටම 16.2: අනුකලනය සඳහා වූ ප්‍රමේයය භාවිත කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 02

ඉගෙනුම් පල: 1. • අනුකලනය සඳහා වූ ප්‍රමේයය භාවිත කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. f හා g යනු x හි ශ්‍රිතයන් ද k යනු නියතයක් නම් ද එවිට
   - $\int k f(x)dx = k\int f(x)dx$
   - $\int [f(x) \pm g(x)]dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$

2. ඉහත ප්‍රමේයන්හි භාවිතය

නිපුණතා මට්ටම 16.3: කලනයේ මූලික ප්‍රමේයය භාවිතයෙන් නිශ්චිත අනුකලනයේ මූලික ලක්ෂණ විමසයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 02

ඉගෙනුම් පල:
1. ගැටලු විසඳීමට කලනයේ මූලික ප්‍රමේයය භාවිත කරයි.
2. නිශ්චිත අනුකලනයේ ගුණ භාවිත කරයි.
3. නිශ්චිත අනුකලනය ආශ්‍රිත ගැටලු විසඳයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. f හා g , x හි ශ්‍රිත නම් හා $\phi(x)$ යනු $f(x)$ හි ප්‍රතිව්‍යුත්පන්නය නම්

   එවිට $\int_a^b f(x)dx = [\phi(x)]_a^b = \phi(b) - \phi(a)$.

2.
   - $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$
   - $\int_a^b k\ f(x)dx = k\int_a^b f(x)dx$
   - $\int_a^b \{f(x) \pm g(x)dx\} = \int_a^b f(x)dx \pm \int_a^b g(x)dx$
   - $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$, මෙහි $a < c < b$
   - $\int_0^a f(x)dx = \int_0^a f(a-x)dx$

3. ඉහත ප්‍රතිඵල ආශ්‍රිත ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.

නිපුණතා මට්ටම 16.4: අනුරූප ක්‍රම භාවිත කර පරිමේය ශ්‍රිත අනුකලනය කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන: 05

ඉගෙනුම් පල:
1. අනුකලන සෙවීමට සූත්‍ර භාවිත කරයි.
2. අනුකලනය සඳහා භින්න භාග භාවිත කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. • $\int \frac{f^{/}(x)}{f(x)}dx = \ln\left|f(x)\right| + C$, මෙහි $f^{/}(x)$ යනු $f(x)$ යන්නෙහි ව්‍යුත්පන්නයයි.

   • $\int \frac{1}{ax^2+bx+c}\,dx$, පහත අවස්ථා සලකන්න.

   (i) $b^2-4ac>0$ (ii) $b^2-4ac=0$ (iii) $b^2-4ac<0$

2. $\int \frac{P(x)}{Q(x)}\,dx$ මෙහි $P(\alpha)$ සහ $Q(x)$ යනු බහුපද වන අතර $Q(x)$ යනු මාත්‍රය ≤ 4 වූ සාධක කළ හැකි බහුපදයකි.

නිපුණතා මට්ටම 16.5: ත්‍රිකෝණමිතික සර්වසාම්‍ය භාවිත කර ත්‍රිකෝණමිතික ප්‍රකාශන අනුකලනය කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන: 03

ඉගෙනුම් පල:
1. ත්‍රිකෝණමිතික සර්වසාම්‍ය භාවිත කර අනුකලනය කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. පහත සම්මත අනුකලන ලබා ගැනීමට ත්‍රිකෝණමිතික සර්වසාම්‍ය භාවිත කරන්න.
   - $\int \tan x\,dx$, $\int \cot x\,dx$, $\int \sec x\,dx$, $\int \operatorname{cosec} x\,dx$.
   - $\int \sin^2 x\,dx$, $\int \cos^2 x\,dx$, $\int \tan^2 x\,dx$, $\int \cot^2 x\,dx$.
   - $\int \sin^3 x\,dx$, $\int \cos^3 x\,dx$.
   - $\int \sin mx \cos nx\,dx$, $\int \cos mx \cos nx\,dx$, $\int \sin mx \sin nx\,dx$.

නිපුණතා මට්ටම 16.6: අනුකලනය සඳහා ආදේශ ක්‍රමය භාවිත කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන: 04

ඉගෙනුම් පල: 1. අනුකලනය සඳහා සුදුසු ආදේශ භාවිත කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. සුදුසු ආදේශ භාවිතයෙන්
   - $\int \sin^m x\, dx$ මෙහි m ඔත්තේ ධන පූර්ණ සංඛ්‍යාවකි (ආදේශය $t = \cos x$).
   - $\int \cos^m x\, dx$ මෙහි m ඔත්තේ ධන පූර්ණ සංඛ්‍යාවකි (ආදේශය $t = \sin x$).
   - $\int \sin^m x \cos^n x\, dx$ මෙහි m, n ධන පූර්ණ සංඛ්‍යා වේ.
   - $\int \dfrac{dx}{a\cos x + b\sin x + c}$, (ආදේශය $t = \tan\dfrac{x}{2}$)
   - $\int \dfrac{dx}{a\cos^2 x + b\sin^2 x + c}$, (ආදේශය $t = \tan x$)
   - $\int \sqrt{a^2 - x^2}\,dx$, (ආදේශය $x = a\sin\theta$ හෝ $a\cos\theta$).
   - $\int \dfrac{dx}{\sqrt{a^2 + x^2}}$, (ආදේශය $x = a\tan\theta$).
   - $\int \dfrac{1}{\sqrt{x^2 - a^2}}$, (ආදේශය $x = a\sec\theta$).
   - $\int \dfrac{dx}{(px+q)\sqrt{ax+b}}$, (ආදේශය $t = \sqrt{ax+b}$).
   - $\int \dfrac{dx}{(px+q)\sqrt{ax^2+bx+c}}$, (ආදේශය $px + q = \dfrac{1}{t}$).
   - වෙනත් සුදුසු ආදේශ භාවිතයෙන් ගැටලු විසඳීම සඳහා සිසුන් යොමු කරන්න.

නිපුණතා මට්ටම 16.7: කොටස් මඟින් අනුකලනය භාවිතයෙන් ගැටලු විසඳයි.

කාලච්ඡේද ගණන: 03

ඉගෙනුම් පල: 1. ගැටලු විසඳීමට කොටස් මඟින් අනුකලනය භාවිත කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. • $u_{(x)}$ හා $v_{(x)}$ යනු අවකල්‍ය ශ්‍රිත වේ නම් එවිට

$$\int u\left(\frac{dv}{dx}\right)dx = uv - \int v\left(\frac{du}{dx}\right)dx$$ බව පෙන්වන්න.

- කොටස් මඟින් අනුකලනය භාවිතයෙන් ගැටලු විසඳීමට සිසුන්ට මඟ පෙන්වන්න.

නිපුණතා මට්ටම 16.8: අනුකලනය භාවිත කර වක්‍රවලින් මායිම් වූ ප්‍රදේශවල වර්ගඵලය නිර්ණය කරයි.

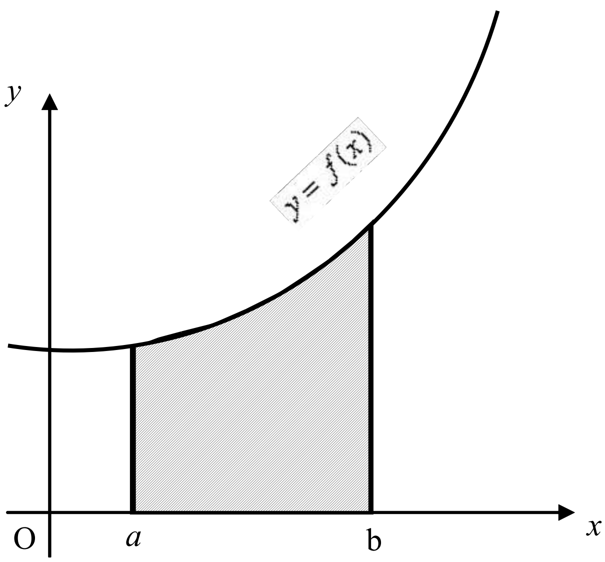
කාලච්ඡේද ගණන: 04

ඉගෙනුම් පල: 1. වක්‍රයක් යටින් වූ වර්ගඵලයක් සහ වක්‍ර දෙකක් අතර වර්ගඵලයක් සෙවීමට නිශ්චිත අනුකලනය භාවිත කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. වක්‍රයක් යටින් වූ වර්ගඵලය නිශ්චිත අනුකලනයක් ලෙස අර්ථ දක්වන්න.

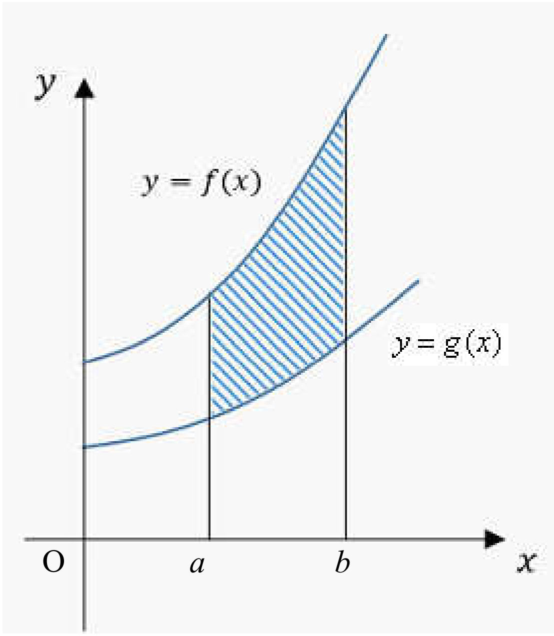
- $y = f(x)$ මඟින් වක්‍රයක් ලැබේ යයි සිතමු. මෙහි $f(x)$ යනු $[a, b]$ මත සෘණ නොවන සන්තතික ශ්‍රිතයකි.



x අක්ෂයෙන්ද, $x=a$ හා $x=b$ රේඛා දෙකෙන්ද $y=f(x)$ වක්‍රයෙන් ද මායිම්වන ප්‍රදේශයේ වර්ගඵලය $\int_a^b f(x)dx$ වේ.

- මෙය $x=a$ සිට $x=b$ දක්වා $y=f(x)$ වක්‍රයට යටින් වූ වර්ගඵලය ලෙස හඳුන්වනු ලැබේ.

$[a,b]$ ප්‍රාන්තරයේ දී $f(x) \geq g(x)$ වන පරිදි වූ $y=f(x)$ හා $y=g(x)$ වක්‍ර දෙක සලකන්න.



$x=a$ හා $x=b$ රේඛා දෙකෙන් ද ඉහත වක්‍ර දෙකෙන් ද මායිම් වන වර්ගඵලය $\int_a^b \{f(x)-g(x)\}dx$ වේ.

මෙවැනි වර්ගඵල සෙවීම පමණක් අපේක්ෂා කෙරේ.

- වක්‍ර ඇඳීම අපේක්ෂා නොකෙරේ.

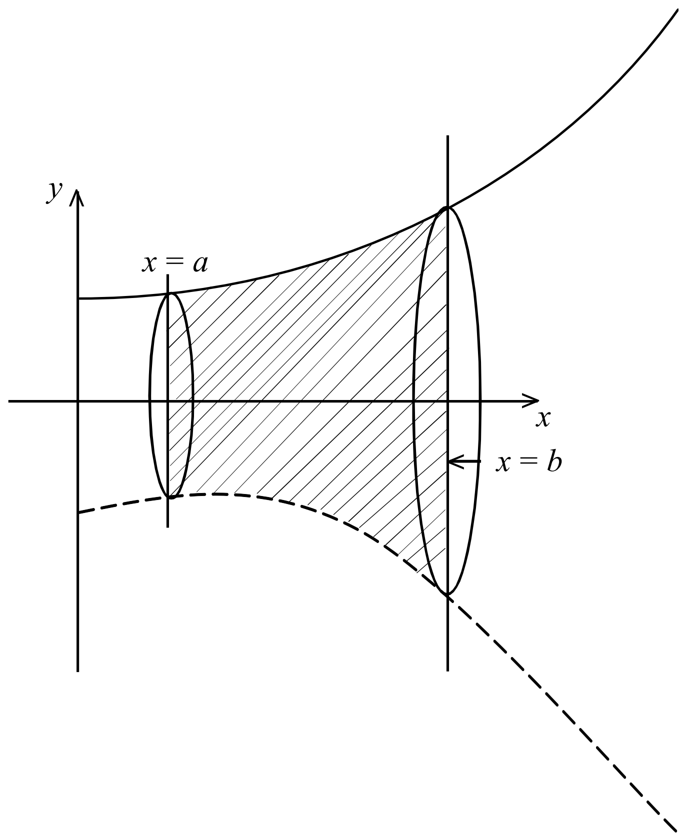
නිපුණතා මට්ටම 16.9: පරිභ්‍රමණයෙන් ලැබෙන පරිමාව නිර්ණය කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන: 02

ඉගෙනුම් පල: 1. පරිභ්‍රමණයෙන් ලැබෙන පරිමාව සෙවීමට අනුකලන සූත්‍ර භාවිත කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. $x = a$ හා $x = b$ රේඛා දෙකෙන් ද x අක්ෂයෙන් හා $y = f(x)$ වක්‍රයෙන් මායිම් වූ ප්‍රදේශය x අක්ෂය වටා සෘජුකෝණ 4කින් පරිභ්‍රමණය කිරීමෙන් ලැබෙන වර්ගඵලය $\int_a^b \{f(x)\}^2 dx$ වේ.



අඳුරු කල කොටසේ පරිමාව $= \pi \int_a^b \{f(x)\}^2 dx$

කබොල ක්‍රමයට වර්ගඵලය විස්තර කරයි.

- වක්‍ර ඇඳීම අපේක්ෂා නොකෙරේ.

සංයුක්ත ගණිතය - II

නිපුණතාව 2: ඒකතල බල පද්ධති භාවිත කරයි.

නිපුණතා මට්ටම 2.10: සුමට සන්ධි ඇතුළත් ඒකතල බලපද්ධතිවල සමතුලිතතාව විමර්ශනය කිරීමට ඒකතල බලපද්ධතිවල ලක්ෂණ යොදා ගනී.

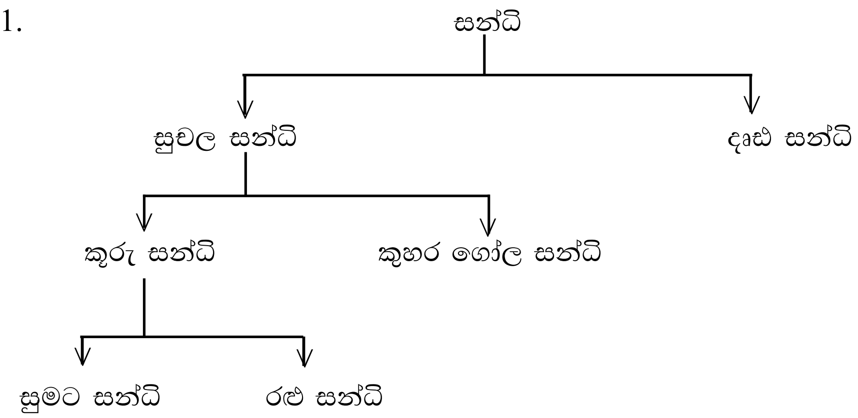
කාලච්ඡේද ගණන : 10

ඉගෙනුම් පල:

1. සරල සන්ධිවල ආකාර ප්‍රකාශ කරයි.
2. සුචල සන්ධි හා දෘඪ සන්ධි විස්තර කරයි.
3. සුමට සන්ධියක් මත ක්‍රියා කරන බල ලකුණු කරයි.
4. සන්ධි කළ දඬු ඇතුළත් ගැටලු විසඳයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

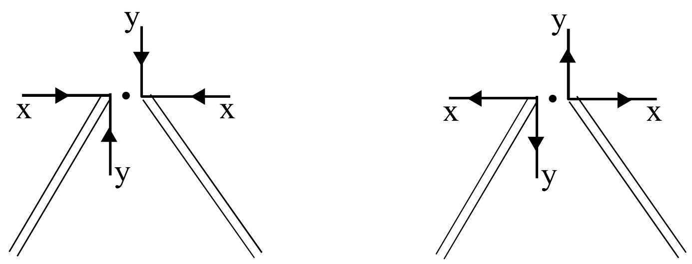
1.



එදිනෙදා ජීවිතයේ උදාහරණ ඉදිරිපත් කරමින් එක් එක් ආකාරයේ සන්ධි විස්තර කරන්න.

2.
- එක් දණ්ඩකට සාපේක්ෂ ව තවත් දණ්ඩක පිහිටුම වෙනස් කළ නොහැකි සන්ධි දෘඪ සන්ධි ලෙස ද
- එක් දණ්ඩක පිහිටුමට සාපේක්ෂ ව තවත් දණ්ඩක පිහිටුම චලනය කළ හැකි සන්ධි සුචල සන්ධි ලෙස ද හඳුන්වන්න.

3. සුමට අසව් (Nut හා Bolt සන්ධි) මඟින් සන්ධි කර ඇති බර දඬු සලකන බව පවසන්න. සන්ධි සුමට ක්‍රියා සන්ධිවලදී ක්‍රියා කරන බල දඬු දෙක පවතින තලයේ පවතින බවත් එනම් බාහිර බල නිසා දඬු අතර ප්‍රතික්‍රියා විශාලත්වයෙන් සමාන හා දිශාවෙන් ප්‍රතිවිරුද්ධ බවත් පෙන්වන්න.



4. • දඬු දෙක සන්ධියෙන් විසන්ධි කිරීමෙන් වස්තු දෙකෙහි සමතුලිතතාව සැලකිය නොහැකි බව අවධාරණය කරන්න. ගැටලු විසඳීමේ දී දෘඪ ලෙස සන්ධි කළ දඬු දෙකක් ඇතුළත් ගැටලු විසඳීමට ඒවා තනි දෘඪ වස්තුවක් ලෙස සැලකීමට සිදුවන බව පවසන්න. (රළු අසවු විෂය නිර්දේශයට ඇතුළත් නොවේ)
   • සුමට සන්ධි ඇතුළත් ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.

නිපුණතා මට්ටම 2.11: සුමටව සන්ධි කළ සැහැල්ලු දඬු ඇතුළත් රාමු සැකිල්ලක ප්‍රත්‍යාබල නිර්ණය කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 10

ඉගෙනුම් පල:

1. සැහැල්ලු දඬු ඇතුළත් රාමු කට්ටුව විස්තර කරයි.
2. රාමු කට්ටුවේ එක් එක් සන්ධියේ සමතුලිතතාව සඳහා අවශ්‍යතාව ප්‍රකාශ කරයි.
3. බෝ අංකනය භාවිත කරයි.
4. සැහැල්ලු දඬු ඇතුළත් රාමු කට්ටු ඇතුළත් ගැටලු විසඳයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. ඍජු සැහැල්ලු දඬු 3ක හෝ වැඩි ගණනක හෝ අන්තවල දී ඒවා එක ම තලයේ පවතින සේ අසවු කිරීමෙන් සකසන ලද සැකිල්ලක රාමු කට්ටුවක් ලෙස හඳුන්වන්න.

   සුදුසු උදාහරණ භාවිතයෙන් විස්තර කරන්න.

   - සියලු ම දඬු ඒවායේ කෙළවර දී බලයුග්මයක් හෝ ව්‍යාවර්තයක් හෝ ඇති නොවන සේ සුමටව සන්ධි කර ඇත.

   - බාහිර බල හැරුණ විට අන් සියලු ම සන්ධිවල ප්‍රතික්‍රියා දඬු ඔස්සේ ක්‍රියා කරයි. මේවා එක්කෝ ආතති නැත්නම් තෙරපුම් වේ.

   - සියලු ම දඬු එක ම සිරස් තලයේ පවතී. එනිසා බාහිර බල ඇතුල් ව සියලු ම පද්ධතියේ බල ඒකතල වේ.

2. - මුළු රාමු කට්ටුවේ සමතුලිතතාව සලකා සියලු ම බාහිර බල සමතුලිතතාවේ විය යුතු ය.

   - එක් එක් සන්ධිය එය මත ක්‍රියා කරන බලවල සමතුලිතතාව සලකා බල බහුඅස්‍ර මූලධර්මය එම සන්ධිවලට යෙදිය හැකිය. (බාහිර බල හා ප්‍රත්‍යාබල සන්ධියේ දී හමු වේ)

     පද්ධතියේ සමමිතික ගුණය භාවිතයෙන් බල ලකුණු කළ හැකි බවත් බල සෙවීම සඳහා සමතුලිතතාවට අවශ්‍යතාව කෙසේ යොදා ගත හැකි ද යන්නත් සුදුසු උදාහරණ භාවිතයෙන් පෙන්වා දෙන්න.

3. **බෝ අංකනය**

   - රාමු කට්ටුව මත ක්‍රියා කරන බාහිර බල මෙම රාමු කට්ටුවට පිටතින් ලකුණු කරන්න.
     - බාහිර බල හා දඬු සැම එකක් ම අතර මායිම් වූ ප්‍රදේශ සියල්ල ම අංකනය කරන්න.
     - සන්ධියක බල නිරූපණය වන සේ බල ත්‍රිකෝණයක් හෝ බල බහුඅස්‍රයක් හෝ අඳින්න. (නොදන්නා බල එකක් හෝ දෙකක් හෝ පවතින සන්ධි) තව ද මෙම බල සටහන් සංවෘත බහුඅස්‍ර විය යුතු ය.

   - අනුපිළිවෙළින් යාබද ශීර්ෂ ගෙන බල ත්‍රිකෝණ හෝ බල බහුඅස්‍ර හෝ අඳින්න. මෙම රූප ද සංවෘත විය යුතු ය.

- ප්‍රත්‍යබල සටහනේ ත්‍රිකෝණ හා බහුඅස්‍ර සලකා ත්‍රිකෝණමිතික හෝ වීජීය හෝ සූත්‍ර භාවිතයෙන් නොදන්නා ප්‍රත්‍යාබල සොයන්න.
- ප්‍රත්‍යාබල සටහන භාවිතයෙන් අවශ්‍ය නම් නොදන්නා බාහිර බල වුව ද නිර්ණය කළ හැකි බව පෙන්වන්න.
- ඊතල හිස් රාමුවේ රූප සටහනේ යෙදිය යුතු බවත් බල සටහනේ ඒවා යෙදීමෙන් වැළකිය යුතු බවත් සිසුන්ගේ අවධානයට යොමු කරන්න.
- රාමු කට්ටුවේ රූප සටහනෙහි ඇතුළු කරන ඊතල හිස්වලට අනුව ආතති හා තෙරපුම් ලෙස ප්‍රත්‍යාබල වර්ගීකරණය කළ හැක්කේ කෙසේ දැයි පැහැදිලි කරන්න.

නිපුණතාව 3: තලයක ක්ෂණික චලිතය විස්තර කිරීමට නිව්ටෝනියානු ආකෘතිය යොදා ගනියි.

නිපුණතා මට්ටම 3.9: යාන්ත්‍රික ශක්තිය විවරණය කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 02

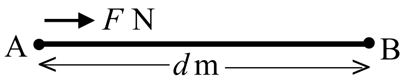
ඉගෙනුම් පල:

1. කාර්යය සංකල්පය පැහැදිලි කරයි.
2. නියත බල යටතේ සිදු කරන කාර්ය අර්ථ දක්වයි.
3. කාර්යයේ ඒකක හා මාන ප්‍රකාශ කරයි.
4. ශක්තිය විස්තර කරයි.
5. ශක්තියේ ඒකක හා මාන ප්‍රකාශ කරයි.
6. යාන්ත්‍රික ශක්තිය පැහැදිලි කරයි.
7. චාලක ශක්තිය අර්ථ දක්වයි.
8. විභව ශක්තිය අර්ථ දක්වයි.
9. ගුරුත්ව විභව ශක්තිය පැහැදිලි කරයි.
10. ප්‍රත්‍යස්ථ විභව ශක්තිය පැහැදිලි කරයි.
11. සංස්ථිතික බලය හා උත්සර්ජක බලය පැහැදිලි කරයි.
12. කාර්ය ශක්ති සමීකරණ ලියයි.
13. යාන්ත්‍රික ශක්ති සංස්ථිතිය පැහැදිලි කර එය ගැටලු විසඳීමට යොදා ගනියි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. බලයක ක්‍රියාව යටතේ බලයේ යෙදුම් ලක්ෂ්‍යය චලනය වීම කාර්යය යන්නෙන් අදහස් කරන බව පැහැදිලි කරන්න.

2. නියත බලයක් හා එම බලයේ දිශාවට යෙදුම් ලක්ෂ්‍යය චලනය වූ දුර යන දෙකෙහි ගුණිතය කාර්යය ලෙස අර්ථ දක්වන බව ප්‍රකාශ කරන්න.



කරන ලද කාර්යය $= Fd$ Nm

3. බලයේ ඒකකය නිව්ටන් ද දුරෙහි ඒකකය මීටර් ද ලෙස බලයකින් කරන ලද කාර්යයේ ඒකක නිව්ටන් මීටර් වේ.

   මෙම ඒකකය ජූල් (J) හා එහි මාන ML^2T^{-2} වේ.

4. වස්තුවක ශක්තිය යනු එයට කාර්යය කිරීමට ඇති හැකියාව යි. SI ඒකකය ජූල් වේ.

   1 kJ = 1000 J

5. • කාර්යය හා ශක්තිය යන දෙක ම අදිශ රාශි බව පවසන්න.

   • කාර්යය හා ශක්තිය හුවමාරු කළ හැකි බැවින් ශක්තියේ ඒකක හා මාන ද කාර්යයේ ඒකක හා මාන ම වේ.

6. අප සලකන්නේ යාන්ත්‍රික ශක්තිය පමණක් බවත් යාන්ත්‍රික ශක්තියේ ආකාර දෙක චාලක ශක්තිය (K.E) හා විභව ශක්තිය (P.E) බවත් පැහැදිලි කරන්න.

   චාලක ශක්තිය (K.E)
   විභව ශක්තිය (P.E)

7. • චාලක ශක්තිය යනු වස්තුවක චලනය නිසා කාර්යයක් කිරීමට එයට ලැබෙන හැකියාව යි. එය මනිනු ලබන්නේ වස්තු නිශ්චල වීමේ දී කරන කාර්යය ප්‍රමාණය මඟිනි.

   • K.E $= \frac{1}{2}mv^2$ සූත්‍රය ලබා ගන්න. මෙහි m ස්කන්ධය ද v ප්‍රවේගය ද වේ.

   • චාලක ශක්තියේ වෙනස = කරන ලද කාර්යය ප්‍රමාණය
     ΔT - චාලක ශක්ති වෙනස යන්න පැහැදිලි කරන්න.

$$\underset{\sim}{I} = m\underset{\sim}{v} - m\underset{\sim}{u}$$

$$\Delta T = \frac{1}{2}mv^2 - mu^2$$

$$= \frac{1}{2}m(\underset{\sim}{v} - u) \cdot (\underset{\sim}{v} + u)$$

$$\Delta T = \frac{1}{2}I(v+u)$$

8. වස්තුවක විභව ශක්තිය (P.E) එය ස්වභාවය පවතින හෝ පිහිටුම මත ගබඩා වන ශක්තියයි. එය මනිනු ලබන්නේ වස්තුව එහි සැබෑ පිහිටුමේ සිට යම් සම්මත පිහිටුමක් දක්වා චලනය කරවීමේදී වස්තුව විසින් කරනු ලබන කාර්ය ලෙසයි.

9. වස්තුවක කරනු ලබන කාර්යය ප්‍රමාණය ලෙසට ස්කන්ධය m වූ වස්තුවක් සිරස් ලෙස h උසකට එසවීමේ දී එය mghට සමාන කාර්යය ප්‍රමාණයක් කරනු ලැබේ. එය ගුරුත්ව විභව ශක්තිය ලෙස අර්ථ දක්වන්න.

10.• ප්‍රත්‍යස්ථ විභව ශක්තිය (E.P.E) යනු තන්තුවක් ඇදීමේ දී හා දුන්නක් ඇදීමේ දී හෝ හැකිළීමේ දී, ඇති වන ගුණයකි. ස්වාභාවික දිග a හා ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය

- λ වන තන්තුවක් x දුරක් ඇදීමේ දී කාර්යය ප්‍රමාණයක් වැය කළ යුතු වේ. එය ශක්තිය ලෙස තන්තුවේ ගබඩා වේ.

  $\text{EPE} = \dfrac{1}{2}\lambda\cdot\dfrac{x^2}{a}$ ලබා ගන්න.

11. එක්තරා බල විශේෂයක් මගින් කරන ලද කාර්යය ප්‍රමාණය එය චලනය කළ ගමන් මාර්ගයෙන් අත්‍ය වූ ස්වායත්ත ව ගුණයක් එම බල විශේෂය සතුව පවතී. (උදාහරණයක් ලෙස බර) එවැනි බල සංස්ථිතික බල ලෙස නම් කරයි.

උදාහරණ :-
- ගුරුත්වාකර්ෂණ බල
- අදින ලද තන්තුවක ආතතිය
- සර්පිල දුන්න ඇදීමේ දී ඇති වන ආතතිය හෝ සම්පිණ්ඩනයේ දී තෙරපුම

12. කාර්යය ශක්තිය සමීකරණ ලියන්න.

13. • සංස්ථිතික බල පද්ධතියක ක්‍රියාව යටතේ චලනය වන වස්තු පද්ධතියක් සඳහා යාන්ත්‍රික ශක්ති සංස්ථිති නියමය ප්‍රකාශ කරන්න.

- පද්ධතියක චාලක ශක්තියේ හා විභව ශක්තියේ එකතුව නියත ව පවතී.

  චාලක ශක්ති + විභව ශක්ති = නියතයක්

- යාන්ත්‍රික ශත්ති සංස්ථිතිය අඩංගු සරල ගැටලු විසඳීමට සිසුන්ට මඟ පෙන්වන්න. (ගුරුත්වාකර්ෂණ හා යාන්ත්‍රික ශක්තිය අන්තර්ගත)

  උදාහරණ :
  - අංශුවක තිරස් චලිතය
  - අංශුවක සිරස් චලිතය

නිපුණතා මට්ටම 3.10: ජවය ආශ්‍රිත ගැටලු විසඳයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 08

ඉගෙනුම් පල:

1. ජවය අර්ථ දක්වයි.
2. එහි ඒකක හා මාන ලියයි.
3. ප්‍රකර්ෂණ බලය විස්තර කරයි.
4. ජවය සඳහා සූත්‍ර ව්‍යුත්පන්න කරයි.
5. ආවේගය නියත විට ගැටලු විසඳීමට ප්‍රකර්ෂණ බලය භාවිත කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. කාර්යය කිරීමේ ශීඝ්‍රතාව ලෙස ජවය අර්ථ දක්වන්න.

2. • ජවය තත්පරයට ජූල්වලින් (JS^{-1}) මනිනු ලැබේ. මෙය වොට් (w) ලෙස අර්ථ දක්වමු.
ජවයේ මාන ML^2T^{-3} වේ.

3. ප්‍රකර්ෂණ බලය වාහනයක එන්ජිම මඟින් ලබා දෙන බලයයි. (Driving force).

4. ජවය ප්‍රකර්ෂණ බලය හා ප්‍රවේගය අතර සම්බන්ධය F N නියත බලයක් මඟින් වස්තුවක් v ms^{-1} වේගයෙන් බලයේ දිශාවට චලනය වේ නම් එවිට ජවය $P = Fv$ (P හි ඒකක වොට්) වොට්වලින් ලැබේ.
ජවය = කාර්යය කිරීමේ ශීඝ්‍රතාව

$$= \frac{dw}{dt}$$

$$= \frac{dF \cdot s}{dt}$$

$$= F \cdot \frac{ds}{dt}$$

$$P = F \cdot \underline{v}$$

5. කාර්යය ශක්තිය හා ජවය ඇතුළත් වන ගැටලු විසඳීමට සිසුන්ට මඟ පෙන්වන්න.

නිපුණතා මට්ටම 3.11 : ආවේගී ක්‍රියාවේ බලපෑම විවරණය කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 05

ඉගෙනුම් පල : 1. ආවේගී ක්‍රියාව පැහැදිලි කරයි.

2. ආවේගයේ ඒකක හා මාන ප්‍රකාශ කරයි.

3. ගැටලු විසඳීමට $\underline{I} = \Delta(m\underline{v})$ භාවිත කරයි.

4. ආවේගය නිසා ඇති වන චාලක ශක්ති වෙනස සොයයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. ආවේගී බලය

නියත බලයක් I යන්න, ආවේගය F බලයේ හා Δt කාලයේ ගුණිතය ලෙස අර්ථ දක්වන්න.

$\underset{\sim}{I} = \underset{\sim}{F}\,\Delta t$

එනයින් $\underset{\sim}{I} = m(\underset{\sim}{v} - \underset{\sim}{u})$ ලබාගන්න. මෙහි m යනු අංශුවේ ස්කන්ධයයි.

$\underset{\sim}{I} = \underset{\sim}{F}\,\Delta t = \Delta(m\underset{\sim}{v})$

2. • ආවේගයේ ඒකක Ns වේ. එහි මාන MLT^{-1} වේ.

• $\underset{\sim}{I} = \Delta(m\underset{\sim}{v})$ දෛශික සමීකරණයක් නිසා මෙම සූත්‍රය ගැටලුවකට යෙදීමේ දී බලයේ හා ප්‍රවේගයේ දිශාවන් සැලකිල්ලට ගත යුතු ය.

3. ගැටලු විසඳීමට $\underset{\sim}{I} = \Delta(m\underset{\sim}{v})$ භාවිත කිරීමට සිසුන්ට මඟ පෙන්වන්න.

4. • චාලක ශක්ති වෙනස

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mu^2$$

$\Delta E = \frac{1}{2}m(v^2 - u^2) = \frac{1}{2}\underline{I}(\underline{v} + \underline{u})$ බව ප්‍රකාශ කරන්න.

• ඍජු ආවේග ඇතුළත් ගැටලු විසඳීමට සිසුන්ට මඟ පෙන්වන්න.

නිපුණතා මට්ටම 3.12: සරල ප්‍රත්‍යස්ථ ගැටුම් සඳහා නිව්ටන්ගේ ප්‍රත්‍යගති නියමය භාවිත කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 10

ඉගෙනුම් පල:

1. සරල ගැටුම පැහැදිලි කරයි.
2. ප්‍රත්‍යස්ථතාව පිළිබඳ නිව්ටන්ගේ නියමය ප්‍රකාශ කරයි.
3. ප්‍රත්‍යගති සංගුණකය අර්ථ දක්වයි.
4. අචල තලයක් මත ගෝලයක සරල ගැටුම පැහැදිලි කරයි.
5. චාලක ශක්ති වෙනස ගණනය කරයි.
6. සරල ගැටුම් ඇතුළත් ගැටලු විසඳයි.

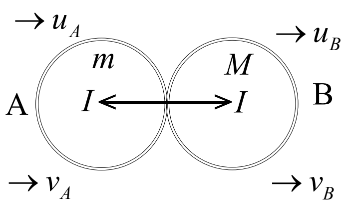
ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. සරල ගැටුම

සරල ගැටුම සිදු වන්නේ ගැටුමට මොහොතකට පෙර ගෝලවල ප්‍රවේග ගෝලවල කේන්ද්‍ර යා කරන රේඛාව ඔස්සේ දිශාවන්ට පවතින විට ය.

2. වස්තු දෙකක් සරල ලෙස ගැටෙන විට ගැටුමට පසු ඉවත් වීමේ සාපේක්ෂ ප්‍රවේගය ගැටුමට පෙර ළඟා වීමේ සාපේක්ෂ ප්‍රවේගයට නියත අනුපාතයක් දරයි.
මෙම නියත අනුපාතය ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e මගින් දක්වමු.

3.



$v_B - v_A = e(u_A - u_B)$, එනම් $u_A > u_B$

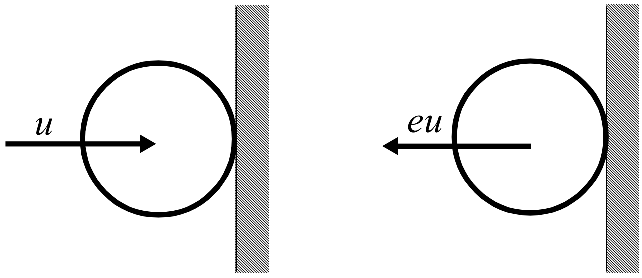
මෙම e නියතය වස්තු සෑදී ඇති ද්‍රව්‍ය මත පමණක් රඳා පවතී.

$0 \le e \le 1$

$e = 1$ නම් වස්තු පූර්ණ ප්‍රත්‍යස්ථ යයි කියනු ලැබේ.

$e = 0$ නම් වස්තු අප්‍රත්‍යස්ථ යයි කියනු ලැබේ.

4.



ගැටුමට පෙර ගැටුමට පසු

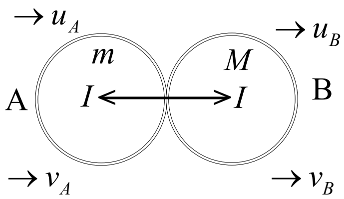
ගැටුමට පසු ප්‍රවේගය e (ගැටුමට පෙර ප්‍රවේගය) ට සමාන වන අතර ප්‍රතිවිරුද්ධ දිශාවට වේ.

5. m_1 සහ m_2 ස්කන්ධ ඇති වස්තු දෙක අතර සරල ගැටුමේ දී ආවේගය නිසා චාලක ශක්ති හානිය

$\Delta E = \frac{1}{2}\frac{m_1 m_2}{(m_1 + m_2)}(1-e^2)v^2$ මෙහි v යනු ගැටෙන විට සාපේක්ෂ ප්‍රවේගයයි.

$e = 1$ නම් එවිට $\Delta E = 0$

6. $I = \Delta\, mv$ සහ නිව්ටන්ගේ පරීක්ෂණාත්මක නියමයන් භාවිතයෙන් සරල ගැටුම් ආශ්‍රිත ගැටලු විසඳීමට සිසුන්ට මග පෙන්වන්න.



$v_B - v_A = e(u_A - u_B)$, එනම් $u_A > u_B$

$I = \Delta\, mv$ භාවිතයෙන්

A සඳහා $-I = mv_A - Mu_A$ ....(1)

B සඳහා $I = mv_B - Mu_B$ ....(2)

(1)+(2) $0 = mv_A + Mv_B - (Mu_A + mu_B)$

$I = \Delta\, mv$ පද්ධතියට ම භාවිතයෙන්

$$0 = mv_A + Mv_B - \left(Mu_A + mu_B\right)$$

නිපුණතා මට්ටම 3.13: රේඛීය ගම්‍යතා සංස්ථිති නියමය භාවිතයෙන් ගැටලු විසඳයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 04

ඉගෙනුම් පල:

1. රේඛීය ගම්‍යතාව අර්ථ දක්වයි.
2. රේඛීය ගම්‍යතා සංස්ථිති නියමය භාවිතයෙන් ගැටලු විසඳයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. **රේඛීය ගම්‍යතා සංස්ථිති මූලධර්මය**
   වස්තු පද්ධති මත ක්‍රියා කරන බාහිර බලවල දෛශික එකතුව ශූන්‍ය වේ නම් හෝ බාහිර බල නොමැති නම් හෝ එවිට පද්ධතියේ ගම්‍යතාව සංස්ථිති වේ.

2. රේඛීය ගම්‍යතා සංස්ථිති මූලධර්මය භාවිත කර ගැටලු විසඳීමට සිසුන්ට මඟ පෙන්වන්න.

නිපුණතා මට්ටම 3.14: වෘත්තාකාර චලිතය සඳහා ප්‍රවේගය හා ත්වරණය විමර්ශනය කරයි.

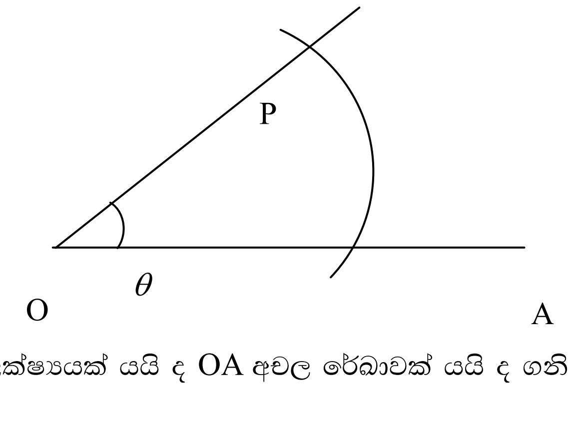
කාලච්ඡේද ගණන : 06

ඉගෙනුම් පල:

1. අංශුවක් වෘත්තයක චලනය වන විට කෝණික ප්‍රවේගය හා කෝණික ත්වරණය අර්ථ දක්වයි.
2. වෘත්තයක චලනය වන අංශුවක ප්‍රවේගය හා ත්වරණය සොයයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. **වෘත්තාකාර චලිතය**



O අචල ලක්ෂ්‍යයක් යයි ද OA අචල රේඛාවක් යයි ද ගනිමු.

අංශුවක් මෙම තලයේ චලනය වේ නම් එවිට O වටා P හි කෝණික ප්‍රවේගය, POA කෝණය වැඩි වීමේ ශීඝ්‍රතාව ලෙස අර්ථ දක්වනු ලැබේ. එය

$\omega = \dfrac{d\theta}{dt} = \dot{\theta}$ මඟින් දක්වනු ලැබේ.

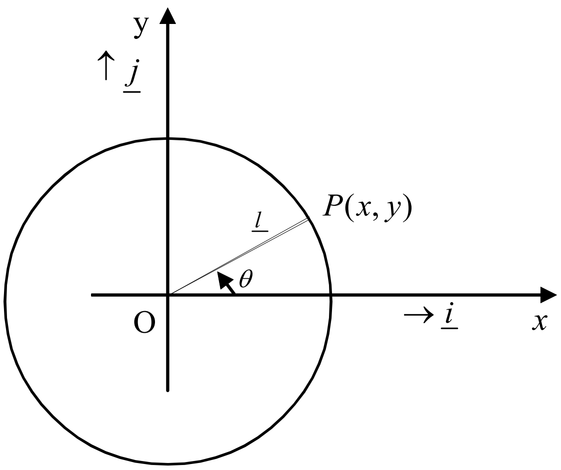
එහි ඒකක (රේඩියන/තත්පර²)rod/s² මගින් දෙනු ලැබේ.

f l dKs ; jrK h f l dKs mf%õ. h j eä ùf ï YS%;dj f , i w¾ ol jkq , ef í '

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{d\theta}{dt}\right)=\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2}=\ddot{\theta}$$

ලෙස කෝණික ත්වරණය දෙනු ලැබේ. මෙහි ඒකක තත්/ s^2 (rod/s²) රේඩියන් මගින් දෙනු ලැබේ.



P වෘත්තය මත චලනය වන අතර $OP \neq a$ (නියත)

P හි පිහිටුම් දෛශිකය $\underline{r}$

$\underline{r}=a\underline{l}$, මෙහි $l=\cos\theta\,\underline{i}+\sin\theta\,\underline{j}$

2. ප්‍රවේගය $\underline{v}=\frac{dr}{dt}=\frac{da\underline{l}}{dt}=a\frac{dl}{dt}$

$$v=a(-\sin\theta\,\underline{i}+\cos\theta\,\underline{j})\dot{\theta}$$

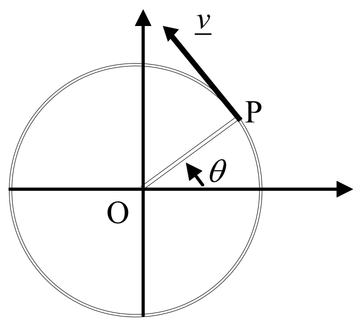
$$=a\dot{\theta}\underline{m},\ \text{මෙහි}\ \underline{m}=-\sin\theta\,\underline{i}+\cos\theta\,\underline{j}$$

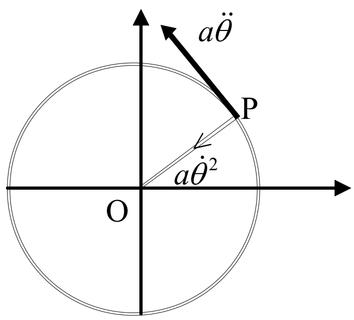
ත්වරණය $f=\frac{dv}{dt}=am\left(\frac{d\,\theta}{dt}\right)+am\ddot{\theta}$

සහ $\dfrac{dm}{dt} = (-\cos\theta\,\underline{i} - \sin\theta\,\underline{j})\dot{\theta}$

$= \dot{\theta}\,\underline{l}$

$= -a\dot{\theta}^2\,\underline{l} + a\ddot{\theta}\,\underline{m}$





ප්‍රවේගය

$\underline{v} = a\dot{\theta}$ ස්පර්ශකය දිගේ

ත්වරණය

1. කේන්ද්‍රය දෙසට සංරචකය $a\dot{\theta}^2$ හා
2. ස්පර්ශකය දිගේ සංරචකය $a\ddot{\theta}$ වේ.

නිපුණතා මට්ටම 3.15: තිරස් වෘත්තයක චලිතය විමර්ශනය කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 04

ඉගෙනුම් පල:

1. තිරස් වෘත්තයක ඒකාකාර වේගයෙන් චලනය වන අංශුවක් මත බලවල විශාලත්වය හා දිශාව සොයයි.
2. තිරස් වෘත්තයක් මත චලිතය ආශ්‍රිත ගැටලු විසඳයි.
3. කේතු අවලම්භය ආශ්‍රිත ගැටලු විසඳයි.

ඉගෙනුම්ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. අංශුව ඒකාකාර වේගයෙන් චලිත වන විට ත්වරණය කේන්ද්‍රය දෙසට යොමු වී පවතින අතර එම නිසා කේන්ද්‍රය දෙසට බලය ක්‍රියා කරන අතර එම බලය කේන්ද්‍ර අභිසාරී බලය ලෙස හැඳින්වේ.

2. තිරස් වෘත්ත චලිතය හා බැඳුණු ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.

3. කේතු අවලම්බය හා බැඳුණු ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරයි.

නිපුණතා මට්ටම 3.16: සිරස් වෘත්තයක චලිතය සඳහා අදාළ මූලධර්ම විමර්ශනය කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 10

ඉගෙනුම් පල:

1. සිරස් වෘත්තයක චලිතය විස්තර කරයි.

2. සුමට අචල ගෝලයක පිටත පෘෂ්ඨය මත සිරස් තලයක අංශුවක චලිතය විස්තර කරයි.

3. සුමට අචල ගෝලයක ඇතුළත පෘෂ්ඨය මත සිරස් තලයක අංශුවක චලිතය විස්තර කරයි.

4. අචල ලක්ෂ්‍යයකට සම්බන්ධ කළ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් එල්ලන ලද අංශුවක සිරස් වෘත්තයක චලිතය සඳහා අවශ්‍යතා සොයයි.

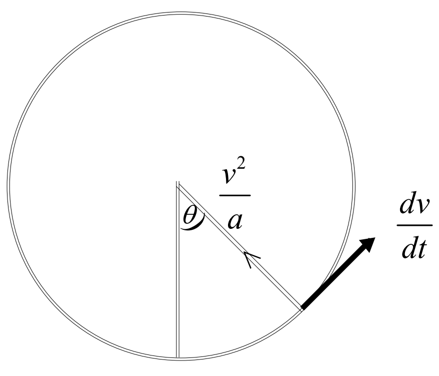
5. සිරස් තලයක සවි කර ඇති සුමට වෘත්තාකාර කම්බියක් තුළින් යවන ලද මුදුවක චලිතය විස්තර කරයි.

6. වෘත්තාකාර චලිතය ඇතුළත් ගැටලු විසඳයි.

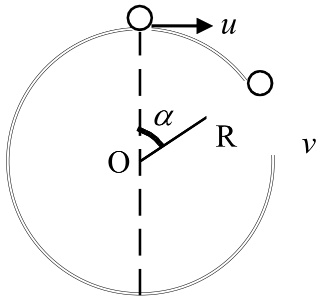
ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. අරය a වූ සිරස් වෘත්තයක අංශුවක් විචල්‍ය v ප්‍රවේගයෙන් චලනය වන විට වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය දෙසට ත්වරණය $\dfrac{v^2}{a}$ හා ස්පර්ශකය දෙසට ත්වරණය $\dfrac{dv}{dt}$ වේ.

$$\left[\frac{v^2}{a} = a\dot{\theta}^2, \frac{dv}{dt} = a\ddot{\theta}\right]$$



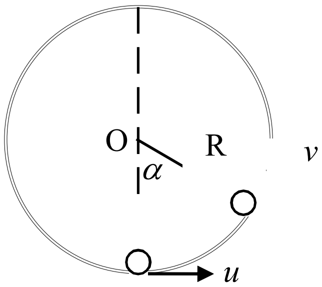
2.



O යනු ගෝලයේ කේන්ද්‍රය යයි ද a යනු අරය යයි ද ගනිමු. අංශුවක් u ප්‍රවේගයෙන් තිරස් දිශාවට සුමට ගෝලයේ උච්චතම ලක්ෂ්‍යයේ දී ප්‍රක්ෂේපණය කරන්නේ යයි ද ගනිමු.

- R සහ v සඳහා සඳහා සමීකරණ ලබා ගන්න.
- චලිතය සාකච්ඡා කර $u^2 > \mathrm{ag}$, නම් එවිට අංශුව ප්‍රක්ෂේපණ ලක්ෂ්‍යයේ දී (උච්චතම ලක්ෂ්‍යය) ගෝලය හැර යන බව පෙන්වා දෙන්න.
- $u^2 < ag$ නම් අංශුව හරහා යන අරය උඩු සිරස සමඟ කෝණයක් සාදන විට අංශුව ගෝලය හැර යන බවත් පෙන්වන්න. අංශුව හරහා යන අරය උඩු සිරස සමඟ සාදන කෝණය $\alpha = \cos^{-1}\left(\dfrac{u^2 + 2ag}{3ag}\right)$
- සිරස් වෘත්ත චලිතය හා බැඳුණු ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.

3.



O යනු ගෝලයේ කේන්ද්‍රය යයි ද a යනු අරය යයි ද ගනිමු. අංශුවක් u ප්‍රවේගයෙන් තිරස් දිශාවට සුමට ගෝලයේ පහළ ම ලක්ෂ්‍යයේ දී ප්‍රක්ෂේපණය කරන්නේ යයි ද ගනිමු.

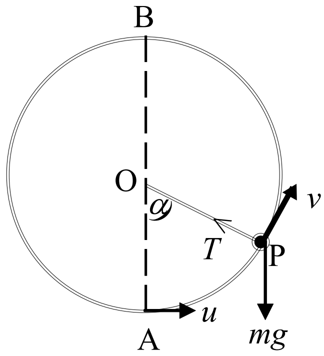
- R සහ v සඳහා සඳහා සමීකරණ ලබා ගන්න.
- චලිතය සාකච්ඡා කර $\mathrm{s}u^2 > ag$, නම් එවිට අංශුව ප්‍රක්ෂේපණ ලක්ෂ්‍යයේ දී (ලක්ෂ්‍යය) ගෝලය හැර යන බව පෙන්වා දෙන්න.

- $2ag < u^2 < 5ag$ නම් අංශුව හරහා යන අරය උඩු සිරස සමඟ කෝණයක් සාදන විට අංශු ගෝලය හැර යන බවත් පෙන්වන්න.

  මෙහි $\alpha = \cos^{-1}\left(\dfrac{2ag - u^2}{3ag}\right)$

- සිරස් වෘත්ත චලිතය හා බැඳුණු ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.

4.



m ස්කන්ධය ඇති අංශුවක පහළ ම ලක්ෂ්‍යයේ තිරස් ප්‍රවේගය u යැයි ගනිමු. තන්තුව යටි සිරස සමඟ α කෝණයක් සාදන නම් විට අංශුවේ ප්‍රවේගය සහ තන්තුවේ ආතතිය T යැයි ගනිමු. ශක්ති සංස්ථිති නියමය සහ අරීය දිශාවට

$F = m\underline{a}$ භාවිතයෙන්

$v^2 = u^2 - 2ag(1-\cos\theta)$

$T = \dfrac{m}{a}\left[u^2 - 2ag + 3ag\cos\theta\right]$ ලබා ගන්න.

පහත කරුණු සාකච්ඡා කරන්න.

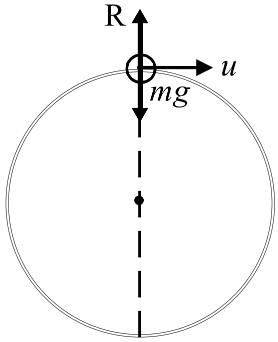
- $u^2 \le 2ag,$ නම් තන්තුව සැම විට ම තද ව පවතින අතර අංශුව O මට්ටමට වඩා පහළින් දෝලනය වේ.

- $2ag < u^2 < 5ag,$ නම් v ශුන්‍ය වීමට ප්‍රථමව තන්තුවේ ආතතිය ශුන්‍ය වේ. එවිට තන්තුව ආතතිය ලිහිල් වේ. තන්තුව ගිහිල් වන විට

  $\dfrac{\pi}{2} < \theta < \pi$ වන අතර අංශුව මත ක්‍රියා කරන එක ම බලය අංශුවේ බර වන අතර අංශුව ප්‍රක්ෂිප්තයක චලිත වේ.

$u^2 \ge 5ag$ නම් අංශව සම්පූර්ණ වෘත්තාකාර මාර්ගයක යෙදෙන බව වෘත්තාකාර කබොලක ඇතුළත චලිතය ද මේ ලෙස ම පහදා දෙන්න.

5.



අංශුව මත ක්‍රියා කරන එක ම බාහිර බලය අභිලම්බ ප්‍රතික්‍රියාව වන අතර එය චලිතය දිශාවට ලම්බක නිසා එමඟින් කාර්යයක් සිදු නොවේ.

- ශක්ති නියමය භාවිත කරයි.

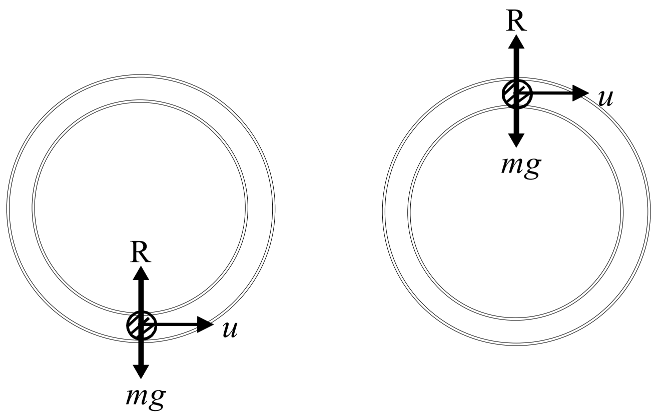
- අරීය දිශාවට $\underline{F} = m\underline{a}$ භාවිතය (වළල්ල ඉවත් විය නොහැකි බව උපකල්පනය කරයි) සම්පූර්ණ වෘත්තාකාර චලිතයක් ඇති කිරීමට තිබිය යුතු අවශ්‍යතාව ප්‍රවේගය ඉහළ ම අග්‍රයේ දී ශූන්‍ය නොවීමයි.

  u යනු පහත ම ලක්ෂ්‍යයේ දී ප්‍රවේගය නම්

  (a) $u^2 > 4ag$ නම් සම්පූර්ණ වෘත්තයක් සම්පූර්ණ කරයි.

  (b) $u^2 < 4ag$ නම් ඉහළ ලක්ෂ්‍යයට පැමිණීමට ප්‍රථම ශතික නිශ්චලතාවට පැමිණේ. ඉන් පසු දෝලන චලිත ඇති කරයි.

6.



සිරස් තලයක සවිකර ඇති වෘත්තාකාර තලයක් තුළ අංශුව චලිතය විස්තර කරයි.

7. වෘත්ත චලිතය අඩංගු ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරයි.

දෙවන වාරය

සංයුක්ත ගණිතය - I

නිපුණතාව 26: වෘත්තයක කාටිසියානු සමීකරණය විවරණය කරයි.

නිපුණතා මට්ටම 26.1: වෘත්තයක කාටිසියානු සමීකරණ සොයයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 03

ඉගෙනුම් පල:

1. අචල ලක්ෂ්‍යයකට ඇති දුර නියතයක් වන සේ තලයක විචල්‍ය ලක්ෂ්‍යයක පථය වෘත්තයක් ලෙස අර්ථ දක්වයි.
2. කේන්ද්‍රය මූලය වන, දෙන ලද අරයක් ඇති වෘත්තයක සමීකරණය සොයයි.
3. දෙන ලද කේන්ද්‍රයක් හා දෙන ලද අරයක් ඇති වෘත්තයක සමීකරණය සොයයි.
4. වෘත්තයක සාධාරණ සමීකරණය විවරණය කරයි.
5. දෙන ලද ලක්ෂ්‍ය දෙකක් වෘත්තයක විෂ්කම්භයක දෙකෙලවර වන සේ වූ වෘත්තයක සමීකරණය සොයයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

වෘත්තය

1. අචල ලක්ෂ්‍යයකට ඇති දුර නියතයක් වන සේ තලයක විචල්‍ය ලක්ෂ්‍යයක පථය වෘත්තයක් ලෙස අර්ථ දක්වන්න. මෙම අචල ලක්ෂ්‍යය වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය ලෙසත් නියත දුර වෘත්තයේ අරය ලෙසත් සලකනු ලැබේ.

2. කේන්ද්‍රය මූලය හා අරය r නම් සමීකරණය $x^2 + y^2 = r^2$ බවට පත් වේ.

3. කේන්ද්‍රය (a,b) වන අරය r වන වෘත්තයේ සමීකරණය
$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ වේ.

4. වෘත්තයක සාධාරණ සමීකරණය $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0.$ වේ.
කේන්ද්‍රය $(-g,-f)$ බවත් අරය $\sqrt{g^2 + f^2 - c}$ බවත් පෙන්වන්න.

5. (x_1, y_1) හා (x_2, y_2) ලක්ෂ්‍යය විෂ්කම්භයක දෙකෙළවර වන වෘත්තයේ සමීකරණය $(x-x_1)(x-x_2) + (y-y_1)(y-y_2) = 0$ බව පෙන්වන්න.

නිපුණතාව 27: වෘත්තයක ජ්‍යාමිතික ගුණ සොයා බලයි.

නිපුණතා මට්ටම 27.1: වෘත්තයකට අනුබද්ධ සරල රේඛාවක පිහිටීම විස්තර කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 02

ඉගෙනුම් පල:
1. වෘත්තයට සාපේක්ෂ ව සරල රේඛාවක පිහිටුම සාකච්ඡා කරයි.
2. වෘත්තය මත ලක්ෂ්‍යයක දී ඇඳි ස්පර්ශකය ලබා ගනියි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. සරල රේඛාවක $U \equiv lx + my + n = 0$ යයි ද වෘත්තය $S \equiv x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ යයි ද සිතමු.

   - $S = 0$ හා $U = 0$ විසඳා x හෝ y හි වර්ග සමීකරණයක් ලබා ගෙන හෝ එහි විවේචකය සැලකීමෙන්

   - වෘත්තයේ අරය හා වෘත්තයේ කේන්ද්‍රයේ සිට සරල රේඛාවට ඇති දුර සැලකීමෙන්
     - සරල රේඛාව වෘත්තය ඡේදනය කරයි ද
     - සරල රේඛාව වෘත්තය ස්පර්ශ කරයි ද
     - සරල රේඛාව වෘත්තයෙන් පිටත පවතී ද යන වග සාකච්ඡා කරන්න.

2. අවස්ථාවේ දී $P = (x_0, y_0)$ ලක්ෂ්‍යයේ දී $S = x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ වෘත්තයට ඇඳි ස්පර්ශකයේ සමීකරණය $xx_0 + yy_0 + g(x + x_0) + f(y + y_0) + c = 0$ බව පෙන්වන්න.

නිපුණතා මට්ටම 27.2: බාහිර ලක්ෂ්‍යයක සිට වෘත්තයට ඇඳි ස්පර්ශකයේ සමීකරණය සොයයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 02

ඉගෙනුම් පල:
1. බාහිර ලක්ෂ්‍යයක සිට වෘත්තයකට ඇඳි ස්පර්ශකයේ සමීකරණය ලබා ගනියි.
2. වෘත්තයකට බාහිර ලක්ෂ්‍යයක සිට අඳින ලද ස්පර්ශකයේ දිග ලබා ගනියි.
3. ස්පර්ශ ජ්‍යායේ සමීකරණය ලබා ගනියි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. බාහිර ලක්ෂ්‍යයක සිට වෘත්තයකට අඳින ලද ස්පර්ශකයේ සමීකරණය ලබා ගැනීමට සිසුන්ට මඟ පෙන්වන්න.

2. වෘත්තය $S = x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ හා බාහිර ලක්ෂ්‍යය $\mathrm{P}(x_0, y_0)$ ලෙස ගනිමු. P සිට අඳින ලද ස්පර්ශකයේ දිග $\sqrt{x_0^2 + y_0^2 + 2gx_0 + 2fy_0 + c}$ බව පෙන්වන්න.

3. වෘත්තය $S \equiv x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ හා බාහිර ලක්ෂ්‍යය $\mathrm{P}(x_0, y_0)$ යයි ගනිමු.
P සිට අඳින ලද ස්පර්ශකවල ස්පර්ශ ජ්‍යායේ සමීකරණය
$xx_0 + yy_0 + g(x + x_0) + f(y + y_0) + c = 0$ බව පෙන්වන්න.

නිපුණතා මට්ටම 27.3: දෙන ලද සරල රේඛාවක හා දෙන ලද වෘත්තයක ඡේදන ලක්ෂ්‍යය හරහා ගමන් කරන වෘත්තයේ සාධාරණ සමීකරණය ව්‍යුත්පන්න කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 02

ඉගෙනුම් පල: 1. $S + \lambda U = 0$ සමීකරණය විවරණය කරයි. මෙහි λ යනු පරාමිතියකි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. $S + \lambda U = 0$ මඟින් $S = 0$ වෘත්තයෙන් $U = 0$ සරල රේඛාවෙත් ඡේදන ලක්ෂ්‍ය හරහා ගමන් කරන වෘත්තය නිරූපණය කරන බව පැහැදිලි කරන්න.

නිපුණතා මට්ටම 27.4: වෘත්ත දෙකක පිහිටුම විස්තර කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 03

ඉගෙනුම් පල:

1. වෘත්ත දෙකක් ඡේදනය කිරීමට අවශ්‍යතාව විස්තර කරයි.
2. වෘත්ත දෙකක් බාහිර ව ස්පර්ශ කිරීමටත් අභ්‍යන්තර ව ස්පර්ශ කිරීමටත් අවශ්‍යතාව විස්තර කරයි.
3. එක වෘත්තයක් අනෙක් වෘත්තය ඇතුළතින් පිහිටීමට හෝ අනෙක් වෘත්තයට පිටතින් පිහිටීමට හෝ අවශ්‍යතාව විස්තර කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

වෘත්ත දෙකෙහි කේන්ද්‍රය c_1 හා c_2 යයි ද ඒවායේ අරයයන් r_1 හා r_2 යයි ද ගනිමු.

1.
   - $|r_1 - r_2| < C_1C_2 < r_1 + r_2$ නම් හා නම්ම පමණක් වෘත්ත එකිනෙක ඡේදනය වන බව හඳුනාගනියි.
   - $S_1 = 0$ හා $S_2 = 0$ යන වෘත්තයන්ගේ පොදු ස්පර්ශකයේ සමීකරණය $S_1 - S_2 = 0$ බව විස්තර කරයි.
   - $S_1 - S_2 = 0$ පොදු ජ්‍යාය $S_1 = 0$, හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය හරහා ගමන් කරන්නේ නම්, එවිට $S_1 = 0$ හි පරිධිය, $S_2 = 0$ මඟින් සමච්ඡේදනය වන බව විස්තර කරයි.
   - $S_1 = 0$ සහ $S_2 = 0$ හි ඡේදන ලක්ෂ්‍ය හරහා ගමන් කරන වෘත්තයෙහි සමීකරණය $S_1 + \lambda S_2 = 0$. මෙහි $\lambda \neq -1$ මඟින් දෙනු ලබන බව විස්තර කරයි.

   වෘත්ත ස්පර්ශ කරන්නේ $C_1C_2 < r_1 + r_2$ වන්නේ නම් හා නම් ම පමණි.

2.
   - වෘත්ත දෙක බාහිරව ස්පර්ශ කරන්නේ $C_1C_2 = r_1 + r_2$ නම් හා නම් ම පමණි.
   - වෘත්ත දෙක අභ්‍යන්තරව ස්පර්ශ කරන්නේ $C_1C_2 = |r_1 - r_2|$ නම් හා නම් ම පමණි.
   - $S_1 = 0$ සහ $S_2 = 0$ යන වෘත්තයන්හි පොදු ස්පර්ශකය $S_1 - S_2 = 0$ මඟින් දෙනු ලබන බව විස්තර කරයි.
3.
   - එක වෘත්තයක් අනෙක් වෘත්තය තුළ පවතින්නේ $C_1C_2 < |r_1 - r_2|$ නම් හා නම් ම පමණි.
   - එක් එක් වෘත්තය අනෙක් වෘත්තයට පිටතින් පවතින්නේ $C_1C_2 > r_1 + r_2$ නම් හා නම් ම පමණි.

නිපුණතා මට්ටම 27.5: වෘත්ත දෙකක් ප්‍රලම්බව ඡේදනය කිරීමට අවශ්‍යතාව සොයයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 02

ඉගෙනුම් පල: 1. වෘත්ත දෙකක් ප්‍රලම්බව ඡේදනය කිරීමට අවශ්‍යතාව සොයයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. $S \equiv x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ හා $S' \equiv x^2 + y^2 + 2g'x + 2f'y + c' = 0$ වෘත්ත දෙක ප්‍රලම්බව ඡේදනය කරන්නේ $2gg' + 2ff' = c + c'$ වන්නේ නම් හා නම් ම පමණක් බව පෙන්වන්න.

- වෘත්ත දෙකක් ප්‍රලම්බව ඡේදනයවීම ආශ්‍රිත ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.

නිපුණතාව 24: තේරීම හා පිළියෙල කිරීම සඳහා ගණිතමය ආකෘතියක් ලෙස සංකරණ හා සංයෝජන භාවිත කරයි.

නිපුණතා මට්ටම 24.1: ක්‍රමාරෝපිත අර්ථ දක්වයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 01

ඉගෙනුම් පල:
1. ක්‍රමාරෝපිත අර්ථ දක්වයි.
2. ක්‍රමාරෝපිත සඳහා සමාවර්තිත සම්බන්ධතා ප්‍රකාශ කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. ක්‍රමාරෝපිත nහි අර්ථ දැක්වීම
   $0! = 1$
   $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot ... \cdot n$, $n \in \mathbb{Z}^{+}$ සඳහා
2. සමාවර්තිත ආකාරය $F(0) = 1$
   $F(n) = nF(n-1)$, $n \in \mathbb{Z}^{+}$ සඳහා

නිපුණතා මට්ටම 24.2: ගණන් කිරීමේ මූලික මූලධර්මය විස්තර කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 02

ඉගෙනුම් පල:
1. ගණන් කිරීමේ මූලික මූලධර්මය පැහැදිලි කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. **ගණන් කිරීමේ මූලික මූලධර්ම:**

   පළමුවන කාර්යය ගොඩනැගිය හැකි වෙනස් ආකාර ***m*** නම් ද දෙවන කාර්යය ගොඩනැගිය හැකි වෙනස් ආකාර ගණන ***n*** නම් ද එවිට කාර්යය දෙක ම අනුයාත ලෙස ගොඩනැගිය හැකි වෙනස් ආකාර ගණන $m \times n$ වේ.

නිපුණතා මට්ටම 24.3: ගණිතමය ගැටලු විසඳීමේ ශිල්පීය ක්‍රමයක් ලෙස සංකරණ භාවිත කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 06

ඉගෙනුම් පල:

1. ${}^{n}p_{\mathrm{r}}$ අර්ථ දක්වා ${}^{n}p_{\mathrm{r}}$ සඳහා සූත්‍රයක් ලබා ගනියි.
2. වෙනස් ද්‍රව්‍ය nවලින් වරකට r සංඛ්‍යාවක් ගන්නා විට සංකරණ ගණන සොයයි.
3. වෙනස් ද්‍රව්‍යවලින් වරකට සියල්ල ම සංකරන ගණන සොයයි.
4. සියල්ල ම වෙනස් නොව විට ද්‍රව්‍ය nවල සංකරණ ගණන සොයයි.
5. වෙනස් ද්‍රව්‍ය nවලින් සියල්ල ම වෙනස් නොවන විට වරකට r සංඛ්‍යාවක් ගන්නා විට සංකරණ ගණන සොයයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. වෙනස් ද්‍රව්‍ය nවලින් r සංඛ්‍යාවක් තෝරා පිළියෙල කළ හැකි ආකාරය සංඛ්‍යාව ලෙස සංකරණ අර්ථ දක්වයි. එය ${}^{n}p_{\mathrm{r}}$ මඟින් දක්වන බව පවසන්න.

2. $r(0 \le r \le n)$ විට ${}^{n}p_{\mathrm{r}} = \dfrac{n!}{(n-r)!}$ බව පසන්න.

3. වෙනස් ද්‍රව්‍ය nවලින් වරකට සියල්ල ම ගන්නා විට සංකරණ ගණන ${}^{n}p_{\mathrm{r}} = n!$ බව

4. ද්‍රව්‍ය n වලින් p සංඛ්‍යාවක් එක ම වර්ගයට අයත් වන විට හා ඉතිරිවා සියල්ල වෙනස් වන විට සංකරණ සංඛ්‍යාව $\dfrac{n!}{p!}$ බව පෙන්වන්න.

5. ද්‍රව්‍ය එකිනෙකට වෙනස් නොවන විට n ද්‍රව්‍ය ප්‍රමානයකින් r ද්‍රව්‍ය ප්‍රමානයක් තෝරාගත්විට සංකරණ

නිපුණතා මට්ටම 24.4: ගණිතමය ගැටලු විසඳීමේ ක්‍රමයක් ලෙස සංයෝජන භාවිත කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 05

ඉගෙනුම් පල:

1. සංයෝජන අර්ථ දක්වයි.
2. වෙනස් ද්‍රව්‍ය nවලින් වරකට r තෝරා ගන්නා විට සංයෝජන ගණන සොයයි.
3. ${}^{n}C_{r}$ අර්ථ දක්වා ${}^{n}C_{r}$ සඳහා සූත්‍රයක් සොයයි.
4. වෙනස් ද්‍රව්‍ය nවලින් සියල්ල ම වෙනස් නොවන විට වරකට r $\left(0 \leq r \leq n\right)$ ගන්නා විට සංයෝජන ගණන සොයයි.
5. සංකරණ හා සංයෝජන අතර වෙනස පැහැදිලි කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. වෙනස් ද්‍රව්‍ය n වලින් වරකට r සංඛ්‍යාවක් තෝරා ගත හැකි ආකාර ගණන ලෙස සංයෝජන අර්ථ දක්වන්න.

2. වෙනස් ද්‍රව්‍ය n වලින් r සංඛ්‍යාවක් ගැනීමේ සංයෝජන ගණන ලෙස ${}^{n}C_{r}$, හඳුන්වන්න.

3. ${}^{n}C_{r} = \dfrac{n!}{\left(n-r\right)!r!}$, ${}^{n}P_{r} = r!\,{}^{n}\mathrm{C}_{r}$ බව පෙන්වන්න.

4. වෙනස් ද්‍රව්‍ය nවලින් ද්‍රව්‍ය සියල්ල වෙනස් නොවන විට වරකට r සංඛ්‍යාවක් (මෙහි $0 \leq r \leq n$) ගන්නා විට සංකරණ සංඛ්‍යාව සොයා ගැනීමට සිසුන්ට මඟ පෙන්වන්න.

5. සංකරණවල දී පිළිවෙළ වැදගත් වන නමුත් සංයෝජනවල දී පිළිවෙළ නොසලකා හරින බවත් උදාහරණ මගින් පැහැදිලි කරන්න.

නිපුණතාව 19: ධන නිඛිලයක් සඳහා ගණිතමය ප්‍රතිඵලය සාධනය කිරීමේ ක්‍රමයක් ලෙස ගණිත අභ්‍යුහනය මූලධර්මය යොදා ගනියි.

නිපුණතා මට්ටම 19.1: ගණිත අභ්‍යුහනය මූලධර්මය භාවිත කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 05

ඉගෙනුම් පල:

1. ගණිත අභ්‍යුහනය මූලධර්මය ප්‍රකාශ කරයි.
2. ගණිත අභ්‍යුහනය මූලධර්මය භාවිත කර විවිධ ප්‍රතිඵල සාධනය කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. ගණිත අභ්‍යුහනය මූලධර්මය $P(n)$ යනු ගණිතමය ප්‍රකාශනයක් යයි සිතමු.
   - $n = 1$ සඳහා ප්‍රකාශනය සත්‍ය බව සාධනය කරන්න.
   - $n = P$ සඳහා ප්‍රතිඵලය සත්‍ය වේ යයි උපකල්පනය කරන්න. මෙහි P ඕනෑ ම ධන පූර්ණ සංඛ්‍යාවකි.
   - $n = P+1$ සඳහා ප්‍රතිඵලය සත්‍ය බව සාධනය කරන්න.

   ඉහත ප්‍රතිඵල එකට ගත් කල අපට සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා ප්‍රතිඵලය සත්‍ය බව ගණිතමය ලෙස අභ්‍යුහනය කළ හැකි ය.

2. බෙදිය හැකි බව පෙන්වන ගැටලු ශ්‍රේණියක එකතුව වැනි දෑ සාධනයට ගණිත අභ්‍යුහනය භාවිත කළ හැකි ය.

නිපුණතාව 20: පරිමිත ශ්‍රේණියක එකතුව සොයයි.

නිපුණතා මට්ටම 20.1: පරිමිත ශ්‍රේණි හා ඒවායේ ගුණ විස්තර කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 03

ඉගෙනුම් පල:
1. පරිමිත එකතුව විස්තර කරයි.
2. '$\sum$' අංකනයේ ගුණ භාවිත කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. ශ්‍රේණියක පද ගණන පරිමිත නම්, එවැනි ශ්‍රේණි පරිමිත එකතුවක් සහිත ශ්‍රේණි ලෙස සැලකිය හැකි ය.

2. • $\sum_{r=1}^{n}(u_r + v_r) = \sum_{r=1}^{n} u_r + \sum_{r=1}^{n} v_r$ බව පෙන්වන්න.

   • $\sum_{r=1}^{n} ku_r = k\sum_{r=1}^{n} u_r$ මෙහි k නියතයකි.

   $\sum_{r=1}^{n}(u_r v_r) \neq \sum_{r=1}^{n} u_r \sum_{r=1}^{n} v_r$ සාධාරණ වශයෙන්

නිපුණතා මට්ටම 20.2: මූලික ශ්‍රේණිවල එකතුව සොයයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 05

ඉගෙනුම් පල:
1. සමාන්තර ශ්‍රේණි හා ගුණෝත්තර ශ්‍රේණි හි සාධාරණ පදයත් එකතුවක් සොයයි.
2. $\sum_{r=1}^{n} r,\ \sum_{r=1} r^2$ සහ $\sum_{r=1}^{n} r^3$ එකතු සඳහා අගය හා සූත්‍ර සාධනය කර ශ්‍රේණියක එකතුව සෙවීම සඳහා භාවිත කරයි.

ඉගෙනුම් ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. • **සමාන්තර ශ්‍රේණියේ අර්ථ දැක්වීම**
   පළමු පදයෙන් පසු, එක් එක් පදයේ හා ඊට පෙර පදයේ වෙනස නියතයක් වන ශ්‍රේණියක් සමාන්තර ශ්‍රේණියක් හෝ සමාන්තර ශ්‍රේඩියක් හෝ යයි හඳුන්වනු ලැබේ.

සාධාරණ පදය $Tr = a + (r-1)d$ බව පෙන්වන්න. මෙහි a පළමු පදයයි. d පොදු අන්තරයයි. හා පද nවල එකතුව

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$

$$= \frac{n}{2}[a + l]$$

මෙහි l ශ්‍රේණියේ අවසාන පදයයි.

- **ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක අර්ථ දැක්වීම**
  පළමු පදයට පසු එක් එක් පදය හා ඊට පෙර පදය අතර අනුපාතය නියතයක් වන ශ්‍රේණියක් ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක් යයි කියනු ලැබේ.
  - සාධාරණ පදය $T_p = ar^{p-1}$ බව පෙන්වන්න.
    මෙහි a පළමු පදයත් r පොදු අනුපාතයක් වේ.
  - පද n ප්‍රමාණයක එකතුව S_n, නම්

$$Sn = \frac{a(1-r^n)}{(1-r)}, \quad (|r|<1) \text{ විට}$$

$$Sn = \frac{a(r^n - 1)}{(r-1)} \quad (|r|>1) \text{ විට}$$

$\sum_{r=1}^{n} r, \sum_{r=1}^{n} r^2, \sum_{r=1}^{n} r^3$ නිරීක්ෂණය කර ඉහත ප්‍රතිඵල හා ප්‍රමේයයන් භාවිත කරන්න.

උදාහරණ :-
- $\sum_{r=1}^{n} r(2r+3)$
- $\sum_{r=1}^{n} [2r(r+1)(r+2)]$

නිපුණතාවය 21: **අපරිමිති ශ්‍රේණි විමර්ශනය කරයි.**

නිපුණතා මට්ටම 21.1: විවිධ ක්‍රම භාවිත කර ශ්‍රේණි ආකලනය කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 08

ඉගෙනුම් පල: 1. ශ්‍රේණියක එකතුව සෙවීමට විවිධ ක්‍රම භාවිත කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. ශ්‍රේණිවල එකතුව
   - අන්තර ක්‍රමය භාවිතයෙන්
   - භින්න භාග භාවිතයෙන්
   - ගණිත අභ්‍යුහනය මූලධර්මය භාවිතයෙන් ශ්‍රේණිවල එකතුව සොයයි.

නිපුණතා මට්ටම 21.2: අභිසාරී බව හා අපසාරී බව නිර්ණය කිරීමට ආංශික එකතුව භාවිත කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 03

ඉගෙනුම් පල:

1. අනුක්‍රමණයක් විවරණය කරයි.
2. අපරිමිත ශ්‍රේණියක ආංශික එකතුව සොයයි.
3. ආංශික එකතුව භාවිත කර අභිසාරී හා අපසාරී සංකල්ප විස්තර කරයි.
4. අභිසාරී ශ්‍රේණියක එකතුව සොයයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. a_n යනු අනුක්‍රමණයක n^{th} වන පදය නම් අනුක්‍රමය $\{a_n\}$ මඟින් දෙනු ලැබේ.

   $\{a_n\}$ අභිසාරී යයි කියනු ලබන්නේ $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$ පවතී නම් ය (පරිමිත සංඛ්‍යාවක්) එසේ නොවේ නම් අනුක්‍රමය අපසාරී යයි කියනු ලැබේ.

2. අනුක්‍රමයක් හා ශ්‍රේණියක් අතර සම්බන්ධතාව

   $\{a_n\}$ අනුක්‍රමය සලකන්න.

   $S_n = \sum\limits_{r=1}^{n} a_r \quad n = 1, 2, 3...$ ලෙස අර්ථ දක්වන්න.

   මෙයට n^{th} වන ආංශික එකතුව යයි කියනු ලැබේ.

3. $\sum_{r=1}^{\infty} u_n$ ශ්‍රේණිය හා $s_n = \sum_{r=1}^{n} u_r$ සලකන්න.

$\lim_{n\to\infty} S_n = l$ (පරිමිත) එවිට $\sum_{r=1}^{\infty} u_n$ ශ්‍රේණිය අභිසාරී යයි කියන අතර අනන්තය දක්වා එකතුව l වේ.

එනම් $\sum_{r=1}^{\infty} u_n = l$

S_n සීමාවකට වෙන්නේ නැත්නම් එවිට $\sum_{r=1}^{\infty} u_n$ $|r|<1 \frac{a}{1-r}$ අපසාරී යයි කියනු ලැබේ.

පොදු අනුපාතය r වූ ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක් සලකමු.

4. අභිසාරී ශ්‍රේණියක එකතුව සෙවීමට සිසුන්ට මඟ පෙන්වන්න.

$|r|<1$ නම් ශ්‍රේණිය අභිසාරී වන අතර එහි පරිමිත එකතුව $\frac{a}{1-r}$ ලෙස අර්ථ දක්වයි.

සංයුක්ත ගණිතය - II

නිපුණතාව 4: සසම්භාවී පරීක්ෂණයක් මත සිද්ධි සඳහා ගණිතමය ආකෘති යොදා ගනියි.

නිපුණතා මට්ටම 4.1: සසම්භාවී පරීක්ෂණයක සිද්ධි විවරණය කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 04

ඉගෙනුම් පල:

1. සසම්භාවී පරීක්ෂණය විස්තර කරයි.
2. නියැදි අවකාශය හා නියැදි ලක්ෂ්‍යය අර්ථ දක්වයි.
3. සිද්ධිය අර්ථ දක්වයි.
4. සරල සිද්ධි, සංයුක්ත සිද්ධි, අභිශූන්‍ය සිද්ධි හා අනුපූරක සිද්ධි විස්තර කරයි.
5. සිද්ධිවල මේලය හා ඡේදනය වර්ගීකරණය කරයි.
6. අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධි හා නිරවශේෂ සිද්ධි විස්තර කරයි.
7. සම සේ භව්‍ය සිද්ධි විස්තර කරයි.
8. සිද්ධි අවකාශය විස්තර කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. සසම්භාවී පරීක්ෂණයක් යනු කුමක් දැයි සාකච්ඡා කරන්න.
2. සසම්භාවී පරීක්ෂණයක් සඳහා විය හැකි සියලු ප්‍රතිඵලවල එකතුවකට නියැදි අවකාශය යයි කියමු.
3. නියැදි අවකාශයේ උපකුලකයක් සිද්ධියක් වේ. එනම් පරීක්ෂණයේ ප්‍රතිඵල එකක හෝ වැඩි ගණනක එකතුවක් සිද්ධියක් වේ.
4.
   - සිද්ධියකට පරීක්ෂණයේ ප්‍රතිඵලවලින් එක ම එකක් ඇතුළත් වන්නේ නම් එයට සරල සිද්ධියක් යයි කියනු ලැබේ.
   - සසම්භාවී පරීක්ෂණයේ වූ සිද්ධියකට එක ප්‍රතිඵලයකට වඩා ඇතුළත් වේ නම් එම සිද්ධිය සංයුක්ත සිද්ධියක් වේ.
   - සසම්භාවී පරීක්ෂණයෙහි කිසිම ප්‍රතිඵලයක් ඇතුළත් නොවන සිද්ධියක්, අභිශූන්‍ය සිද්ධියක් ලෙස හැඳින්වේ.
   - සසම්භාවී පරීක්ෂණයකට අදාල සිද්ධි අවකාශයෙහි වූ සිද්ධියක් A වේ නම්, A හා සිද්ධි අවකාශයෙහි වූ සියළුම ප්‍රතිඵල ඇතුළත් සිද්ධිය A යැයි කියනු ලැබේ.
5. සිද්ධි දෙකක එකතුව සහ සිද්ධි දෙකක මේලය විස්තර කරයි.
6. අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිස්කාර සිද්ධි හා නිරවශේෂ සිද්ධි විස්තර කරයි.
7. සමසේ භව්‍ය සිද්ධි විස්තර කරයි.
8. සසම්භාවී පරීක්ෂණයක සියලු ම සිද්ධීන්ගේ කුලකයකට සිද්ධි අවකාශය යයි කියනු ලැබේ.

නිපුණතා මට්ටම 4.2: අහඹු සිද්ධි මත ගැටලු විසඳීමට සම්භාවිත ආකෘති යොදා ගනියි.

කාලච්ඡේද ගණන : 06

ඉගෙනුම් පල:

1. සම්භාවිතාවේ පෞරාණික අර්ථ දැක්වීම හා එහි සීමාවන් ප්‍රකාශ කරයි.
2. සම්භාවිතාවේ සංඛ්‍යාත ප්‍රවේශය හා එහි සීමාවන් ප්‍රකාශ කරයි.
3. ප්‍රත්‍ය කළ අර්ථ දැක්වීම ප්‍රකාශ කරයි.
4. ප්‍රත්‍ය කළ අර්ථ දැක්වීමේ වැදගත්කම ප්‍රකාශ කරයි.
5. ප්‍රත්‍ය කළ අර්ථ දැක්වීම භාවිත කර සම්භාවිතාවේ ප්‍රමේයයන් සාධනය කරයි.
6. ඉහත ප්‍රමේයයන් භාවිත කර ගැටලු විසඳයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. සම සේ භව්‍ය ප්‍රතිඵල N සහිත සසම්භාවී පරීක්ෂණයක් හා සම්බන්ධ ව ‘A’ සිද්ධියක සම්භාවිතය $P(A)=\dfrac{n(A)}{N}$; ලෙස අර්ථ දක්වමු.
   මෙහි $n(A)$ යනු A සිද්ධියේ සරල සිද්ධි සංඛ්‍යාවයි.

   සීමා
   - සසම්භාවි පරීක්ෂණයේ ප්‍රතිඵල සම සේ භව්‍ය නොවන විට ඉහත සූත්‍රය යෙදිය නොහැකි ය.
   - නියදි අවකාශය අපරිමිත වන විට ඉහත සූත්‍රය යෙදිය නොහැකි ය.

2. සම්භාවිතාවේ සංඛ්‍යාත ප්‍රවේශය විස්තර කළ යුතු අතර එහි සීමාවන් ප්‍රකාශ කළ යුතු ය.

3. සසම්භාවී පරීක්ෂණයේ S නියැදි අවකාශයට අනුබද්ධ ව සිද්ධි අවකාශය ε යයි ගනිමු.
   $P:\varepsilon \to [0,1]$ ශ්‍රිතය පහත කොන්දේසි සපුරාලයි.

   (i) $P(A)\geq 0$ ඕනෑම $A\subseteq S$

   (ii) $P(S)=1$

   (iii) A_1, A_2 අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධි දෙකක් නම්

   $P(A_1\cup A_2)=P(A_1)+P(A_2)$ මෙම ශ්‍රිතයට සම්භාවිත ශ්‍රිතය යයි කියමු.

4. ප්‍රත්‍ය කළ අර්ථ දැක්වීමේ වැදගත්කම විස්තර කරන්න.

5.
- $P(\phi) = 0$
- $P(A^{/}) = 1 - P(A)$
- $P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap B^{/})$
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
- $A \subseteq B$ නම් $P(A) \leq P(B)$ බව පෙන්වන්න.

6. ඉහත ප්‍රතිඵල භාවිත කර ගැටලු විසඳීමට සිසුන්ට මඟ පෙන්වන්න.

නිපුණතාව 3: තලයක ක්ෂණික චලිතය විස්තර කිරීමට නිව්ටෝනියානු ආකෘතිය යොදා ගනියි.

නිපුණතා මට්ටම 3.17: සරල අනුවර්තී චලිතය විශ්ලේෂණය කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 04

ඉගෙනුම් පල:

1. සරල අනුවර්තී චලිතය අර්ථ දක්වයි.
2. සරල අනුවර්තී චලිතයේ අවකල සත්‍යාපනය කරයි.
3. ප්‍රවේගය විස්ථාපනයේ ශ්‍රිතයක් ලෙස ව්‍යුත්පන්න කරයි.
4. සරල අනුවර්තී චලිතය හි කාලාවර්තයක් විස්තාරයක් අර්ථ දක්වයි.
5. විස්ථාපනය කාලයේ ශ්‍රිතයක් ලෙස විස්තර කරයි.
6. ඒකාකාර වෘත්තාකාර චලිතය ඇසුරින් සරල අනුවර්තී චලිතය විවරනය කරයි.
7. සරල අනුවර්තී චලිතයට අනුබද්ධ වෘත්තාකාර චලිතය භාවිතයෙන් කාලය සොයයි.

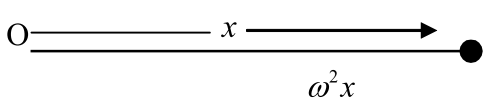
ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. **සරල අනුවර්තී චලිතය**

සරල අනුවර්තී චලිතය විශේෂ ආකාරයේ දෝලන චලිතයක් බව ප්‍රකාශ කරන්න.

එය සරල රේඛාවක් මත වූ අචල ලක්ෂ්‍යයක් වෙතට නිතර ම යොමු වූ අචල ලක්ෂ්‍යයේ සිට ඇති විස්ථාපනයට සමානුපාතික වූ රේඛීය ත්වරණයක් සහිත සරල රේඛාවක් මත චලනය වන චලිතයක් ලෙස අර්ථ දක්වයි.

මෙම අචල ලක්ෂ්‍යය දෝලන කේන්ද්‍රය ලෙස අර්ථ දක්වයි.



2. ප්‍රවේගය $\frac{dx}{dt} = \dot{x},$ ත්වරණය $\frac{dx^2}{dt^2}\ddot{x}, = \ddot{x} = -\omega^2 x$

මෙම රේඛීය සරල අනුවර්තී චලිතය සඳහා අවකල සමීකරණය යි. මෙහි ය නියතයකි.

ඉහත අවකල සමීකරණයේ සාධාරණ විසඳුම $x = A\cos\omega t + B\sin\omega t$ බව සත්‍යාපනය කරන්න. මෙහි A, B යනු අභිමත නියත වන අතර t යනු කාලයයි.

3. Discss $x = A\cos\omega t + B\sin\omega t$ මගින්

$\ddot{x} = \omega^2\left[(A^2+B^2) - x^2\right]$ ලැබෙන බව සාකච්ඡා කරන්න.

$\ddot{x} = \omega^2\left[a^2 - x^2\right]$ මෙහි $a^2 = A^2 + B^2$

විස්ථාපනය සඳහා පහත සූත්‍රය ද භාවිත කළ හැකි ය.

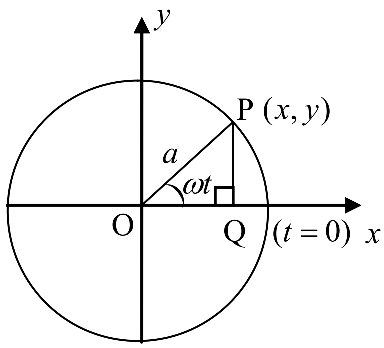
$x = a\sin(\omega t + \alpha)$

4.

- දිග $a = \sqrt{A^2+B^2}$ සරල අනුවර්තී චලිතය හි විස්තාරය වන බවත්
- කාලය $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$ සරල අනුවර්තී චලිතය හි ආවර්ත කාලය බවත් ප්‍රකාශ කරන්න.

5. $x = a\cos\omega t$ සාකච්ඡා කරන්න.

6.



$x = a\cos\omega t$
$\dot{x} = -a\omega\sin\omega t$
$\ddot{x} = -a\omega^2\cos\omega t = -\omega^2 x$ සාකච්ඡා කරන්න.

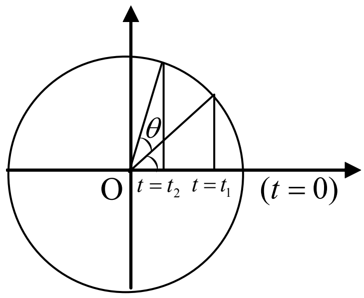
P අංශුව ඒකාකාර ω කෝණික ප්‍රවේගයෙන් වෘත්තාකාර මාර්ගයක චලනය වන්නේ යයි ගනිමු.
x අක්ෂය සමඟ සම්පාත වන වෘත්තයේ විෂ්කම්භය මතට P සිට ඇඳි ලම්භයේ අඩිය Q ලෙස ගනිමු.
P වෘත්තාකාර චලිතයේ ω කෝණික වේගයෙන් සිදු කරන විට $\ddot{x} = -\omega^2 x$ සමීකරණයෙන් දෙනු ලබන (සරල අනුවර්තී චලිතය) චලිතයේ Q ඇති කරයි.

7. සරල අනුවර්තී චලිතයට අනුබද්ධ වෘත්තාකාර චලිතය භාවිතයෙන් කාලය සෙවීමට සිසුන්ට මඟ පෙන්වන්න.

අංශුවේ ස්ථාන දෙකක් අතර කාල පරතරය සාකච්ඡා කරන්න.

$$t_2 - t_1 = \frac{\theta}{\omega}$$

ඉහත කාල ප්‍රාන්තරය චලිත සමීකරණය මඟින් ද ව්‍යුත්පන්න කළ හැක.



නිපුණතා මට්ටම 3.18: රේඛාවක් මත සරල අනුවර්තී චලිතයේ ස්වභාවය විස්තර කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන: 06

ඉගෙනුම් පල:

1. හූක්ගේ නියමය භාවිතයෙන් ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක ආතතිය එහි විතතිය ඇසුරින් සොයයි.
2. හූක්ගේ නියමය භාවිතයෙන් දුන්නක ආතතිය හෝ තෙරපුම හෝ සොයයි.
3. තිරස් රේඛාවක් මත අංශුවක සරල අනුවර්තී චලිතයේ ස්වභාවය විස්තර කරයි.

ඉගෙනුම්ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. හූක්ගේ නියමය ප්‍රකාශ කර ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක ආතතිය සෙවීමට සිසුන්ට මඟ පෙන්වන්න.

2. හූක්ගේ නියම ඇසුරින් ආතතිය හෝ තෙරපුම හෝ සෙවීමට සිසුන්ට මඟ පෙන්වන්න.
   හූක්ගේ නියමය ආතති හෝ තෙරපුම් හෝ සඳහා

   $T = \lambda \frac{d}{l}$, මෙහි

   λ : ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය

   d : විතතිය හෝ සම්පීඩනය

   l : ස්වාභාවික දිග

   ප්‍රත්‍යස්ථ විභව ශක්තිය $\frac{\lambda x^2}{2l}$ බව අනුකලනය මඟින් සාධනය කරන්න.

3. ප්‍රත්‍යස්ථ බලයක ක්‍රියාව යටතේ අංශුවක සරල අනුවර්තී චලිතය සාකච්ඡා කරන්න.

නිපුණතා මට්ටම 3.19: සිරස් රේඛාවක් මත සරල අනුවර්ති චලිතයේ ස්වභාවය විස්තර කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 06

ඉගෙනුම් පල :

1. සිරස් රේඛාවක් මත සරල අනුවර්තී චලිතය විස්තර කරයි.
2. සරල අනුවර්තී චලිතය හා ගුරුත්වය යටතේ චලිතය සංයුක්ත වූ ගැටලු විසඳයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1.
   - ප්‍රත්‍යස්ථ බලය හා එහි ම බරෙහි ක්‍රියාකාරිත්වය යටතේ සිරස් රේඛාවක අංශුවක සරල අනුවර්ති චලිතය
   - සරල අනුවර්තී චලිතය හා ගුරුත්වජ බලය යටතේ චලිතය බැඳුණු

2. සරල අනුවර්තී චලිතය හා ගුරුත්වය යටතේ චලිතය සංයෝජනය වූ ගැටලු විසඳීමට සිසුන්ට මඟ පෙන්වන්න.

නිපුණතාව 2: ඒකතල බල පද්ධති භාවිත කරයි.

නිපුණතා මට්ටම 2.12: ඒකාකාර සමමිතික වස්තුවල ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය නිර්ණය කිරීමට විවිධ ක්‍රම ශිල්ප යොදා ගනියි.

කාලච්ඡේද ගණන: 04

ඉගෙනුම් පල:

1. තලයක වූ අංශු පද්ධතියක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය අර්ථ දක්වයි.
2. ආස්තරයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය අර්ථ දක්වයි.
3. රේඛාවක් වටා සමමිතික ඒකාකාර වස්තුවල ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය සොයයි.
4. තලයක් වටා සමමිතික වස්තුවල ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය සොයයි.
5. විවිධ හැඩ ඇති ආස්තරවල ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය සොයයි.
6. තුනී ඍජුකෝණාස්‍රාකාර පටි භාවිතයෙන් ඒකාකාර ත්‍රිකෝණාකාර ආස්තරයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය සොයයි.
7. තුනී ඍජුකෝණාස්‍රාකාර පටි භාවිතයෙන් සමාන්තරාස්‍රයක හැඩය ඇති ඒකාකාර ආස්තරයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය සොයයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. **ස්කන්ධ (ගුරුත්ව) කේන්ද්‍රය**

තෝරාගත් තලයක වූ ඍජුකෝණාස්‍ර කාටීසීය ඛණ්ඩාංක පද්ධතියකට අනුබද්ධව $\mathrm{P_r} \equiv (x_r, y_r)$ හි දී ක්‍රියා කරන ස්කන්ධය m_r වූ

මෙහි $r = 1, 2, 3, \ldots n$

අංශු පද්ධතිය සලකන්න එවිට අංශු පද්ධතිය වූ තලයේ $G \equiv (\overline{x}, \overline{y})$ වන සේ ලක්ෂ්‍යයක් පවතී.

$$\overline{x} = \frac{\sum_{r=1}^{n} m_r x_r}{\sum_{r=1}^{n} m_r} \quad \text{සහ} \quad \overline{y} = \frac{\sum_{r=1}^{n} m_r y_r}{\sum_{r=1}^{n} m_r}$$

G ට අංශු පද්ධතියේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය යයි කියමු.

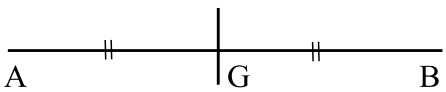
2. වස්තුවක බර එහි අනුයාත අංශුවල බරට සමාන වේ. ඒවා වස්තුවේ අචල ලක්ෂ්‍යයක් හරහා සිරස් ලෙස පහළට ක්‍රියා කරයි. මෙම අචල ලක්ෂ්‍යයට ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය යයි කියනු ලැබේ. මෙම අචල ලක්ෂ්‍යය වස්තුවේ හැඩයෙන් ස්වායත්ත වේ.

ආස්තර මත $P \equiv (x, y)$ ලක්ෂ්‍යයේ තෝරා ගන්නා ලද ඉතා ම කුඩා ස්කන්ධය dm සලකන්න.

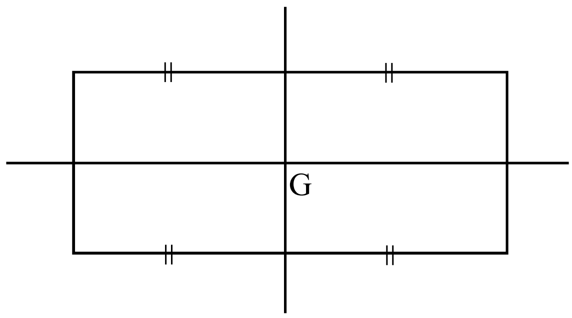
$G \equiv (\overline{x}, \overline{y})$ මඟින් ලබා දෙන $\overline{x} = \dfrac{\int x dm}{\int dm}$ හා $\overline{y} = \dfrac{\int y dm}{\int dm}$ වන සේ වූ ලක්ෂ්‍යය G ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයයි.

3. ඒකාකාර වස්තුවක් යනු එක ම ඝනත්වයකින් ස්කන්ධය පැතිරි ඇති වස්තුවලට වේ.

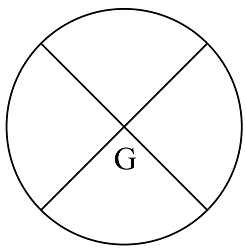
ඒකාකාර සිහින් දණ්ඩක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය



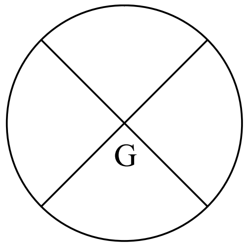
4. ඒකාකාර සෘජුකෝණාස්‍රාකාර ආස්තරයක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය



- ඒකාකාර වෘත්තාකාර වළල්ලක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය



- ඒකාකාර වෘත්තාකාර තැටියක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය



5. පහත ඒකාකාර වස්තුවල ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයේ ගුණ සාකච්ඡා කරයි.
    - කුහර සිලින්ඩරය
    - ඝන සිලින්ඩරය
    - කුහර ගෝලය
    - ඝන ගෝලය

6. ඒකාකාර ත්‍රිකෝණාකාර ආස්තරයක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය ත්‍රිකෝණයේ මධ්‍යස්ථවල ඡේදන ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටන බව පෙන්වන්න.

    - එක් එක් ශීර්ෂයේ සිට ප්‍රතිවිරුද්ධ පාදයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයට අඳින ලද 2 : 1 අනුපාතයට බෙදෙන ලක්ෂ්‍යයයි.

7. ඒකාකාර සමාන්තරාස්‍රයක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය

    ඒකාකාර සමාන්තරාස්‍රයක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය විකර්ණවල ඡේදන ලක්ෂ්‍යය බව පෙන්වන්න.

නිපුණතා මට්ටම 2.13: අනුකලනය භාවිතයෙන් සරල ජ්‍යාමිතික වස්තුවල ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය සොයයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 06

ඉගෙනුම් පල:
1. අනුකලනය භාවිතයෙන් සරල රේඛාවක් වටා සමමිතික ඒකකාර වස්තුවල ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය සොයයි.
2. අනුකලනය භාවිතයෙන් තලයක් වටා සමමිතික ඒකකාර ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය සොයයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

- වස්තුවක්, දන්නා ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයත් සහිත පරිමිත කොටස් සංඛ්‍යාවකට බෙදිය නොහැකි විට, දන්නා ගුරුත්ව කේන්ද්‍ර සහිත කොටස් අනන්ත සංඛ්‍යාවකට සමහර විට බෙදිය හැකි ය.

- මෙම කොටස්වල ඝූර්ණවල එකතුව අනුකලනය මඟින් සිදු කරනු ලැබේ.

1. අනුකලනය මඟින් පහත දෑ පෙන්වන්න.
   - කේන්ද්‍රයේ 2α කෝණයක් ආයතනය කරන අරය a වූ ඒකාකාර වෘත්තයක චාපයක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය සමමිතික අක්ෂය දිගේ වෘත්ත කේන්ද්‍රයේ $\frac{a\sin\alpha}{a}$ දුරකින් පිහිටන බව

   - කේන්ද්‍රයේ $2a$ කෝණයක් ආයතනය කරන අරය වූ ඒකාකාර වෘත්ත ඛණ්ඩයක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය සමමිතික අක්ෂය දිගේ වෘත්තයේ කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{2a\sin a}{3a}$ දුරකින් පිහිටන බව

2. අනුකලනය මඟින් පහත දෑ පෙන්වන්න.
   - අරය a වන ඝන අර්ධ ගෝලයක (ඒකාකාර) ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයේ සමමිතික අක්ෂය දිගේ කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{3a}{8}$ දුරකින් පිහිටන බව

   - අරය a වන කුහර අර්ධ ගෝලයක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය සමමිතික අක්ෂය දිගේ ගෝල කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{a}{2}$ දුරින් පිහිටන බව

- උස h ඒකාකාර ඍජු වෘත්තාකාර කේතුවක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය කේතුවේ සමමිතික අක්ෂය මත අක්ෂය දිගේ ආධාරකයේ සිට $\frac{h}{4}$ දුරින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

- උස h වන ඒකාකාර කුහර කේතුවක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය එහි සමමිතික අක්ෂය මත අක්ෂය දිගේ ආධාරකයේ සිට $\frac{h}{3}$ දුරින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

නිපුණතා මට්ටම 2.14: සංයුක්ත වස්තුවල හා ශේෂ වස්තුවල ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය සොයයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 04

ඉගෙනුම් පල:

1. සංයුක්ත වස්තුවල ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය සොයයි.
2. ශේෂ වස්තුවල ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය සොයයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. සංයුක්ත වස්තු ඇතුළත් වන ගැටලු සාකච්ඡා කරන්න.
2. ශේෂ වස්තු ඇතුළත් වන ගැටලු සාකච්ඡා කරන්න.

නිපුණතා මට්ටම 2.15: ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය පැහැදිලි කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන: 02

ඉගෙනුම් පල:

1. වස්තුවක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය පැහැදිලි කරයි.
2. ගුරුත්වා කර්ෂණ ක්ෂේත්‍රයේ දී ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය හා ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය එක ම බව ප්‍රකාශ කරයි.

ඉගෙනුම් ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. දෘඪ වස්තුවක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය හඳුන්වන්න.
2. ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය හා ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය සමපාත වීම සාකච්ඡා කරන්න.

නිපුණතා මට්ටම 2.16: වස්තුවල සමතුලිතතාවේ ස්ථායිතාව නිර්ණය කරයි.

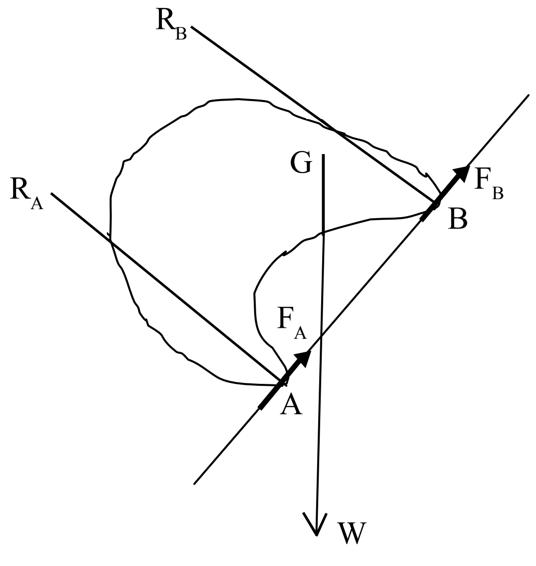
කාලච්ඡේද ගණන: 02

ඉගෙනුම් පල:

1. ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය භාවිතයෙන් වස්තුවල සමතුලිතතාවේ ස්ථායිතාව විස්තර කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. තලයක් මත නිසල ව පවතින වස්තුවල සමතුලිතතාවේ ස්ථායිතාව



වස්තුව මත ක්‍රියාකරන බල
* වස්තුවේ බර
* අභිලම්බ ප්‍රතික්‍රියා

* A හා Bහිදී ඝර්ෂණ බල

සමතුලිතවීමට

ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය හරහා යන සිරස් රේඛාව A සහ B අතර තිබිය යුතු ය. මෙම රේඛාව A සහ B ට පිටතින් වැටී ඇත්නම්, පෙරළීමෙන් සමතුලිතතාමය බිඳී යයි.

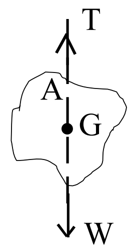
නිපුණතා මට්ටම 2.17: එල්ලා ඇති වස්තුවල ආනත කෝණය නිර්ණය කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 02

ඉගෙනුම් පල: 1. එල්ලන ලද වස්තු ඇතුළත් ගැටලු විසඳයි.

ඉගෙනුම් ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. එල්ලන ලද වස්තු ඇතුළත් ගැටලු විසඳීමට සිසුන්ට මඟ පෙන්වන්න.



උදාහරණ - **එල්ලන ලද වස්තු :**

බල දෙකක ක්‍රියාව යටතේ වස්තුවක් සමතුලිතතාවයේ පවතී නම්, බල දෙක එකිනෙකට සමාන සහ ප්‍රතිවිරුද්ධ විය යුතුයි.

උදාහරණ :- $T = W$ සහ AG සිරස් වේ.

තුන්වන වාරය

සංයුක්ත ගණිතය I

නිපුණතාව 22: ධන පූර්ණ සංඛ්‍යාමය දර්ශක සඳහා ද්විපද ප්‍රසාරණය ගවේෂණය කරයි.

නිපුණතා මට්ටම 22.1 : ද්විපද ප්‍රසාරණයේ මූලික ගුණ විස්තර කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 03

ඉගෙනුම් පල:

1. ධන පූර්ණ සංඛ්‍යාමය දර්ශක සඳහා ද්විපද ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කරයි.
2. සාධාරණ පදය හා ද්විපද සංගුණක ලියයි.
3. ගණිත අභ්‍යුහනය භාවිතයෙන් ප්‍රමේයය සාධනය කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. ධන පූර්ණ සංඛ්‍යාමය දර්ශකයක් සඳහා ද්විපද ප්‍රසාරණය ප්‍රකාශ කරන්න.

   $\left(a+b\right)^n = {}^nC_0a^n + {}^nC_1a^{n-1}b + \ldots + {}^nC_ra^{n-r}b^r + \ldots + {}^nC_nb^n$,

   මෙහි ${}^nC_r = \dfrac{n!}{(n-r)!r!}$ සඳහා $0 \le r \le n$

2. r^{th} වන පදය $T_r = {}^{\text{n}}\text{C}_{r-1}a^{n\text{-}r+1}b^{r\text{-}1}$, මෙහි $1 \le r \le n$

3. ගණිත අභ්‍යුහනය භාවිත කර ද්විපද ප්‍රමේයය සාධනය කිරීමට සිසුන්ට මග පෙන්වන්න.

නිපුණතා මට්ටම 22.2 : ද්විපද ප්‍රමේයය ව්‍යවහාර කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන: 06

ඉගෙනුම් පල:

1. ද්විපද සංගුණකය අතර සම්බන්ධතා ලියයි.
2. ද්විපද ප්‍රසාරණයේ විශේෂ පදය සොයයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. $(a+x)^n = {}^nC_0 a + {}^nC_1 a^{n-1} x + \cdots + {}^nC_r a^{n-r} x^r + \cdots + C_n x^n$,

${}^nC_0,\ {}^nC_1, \cdots,\ {}^nC_n$ ද්විපද සංගුණක වේ.

${}^nC_0 a^n,\ {}^nC_1 a^{n-1}, \cdots, {}^nC_n$ පාදවල සංගුණක වේ.

2. - ප්‍රසාරණයේ පද ගණන $(n+1)$ ක් වේ.
   - සාධාරණ පදය $T_{r+1} = {}^nC_r a^{n-r} x^r$ වේ.
   - $(1+x)^n = \sum_{r=0}^{n} {}^nC_r x^r$

   ඉහත ප්‍රසාරණය භාවිතයෙන් ද්විපද සංගුණකවල ලක්ෂණ ලබා ගන්න.

නිපුණතාව 23: සංකීර්ණ සංඛ්‍යා පද්ධතිය විවරණය කරයි.

නිපුණතා මට්ටම 23.1 : සංකීර්ණ සංඛ්‍යා පද්ධතිය භාවිත කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන: 02

ඉගෙනුම් පල:
1. අතාත්ත්වික ඒකකය ප්‍රකාශ කරයි.
2. සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව අර්ථ දක්වයි.
3. සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක තාත්ත්වික කොටස හා අතාත්ත්වික කොසට ප්‍රකාශ කරයි.
4. සංකීර්ණ සංඛ්‍යා දෙකක සමානතාව භාවිත කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. • අතාත්ත්වික ඒකකය i හඳුන්වා දී $i^2 = -1$ ලෙස පෙන්වයි.
   • $a \in R$ වන විට $ai,$ ආකාරයේ සංඛ්‍යා හුදෙක් අතාත්ත්වික සංකීර්ණ සංඛ්‍යා ලෙස හඳුන්වයි.

2. $a, b \in R$ සහ $i^2 = -1$ වන විට සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක් $z = a + ib$ ලෙස හඳුන්වයි.

3. • සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක a තාත්වික කොටස ලෙසත් එය $\mathrm{Re}(z)$ ලෙසත් අංකනය කරයි.
   • සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක b අතාත්වික කොටස ලෙසත් එය $\mathrm{Im}(z)$ ලෙසත් අංකනය කරයි.

4. $z_1 = a_1 + ib_1$ සහ $z_2 = a_2 + ib_2$ වන විට
   $a_1,\ a_2, b_1,\ b_2 \in \mathbb{R}$ නම් ද
   නම් $z_1 = z_2 \Leftrightarrow a_1 = a_2$ හා $b_1 = b_2$ වේ.

නිපුණතා මට්ටම 23.2: සංකීර්ණ සංඛ්‍යා මත වීජීය කර්ම හඳුන්වයි.

කාලච්ඡේද ගණන: 02

ඉගෙනුම් පල:
1. සංකීර්ණ සංඛ්‍යා මත වීජීය කර්ම අර්ථ දක්වයි.
2. සංකීර්ණ සංඛ්‍යා දෙකක් අතර වීජීය කර්ම භාවිත කර ඒවාද සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක බව සත්‍යාපනය කරයි.
3. සංකීර්ණ සංඛ්‍යා මත මූලික කර්ම සිදු කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. $z_1 = a_1 + ib_2,\ z_2 = a_2 + ib_2$ සහ $a_1,\ a_2, b_1,\ b_2 \in \mathbb{R}$ සහ $\lambda \in R$ නම්

- $z_2 + z_2 = (a_1 + a_2) + i(b_1 + b_2)$
- $\lambda z = \lambda(a + ib) = \lambda a + i\lambda b$
- $z_1 - z_2 = (a_1 - a_2) + i(b_1 - b_2)$
- $z_1 z_2 = (a_1 a_2 - b_1 b_2) + i(a_1 b_2 + a_1 b_2)$
- $\dfrac{z_1}{z_2} = \dfrac{a_1 + ib_1}{a_2 + ib_2} = \left(\dfrac{a_1 a_2 + b_1 b_2}{a_2^2 + b_2^2}\right) + i\left(\dfrac{a_2 b_1 - a_1 b_2}{a_2^2 + b_2^2}\right)$ මෙහි $z_2 \neq 0$

2. සංකීර්ණ සංඛ්‍යා දෙකක ගණිත කර්මවලින් සෑදෙන්නේ සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක් බව පෙන්වා දෙයි.

3. සංකීර්ණ සංඛ්‍යා හා බැඳුණු මූලික ගණිත කර්ම සිදු කිරීමට සිසුන් යොමු කරවයි.

නිපුණතා මට්ටම 23.3: සංකීර්ණ ප්‍රතිබද්ධවල මූලික ගුණ අර්ථ දක්වා සාධනය කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන: 02

ඉගෙනුම් පල:

1. $\overline{z}$ අර්ථ දක්වයි.
2. සංකීර්ණ ප්‍රතිබද්ධයේ මූලික ගුණ ප්‍රකාශ කරයි.
3. සංකීර්ණ ප්‍රතිබද්ධයේ මූලික ගුණ සාධනය කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. $z = a + ib,$

නම් එවිට $z\left(\overline{z}\right)$ හි සංකීර්ණ ප්‍රතිබද්ධය $\overline{z} = a - ib$ හි මඟින් දක්වයි.

2. ප්‍රතිබද්ධතා බැඳුණු ලක්ෂණ ප්‍රකාශ කරයි.

- $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$
- $\overline{z_1 - z_2} = \overline{z_1} - \overline{z_2}$
- $\overline{z_1 z_2} = \overline{z_1}.\overline{z_2}$
- $\left(\dfrac{\overline{z_1}}{z_2}\right) = \left(\dfrac{\overline{z_1}}{\overline{\overline{z_2}}}\right)$

3. ඉහත ප්‍රතිඵලවල සාධනයට සිසුන් යොමු කරයි.
ප්‍රතිබද්ධය හා බැඳුණු මූලික ලක්ෂණ භාවිතයට සිසුන් යොමු කරයි.

නිපුණතා මට්ටම 23.4 : සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක මාපාංකය අර්ථ දක්වයි.

කාලච්ඡේද ගණන: 04

ඉගෙනුම් පල:
1. $|z|$, z සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවේ මාපාංකය අර්ථ දක්වයි.
2. සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක මාපාංකයේ මූලික ගුණ සාධනය කරයි.
3. සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක මාපාංකයේ මූලික ගුණ ව්‍යවහාර කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. $x, y \in \mathbb{R}$ විට $z = x + yi$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක් නම්
$|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$
$\mathbb{Z}$ හි මාපාංකය ($|\mathbb{Z}|$ ලෙස නිරූපණය කරයි.)

2. පහත ලක්ෂණ ප්‍රකාශ කරයි.

- $|z_1 z_2| = |z_1||z_2|$
- $\left|\dfrac{z_1}{z_2}\right| = \dfrac{|z_1|}{|z_2|}$ මෙහි $z_2 \neq 0$
- $z.\overline{z} = |z|^2$
- $|z_1 + z_2|^2 = |z_1|^2 + 2\operatorname{Re}(z_1.z_2) + |z_2|^2$

3. ඉහත සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක මාපාංකය බැඳුණු ගුණ භාවිතයට සිසුන් යොමු කරයි.

නිපුණතා මට්ටම 23.5 : ආගන්ඩ් සටහන භාවිතයෙන් වීජීය කර්ම ජ්‍යාමිතික ව ඉදිරිපත් කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 04

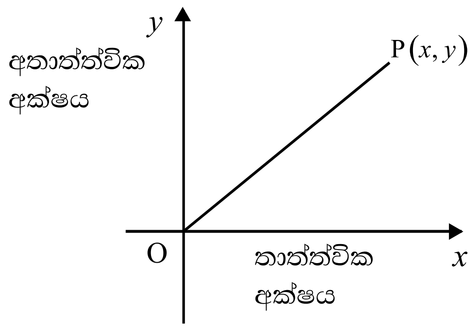
ඉගෙනුම් පල:

1. සංකීර්ණ සංඛ්‍යා ආගන්ඩ් සටහන මත නිරූපණය කරයි.
2. $z_1+z_2,\ z_1-z_2,\ \bar{z}$ හා λz_2 මෙහි $\lambda \in \mathbb{R}$ නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍ය ගොඩනගයි.
3. ශූන්‍ය නොවන සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක් ධ්‍රැවක ආකාරයට ප්‍රකාශ කරයි.

   $z=r(\cos\theta+i\ \sin\theta);\ r>0$ සහ $\theta\in\mathbb{R}$
4. සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක විස්තාරය අර්ථ දක්වයි.
5. ශූන්‍ය නොවන සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක ප්‍රධාන විස්තාරය අර්ථ දක්වයි.
6. $r(\cos\alpha\ +\ i\ \sin\alpha)$ මෙහි $\alpha\in\mathbb{R},\ r\neq 0$ නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍යය ගොඩනගයි.
7. z_1z_2 සහ $\dfrac{z_1}{z_2}$ නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍යය ගොඩනගයි.
8. $\dfrac{\lambda z_1+\mu z_2}{\lambda+\mu}$ මෙහි $\lambda,\ \mu\in\mathbb{R}$ හා $\lambda+\mu\neq 0$ නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍යය ගොඩනගයි.
9. ත්‍රිකෝණ අසමානතාව සාධනය කරයි.
10. ත්‍රිකෝණයක අසමානතාව අපෝහනය කරයි.
11. ගැටලු විසඳීම සඳහා ඉහත අසමානතා භාවිත කරයි.

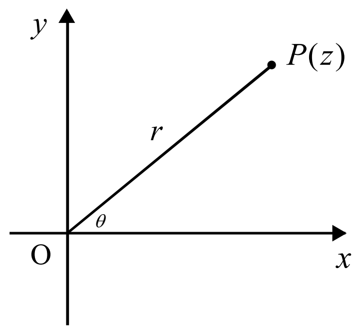
ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. ආගන්ඩ් සටහන (සංකීර්ණ තලය) හඳුන්වා දෙන්න.
   සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක් ආගන්ඩ් සටහනේ ලක්ෂ්‍යයකින් නිරූපණය කරන්න.
   $z = x + iy$ ලෙස ගන්න. එවිට $x, y \in \mathbb{R}$ එවිට $\mathrm{P}(x, y)$ ලක්ෂ්‍යය ආගන්ඩ් සටහනේ z නිරූපණය කරයි.



2. දෙන ලද z නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍යය ගොඩනගන්න.
   - λz • $\overline{z}$
   - දෙන ලද z_1 සහ z_2 සංකීර්ණ සංඛ්‍යා සඳහා $z_1 + z_2$ නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍යය ගොඩනගන්න.

3. z යනු ශූන්‍ය නොවන සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක් යයි ගනිමු.



   එවිට $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$; $r > 0$ සහ $\theta \in \mathbb{R}$

4. z යනු ශූන්‍ය නොවන සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක් යයි ගනිමු.
   $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ හි θ කෝණය z හි විස්තරය ලෙස හැඳින්වේ.
   $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ හි තෘප්ත කරන θ අගයන් $Arg\, z$ හි අංකනය කරයි.

5. z යනු ශූන්‍ය නොවන සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක් යයි ගනිමු.
   $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ හි $-\pi < \theta \le \pi$ අගය $\mathrm{Arg}\, z$ මඟින් නිරූපණය කරයි.
   $\mathrm{Arg}\, z$ යනු ප්‍රධාන විස්තරය වේ.

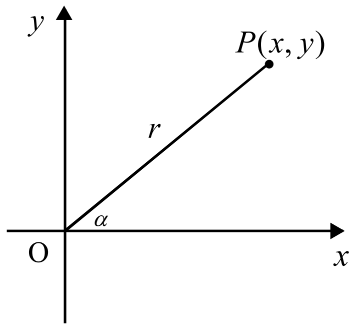
6. $z = x + iy$ ශුන්‍ය නොවන සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක් යයි ගනිමු.

$$z = \sqrt{x^2+y^2}\left\{\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} + i\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}\right\}$$

$$= r\left(\cos\alpha + i\sin\alpha\right)$$

මෙහි $r = \sqrt{x^2+y^2}$

$\cos\alpha = \dfrac{x}{r}$ හා $\sin\alpha = \dfrac{y}{r}$



7. $z_1 = r_1\left(\cos\theta_1 + i\sin\theta_1\right)$, $z_2 = r_2\left(\cos\theta_2 + i\sin\theta_2\right)$ නම් එවිට

$$z_1 z_2 = r_1 r_2\left[\cos\left(\theta_1+\theta_2\right) + i\sin\left(\theta_1+\theta_2\right)\right]$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2}\left[\cos\left(\theta_1-\theta_2\right) + i\sin\left(\theta_1-\theta_2\right)\right]$$

ආග්‍රන්ඩ් සටහනේ $z_1 z_2$ හා $\dfrac{z_1}{z_2}$ නිර්මාණය කරන අයුරු පෙන්වන්න.

8. දෙන ලද z_1, z_2, සංකීර්ණ සංඛ්‍යා සඳහා

$\dfrac{\lambda z_1 + \mu z_2}{\lambda + \mu}$ නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍යය ආග්‍රන්ඩ් සටහනේ ගොඩනගන්න. මෙහි $\lambda,\ \mu \in \mathbb{R}$

9. $\left|z_1 + z_2\right| \le \left|z_1\right| + \left|z_2\right|$ සඳහා $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ ත්‍රිකෝණ අසමානතාව ලබා ගන්න.

10. $\left\|z_1\right| - \left|z_2\right\| \le \left|z_1 - z_2\right|$ සඳහා $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ අපෝහනය කරන්න.

11. ඉහත අසමානතා භාවිත කර ගැටලු විසඳීමට සිසුන්ට මඟ පෙන්වන්න.

නිපුණතා මට්ටම 23.6: දමුවාවර් ප්‍රමේයය භාවිත කරයි.

කාලපරිච්ඡේද ගණන: 02

ඉගෙනුම් පල:
1. දමුවාවර් ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කොට ධන පූර්ණ සංඛ්‍යාමය දර්ශකයක් සඳහා සාධනය කරයි.
2. දමුවාවර් ප්‍රමේයයේ සරල යෙදීම් ඇතුළත් ගැටලු විසඳයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ නම් එවිට $z^n = r^n(\cos n\theta + i\sin n\theta)$, මෙහි $n \in \mathbb{Z}$ මඟින් ප්‍රකාශ කරන දමුවාවර් ප්‍රමේයය ගණිත අභ්‍යුහනය මූලධර්මය භාවිතයෙන් සාධනය කරයි.

2. දමුවාවර් ප්‍රමේයයේ සරල යෙදීම් ඇතුළත් ගැටලු විසඳීමට සිසුන්ට මඟ පෙන්වන්න.

නිපුණතා මට්ටම 23.7: විචල්‍ය සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක පථය/ප්‍රදේශය ඉදිරිපත් කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන: 04

ඉගෙනුම් පල:
1. ආගන්ඩ් සටහනේ විචල්‍ය සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක පථය අඳියි.
2. පථයේ කාටිසියානු සමීකරණයක් ලබා ගනියි.

ඉගෙනුම් ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. z, z_0, z_1 හා z_2 සංකීර්ණ සංඛ්‍යා පිළිවෙළින් $\mathrm{P}, \mathrm{P}_0, \mathrm{P}_1, \mathrm{P}_2$ ලක්ෂ්‍යය නිරූපණය කරන්නේ යයි සිතමු.
   - z හි $|z - z_0| = r$ මඟින් නිරූපණය කරන P_0 හි පථය කේන්ද්‍රය P_0 වන අරය r වන නිරූපණය කරයි. මෙය පථයේ කාටිසියානු සමීකරණය ලබා ගන්න.
   - $\mathrm{Arg}(z - z_0) = \alpha$ සමීකරණය මඟින් දෙනු ලබන හි පථය PP_0 රේඛාව x අක්ෂයේ ධන දිශාව සමඟ α කෝණයක් සාදයි.
   - $|z - z_1| = |z - z_2|$ මඟින් නිරූපණය වන z සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක පථය $\mathrm{P}_1\mathrm{P}_2$ යා කරන රේඛාවේ ලම්බක සමච්ඡේදකය වන අතර එම රේඛාවේ කාටිසිය සමීකරණය ලබා ගනියි.

2. ඉහත පථවල කාටිසිය සමීකරණය ලබා ගනියි.

නිපුණතාව 25: න්‍යාස හසුරුවයි.

නිපුණතා මට්ටම 25.1 : න්‍යාසවල මූලික ගුණ විස්තර කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 02

ඉගෙනුම් පල:

1. න්‍යාස අර්ථ දක්වයි.
2. පේළි න්‍යාස හා තීරු න්‍යාස අර්ථ දක්වයි.
3. න්‍යාස දෙකක සමානතාව අර්ථ දක්වයි.
4. න්‍යාසයක් අදිශයකින් ගුණ කිරීම අර්ථ දක්වයි.
5. න්‍යාස එකතුව සිදු කිරීමට අවශ්‍යතාව ලියයි.
6. ගැටලු විසඳීමට න්‍යාස එකතුව භාවිත කරයි.
7. න්‍යාස එකතුව හා අදිශයකින් ගුණ කිරීම භාවිත කර න්‍යාස දෙකක අන්තරය අර්ථ දක්වයි.
8. න්‍යාස ගුණ කිරීමට අවශ්‍යතාව ලියයි.
9. න්‍යාස ගුණිතය අර්ථ දක්වයි.
10. න්‍යාස ගුණිතයේ ලක්ෂණ ගැටලු විසඳීමට යොදා ගනියි.

ඉගෙනුම් ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. **න්‍යාස**

න්‍යාසයක් යනු සංඛ්‍යාවල සෘජුකෝණාස්‍ර පදවැලක. න්‍යාස කැපිටල් අකුරු මඟින් දක්වනු ලැබේ. A, B, C.. ආදි වශයෙන්

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

A ට පේළි m ද තිරු n ද ඇත්නම් A හි ගණය $m \times n$ වේ.
න්‍යාසයක අවයව a_{ij} , i^{th} වන පේළියේ j^{th} වන තීරුවේ අවයවයකීයි. $\left(a_{ij}\right)_{m\times n}$ ලෙස ද ලියනු ලැබේ.

2. • **පේළි න්‍යාස**

න්‍යාසයකට එක ම එක පේළියක් අයත් වේ නම් එය පේළි න්‍යාසයක් හෝ පේළි දෛශිකයක් හෝ යයි කියනු ලැබේ.

- **තිරු න්‍යාස**
  න්‍යාසයකට එක ම එක තීරුවක් අයත් වේ නම් එය තීරු න්‍යාසයක් හෝ තීරු දෛශිකයක් හෝ යයි කියනු ලැබේ.

- **ශූන්‍ය න්‍යාස**
  න්‍යාසයක සියලු ම අවයව ශූන්‍ය වේ නම් එයට ශූන්‍ය න්‍යාසය යයි කියනු ලැබේ.

3. $\mathrm{A} = \left(a_{ij}\right)_{m\times n}$ හා $\mathrm{B} = \left(b_{ij}\right)_{m\times n}$ න්‍යාස දෙක එක ම ගණයේ වේ නම් හා සියලු
   $a_{ij} = b_{ij}$
   $i = 1, 2, 3, ..., m$ හා $j = 1, 2, 3, ..., n$ වේ නම් එවිට $\mathrm{A} = \mathrm{B}$ වේ.

4. $\mathrm{A} = \left(a_{ij}\right)_{m\times n}$; $\lambda \in \mathbb{R}$, නම් එවිට $\lambda\mathrm{A} = \left(\lambda a_{ij}\right)_{m\times n}$
   $\lambda = -1$, - A මඟින් දක්වයි.

5. - න්‍යාස එක ම ගණයේ වීමට
   - අනුරූප අවයව එකතු කිරීමට හැකි වීමට අවශ්‍යතාව ප්‍රකාශ කරන්න.

   න්‍යාස දෙක එකතුව න්‍යාදේශ හා සංසටක වේ.

6. ගැටලු විසඳීමට න්‍යාස ආකලනය භාවිත කිරීමට සිසුන්ට මඟ පෙන්වන්න.

7. $\mathrm{A}_{m\times p}$ හා $\mathrm{B}_{q\times n}$ න්‍යාස දෙක සලකන්න.
   AB ගුණිතය සිදු කළ හැක්කේ $p = q$ වන විට ය.

8. $\mathrm{A} = \left(a_{ij}\right)_{m\times p}$ හා $\mathrm{B} = \left(b_{ij}\right)_{p\times n}$ නම් එවිට
   $AB = \left(\sum_{k=1}^{P} a_{ik} b_{kj}\right)_{m\times n}$ හා එය $m \times n$ ගණයේ වේ.
   AB අර්ථ දැක්වුණත් BA අර්ථ දැක්වීම අනිවාර්ය නොවන බවත් සාධාරණ වශයෙන් $\mathrm{AB} \neq \mathrm{BA}$ බවත් සාධනය කරන්න.

9. ගැටලු විසඳීමට න්‍යාස ගුණිතයේ ලක්ෂණ භාවිත කිරීමට සිසුන්ට මඟ පෙන්වන්න.

10. න්‍යාස ගුණිතය හා සම්බන්ධ ගැටලු විසඳීමට මඟ පෙන්වන්න.

නිපුණතා මට්ටම 25.2: සමචතුරස්‍ර න්‍යාසයක විශේෂ අවස්ථා විස්තර කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන: 02

ඉගෙනුම් පල:
1. සමචතුරස්‍ර න්‍යාසයක ගණය ලියයි.
2. විශේෂ ආකාරයේ න්‍යාස අර්ථ දක්වයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. සමචතුරස්‍ර න්‍යාසය අර්ථ දක්වන්න.
   $m=n$ ගණය වූ A න්‍යාසයේ $m\times n$ වේ නම් A ට n ගණයේ සමචතුරස්‍ර න්‍යාසයක් යයි කියමු.

2. $\mathrm{A}=\begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$

   $\left(a_{11}, a_{22}, a_{33}, \ldots, a_{nn}\right)$ ප්‍රධාන විකර්ණය වේ.

- ගණය n වන සමචතුරස්‍ර න්‍යාසයක ගණය n වන ඒකක න්‍යාසය I_n ලෙස අංකනය කරන අතර මෙහි $a_{ij}=\begin{cases} 1 \text{ විට } & i=j \\ 0 \text{ විට } & i\neq j \end{cases}$

- A සමචතුරස්‍ර න්‍යාසය සෑම $a_{ij}=0$ සහ $i\neq j$ නම් විකර්ණ න්‍යාසයක් ලෙස හඳුන්වයි.

- A සමචතුරස්‍ර න්‍යාසයේ $\mathrm{A}^{\mathrm{T}}=\mathrm{A}$ නම් එය සමමිතික න්‍යාසයක් ලෙස හඳුන්වයි.

- A සමචතුරස්‍ර න්‍යාසයේ $\mathrm{A}^{\mathrm{T}}=-\mathrm{A}$ නම් එය කුටික සමමිතික න්‍යාසයක් ලෙස හඳුන්වයි.

- A සමචතුරස්‍ර න්‍යාසය $a_{ij}=0$ සඳහා $i>j$ නම් උඩත් ත්‍රිකෝණ න්‍යාසයක් ලෙස හඳුන්වයි.

- A සමචතුරස්‍ර න්‍යාසය $a_{ij}=0$ සඳහා $i<j$ නම් යටත් ත්‍රිකෝණ න්‍යාසයක් ලෙස හඳුන්වයි.

නිපුණතා මට්ටම 25.3: න්‍යාසයක පෙරළුම හා ප්‍රතිලෝමය විස්තර කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 04

ඉගෙනුම් පල:
1. න්‍යාසයක පෙරළුම සොයයි.
2. 2×2 න්‍යාසයේ නිශ්චායකය සොයයි.
3. 2×2 න්‍යාසයේ ප්‍රතිලෝමය සොයයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. $A=\left(a_{ij}\right)_{m\times n}$.

   $A^{T}=(a_{ji})_{nxm}$ ලෙස ගනිමු.

2. 2×2 නිශ්චායකයක අගය සොයන්න.

   දෙන ලද $A=\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ න්‍යාසයක Aහි නිශ්චායකය A හෝ $|A|$ හෝ ලෙස ද

   එය $\det A=|A|=ad-bc$ ලෙස ද අර්ථ දැක්වේ.

3. දෙන ලද සමචතුරස්‍ර A න්‍යාසයක් සඳහා B වෙනස් න්‍යාසයක් $AB=I_n=BA$, නම් B න්‍යාසය A ප්‍රතිලෝමය ලෙස හඳුන්වන අතර එය A^{-1} අංකනය කෙරේ.

   එනම් $AA^{-1}=I_n=AA^{-1}$.

   - $\left(A^{-1}\right)^{-1}=A$
   - $\left(A^{-1}\right)^{T}=\left(A^{T}\right)^{-1}$
   - $(AB)^{-1}=B^{-1}A^{-1}$ බව පෙන්වන්න.

$A=\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ නම් සහ $|A|\neq 0$ $A^{-1}=\dfrac{1}{|A|}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$ බව පෙන්වන්න.

නිපුණතා මට්ටම 25.4 : සමගාමී සමීකරණ විසඳීමට න්‍යාස භාවිත කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන: 06

ඉගෙනුම් පල:

1. ඒකජ සමීකරණ යුගලයක විසඳුම් පරික්ෂා කරයි.
2. න්‍යාස භාවිතයෙන් සමගාමී සමීකරණ විසඳයි.
3. විසඳුම් ප්‍රාස්තාරික විදහා දක්වයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. $a_1x + b_1y = c_1$

   $a_2x + b_2y = c_2$ නම්

   ඉහත සමීකරණ $\mathrm{AX} = \mathrm{C}$ ආකාරයට ලියන්න.

   මෙහි $\mathrm{A} = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix}$, $\mathrm{X} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ හා $\mathrm{C} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix}$.

   A^{-1} පවතී නම් එවිට

   $\mathrm{A}^{-1}(\mathrm{AX}) = \mathrm{A}^{-1}\mathrm{C}$ එනයින්

   $\left(\mathrm{A}^{-1}\mathrm{A}\right)\mathrm{X} = \mathrm{A}^{-1}\mathrm{C}$.

   එනම් $\mathrm{X} = \mathrm{A}^{-1}\mathrm{C}$

   පහත තත්ත්වයන් විදහා දැක්වීමට සමගාමී සමීකරණවල විසඳුම් සාකච්ඡා කරන්න.

   - අනන්‍ය විසඳුමක්
   - විසඳුම් අනන්ත සංඛ්‍යාවක්
   - විසඳුම් නැත

2. න්‍යාස භාවිතයෙන් සමගාමී සමීකරණ විසඳීමට සිසුන්ට මඟ පෙන්වන්න.

3. විසඳුම් ප්‍රාස්තාරික විදහා දැක්වීමට සිසුන්ට මඟ පෙන්වන්න.

සංයුක්ත ගණිතය II

නිපුණතා මට්ටම 4.3: සසම්භාවී පරීක්ෂණයක දෙන ලද තත්ත්වයක් යටතේ සිද්ධියක සම්භාවිතාව නිර්ණය කිරීමට අසම්භාවී සම්භාවිතාව යන සංකල්පය යොදා ගනියි.

කාලච්ඡේද ගණන: 08

ඉගෙනුම් පල:
1. අසම්භාව්‍ය සම්භාවිතාව අර්ථ දක්වයි.
2. අසම්භාව්‍ය සම්භාවිතාව සඳහා වූ ප්‍රමේයයන් ප්‍රකාශ කර සාධනය කරයි.
3. ගුණන නීතිය ප්‍රකාශ කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. සසම්භාවී පරීක්ෂණයක S යනු නියත අවකාශය ද A හා B යනු සිද්ධි දෙකක් වන විට සහ P(A)>0 ,නම් A සිද්ධිය සිදු වී ඇති විට B සිද්ධිය සිදුවීමේ අසම්භාව්‍ය සම්භාවිතාව $P(B|A)$ ලෙස දක්වන අතර එය $P(B \mid A)=\dfrac{P(B\cap A)}{P(A)}$ ලෙස අංකනය කෙරේ.

2. • $P(A)>0,$ නම් $P(\phi \mid A)=0$
   • $A,\ B\in$ නම් සහ $P(A)>0$ නම් $P(B^{/} \mid A)=1-P(B \mid A)$
   • If $A,\ B_1, B_2 \in$ නම් $P(B_1 \mid A)=P(B_1\cap B_2 \mid A)+P(B_1\cap B_2^1 \mid A)$

3. A_1, A_2 යනු ඕනෑ ම සිද්ධි දෙකක් වන විට සහ $P(A_1)>0$ විට
   $P\ (A_1\cap A_2)=P(A_1)\ \cdot\ P(A_2 \mid A_1)$

නිපුණතා මට්ටම 4.4: සිද්ධි දෙකක හෝ තුනක හෝ ස්වායත්තතාව නිර්ණය කිරීම සඳහා සම්භාවිතා ආකෘතිය භාවිත කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 04

ඉගෙනුම් පල:

1. සිද්ධි දෙකක ස්වායත්තතාව අර්ථ දක්වයි.
2. සිද්ධි තුනක ස්වායත්තතාව අර්ථ දක්වයි.
3. යුගල වශයෙන් ස්වායත්තතාව අර්ථ දක්වයි.
4. අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් ස්වායත්තතාව අර්ථ දක්වයි.
5. ගැටලු විසඳීමට සිද්ධි දෙකක හෝ තුනක හෝ ස්වායත්තතාව භාවිත කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. A_1, A_2 යනු ε හි සිද්ධි දෙකක් වන විට සහ A_1 හා A_2 ස්වායත්ත නම්
   $P\left(A_1 \cap A_2\right) = P\left(A_1\right).P\left(A_2\right)$

2. $\mathrm{A}_1, \mathrm{A}_2$ හා A_3 යනු ε හි සිද්ධි තුනක් වන විට සහ $\mathrm{A}_1, \mathrm{A}_2$ හා A_3 ස්වායත්ත නම්

$$P\left(A_1 \cap A_2\right) = P(A_1) \cdot P(A_2)$$
$$P\left(A_2 \cap A_3\right) = P(A_2) \cdot P(A_3)$$
$$P\left(A_3 \cap A_1\right) = P(A_3) \cdot P(A_1)$$

3. යුගල වශයෙන් ස්වායත්ත යයි කියනු ලබන්නේ සෑම සිද්ධියක් ම විය හැකි අන් සෑම සංයෝජනයක් සඳහා ම ස්වායත්ත නම් ය

4. $\mathrm{A}_1, \mathrm{A}_2$ සහ A_3 අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් ස්වායත්ත හා යුගල වශයෙන් ස්වායත්ත නම්

$$P\left(A_1 \cap A_2\right) = P(A_1) \cdot P(A_2)$$
$$P\left(A_2 \cap A_3\right) = P(A_2) \cdot P(A_3)$$
$$P\left(A_3 \cap A_1\right) = P(A_3) \cdot P(A_1)$$

සහ

$$P\left(A_1 \cap A_2 \cap A_3\right) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3)$$

නිපුණතා මට්ටම 4.5: ගැටලු විසඳීම සඳහා බේයස් ප්‍රමේයය යොදා ගනියි.

කාලච්ඡේද ගණන: 06

ඉගෙනුම් පල:
1. නියදි අවකාශයේ විභාජනය අර්ථ දක්වයි.
2. මුළු සම්භාවිතා ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කර සාධනය කරයි.
3. බේයස් ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කරයි.
4. ඉහත ප්‍රමේයයන් භාවිත කර ගැටලු විසඳයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. සසම්භාවි පරීක්ෂණයක $\mathrm{B}_1, \mathrm{B}_2, ..., \mathrm{B}_n$ යනු S නියදි අවකාශයක සිද්ධි අවකාශයක් නම්
   $\{\mathrm{B}_1, \mathrm{B}_2, \mathrm{B}_3, ..., \mathrm{B}_n\}$ යනු S හි විභේදනයක් නම්
   - $\bigcup_{i=1}^{n} B_i = S$
   - $B_i \cap B_j = \phi \;\; (i \neq j, 1 \leq i, j \leq n)$

2. S නියදි අවකාශයේ $\{\mathrm{B}_1, \mathrm{B}_2, ..., \mathrm{B}_n\}$ යනු ε සිද්ධි අවකාශයේ විභේදනයක් නම් සහ
   $\mathrm{P}(\mathrm{B}_i) > 0$ නම් A යනු ε සිද්ධි අවකාශයේ ඕනෑම සිද්ධියක් නම්
   $$\mathrm{P}(\mathrm{A}) = \sum_{i=1}^{n} \mathrm{P}(\mathrm{A}/\mathrm{B}_i)\mathrm{P}(\mathrm{B}_i)$$

3. $\{\mathrm{B}_1, \mathrm{B}_2, ..., \mathrm{B}_n\}$ යනු ε හි ඕනෑම විභේදනයක් නම් සහ A යනු ඕනෑම සිද්ධියක් නම්
   $$\mathrm{P}(\mathrm{B}_j|\mathrm{A}) = \frac{\mathrm{P}(\mathrm{A}|\mathrm{B}_j)\mathrm{P}(\mathrm{B}_j)}{\sum_{i=1}^{n} \mathrm{P}(\mathrm{A}|\mathrm{B}_i)\mathrm{P}(\mathrm{B}_i)}$$

4. ඉහත ප්‍රමේයය භාවිතයෙන් ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරයි.

නිපුණතාව 5: තීරණ ගැනීමේ කුසලතාව වැඩි දියුණු කිරීමට උපකරණයක් ලෙස සංඛ්‍යානය යොදා ගනියි.

නිපුණතා මට්ටම 5.1: සංඛ්‍යානය යනු කුමක් දැයි පැහැදිලි කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 01

ඉගෙනුම් පල:
1. සංඛ්‍යානය යනු කුමක් දැයි පැහැදිලි කරයි.
2. සංඛ්‍යානයේ ස්වභාවය පැහැදිලි කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. සංඛ්‍යානය

තීරණ ගැනීමත් අනුමාන කිරීමත් අරමුණු කරගෙන ප්‍රමාණාත්මක දත්ත ලබා ගැනීමේ හා විශ්ලේෂණය කිරීමේ විද්‍යාව සංඛ්‍යානය යයි ප්‍රකාශ කරන්න. සංඛ්‍යාතයක් යනු දත්ත කුලකයකින් ගණනය කරනු ලබන නිරූප්‍ය අගයකි.

2. සංඛ්‍යානය ප්‍රදේශ දෙකකට වෙන් කළ හැකිය

- විස්තරාත්මක සංඛ්‍යානය
- අනුමිතික සංඛ්‍යානය

විස්තරාත්මක සංඛ්‍යානයේදී දත්ත වගු, ප්‍රස්තාර සහ සරාංශ මඟින් සංවිධානය කිරීම, ප්‍රදර්ශනය කිරීම යන විස්තර කිරීම සිදු කරයි.

අනුක්‍රමික සංඛ්‍යානයේදී තෝරාගත් නිදියක ප්‍රතිඵලය භාවිතය තීරණ ගැනීම යන පුරෝකථනය කිරීම සිදු කරයි.

නිපුණතා මට්ටම 5.2 : කේන්ද්‍රික ප්‍රවණතා මිනුම් විස්තර කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 03

ඉගෙනුම් පල:
1. කේන්ද්‍රික ප්‍රවණතා මිනුම් ලෙස මධ්‍යන්‍යය, මධ්‍යස්ථය හා මාතය විස්තර කරයි.
2. කේන්ද්‍රික ප්‍රවණතා මිනුම් සොයයි.
3. හරිත මධ්‍යන්‍යය සොයයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. දත්ත කුලකයක් සඳහා මධ්‍යයනාය, මධ්‍යස්ථය හා මාතය කේන්ද්‍රික ප්‍රවණතා මිනුම් වන බව ප්‍රකාශ කරන්න.

- $x_1, x_2, \ldots, x_n$ දත්ත සමූහයක මධ්‍යයනාය $\overline{x}$ $\overline{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$ ලෙස අර්ථ දක්වයි.

- $x_1, x_2, \ldots, x_n$ දත්තවල සංඛ්‍යා $f_1, f_2, \ldots, f_n$ වන විට මධ්‍යයනාය

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}$$ ලෙස අර්ථ දක්වයි.

- කේත ක්‍රමය සාකච්ඡා කරන්න.

- හරිත මධ්‍යයනාය සාකච්ඡා කරන්න.

- පන්ති ප්‍රාන්තරවල මැග ද අගයන් $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ වන සමූහිත දත්ත කුලකයක් $f_1, f_2, f_3, \ldots, f_n$ සඳහා අනුරූප සංඛ්‍යාත වේ නම් එවිට $\overline{x} = \dfrac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$ වේ.

- කේත ක්‍රමය සාකච්ඡා කර $y = \dfrac{x_i - a}{b}$ කේතය යටතේ මධ්‍යනාය සඳහා සූත්‍රය ලබා ගන්න.

- හරිත මධ්‍යයනය සාකච්ඡා කරයි.

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} w_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i}$$ මෙහි w_i යනු x_i ගෙ බර වේ.

මාතය

දත්ත කුලකයේ වැඩිතම සංඛ්‍යාතය ඇති විචල්‍යයේ අගය මාතය ලෙස ප්‍රකාශ කරන්න.

මාතයට එක වටිනාකමකට වඩා වැඩියෙන් තිබිය හැකිය.

සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් සඳහා මාතය

මාතය $= L_{mo} + c\left(\dfrac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}\right)$ මගින් දෙනු ලැබේ. මෙහි

L_{mo} මාත පන්තියේ යටත් මායිම

c පන්ති ප්‍රාන්තරයේ තරමයි.

$\Delta_1 = f_{mo} - f_{mo-1}$,

$\Delta_2 = f_{mo} - f_{mo+1}$ හා

f_{mo} මාත පන්තියේ සංඛ්‍යාතයයි.

මධ්‍යස්ථය

කුලකයක මැද, අනුපිළිවෙළට සකස් කරන ලද දත්ත අගය මධ්‍යස්ථනය වේ.

- $x_1, x_2, ..., x_n$ යනු අනුපිළිවෙළට සකස් කරන ලද දත්ත සමූහයක් වන විට n

  $\left(\dfrac{n+1}{2}\right)^{th}$ අගය මධ්‍යයන්‍යව ලෙස හඳුන්වයි.

  - n ඔත්තේ වීම
  - n ඉරට්ටේ වීම අවස්ථා සාකච්ඡා කරයි.

- අසමූහිත දත්ත සඳහා ද ප්‍රතිඵල සාකච්ඡා කරයි.

- සාමූහික දත්ත සඳහා

  මධ්‍යයන්‍යය $= L_m + \dfrac{\left(\dfrac{N}{2} - f\right)c}{f_c}$ මෙහි

  L_m මධ්‍යස්ත පන්ති අඩංගු පන්තියේ පහත් සීමාව

  c යනු පන්තියේ තරම

  f ට පහළ සියලු සංඛ්‍යාවල එකතුව L_m.

  f_m මධ්‍යස්ත පන්තියේ සංඛ්‍යාව

නිපුණතා මට්ටම 5.3: සාපේක්ෂ පිහිටුම් මැනීම යොදා ගනිමින් සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තිය විවරණය කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන: 04

ඉගෙනුම් පල:

1. සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියේ සාපේක්ෂ පිහිටුම් සොයයි.
2. දත්ත නිරූපණයට කොටු කෙඳි සටහනක් භාවිත කරයි.

ඉගෙනුම් ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. • සමස්ත දත්ත සඳහා චතුර්තක

පළමු චතුර්තකය (Q_1):
Q_1 යනු දත්ත ආරෝහණ ක්‍රමයට සැකසූ විට $\left(\frac{n+1}{4}\right)^{th}$ අගය වේ.
දෙවන චතුර්තකය (Q_2):

Q_2 යනු දත්ත ආරෝහණ ක්‍රමයට සැකසූ විට $\left(\frac{n+1}{2}\right)^{th}$ අගය වේ.

තුන්වන චතුර්තකය (Q_3):
Q_3 යනු දත්ත ආරෝහණ ක්‍රමයට සැකසූ විට $\frac{3}{4}(n+1)^{th}$ අගය වේ.

Q_2 යනු මධ්‍යස්තය බව නිරීක්ෂණය කරන්න. 2nd

Note: උදාහරණ මගින් සමහිත දත්ත හා අසමූහිත දත්ත සාකච්ඡා කරන්න.

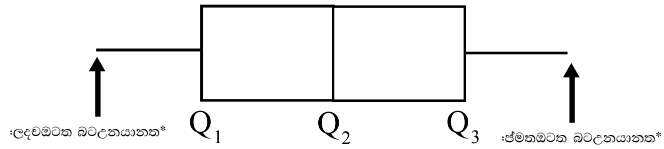
k^{th} වන චතුර්තකය Q_k පහත පරිදි අර්ථ දක්වයි.

$$Q_k = L_k + \frac{\left(\frac{KN}{4} - f\right)C}{f_k}, \text{ මෙහි } k = 1, 2, 3$$

- L_k - චතුර්තක අඩංගු පන්ති ප්‍රාන්තරය යටත් සීමාව
- C - පන්තියේ තරම
- f - L_m හා f ට පහතසියලු සංඛ්‍යාවල එකතුව
  k^{th} චතුර්තකය අඩංගු පන්ති ප්‍රාන්තරයේ සංඛ්‍යානය

ප්‍රතිශතක :
p^{th} දත්ත ආරෝහණ ක්‍රමයට සැකසූ විට දත්තවල වන ප්‍රතිශතකය $\left(\frac{pn}{100}\right)^{th}$ අගය මගින් නිරීපණය වේ.
නිඛිලමය m නිඛිලමය නොවන අවස්ථා සාකච්ඡා කරයි.

2. • වන අගයයේ නිතල සහ නිකිල නොවන අවස්ථා සාකච්ඡා කරන්න.



නිපුණතා මට්ටම 5.4: අපකිරණයේ මිනුම් විස්තර කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන: 08

ඉගෙනුම් පල:
1. සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තිය මත තීරණ ගැනීම සඳහා සුදුසු විසිරුම පිළිබඳ මිනුම් භාවිත කරයි.
2. විසිරුම පිළිබඳ මිනුම් හා ඒවායේ වැදගත්කම ප්‍රකාශ කරයි.
3. කිටු මධ්‍යන්‍යය හා කිටු විචලතාව විස්තර කරයි.
4. කිටු මධ්‍යන්‍යය හා කිටු විචලතාව සඳහා සූත්‍රය ලබා ගනියි.
5. Z ලකුණ විස්තර කරයි.
6. ගැටලු විසඳීමට විසිරුම පිළිබඳ මිනුම් යොදා ගනියි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තිය තුළ විසිරුම පිළිබඳ මිනුම්වල භාවිතය සාකච්ඡා කරන්න. සුදුසු උදාහරණ සහිතව පැහැදිලි කරන්න.
2. මෙම මිනුම් දත්ත ව්‍යාප්ත වී ඇති අයුරු පෙන්නුම් කරයි.
   විසිරුම පිළිබඳ මිනුම් දත්ත ව්‍යාප්ත ව ඇති අයුරු නිරූපණයට භාවිත කරයි.
   පහත ආකාරවල විසිරුම පිළිබඳ මිනුම් අර්ථ දක්වන්න.
   - පරාසය : පරාසය යනු විශාලතම අගය හා කුඩාතම අගය අතර වෙනසයි.
     - අන්තර් චාතුර්ථක පරාසය $= Q_3 - Q_1$
     - අර්ධ අන්තර් චාතුර්ථක පරාසය $= \dfrac{Q_3 - Q_1}{2}$
   - මධ්‍යන්‍යය අපගමනය
     $x_1, x_2, \ldots, x_n$, සඳහා මධ්‍යයන අපගමනය $= \dfrac{\sum_{i=1}^{n} |x_i - \overline{x}|}{n}$.

     සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් සඳහා මධ්‍යයන අපගමන $\dfrac{\sum_{i=1}^{n} |f_i\,|\,x_i| - x^{-}\,|}{\sum f_i}$ වේ. මෙහි

     f_i යනු x_i දත්තයේ සංඛ්‍යාතය වේ.

විචලතාවය :

- $x_1, x_2, ..., x_n$ දත්ත සඳහා

විචලතාව $= \dfrac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \overline{x}\right)^2}{n}$ බව සාධනය කරන්න.

විචලතාව $= \dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n} - \overline{x}^2.$

- **සංඛ්‍යාත ව්‍යාපත්ය සඳහා**

විචලතාව $= \dfrac{\sum_{i=1}^{n} f_i\left(x_i - \overline{x}\right)^2}{\sum_{i=1}^{n} f_i}$ බව සාධනය කරන්න.

විචලතාව $= \dfrac{\sum_{i=1}^{n} f_i x_i^{2}}{\sum_{i=1}^{n} f_i} - \overline{x}^2.$

(සමහිත දත්ත සඳහා x_i යනු i^{th} වන පන්තියේ මධ්‍යය අගය වේ).

- **සම්මත අපගමනය**

සම්මත අපගමනය $= \sqrt{\text{විචලතාවය}}$

දත්ත කුලකයක $\overline{x}$ යනු මධ්‍යයන ද s_x යන සම්මත අපගමනය නම්

3. කිටු මධ්‍යන්‍යය සහ කිටු විචලතාව නිදසුන් ඇසුරෙන් පැහැදිලි කරන්න.

4. කිටු මධ්‍යයනයයි

$\overline{x}_1$ හා $\overline{x}_2$ යනු දත්ත n_1 හා n_2 වන කුලක දෙකක නම්

කිටු මධ්‍යයනය $\overline{x} = \dfrac{n_1\overline{x}_1 + n_2\overline{x}_2}{n_1 + n_2}.$

σ_1^2 හා σ_2^2 වන දත්ත කුලක දෙකක විචලතා n_1 හා n_2 නම් කිටු විචලතාවය

$$\sigma^2 = \frac{1}{n_1 + n_2}\left\{n_1\sigma_1^2 + n_2\sigma_2^2\right\} + \frac{n_1 n_2}{\left(n_1 + n_2\right)^2}\left(\overline{x}_1 - \overline{x}_2\right)^2$$

- ඉහත සූත්‍රය සාධනයට හා භාවිතය සඳහා සිසුන් යොමු කරන්න.

5. **Z - ලකුණ**

$\overline{x}$ හා S_x යනු $x_1, x_2, ..., x_n$ දත්ත කුලකයේ මධ්‍යයනය හා සම්මත අපගමනය නම්

සෑම x_i, සඳහා ම බැඳුණු z_i අගය $z_i = \dfrac{x_i - \overline{x}}{S_x}$ ලෙස අර්ථ දක්වයි.

z_i අගය Z- හි x_i ලකුණ ලෙස හඳුන්වයි.

$z_1, z_2, ..., z_n$ යනු දත්ත සඳහා මධ්‍යයනය සහ සම්මත අපගමනය ශුන්‍ය බව පෙන්වන්න.

- Z ඉලකුණ ඇතුළත් ගැටලු විසඳීම සඳහා සිසුන්ට මඟ පෙන්වන්න.

6. රේඛිනය පරිනාමනය $y = ax+b$ සාකච්ඡා කරයි.

(i) $\overline{y} = a\overline{x} + b$

(ii) $\sigma_x = |b|\sigma_y$ සාධනය කරයි.

නිපුණතා මට්ටම 5.5: කුටිකතාවයේ මිනුම් භාවිත කර ව්‍යාප්තියක හැඩය නීර්ණය කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 02

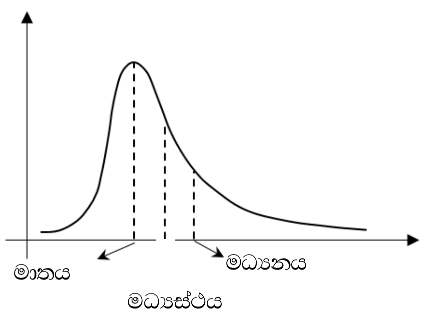
ඉගෙනුම් පල:
1. කුටිකතාවයේ මිනුම් අර්ථ දක්වයි.
2. කුටිකතාවයේ මිනුම් භාවිත කර ව්‍යාප්තියේ හැඩය නීර්ණය කරයි.

ඉගෙනුම් ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

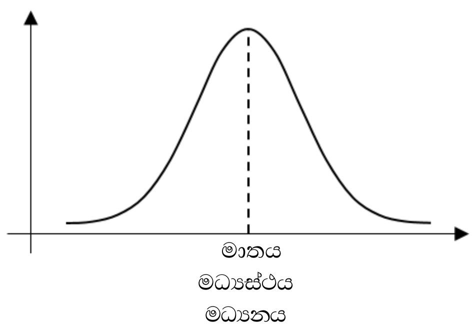
1. පියයන්ගේ කුටිකතා සංගුණය

$K = \dfrac{\text{මධ්‍යයනය - මාතය}}{\text{සම්මත අපගමන}}$ හෝ $K = \dfrac{3\left(\text{මධ්‍යයනය - මධ්‍යස්තය}\right)}{\text{සම්මත අපගමන}}$ ලෙස අර්ථ දක්වයි.

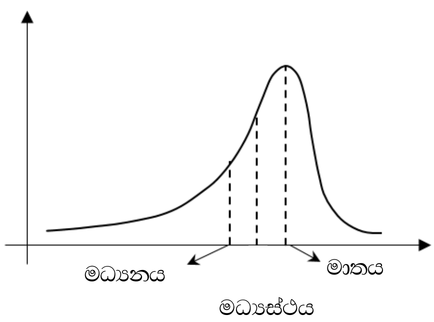
2.



ධන කුටිකතාවය



සමමිතික



රින කුටිකතාවය

පාසල් පාදක තක්සේරුව

පාසල පදනම් කරගත් තක්සේරුකරණය - හැඳින්වීම

ඉගෙනුම-ඉගැන්වීම සහ ඇගයීම අධ්‍යාපන ක්‍රියාවලියේ වැදගත් සංරචක තුනක් බවත් ඉගෙනුමෙහි සහ ඉගැන්වීමෙහි ප්‍රගතිය දැනගැනීම පිණිස ඇගයීම යොදා ගත යුතු බවත් සෑම ගුරුවරයකු විසින් ම දත යුතු පැහැදිලි කරුණකි. ඒවා අන්‍යෝන්‍ය බලපෑමෙන් යුතු ව ක්‍රියා කරන බවත් එසේ ම එකිනෙකෙහි සංවර්ධනය කෙරෙහි එම සංරචක බලපාන බවත් ගුරුවරු දනිති. සන්තතික (නිරන්තරයෙන් සිදුවන) ඇගයීම් මූලධර්ම අනුව ඇගයීම සිදුවිය යුත්තේ ඉගෙනීම හා ඉගැන්වීම කෙරෙන අතරතුර දී ය. මෙය ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය ආරම්භයේ දී හෝ මැද හෝ අග හෝ යන කවර අවස්ථාවක දී සිදුවිය හැකි බව තේරුම් ගැනීම ගුරුවරයකුට අවශ්‍ය ය. එලෙස තම සිසුන්ගේ ඉගෙනුම් ප්‍රගතිය ඇගයීමට අපේක්ෂා කරන ගුරුවරයකු ඉගෙනුම-ඉගැන්වීම සහ ඇගයීම පිළිබඳ සංවිධානාත්මක සැලැස්මක් යොදාගත යුතු වෙයි.

පාසල පදනම් කරගත් ඇගයීම් වැඩපිළිවෙළ හුදු විභාග ක්‍රමයක් හෝ පරීක්ෂණ පැවැත්වීමක් හෝ නොවේ. එය හඳුන්වනු ලබන්නේ සිසුන්ගේ ඉගෙනීමත්, ගුරුවරුන්ගේ ඉගැන්වීමත් වැඩි දියුණු කිරීම සඳහා යොදාගනු ලබන මැදිහත් වීමක් වශයෙනි. මෙය සිසුන්ට සමීප ව සිටිමින් ඔවුන්ගේ ප්‍රබලතා සහ දුර්වලතා හඳුනාගෙන ඒවාට පිළියම් යොදමින් සිසුන්ගේ උපරිම වර්ධනය ළඟා කර ගැනීමට යොදාගත හැකි වැඩපිළිවෙළකි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාකාරකම් මඟින් අනාවරණ ක්‍රියාවලියකට සිසුන් යොමු කෙරෙන අතර, ගුරුවරයා සිසුන් අතර ගැවසෙමින් ඔවුන් ඉටු කරන කාර්ය නිරීක්ෂණය කරමින් මාර්ගෝපදේශකත්වය සපයමින් කටයුතු කිරිම පාසල් පදනම් කරගත් ඇගයීම් වැඩපිළිවෙළ ක්‍රියාත්මක කිරීමේ දී අපේක්ෂා කෙරේ. මෙහි දී ශිෂ්‍යයා නිරතුරු ව ඇගයීමට ලක් විය යුතු අතර, ශිෂ්‍ය හැකියා සංවර්ධනය අපේක්ෂිත අන්දමින් සිදු වන්නේ දැයි ගුරුවරයා විසින් තහවුරු කරනු ලැබිය යුතු වෙයි.

ඉගෙනීම සහ ඉගැන්වීම මඟින් සිදුවිය යුත්තේ සිසුන්ට නිසි අත්දැකීම් ලබා දෙමින් ඒවා සිසුන් විසින් නිසි පරිදි අත්පත් කර ගනු ලැබ තිබේ දැයි තහවුරු කර ගැනීම ය. ඒ සඳහා නිසි මාර්ගෝපදේශය සැපයීම ය. ඇගයීමේ (තක්සේරු කිරීමේ) යෙදී සිටින ගුරුවරුන්ට තම සිසුන් සඳහා දෙආකාරයක මාර්ගෝපදේශකත්වය ලබා දිය හැකි ය. එම මාර්ගෝපදේශ පොදුවේ හඳුන්වන්නේ ප්‍රතිපෝෂණය (Feed Back) හා ඉදිරි පෝෂණය (Feed Forward) යනුවෙනි. සිසුන්ගේ දුබලතා හා නොහැකියා අනාවරණය කරගත් විට ඔවුන්ගේ ඉගෙනුම් ගැටලු මඟහරවා ගැනීමට ප්‍රතිපෝෂණයත් සිසු හැකියා සහ ප්‍රබලතා හඳුනා ගත් විට දක්ෂතා වැඩි දියුණු කිරිමට ඉදිරි පෝෂණයත් ලබා දීම ගුරු කාර්යය වෙයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලියේ සාර්ථකත්වය සඳහා පාඨමාලාවේ අරමුණු අතරෙන් කවර අරමුණු කවර මට්ටමින් සාක්ෂාත් කළ හැකි වූයේ දැයි හඳුනා ගැනීම සිසුන්ට අවශ්‍ය වෙයි. ඇගයීම් වැඩපිළිවෙළ ඔස්සේ සිසුන් ළඟා කර ගත් ප්‍රවීණතා මට්ටම් නිශ්චය කිරීම මේ අනුව ගුරුවරුන්ගෙන් බලාපොරොත්තු වන අතර සිසුන් හා දෙමවුපියන් ඇතුළු වෙනත් අදාළ පාර්ශ්වවලට ශිෂ්‍ය ප්‍රගතිය පිළිබඳ තොරතුරු සන්නිවේදනය කිරීමට ගුරුවරුන් යොමු විය යුතු ය. මේ සඳහා යොදාගත

හැකි හොඳ ම ක්‍රමය වන්නේ සන්තතික ව නිරන්තර ව සිසුන් ඇගයීමට පාත්‍ර කිරීමට ඉඩ ප්‍රස්තාව සලසන පාසල පදනම් කරගත් ඇගයීම් ක්‍රමයයි.

යථෝක්ත අරමුණ සහිත ව ක්‍රියා කරන ගුරුවරුන් විසින් තම ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලියත් සිසුන්ගේ ඉගෙනුම් ක්‍රියාවලියත් වඩාත් කාර්යක්ෂම කිරීම පිණිස වඩා හොඳ කාර්යක්ෂමතාවෙන් යුක්ත ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් සහ ඇගයීම් ක්‍රම යොදා ගත යුතු වෙයි. මේ සම්බන්ධයෙන් සිසුන්ට සහ ගුරුවරුන්ට යොදා ගත හැකි ප්‍රවේශ පිළිබඳ ප්‍රභේද කිහිපයක් මතු දැක්වෙයි. මේවා බොහෝ කලක සිට ගුරුවරුන් වෙත විභාග දෙපාර්තමේන්තුව විසින් ද ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය විසින් ද තොරතුරු සම්පාදනය කරන ලද ක්‍රමවේද වෙයි. එහෙයින් ඒවා සම්බන්ධයෙන් පාසල් පද්ධතියේ ගුරුවරුන් හොඳින් දැනුම්වත් වී ඇතැයි අපේක්ෂා කෙරේ. එම ප්‍රභේද මෙසේ ය.

01.	පැවරුම්	02.	ව්‍යාපෘති
03.	සමීක්ෂණ	04.	ගවේෂණ
05.	නිරීක්ෂණ	06.	ප්‍රදර්ශන /ඉදිරිපත් කිරීම
07.	ක්ෂේත්‍ර චාරිකා	08.	කෙටි ලිඛිත පරීක්ෂණ
09.	ව්‍යුහගත රචනා	10.	විවෘත ග්‍රන්ථ පරීක්ෂණ
11.	නිර්මාණාත්මක ක්‍රියාකාරකම්	12.	ශ්‍රවණ පරීක්ෂණ
13.	ප්‍රායෝගික ක්‍රියාකාරකම්	14.	කථනය
15.	ස්ව නිර්මාණ	16.	කණ්ඩායම් ක්‍රියාකාරකම්
17.	සංකල්ප සිතියම්	18.	ද්විත්ව සටහන් ජර්නල
19.	බිත්ති පුවත්පත	20.	ප්‍රශ්න විචාරාත්මක වැඩ සටහන්
21.	ප්‍රශ්න හා පිළිතුරු පොත්	22.	විවාද
23.	සාකච්ඡා මණ්ඩල	24.	සම්මන්ත්‍රණ
25.	ක්ෂණික කථා	26.	භූමිකා රංගන

හඳුන්වා දී ඇති මෙම ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් සහ ඇගයීම් ක්‍රම සෑම එකක් ම සෑම විෂයයක්ම සම්බන්ධයෙන් සෑම විෂයය ඒකකයකට ම යොදා ගත යුතු යැයි අපේක්ෂා නොකෙරෙයි. තම විෂයයට, විෂය ඒකකයට ගැළපෙන ප්‍රභේදයක් තෝරා ගැනීමට ගුරුවරුන් දැනුම්වත් විය යුතු ය; වග බලා ගත යුතු ය.

මෙම ගුරු මාර්ගෝපදේශ සංග්‍රහවල ගුරුවරුන්ට තම සිසුන්ගේ ඉගෙනුම් ප්‍රගතිය තක්සේරු කිරීම සඳහා යොදාගත හැකි ඉගෙනුම් - ඉගැන්වීම් හා ඇගයීම් ප්‍රභේද පිළිබඳ සඳහනක් තිබේ. ඒවා ගුරුවරුන් විසින් සුදුසු පරිදි තම පන්තියේ සිසුන්ගේ ප්‍රගතිය තක්සේරු කිරීම පිණිස යොදාගත යුතු වෙයි. ඒවා භාවිත නොකොට මඟ හැරීම සිසුන්ට තම ශාස්ත්‍රීය හැකියා මෙන් ම ආවේදනික ගති ලක්ෂණත් මනෝචාලක දක්ෂතාත් පිළිබඳ වර්ධනයක් ළඟා කර ගැනීමත් ඒවා ප්‍රදර්ශනය කිරීමත් පිළිබඳ අඩුපාඩු ඇති කරවයි.

විමර්ශන

Bstock, L. and Chandler, J.(1993). *Pure Mathematics I* ,Stanley Thrones (Publishers) Ltd.

Bstock, L. and Chandler, J.(1993). *Pure Mathematics II,* Stanley Thrones (Publishers) Ltd.

Bostock, L. and Chandler, J.(1993). *Applied Mathematics I,* Stanley Thrones (Publishers) Ltd.

Bostock, L. and Chandler, J.(1993). *Applied Mathematics II,* Stanley Thrones (Publishers) Ltd.

ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනයේ ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව මඟින් පහත දැක්වෙන සම්පත් පොත් මුද්‍රණය කර බෙදා හැර ඇත.

සංකරණ හා සංයෝජන

අංශුවක සමතුලිතතාවය

වර්ගජ ශ්‍රිතය හා වර්ගජ සමීකරණ

බහුපද ශ්‍රිත සහ පරිමේය සංඛ්‍යා

තාත්වික සංඛ්‍යා හා ශ්‍රිත

අසමානතා

සංඛ්‍යානය

වෘත්ත

සම්භාවිතාව

ව්‍යුත්පන්නයේ භාවිත

සංකීර්ණ සංඛ්‍යා

නිව්ටන්ගේ නීතිය

සන්ධි කළ දඬු සහ රාමු කට්ටු

වැඩ, ශක්තිය හා බලය

ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය

වෘත්ත චලිතය

සරල අනුවර්තී චලිතය

දෛශික වීජය

සරල රේඛාව

ව්‍යුත්පන්නය