



தரம்

13

இணைந்த கணிதம்

ஆசிரியர் வழிகாட்டி

2018 ஆம் ஆண்டு முதல் நடைமுறைப்படுத்துவதற்கானது



கணிதத் துறை

விஞ்ஞான தொழினுட்பம் பீடம்

தேசிய கல்வி நிறுவகம்

மகரகம்

அச்சிடலும் விநியோகமும் - கல்வி வெளியீட்டுத் திணைக்களம்

இணைந்த கணிதம்

ஆசிரியர் வழிகாட்டி

தரம் - 13

(2018 ஆம் ஆண்டு முதல் நடைமுறைப்படுத்துவதற்கானது)

கணிதத் துறை
விஞ்ஞான தொழினுட்பப் பீடம்
தேசிய கல்வி நிறுவகம்
இலங்கை

இணைந்த கணிதம் - தரம் 13
ஆசிரியர் வழிகாட்டி
முதலாம் பதிப்பு 2018

© தேசிய கல்வி நிறுவகம், மகரகம்.

ISBN:

கணிதத் துறை
விஞ்ஞான தொழினுட்பப் பீடம்
தேசிய கல்வி நிறுவகம்
மகரகம்.

இணையத்தளம்: www.nie.lk

மின்னஞ்சல்: info@nie.lk

பணிப்பாளர் நாயகம் அவர்களின் செய்தி

2007 ஆம் ஆண்டு நடைமுறையிலிருந்து உள்ளடக்கத்தை அடிப்படையாகக் கொண்ட பாட விதானத்தை நவீனப்படுத்தி, தேசிய கல்வி நிறுவகம், ஆரம்ப, இடைநிலைக் கல்விப் பரப்புக்களின் எட்டு வருட சுழற்சி முறையான, புதிய தேசியமட்டப் பாடவிதானத்தின் முதல் பாகத்தினை அறிமுகப்படுத்தியது. தேசிய கல்வி ஆணைக்குழுவினால் முன்மொழியப் பட்ட தேசிய கல்வி இலக்குகளை அடிப்படை நோக்காகக் கொண்டு, இது செயற்படுத்தப்பட்டதுடன் பொதுத் தேர்ச்சிகளை விருத்தி செய்து வந்தது.

பல்வேறுபட்ட கல்வியாளர்களால் மேற்கொள்ளப்பட்ட ஆய்வுகளினதும், கருத்துக்களினதும் பொருத்தப்பாட்டுடன் பகுத்தறிவு வாதத்தினை அடிப்படையாகக் கொண்டு பாடவிதானம் நடைமுறைப்படுத்தப்பட்டது. அதன் தொடர்ச்சியாகப் பாடவிதானச் சுழற்சியின் இரண்டாம் பாகம் 2015 ஆம் ஆண்டில் இருந்து கல்வி முறையில் அறிமுகப்படுத்தப்பட்டு வருகின்றது.

இந்தப் பகுத்தறிவுவாத நடைமுறையின் கடைநிலையிலிருந்து உயர்நிலை வரை அனைத்துப் பாடங்களிலும் ஒழுங்குபடுத்தப்பட்ட முறையில் தேர்ச்சிகளை வளர்த்தெடுப்பதற்காக, கீழிருந்து மேல்நோக்கிய நடைமுறைப்படுத்தப்படும் அணுகுமுறை பயன்படுத்தப்படுகிறது. ஒரே பாடத்தின் உள்ளடக்கத்தினை ஏனைய பாடங்களிலும் மீண்டும் பாவிப்ப தனைக் குறைப்பதற்காகவும், பாடத்தின் நோக்கங்களை மட்டுப்படுத்துவதற்காகவும், செயற்படுத்தக்கூடியதான மாணவர் மையப் பாடவிதானம் ஒன்றை உருவாக்கும் நோக்கிலும் கிடையான ஒருங்கிணைப்பானது செயற்பட்டு வருகின்றது.

ஆசிரியர்களிற்கு, அவர்களது வகுப்பறைக் கற்பித்தல்களை வழிப்படுத்துவதற்கு அவசியமான வழிகாட்டுதல்களை வழங்குவதற்காகவும், தங்களைக் கற்றல் - கற்பித்தல் செயற்பாடுகளில் பொருத்தப்பாட்டுடன் ஈடுபடுத்திக் கொள்வதற்காகவும், வகுப்பறை அளவீடுகளையும் மதிப்பீடுகளையும் பொருத்தமாகப் பயன்படுத்திக் கொள்வதனை நோக்கமாகக் கொண்டு புதிய ஆசிரிய வழிகாட்டி நூல்கள் அறிமுகப்படுத்தப்படுகிறது. இந்த வழிகாட்டி நூல்கள், ஆசிரியரை ஒரு பொருத்தப்பாடுடைய ஆசிரியராக வகுப்பறையில் செயற்பட வைக்கின்றது. இந்த வழிகாட்டி நூல்களினூடாக, ஆசிரியர்கள் தங்கள் மாணவர்களின் தேர்ச்சிகளை வளர்த்தெடுக்கத் தேவையான தர உள்ளீடுகளையும், செயற்பாடுகளையும் தாங்களாகவே தெரிந்தெடுக்கும் சுதந்திரத்தினையும் பெற்றுக்கொள்கின்றனர். விதந்துரைக்கப்பட்ட பாடப் பரப்புக்களின் பாரிய சுமைகள் இல்லா தொழிக்கப்படுகிறது. ஆதலால், இப்புதிய ஆசிரிய வழிகாட்டி நூல்கள் முழுப்பயன்பாடு உடையவையாவதற்கு, கல்வி வெளியீட்டாளர்களினால் வெளியிடப்படும் விதந்துரைக்கப்பட்ட பாட நூல்களின் உச்சப்பயன்பாட்டினைப் பெற்றுக் கொள்வது அவசியமாகின்றது.

இப்புதிய பகுத்தறிவுவாத பாடவிதானத்தினதும், புதிய ஆசிரிய வழிகாட்டி நூல்கள், புதிய பாடநூல்களினதும் அடிப்படைக் குறிக்கோள், மாணவர்களை ஆசிரிய மையக் கல்வியிலிருந்து விடுவித்து, செயற்பாடுகளுடன் கூடிய மாணவர் மையக்கல்வியினை நடைமுறைப்படுத்தக்கூடிய கல்வி முறைமையினால், பூகோள தொழில் சந்தைகளுக்குத் தேவையான தேர்ச்சிகளும் திறன்களும் மிக்க மனித வளத்தினை வழங்கக்கூடிய மாணவர்களின் எண்ணிக்கையினை விருத்தி செய்யக்கூடியதாயிருத்தலேயாகும்.

இந்தச் சந்தர்ப்பத்தில் இந்நிறுவகப் பேரவையின் அங்கத்தவர்களுக்கும், கல்வி அலுவல்கள் சபையின் அங்கத்தவர்களுக்கும், இவ்வாசிரியர் வழிகாட்டி நூல்களின் உருவாக்கத்திற்குப் பங்களிப்புச் செய்த வளவாளர்களுக்கும் மற்றும் இவ்வுயரிய நோக்கத்திற்காக அர்ப்பணிப்புடன் பணியாற்றிய அனைவருக்கும் எனது நன்றிகளையும் வாழ்த்துக்களையும் தெரிவித்துக் கொள்கின்றேன்.

கலாநிதி. திருமதி. ரீ. ஏ. ஆர். ஜே. குணசேகர

பணிப்பாளர் நாயகம்

தேசிய கல்வி நிறுவகம்

மகரகம்.

பணிப்பாளர் அவர்களின் செய்தி

கடந்த காலந்தொட்டு கல்வியானது தொடர்ந்து மாற்றங்களுக்குட்பட்டு வருகின்றது. அண்மிய யுகத்தில் இம்மாற்றங்களானவை மிக வேகமாக ஏற்பட்டன. கற்றல் முறைகளைப் போன்று தொழில்நுட்பக் கருவிகளின் பாவனை மற்றும் அறிவுத் தோற்றங்கள் தொடர்பாகவும் கடந்த இரு தசாப்தங்களில் கூடியளவு மறுமலர்ச்சி ஏற்பட்டு வருவதனைக் காணக்கூடியதாக இருக்கின்றது. இதற்கமைய, தேசிய கல்வி நிறுவகமும் 2017 ஆம் ஆண்டுக்குரிய கல்வி மறுசீரமைப்பிற்காக எண்ணிலடங்காத பொருத்தமான நடவடிக்கைகளை மேற்கொண்டு வருகின்றது. பூகோளமய ரீதியாக ஏற்படும் மாற்றங்கள் தொடர்பாகச் சிறந்த முறையில் அறிந்து உள்நாட்டுத் தேவைக்கமைய இசைவுபடுத்தி மாணவர் மையக் கற்றல் - கற்பித்தல் முறையை அடிப்படையாகக் கொண்டு புதிய பாடதிட்டம் திட்டமிடப்பட்டு பாடசாலை முறைமையின் முகவர்களாகச் சேவையாற்றும் ஆசிரியர்களாகிய உங்களிடம் இவ்வாசிரியர் வழிகாட்டியை ஒப்படைப்பதில் பெருமகிழ்ச்சியடைகின்றேன்.

இவ்வாறான புதிய வழிகாட்டல் ஆலோசனையை உங்களுக்குப் பெற்றுக் கொடுப்பதன் நோக்கம், அதன் மூலம் சிறந்த பங்களிப்பைப் பெற்றுத் தரமுடியும் என்ற நம்பிக்கையாகும்.

இவ்வாறான ஆசிரியர் வழிகாட்டியானது வகுப்பறைக் கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கின் போது உங்களுக்குக் கைகொடுக்கும் என்பதில் எனக்கு எவ்வித சந்தேகமும் இல்லை. அதேபோன்று இவ்வழிகாட்டியின் துணைகொண்டு நடைமுறை ரீதியான வளங்களையும் பயன்படுத்தி மிகவும் விருத்தி கொண்ட விடயப் பரப்பினூடாக வகுப்பறையில் செயற்படுத்துவதற்கு உங்களுக்கு முழுமையான சுதந்திரமுண்டு.

உங்களுக்கு வழங்கப்படும் இவ்வாசிரியர் வழிகாட்டியைச் சிறந்த முறையில் விளங்கி, மிகச் சிறந்த ஆக்கபூர்வமான மாணவர் சமூகமொன்றை உருவாக்கி, இலங்கையை பொருளாதார மற்றும் சமூக ரீதியில் முன்னேற்றிச் செல்வதற்குப் பொறுப்புடன் செயற்படுவீர்கள் என நான் நம்பிக்கை கொள்கின்றேன்.

இவ்வாசிரியர் வழிகாட்டியானது இப்பாடத்துறையுடன் தொடர்புடைய ஆசிரியர்கள், வளவாளர்கள் என்போர்களின் சிறந்த முயற்சியினாலும் அர்ப்பணிப்பினாலும் உருவாக்கப்பட்டுள்ளது.

கல்வித் துறையின் அபிவிருத்திக்காக இக்கருத்தை மிக உயர்ந்ததாகக் கருதி அர்ப்பணிப்புடன் செயற்பட்ட உங்கள் அனைவருக்கும் எனது மனமார்ந்த நன்றிகளைத் தெரிவித்துக் கொள்கின்றேன்.

திரு. கே. ஆர் பத்மசிரி

பணிப்பாளர் - கணிதத் துறை
விஞ்ஞான தொழில்நுட்பப் பீடம்
தேசிய கல்வி நிறுவகம்.

கலைத்திட்டக் குழு

அனுமதி	:	கல்விசார் அலுவல்கள் சபை தேசிய கல்வி நிறுவகம்.
வழிகாட்டல்	:	கலாநிதி. திருமதி. ஜயந்தி குணசேகர பணிப்பாளர் நாயகம் தேசிய கல்வி நிறுவகம்
நெறிப்படுத்தல்	:	திரு. கே. ஆர். பத்மசிரி பணிப்பாளர் கணிதத் துறை.
பாட இணைப்பாக்கம்	:	திரு. எஸ். இராஜேந்திரம் செயற்திட்டத் தலைவர் (தரம் 12-13 கணிதம்) கணிதத் துறை தேசிய கல்வி நிறுவகம். செல்வி. கே.கே. வஜிமா எஸ். கங்கானங்கே உதவி விரிவுரையாளர் கணிதத் துறை தேசிய கல்வி நிறுவகம்.
கலைத்திட்டக் குழு:		
கலாநிதி எம். ஏ. உபாலி மாம்பிட்டிய		சிரேட்ட விரிவுரையாளர், களனிப் பல்கலைக்கழகம்
கலாநிதி ஏ. ஏ. எஸ் பெரேரா		சிரேட்ட விரிவுரையாளர், பேராதனைப் பல்கலைக்கழகம்
பேராசிரியர் எஸ் சற்குணராஜா		சிரேஷ்ட விரிவுரையாளர், யாழ்ப்பாணப் பல்கலைக்கழகம்.
திரு.கே.கே.டபிள்யு.ஏ. சரத்குமார்		சிரேட்ட விரிவுரையாளர், ஜயவர்த்தனபுரப் பல்கலைக்கழகம்
திரு. கே. ஆர். பத்மசிரி		பணிப்பாளர், கணிதத் துறை, தேசிய கல்வி நிறுவகம்
திரு. எஸ். இராஜேந்திரம்		சிரேட்ட விரிவுரையாளர், கணிதத் துறை, தேசிய கல்வி நிறுவகம்
திரு. பி. எஸ். ஏ. டி. ஜனக குமார்		உதவிப் பணிப்பாளர் கல்வி அமைச்சு

திரு. கே. விக்னேஸ்வரன்

ஆசிரியர்,
விவேகானந்தாக் கல்லூரி,
கொழும்பு - 12

திருமதி. டி. ஏ. டி. விதானகே

ஆசிரியை,
ஸ்ரீமாவோ பண்டாரநாயக்காக் கல்லூரி
கொழும்பு - 07

திரு. டபிள்யூ. கபில பீரிஸ்

பொறியியலாளர்
பொறியியல் ஆராய்ச்சி நிறுவனம்,
சீதுவை.

உள்வாரி வளவாளர்கள்:

திரு. ஜி. பி. எச். ஜகத்குமார்

சிரேட்ட விரிவுரையாளர்,
கணிதத் துறை, தேசிய கல்வி நிறுவகம்.

திரு. ஜி. எல். கருணாரத்ன

சிரேட்ட விரிவுரையாளர்,
கணிதத் துறை, தேசிய கல்வி நிறுவகம்.

திருமதி. எம். நில்மினி பி. பீரிஸ்

சிரேட்ட விரிவுரையாளர்,
கணிதத் துறை, தேசிய கல்வி நிறுவகம்.

திரு. க. சுதேசன்

உதவி விரிவுரையாளர்,
கணிதத் துறை, தேசிய கல்வி நிறுவகம்.

திரு. பி. விஜய்குமார்

உதவி விரிவுரையாளர்,
கணிதத் துறை, தேசிய கல்வி நிறுவகம்.

செல்வி.கே.கே. வஜிமா எஸ். கங்கானங்கே

உதவி விரிவுரையாளர்,
கணிதத் துறை, தேசிய கல்வி நிறுவகம்.

மீள்பார்வைக் குழு:

கலாநிதி. ஏ. ஏ. எஸ். பெரேரா

சிரேட்ட விரிவுரையாளர்,
பேராதனைப் பல்கலைக்கழகம்.

திரு. ஜே.டபிள்யூ. தர்மதாச

ஓய்வுபெற்ற சிரேட்ட விரிவுரையாளர்

திரு. எஸ். இராஜேந்திரம்

சிரேட்ட விரிவுரையாளர்,
கணிதத் துறை, தேசிய கல்வி நிறுவகம்.

கணினி வடிவமைப்பு:

செல்வி. கமலவேணி கந்தையா
தேசிய கல்வி நிறுவகம்.

உதவியாளர்கள்:

திரு. எஸ். கெட்டியாராய்ச்சி (தே.க.நி)
திருமதி. கே. என். சேனானி (தே.க.நி)
திரு. ஆர். எம். ருவசிங்ஹ (தே.க.நி)

ஆசிரியர் வழிகாட்டியைப் பயன்படுத்துவதற்கான அறிவுறுத்தல்கள்

2015ம் ஆண்டில் அறிமுகப்படுத்தப்பட்ட இடைநிலை கல்வி மறுசீரமைப்புக்கு ஏற்ப 2018ம் ஆண்டில் உயர் தரத்துக்காக கல்வி மறுசீரமைப்பு அறிமுகப்படுத்தப்பட வேண்டி உள்ளது. அதன்படி உயர்ந்த இணைந்த கணிதம் பாடத்தில் தரம் 13 இற்கான புதிய மறுசீரமைப்பு அறிமுகப்படுத்தப்படுகின்றது.

தரம் 13 இற்கான புதிய இணைந்த கணித ஆசிரிய வழிகாட்டல், உள்ளடக்கம் பின்வருமாறு அமைக்கப்பட்டுள்ளது. ஒரு தேர்ச்சியின் கீழ் பல தேர்ச்சி மட்டங்கள் உள்ளன. ஒவ்வொரு தேர்ச்சி மட்டத்துக்கும் பாடவேளைகளின் எண்ணிக்கை, கற்றற் பேறுகள், கற்றல் - கற்பித்தல் செயற்பாடுகளுக்கான கையேடு முன்வைக்கப்பட்டுள்ளது. விசேடமாக கற்றல்- கற்பித்தல் செயற்பாடுகளுக்கான கையேடு உரிய பாட விடயங்களை தெளிவுபடுத்துவதற்கும் கற்பித்தலுக்குத் தேவையான வழிகாட்டல், பாடத்தை திட்டமிடல் என்பவற்றுக்கும் உதவும் என எதிர்பார்க்கப்படுகிறது. மேலும் விளக்கம் கூறல், வகை குறித்தல் மூலமும் சரியான எண்ணக்கருவை மாணவர்களுக்குப் பெற்றுக் கொடுக்க ஆசிரியர்களுக்கு உதவும். தரம் 13 இற்குரிய பாடத்திட்டம் மூன்று தவணைகளுக்குப் பிரிக்கப்பட்டு ஆசிரிய வழிகாட்டி தயாரிக்கப்பட்டுள்ளது.

பாடவிடய ஒழுங்குமுறையைத் தயாரிக்கும்போது மாணவர்களின் கற்றலின் இலகு தன்மையையும் ஆசிரியர்களின் கற்பித்தல் ஒழுங்குபடுத்தலின் இலகுதன்மையைக் கொண்டும் கணித எண்ணக்கருக்களின் ஒழுங்கமைப்பையும் கவனத்திற் கொண்டு பாடவிடய ஒழுங்கு தயாரிக்கப்பட்டுள்ளது. அப்பொழுது பாடத்திட்டத்தில் உள்ள தேர்ச்சிகளின் ஒழுங்குமுறையும் ஆசிரிய வழிகாட்டலில் உள்ள ஒழுங்கு முறையும் வேறுபடும். ஆகவே ஆசிரியர் வழிகாட்டலில் உள்ளவாறு ஒழுங்குமுறையில் பாடத்தைத் திட்டமிட்டு நடைமுறைப் படுத்துவதற்கு ஆலோசனை வழங்கப்படுகின்றது.

உரிய கற்றற் பேறுகளை அடைவதற்காக உரிய கையேட்டுக்கு மேலதிகமாக ஆசிரியரினால் மேலதிக பாட விடயங்கள் தொடர்பாகக் கவனம் செலுத்துவது முக்கியமானதாகும். மேலும் மேலதிக வள நூல்கள் மூலம் கற்பித்தலை மேம்படுத்திக் கொள்வது ஆசிரியரினால் மேற்கொள்ள வேண்டியுள்ளது. தரம் 13 பாடத் திட்டத்துக்கேற்பக் கற்பதற்கு தரம் 13 இல் நுழையும் பிள்ளையின் கணித எண்ணக்கரு தொடர்பான தெளிவு தொடர்பாக ஆசிரியர் விசேட கவனம் செலுத்த வேண்டியுள்ளது. ஏனெனில் தரம் 11 பாடத்திட்டம் பல்வேறு கோணங்களில் கவனம் செலுத்தப்பட்டு உருவாக்கப்பட்டுள்ளதோடு க.பொ.த. (சாதாரண தரம்) பரீட்சையில் சித்தியடைந்த ஒரு சில மாணவர்கள் மாத்திரம் இணைந்த கணிதத்தைக் கற்க உயர் தரத்துக்கு வருவார்கள். ஆகவே தரம் 11 கணித பாட எல்லைக்கும் தரம் 13 இல் இணைந்த கணித பாடத்தில் கற்கும் கணித எண்ணக்கரு தொடர்பான அறிவுக்கும் இடையில் சிறு வேறுபாடுகள் உள்ளன. இதற்காக மேலதிகமாக ஆசிரியரினால் கவனம் செலுத்த வேண்டிய கணித எண்ணக்கருக்கள் தொடர்பான விடயங்கள் பாடத் திட்டத்தில் முன்வைக்கப்பட்டுள்ளது. அந்த மேலதிக கணித எண்ணக்கருக்களை

மாணவர்கள் பயன்படுத்த முடியும். இல்லாவிடின் அதற்காக ஆசிரியரினால் தயாரிக்கப்படும் செயற்பாடுகளைப் பயன்படுத்த வேண்டும்.

தரம் 13 பாடத்திட்டத்தை முழுமையாக கற்பிப்பதற்கு 300 பாடவேளைகள் ஆசிரிய வழிகாட்டியில் ஒதுக்கப்பட்டுள்ளது. அந்த பாடவேளைகளின் எண்ணிக்கையை ஆசிரிய- மாணவர்களின் தேவை கருதி மாற்றிக் கொள்வதற்கு ஆசிரியருக்குச் சந்தர்ப்பம் உள்ளது. அத்தோடு பாடசாலை மட்டக் கணிப்பீட்டு செயற்பாடுகள் மூலம் மாணவர் அடைவு மட்டத்தை மதிப்பிடுவதற்கு ஆசிரியருக்குச் சந்தர்ப்பம் உள்ளது.

இவ்வாறான பல விசேட அம்சங்கள் உள்ளடக்கப்பட்ட ஆசிரிய வழிகாட்டியில் உள்ள பாடத்தைத் திட்டமிடுதல், வகுப்பறைக்கேற்பவும் மாணவர் தன்மைக்கேற்பவும் மாற்றியமைக்க ஆசிரியருக்கு அதிகாரம் உள்ளது.

உங்களால் மாற்றி வடிவமைக்கப்பட்ட பாடத்தைப் பணிப்பாளர், கணிதத்துறை, தேசிய கல்வி நிறுவகம், மகரகம எனும் முகவரிக்கு அனுப்பி வைக்க முடியும். புதிய உருவாக்கங்கள் தொடர்பாக அனைத்துப் பாடசாலைகளையும் தெளிவுபடுத்துவதற்குக் கணிதத் துறை ஆயத்தமாக உள்ளது.

எஸ். இராஜேந்திரம்

செயற்றிட்டத் தலைவர்

தரம் 12 - 13 கணிதம்

கணிதத் துறை

தேசிய கல்வி நிறுவகம்.

தேசிய பொது இலக்குகள்

தேசிய கல்வி முறைமையானது தனிநபர்க்கும் சமூகத்திற்கும் பொருத்தமான பெரும்பாலான தேசிய இலக்குகளை அடைவதற்குத் தனிநபர்களுக்கும் குழுவினருக்கும் உதவி செய்தல் வேண்டும்.

கடந்த காலங்களில் இலங்கையின் பெரும்பாலான கல்வி அறிக்கைகளும் ஆவணங்களும் தனிநபர் தேவைகளையும் தேசிய தேவைகளையும் நிறைவு செய்வதற்காக இலக்குகளை நிர்ணயித்துள்ளன. சமகாலக் கல்வி அமைப்புகளிலும் செயன்முறைகளிலும் வெளிப்படையாகக் காணப்படும் பலவீனங்கள் காரணமாக நிலைபேறுடைய மனித விருத்தியின் எண்ணக்கருத் திட்ட வரம்பினுள் கல்வியினூடாக அடையக் கூடிய பின்வரும் இலக்குத் தொகுதியினைத் தேசிய கல்வி ஆணைக்குழு இனங்கண்டுள்ளது.

1. மனித கௌரவத்தைக் கண்ணியப்படுத்தல் எனும் எண்ணகருவுக்குள் தேசியப்பிணைப்பு, தேசிய முழுமை, தேசிய ஒற்றுமை, இணக்கம், சமாதானம் என்பவற்றை மேம்படுத்தல் மூலமும் இலங்கைப் பன்மைச் சமூகத்தின் கலாசார வேறுபாட்டினை அங்கீகரித்தல் மூலமும் தேசத்தைக் கட்டி எழுப்புவதும் இலங்கையர் எனும் அடையாளத்தை ஏற்படுத்தலும்.
2. மாற்றமுறும் உலகத்தின் சவால்களுக்குத் தக்கவாறு முகங்கொடுத்தலோடு தேசிய பாரம்பரியத்தின் அதி சிறந்த அம்சங்களை அங்கீகரித்தலும் பேணுதலும்.
3. மனித உரிமைகளுக்கு மதிப்பளித்தல், கடமைகள், கட்டுப்பாடுகள் பற்றிய விழிப்புணர்வு, ஒருவர் மீது ஒருவர் கொண்டுள்ள ஆழ்ந்த, இடையறாத அக்கறையுணர்வு, என்பவற்றை மேம்படுத்தும் சமூக நீதியும் ஜனநாயக வாழ்க்கைமுறை நியமங்களும் உள்ளடங்கிய சுற்றாடலை உருவாக்குதலும் ஆதரித்தலும்.
4. ஒருவரது உள, உடல் நலனையும் மனித விழுமியங்களுக்கு மதிப்பளிப்பதை அடிப்படையாகக் கொண்ட நிலைபேறுடைய வாழ்க்கைக் கோலத்தையும் மேம்படுத்தல்.
5. நன்கு ஒன்றிணைக்கப்பட்ட சமநிலை ஆளுமைக்குரிய ஆக்க சிந்தனை, தற்றுணிபு, ஆய்ந்து சிந்தித்தல், பொறுப்பு, வகைகூறல் மற்றும் உடன்பாடான அம்சங்களை விருத்தி செய்தல்.
6. தனிநபரதும் தேசத்தினதும் வாழ்க்கைத் தரத்தைப் போரிக்கக் கூடியதும் இலங்கையின் பொருளாதார அபிவிருத்திக்குப் பங்களிக்கக் கூடியதுமான ஆக்கப் பணிகளுக்கான கல்வியூட்டுவதன் மூலம் மனிதவள அபிவிருத்தியை ஏற்படுத்தல்.
7. தனிநபர்களின் மாற்றத்திற்கு ஏற்ப இணங்கி வாழவும், மாற்றத்தை முகாமை செய்யவும் தயார்படுத்தவும் விரைவாக மாறிவரும் உலகில் சிக்கலானதும், எதிர்பாராததுமான நிலைமைகளைச் சமாளிக்கும் தகைமையை விருத்தி செய்தல்.
8. நீதி, சமத்துவம், பரஸ்பர மரியாதை என்பவற்றை அடிப்படையாகக் கொண்டு சர்வதேச சமுதாயத்தில் கௌரவமானதோர் இடத்தைப் பெறுவதற்குப் பங்களிக்கக் கூடிய மனப்பாங்குகளையும் திறன்களையும் வளர்த்தல்.

தேசிய கல்வி ஆணைக்குழுவின் அறிக்கை (2003)

அடிப்படைத் தேர்ச்சிகள்

கல்வியினூடாக விருத்தி செய்யப்படும் பின்வரும் அடிப்படைத் தேர்ச்சிகள் மேற்குறித்த தேசிய இலக்குகளை அடைவதற்கு வழிவகுக்கும்.

1. தொடர்பாடல் தேர்ச்சிகள்

தொடர்பாடல் பற்றிய தேர்ச்சிகள் நான்கு துணைத் தொகுதிகளை அடிப்படையாகக் கொண்டவை. எழுத்தறிவு, எண்ணறிவு, சித்திர அறிவு, தகவல் தொழினுட்பத் தகைமை.

எழுத்தறிவு: கவனமாகச் செவிமடுத்தல், தெளிவாகப் பேசுதல், கருத்தறிய வாசித்தல், சரியாகவும் செம்மையாகவும் எழுதுதல், பயன்தருவகையான கருத்துப் பரிமாற்றம்.

எண்ணறிவு: பொருள், இடம், காலம் என்பவற்றுக்கு எண்களைப் பயன்படுத்தல், எண்ணுதல், கணித்தல் ஒழுங்குமுறையாக அளத்தல்.

சித்திர அறிவு: கோடு, உருவம் என்பவற்றின் கருத்தை அறிதல், விபரங்கள், அறிவுறுத்தல்கள், எண்ணங்கள் ஆகிய வற்றை கோடு, உருவம், வர்ணம் என்பவற்றால் வெளிப்படுத்தலும் பதிவு செய்தலும்

தகவல் தொழினுட்பத் தகைமை: கணினி அறிவு, கற்றலில், தொழில் சுற்றாடலில், சொந்த வாழ்வில் தகவல் தொடர்பாடல் தொழினுட்பங்களைப் (ICT) பயன்படுத்தல்.

2. ஆளுமை விருத்தி தொடர்பான தேர்ச்சிகள்

- ஆக்கம், விரிந்த சிந்தனை, தற்புணர்வு, தீர்மானம் எடுத்தல், பிரச்சினை விடுவித்தல், நுணுக்கமான மற்றும் பகுப்பாய்வுச் சிந்தனை, அணியினராகப் பணி செய்தல், தனியாள் இடைவினைத் தொடர்புகள், கண்டு பிடித்தலும் கண்டறிதலும் முதலான திறமைகள்.
- நேர்மை, சகிப்புத்தன்மை, மனித கௌரவத்தைக் கண்ணியப்படுத்தல் ஆகிய விழுமியங்கள்
- மன எழுச்சிகள், நுண்ணறிவு

3. சூழல் தொடர்பான தேர்ச்சிகள்

இத்தேர்ச்சிகள் சூழலோடு தொடர்புறுகின்றன. சமூகம், உயிரியல், பௌதிகம்

சமூகச் சூழல்: தேசிய பாரம்பரியம் பற்றிய விழிப்புணர்வு, பன்மைச் சமூகத்தின் அங்கத்தவர்கள் என்ற வகையில் தொடர்புறும் நுண்ணுணர்வுத் திறன்களும், பகிர்ந்தளிக்கப்படும் நீதி, சமூகத் தொடர்புகள், தனிநபர் நடத்தைகள், பொதுவானதும் சட்டபூர்வமானதுமான சம்பிரதாயங்கள், உரிமைகள், பொறுப்புக்கள், கடமைகள், கடப்பாடுகள் என்பவற்றில் அக்கறையும்.

உயிரியல் சூழல்: வாழும் உலகு, மக்கள், உயிரியல், சூழல் தொகுதி - மரங்கள், காடுகள், கடல், நீர், வளி, உயிரின தாவரம், விலங்கு, மனித வாழ்வு

பௌதிகச் சூழல்: இடம், சக்தி, எரிபொருள், சடப்பொருள், பொருள்கள் பற்றியும் அவை மனித வாழ்க்கை, உணவு, உடை, உறையுள், சுகாதாரம், சௌகரியம், சுவாசம், நித்திரை, இளைப்பாறுதல், ஓய்வு, கழிவுகள், உயிரின கழிவுப் பொருட்கள் ஆகியவற்றுடன் கொண்டுள்ள தொடர்பு பற்றிய விழிப்பணர்வும், நுண்ணுணர்வுத் திறன்களும் கற்றலுக்கும் வேலை செய்வதற்கும், வாழ்வதற்கும் கருவிகளையும் தொழினுட்பங் களையும் பயன்படுத்தும் திறன்களும் இங்கு உள்ளடக்கப்பட்டுள்ளன.

4. வேலை உலகத்திற்கு தயார் செய்தல் தொடர்பான தேர்ச்சிகள்

- அவர்களது சக்தியை உச்ச நிலைக்குக் கொண்டு வருவதற்கும் அவர்களது ஆற்றலைப் போஷிப்பதற்கும் வேண்டிய தொழில்சார் திறன்கள்.
- பொருளாதார விருத்திக்குப் பங்களித்தல்
- அவர்களது தொழில் விருப்புகளையும் உள்சார்புகளையும் கண்டறிதல்
- அவர்களது ஆற்றல்களுக்குப் பொருத்தமான வேலையைத் தெரிவு செய்தல்
- பயனளிக்கக் கூடியதும் நிலைபேறுடையதுமான ஜீவனோபாயத்தில் ஈடுபடல்

5. சமயமும் ஒழுக்கலாறும் தொடர்பான தேர்ச்சிகள்

அன்றாட வாழ்க்கையில் மிகப் பொருத்தமானவற்றைத் தெரிவு செய்யவும், நாளாந்த வாழ்க்கையில் ஒழுக்கநெறி, அறநெறி, சமயநெறி தொடர்பான நடத்தைகளைப் பொருத்தமுற மேற்கொள்ளவும் விழுமியங்களைத் தன்மயமாக்கிக் கொள்ளலும் உள்வாங்கலும்

6. ஓய்வு நேரத்தைப் பயன்படுத்தல், விளையாட்டு பற்றிய தேர்ச்சிகள்

அழகியற் கலைகள், இலக்கியம், விளையாட்டு, மெய்வல்லுநர் போட்டிகள், ஓய்வு நேரப் பொழுதுபோக்குகள் மற்றும் வாழ்வின் ஆக்கபூர்வச் செயற்பாடுகள் மூலம் வெளிப்படுத்தப்படும் இன்ப நுகர்ச்சி, மகிழ்ச்சி, மனவெழுச்சிகள் இவைபோன்ற மனித அனுபவங்கள்

7. “கற்றலுக்குக் கற்றல்” தொடர்பான தேர்ச்சிகள்

விரைவாக மாறுகின்ற, சிக்கலான ஒருவரில் ஒருவர் தங்கி நிற்கின்ற உலகொன்றில் ஒருவர் சுயாதீனமாகக் கற்பதற்கான வலிமையளித்தலும் மாற்றியமைக்கும் செயன்முறை ஊடாக மாற்றத்திற்கேற்ப இயங்கவும் அதனை முகாமை செய்யவும் வேண்டிய உணர்வையும் வெற்றியையும் பெறச் செய்தல்.

உள்ளடக்கம்

பக்கம்

பணிப்பாளர் நாயகம் அவர்களின் செய்தி	iii-iv
பணிப்பாளர் பணிப்பாளர் அவர்களின் செய்தி	v
கலைத்திட்டக் குழு	vi-vii
ஆசிரியர் வழிகாட்டியைப் பயன்படுத்துவதற்கான அறிவுறுத்தல்கள்	viii-ix
தேசிய பொது இலக்குகள்	x
அடிப்படைத் தேர்ச்சிகள்	xi-xii
கற்றற் பேறுகளும் மாதிரிச் செயற்பாடுகளும்	
முதலாம் தவணை	1 - 34
இரண்டாம் தவணை	35 - 64
மூன்றாம் தவணை	65 - 96
பாடசாலை மட்டக் கணிப்பீடும் மதிப்பீடும்	97- 100
உசாத்துணை	101

முதலாம் தவணை

இணைந்த கணிதம் - I

தேர்ச்சி 18 : தெக்காட்டின் ஆள்கூறுகளின் மூலம் நேர்கோட்டை விபரிப்பார்.

தேர்ச்சி மட்டம் 18.1 : நேர்கோடொன்றின் சமன்பாட்டைப் பெறுவார்.

பாடவேளைகள் : 04

- கற்றற் பேறுகள் :**
1. நேர்கோடு ஒன்றின் படித்திறனை (சாய்வை)விளக்குவார்.
 x, y அச்சில் வெட்டுத் துண்டுகளைக் காண்பார்.
 2. நேர்கோடு ஒன்றின் சமன்பாட்டின் பல்வேறு வடிவங்களைப் பெறுவார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

1. • இரு புள்ளிகள் $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ என்பவற்றை இணைக்கும் நேர்கோட்டின் படித்திறன் (சாய்வு) $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ என வரையறுப்பார். இங்கு $x_1 \neq x_2$.
 - நேர்கோடு ஒன்று x அச்சின் நேர்த்திசையுடன் ஆக்கும் கோணம் θ எனின், $m = \tan \theta$ என்பதை விளக்குக.
2. • படித்திறன் m ஐ உடையதும், y அச்சில் வெட்டுத்துண்டு c ஐ உடையதுமான நேர்கோடு $y = mx + c$.
 - படித்திறன் m ஐ உடையதும், (x_1, y_1) எனும் புள்ளியினூடாகச் செல்வதுமான நேர்கோடு $y - y_1 = m(x - x_1)$.
 - $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ எனும் புள்ளிகளினூடு செல்லும் நேர்கோடு
$$y - y_1 = \left(\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \right) (x - x_1).$$
 - x, y அச்சுக்களில் முறையே a, b வெட்டுத்துண்டுகளை ஆக்கும் நேர்கோடு $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ அல்லது $bx + ay = ab$.
 - நேர்கோடு ஒன்றின் செங்குத்து வடிவம் $x \cos \alpha + y \sin \alpha = p$ ஆகும். இங்கு உற்பத்தியிலிருந்து வரையப்பட்ட செங்குத்தின் நீளம் p ஆகவும், α என்பது இச் செங்குத்து x அச்சின் நேர்த்திசையுடன் ஆக்கும் கோணமும் ஆகும்.

- நேர்கோடு ஒன்றின் சமன்பாட்டின் பொது வடிவம் $ax + by + c = 0$.
- மேலே குறிப்பிட்ட ஒவ்வொரு வகையிலும் பெறப்பட்ட சமன்பாடுகளைப் பொது வடிவில் விபரிக்க மாணவர்களை வழிப்படுத்துக.
- $ax + by + c = 0$ என்னும் நேர்கோட்டின் பொதுச் சமன்பாட்டில் இருந்து வேறுபட்ட வடிவங்களையுடைய சமன்பாடுகளைப் பெற மாணவர்களுக்கு வழிகாட்டவும்.

தேர்ச்சி மட்டம் 18.2 : தரப்பட்ட இரண்டு சமாந்தரமற்ற நேர் கோடுகள் வெட்டும் புள்ளியினூடாகச் செல்லும் யாதேனுமொரு கோட்டின் சமன்பாட்டைப் பெறுவார்.

பாடவேளைகள் : 02

- கற்றற் பேறுகள் :**
1. சமாந்தரமல்லாத இரு நேர்கோடுகளின் வெட்டுப் புள்ளிகளின் ஆள்கூறுகளைப் பெறுவார்.
 2. இந்நேர்கோடுகளின் வெட்டுப்புள்ளியூடு செல்லும் கோடுகளுக்குச் சமாந்தரமல்லாத கோட்டின் சமன்பாட்டை பெறுவார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

1. இரு ஏகபரிமாண ஒருங்கமை சமன்பாடுகளைத் தீர்ப்பதன் மூலம், அவற்றிற்கு ஒத்த நேர்கோடுகள் வெட்டும் புள்ளியின் ஆள்கூறுகளைக் காண்பார்.

2. • $a_1x + b_1y + c_1 = 0$

$a_2x + b_2y + c_2 = 0$ எனும் நேர்கோடுகள் வெட்டும் புள்ளியினூடாகச் செல்லும் நேர்கோட்டின் சமன்பாடு,

$$l(a_1x + b_1y + c_1) + m(a_2x + b_2y + c_2) = 0 \text{ எனப் பெறுவார்.}$$

இங்கு l, m பரமானங்கள் ஆகும்.

- $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ என்னும் கோட்டிலமையாத நேர்கோடுகளின் சமன்பாடுகளை $a_1x + b_1y + c_1 + \lambda(a_2x + b_2y + c_2) = 0$ என்னும் வடிவில் விபரிப்பார். இங்கு λ பரமானம் ஆகும்.

தேர்ச்சி மட்டம் 18.3 : தரப்பட்ட நேர்கோடொன்று சார்பாக இரண்டு புள்ளிகளின் அமைவுகளைக் காண்பார்.

பாடவேளைகள் : 02

கற்றற் பேறுகள் : 1. தரப்பட்ட இரு புள்ளிகள் ஒரு கோட்டிற்கு ஒரேபக்கத்தில், எதிர்பக்கங்களில் இருப்பதற்கான நிபந்தனைகளைக் காண்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

1. $ax + by + c = 0$ எனும் நேர்கோடும்,

(x_1, y_1) (x_2, y_2) எனும் இரு புள்ளிகளும் தரப்பட்டிருக்க,

$(ax_1 + by_1 + c)(ax_2 + by_2 + c) \leq 0$ என்பதற்கேற்ப, புள்ளிகள் இரண்டும் நேர்கோட்டின் எதிர்பக்கத்தில் அல்லது ஒரே பக்கத்தில் இருக்கும் எனக் காட்டுக.

தேர்ச்சி மட்டம் 18.4 : இரண்டு நேர்கோடுகளுக்கிடையில் அமையும் கோணத்தைக் காண்பார்.

பாடவேளைகள் : 02

கற்றற் பேறுகள் : 1. படித்திறன்களைப் பயன்படுத்தி இரு நேர்கோடுகளுக்கிடையிலான கோணத்தைக் காண்பார்.
2. இரு நேர்கோடுகள் சமாந்தரமாக அல்லது செங்குத்தாக இருப்பதற்கான நிபந்தனைகளைக் காண்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

1. வெட்டும் இரு நேர்கோடுகளுக்கிடையில் இரு கோணங்கள் உண்டு எனக் கூறுக. பொதுவாக ஒன்று கூர்ங்கோணம், மற்றையது விரிகோணம் ஆகும்.

2. • $y = m_1x + c_1$ and $y = m_2x + c_2$ என்பவற்றினால் தரப்படும் இரு நேர்

கோடுகளுக்கிடையிலான கூர்ங்கோணம் $\tan^{-1} \left| \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right|$ எனக்

காட்டுக.

இங்கு $m_1 m_2 \neq -1$

- படித்திறன் m_1, m_2 யையுடைய இரு நேர்கோடுகள்.
 - (i) சமாந்தரம் எனின் எனின் மட்டுமே $m_1 = m_2$.
 - (ii) செங்குத்து எனின் எனின் மட்டுமே $m_1 m_2 = -1$.
- பின்வரும் வகைகளைக் கலந்துரையாடுக.
 - $m_1 = 0$ அல்லது $m_2 = 0$
 - m_1 அல்லது m_2 வரையறுக்கப்படாதபோது.

தேர்ச்சி மட்டம் 18.5 : தரப்பட்ட புள்ளி ஒன்றில் இருந்து தரப்பட்ட நேர்கோடு ஒன்றிற்கு வரையப்பட்ட செங்குத்துத் தூரத்தைப் பெறுவார்.

பாடவேளைகள் : 06

- கற்றற் பேறுகள் :**
1. நேர்கோடு ஒன்றின் பரமானச் சமன்பாட்டை எழுதுவார்.
 2. புள்ளி ஒன்றில் இருந்து நேர்கோடொன்றிற்கான செங்குத்துத் தூரத்தைக் காண்பார்.
 3. ஒன்றையொன்று வெட்டும் இரு நேர்கோடுகளுக்கு இடையேயான கோணத்தின் இரு கூறாக்கிகளின் சமன்பாடுகளைப் பெறுவார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

1. • $P \equiv (x_1, y_1)$ ஊடான நேர்கோட்டின் பரமானச் சமன்பாடு

$$x = x_1 + r \cos \theta, \quad y = y_1 + r \sin \theta \quad \text{எனக் காட்டுக.}$$

இங்கு θ என்பது நேர்கோடு x அச்சின் நேர்த்திசையுடன் ஆக்கும் கோணமும், P, Q எனும் புள்ளிகளிற்கு இடைப்பட்ட தூரம் r உம் $Q(x, y)$ உம் ஆகும்.

- $ax + by + c = 0$ எனும் நேர்கோட்டின் பரமானச் சமன்பாடு,

$$\frac{y - y_1}{a} = -\frac{(x - x_1)}{b} = t \quad \text{என்பதால் தரப்படும், இங்கு } t \text{ ஓர் பரமானம்}$$

ஆகும். அத்துடன் $P \equiv (x_1, y_1)$ நேர்கோட்டின் மீதான புள்ளி யொன்றாகும். (அதாவது $x = x_1 - bt, \quad y = y_1 + at$ ஆகும்)

2. • $P \equiv (h, k)$ எனும் புள்ளியிலிருந்து $ax + by + c = 0$ இற்கான

செங்குத்துத் தூரம் $\frac{|ah + bk + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ எனக் காட்டுக.

- $ax + by + c = 0$ எனும் இரு சமாந்தர கோடுகளுக்கிடையேயான தூரம்

$\frac{|c - d|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ என உய்த்தறிக.

3. $a_1x + b_1y + c_1 = 0$, $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ ஆகிய நேர்கோடுகள் இடை
வெட்டும் கோணத்தின் கோண இருகூறாக்கியின் சமன்பாடு

$\frac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \pm \frac{(a_2x + b_2y + c_2)}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$ எனக் காட்டுக.

- மேலே தரப்பட்ட சமன்பாடுகளைப் பயன்படுத்தி வெவ்வேறு வகையான
பிரசினங்களைத் தீர்க்க மாணவர்களை வழிப்படுத்துக.

தேர்ச்சி 16 : சார்புகளின் வரையறுத்த வரையறுக்காத தொகையீடு களைக் காண்பார்.

தேர்ச்சி மட்டம் 16.1 : சார்பொன்றின் முரண்பெறுதி பற்றிய கருத்தின் ஊடாக வரையறுக்கப்படாத தொகையீட்டுப் பேறுகளை உய்த்தறிவார்.

பாடவேளைகள் : 08

கற்றற் பேறுகள் : 1. பெறுதி முடிவுகளைப் பயன்படுத்தி வரையறுக்கப்படாத தொகையீடுகளைக் காண்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

1. • $\frac{d}{dx}[F(x)] = f(x)$ எனின், $F(x)$ என்பது $f(x)$ இன் முரண் பெறுமதி எனப்படும்.

• சார்பு ஒன்றின் பெறுதி முரண் ஒரு தனியானது அல்ல. இது மாறிலி ஒன்றினால் வேறுபடும்.

• $\frac{d}{dx}[F(x)] = f(x)$ எனின், $\int f(x)dx = F(x) + C$ என எழுதுவோம்.

இங்கு C ஓர் எதேச்சை மாறிலியாகும்.

• $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$, இங்கு $n \neq -1$

• $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$ ($x \neq 0$)

• $\int e^x dx = e^x + C$

• $\int \sin x dx = -\cos x + C$

• $\int \cos x dx = \sin x + C$

• $\int \sec^2 x dx = \tan x + C$

• $\int \operatorname{cosec}^2 x dx = -\cot x + C$

• $\int \sec x \tan x dx = \sec x + C$

- $\int \cot x \operatorname{cosec} x \, dx = -\operatorname{cosec} x + C$
- $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \sin^{-1} \frac{x}{a} + C, \quad (-a < x < a, a \neq 0)$
- $\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a} + C, \quad (\text{இங்கு } a \neq 0)$

தேர்ச்சி மட்டம் 16.2 : பிரசினங்களைத் தீர்ப்பதற்குத் தொகையீடு பற்றிய தேற்றங்களை உபயோகிப்பார்.

பாடவேளைகள் : 02

கற்றற் பேறுகள் : 1. தொகையீடு பற்றிய தேற்றங்களைப் பயன்படுத்துவார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

- f, g என்பன x இன் சார்புகளாகவும் k ஒரு மாறிலியாகவுமிருக்க,
 - $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$
 - $\int [f(x) \pm g(x)]dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$
- மேற்படி தேற்றங்களின் பிரயோகம்.

தேர்ச்சி மட்டம் 16.3 : பிரசினங்களைத் தீர்ப்பதற்குத் தொகையீடு பற்றிய தேற்றங்களை உபயோகிப்பார்.

பாடவேளைகள் : 02

கற்றற் பேறுகள் :

1. பிரசினங்களைத் தீர்ப்பதற்குத் தொகையீடு தொடர்பான அடிப்படைத் தேற்றங்களைப் பயன்படுத்துவார்.
2. வரையறுத்த தொகையீடுகளின் இயல்புகளைப் பயன்படுத்துவார்.
3. வரையறுத்த தொகையீடு அடங்கிய பிரசினங்களைத் தீர்ப்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

1. f, g என்பன x இலான சார்புகளாகவும், $\phi(x)$ என்பது $f(x)$ என்ற சார்பின் பெறுதி முரண் ஆகவும் இருப்பின்,

$$\int_a^b f(x)dx = [\phi(x)]_a^b = \phi(b) - \phi(a) \text{ ஆகும்.}$$

2. • $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$

• $\int_a^b k f(x)dx = k \int_a^b f(x)dx$

• $\int_a^b \{f(x) \pm g(x)\}dx = \int_a^b f(x)dx \pm \int_a^b g(x)dx$

• $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx, a < c < b$

• $\int_0^a f(x)dx = \int_0^a f(a-x)dx$

3. மேலே உள்ள முடிவுகளைப் பயன்படுத்தி பிரசினங்களைத் தீர்க்க மாணவர்களை வழிப்படுத்துக.

தேர்ச்சி மட்டம் 16.4 : பொருத்தமான முறைகளைத் தெரிவு செய்து விகிதமுறு சார்புகளைத் தொகையிடுவார்.

பாடவேளைகள் : 05

- கற்றற் பேறுகள் :**
1. வாய்ப்பாடுகளைப் பயன்படுத்துவார்.
 2. பகுதிப்பின்னங்களைப் பயன்படுத்தி தொகையிடுவார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

1. • $\int \frac{f'(x)}{f(x)}dx = \ln|f(x)| + C$

(இங்கு $f'(x)$ ஆனது $f(x)$ இன் பெறுதி ஆகும்.)

• $\int \frac{1}{ax^2 + bx + c} dx$ இல் பின்வரும் வகைகளைக் கருத்தில் கொண்டு

(i) $b^2 - 4ac > 0$ (ii) $b^2 - 4ac = 0$ (iii) $b^2 - 4ac < 0$

2. $\int \frac{P(x)}{Q(x)} dx$, இங்கு $P(x), Q(x)$ என்பன படி 4 இலும், குறைந்த

பல்லுறுப்பிகள் ஆகும். (ஆகக்கூடியது 4 தெரியாக்கணியங்கள் மாத்திரம்)

தேர்ச்சி மட்டம் 16.5 : திரிகோணகணிதச் சர்வ சமன்பாடுகளை உபயோகித்து நியம வடிவங்களுக்கு ஒடுக்குவதன் மூலம் திரிகோண கணிதச் சார்புகளைத் தொகையிடுவார்.

பாடவேளைகள் : 03

கற்றற் பேறுகள் : 1. தொகையிடலின் போது திரிகோணகணித சர்வ சமன்பாடுகளைப் பயன்படுத்துவார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

1. கீழ்வரும் தொகையீடுகளைக் காண்பதற்கு, திரிகோணகணித சர்வ சமன்பாடுகளை உபயோகிப்பார்.

• $\int \tan x dx, \int \cot x dx, \int \sec x dx, \int \operatorname{cosec} x dx.$

• $\int \sin^2 x dx, \int \cos^2 x dx, \int \tan^2 x dx, \int \cot^2 x dx.$

• $\int \sin^3 x dx, \int \cos^3 x dx.$

• $\int \sin mx \cos nx dx, \int \cos mx \cos nx dx, \int \sin mx \sin nx dx.$

தேர்ச்சி மட்டம் 16.6 : தொகையீட்டின்போது பிரதியீட்டு முறையை உபயோகிப்பார்.

பாடவேளைகள் : 04

கற்றற் பேறுகள் : 1. பொருத்தமான பிரதியீடுகளைப் பயன்படுத்தித் தொகையிடுவார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

1. பொருத்தமான பிரதியீட்டைப் பயன்படுத்துக.

- $\int \sin^m x dx$, m ஒற்றை நேர் நிறைவேண் (பிரதியீடு $t = \cos x$)
- $\int \cos^m x dx$, m ஒற்றை நேர்நிறைவேண் (பிரதியீடு $t = \sin x$)
- $\int \sin^m x \cos^n x dx$, இங்கு m, n நேர்நிறைவேண்கள்.
- $\int \frac{dx}{a \cos x + b \sin x + c}$, (பிரதியீடு: $t = \tan \frac{x}{2}$)
- $\int \frac{dx}{a \cos^2 x + b \sin^2 x + c}$, (பிரதியீடு: $t = \tan x$)
- $\int \sqrt{a^2 - x^2} dx$, (பிரதியீடு: $x = a \sin \theta$ or $a \cos \theta$).
- $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 + x^2}}$, (பிரதியீடு: $x = a \tan \theta$).
- $\int \frac{1}{\sqrt{x^2 - a^2}}$, (பிரதியீடு: $x = a \sec \theta$).
- $\int \frac{dx}{(px + q)\sqrt{ax + b}}$, (பிரதியீடு: $t = \sqrt{ax + b}$).
- $\int \frac{dx}{(px + q)\sqrt{ax^2 + bx + c}}$, (பிரதியீடு: $px + q = \frac{1}{t}$).
- இத்துடன் மற்றைய பொருத்தமான பிரதியீடுகளைப் பயன்படுத்தி பிரசினங்கள் தீர்க்க மாணவர்களை வழிப்படுத்துக.

தேர்ச்சி மட்டம் 16.7 : பகுதியாய்த் தொகையிடும் முறையை உபயோகித்து பிரசினங்களைத் தீர்ப்பார்.

பாடவேளைகள் : 03

கற்றற் பேறுகள் : 1. பொருத்தமான பிரசினங்களுக்குப் பகுதிகளாகத் தொகையிடுதலைப் பயன்படுத்துவார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

- $u_{(x)}$, $v_{(x)}$ என்பன வகையிடத்தக்க சார்புகளாயிருக்க,

$$\int u \left(\frac{dv}{dx} \right) dx = uv - \int v \left(\frac{du}{dx} \right) dx \text{ எனக் காட்டுக.}$$

- பகுதிகளாகத் தொகையிடும் முறையைப் பாவித்து பிரசினங்களைத் தீர்க்க மாணவர்களை வழிப்படுத்துக.

தேர்ச்சி மட்டம் 16.8 : தொகையீட்டைப் பிரயோகித்து வளையிகளினால் எல்லைப் படுத்தப்பட்ட பிரதேசத்தின் பரப்பளவைத் துணிவார்.

பாடவேளைகள் : 04

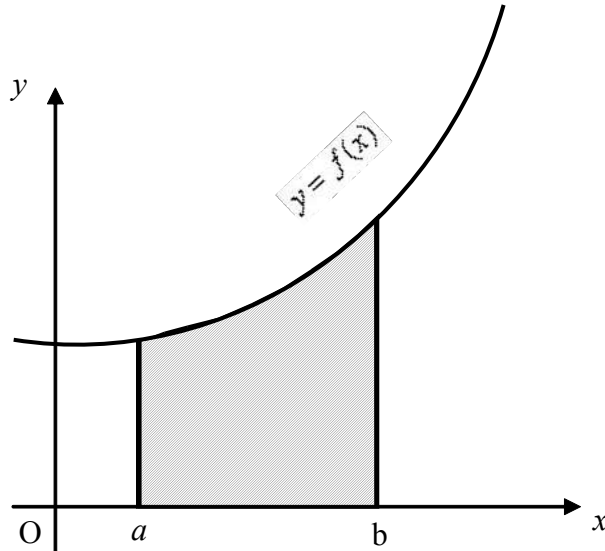
- கற்றற் பேறுகள் :**
1. ஒரு வளையியினால் அடைக்கப்பட்ட பரப்பளவு அல்லது இரு வளையிகளுக்கிடையேயான பரப்பளவைக் காண்பதற்கு வரையறுத்த தொகையீட்டைப் பயன்படுத்துவார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

1. வளையி ஒன்றின் கீழ் உள்ள பரப்பளவை வரையறுத்த தொகையீடாக வரையறுக்க.

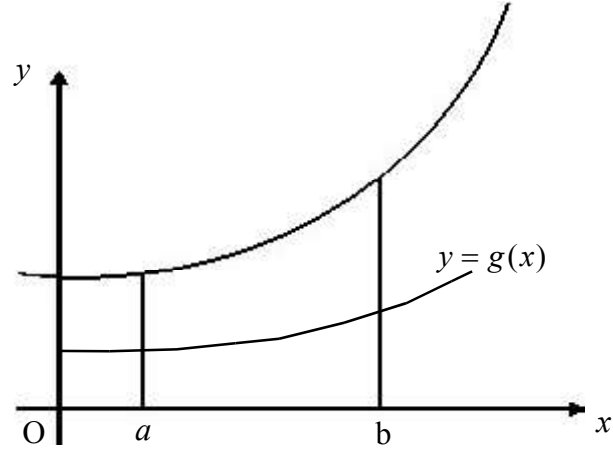
$y = f(x)$ என்பது ஒரு வளையி ஆகும்.

$[a, b]$ ஆயிடையில் $f(x)$ என்பது மறையற்ற தொடர்ச்சியான சார்பு ஆகும்.



$y = f(x)$ என்ற வளையியாலும், x அச்சாலும் $x = a$, $x = b$ என்ற கோடுகளாலும் வரைப்புற்ற பிரதேசத்தின் பரப்பளவு $\int_a^b f(x)dx$ ஆகும். இது $x = a$ இலிருந்து $x = b$ வரை $y = f(x)$ என்ற வளையியின் கீழ் உள்ள பரப்பளவு எனப்படும்.

$y = f(x)$, $y = g(x)$ என்பன $[a, b]$ என்ற ஆயிடையில் $f(x) \geq g(x)$ ஆகுமாறுள்ள இரு வளையிகள் என்க.



இரு வளையிகளாலும் $x = a$, $x = b$ என்ற கோடுகளுக்கிடையிலான பரப்பளவு $\int_a^b \{f(x) - g(x)\} dx$ ஆகும்.

- இவ்வகையான வளையிகளினால் ஆக்கப்படும் பரப்பளவுகள் மாத்திரம் எதிர்பார்க்கப்படும்.
- வளையிகளை வரைதல் எதிர்பார்க்கப்படவில்லை.

தேர்ச்சி மட்டம் 16.9 : தொகையிடலைப் பிரயோகித்து வளையியானது அச்சுக்கள் குறித்து பூரண சுற்றொன்றினை அமைக்கும் போது உண்டாகும் உருவினது கனவளவைத் துணிவார்.

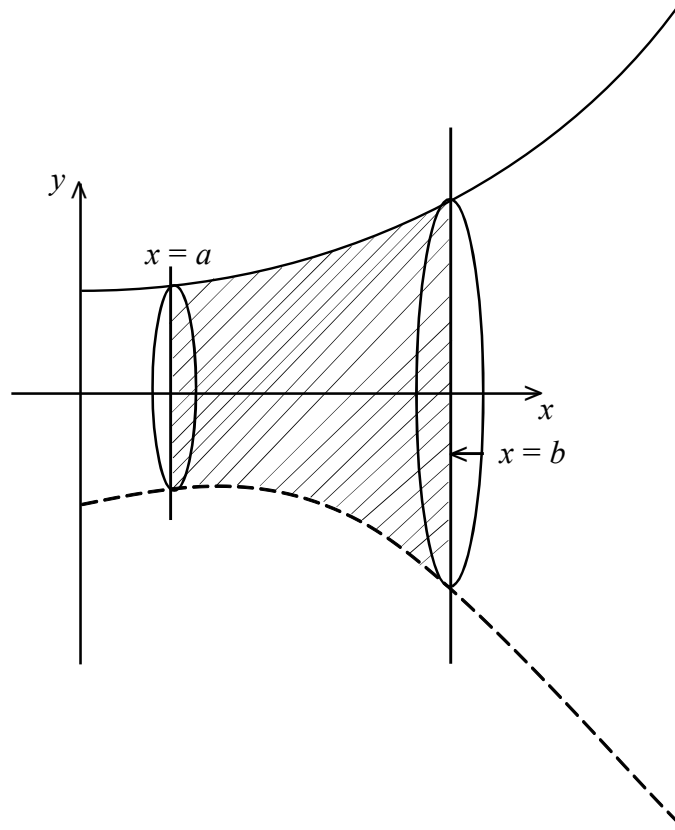
பாடவேளைகள் : 02

கற்றற் பேறுகள் : 1. சுழற்சியினால் பெறப்படும் கனவளவைக் காண்பதற்கு தொகையீட்டைப் பயன்படுத்துவார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

1. $y = f(x)$ என்னும் வளையியினாலும், $x = a$, $x = b$ என்னும் நேர்கோடுகளாலும் உள்ளடக்கப்படும் பரப்பளவை x அச்சுப் பற்றி 4 செங்கோணங்களினூடாகச் சுழற்றும்போது பெறப்படும் திண்மத்தின்

கனவளவானது $\int_a^b \{f(x)\}^2 dx$ என்பதால் தரப்படும்.



நிழற்றப்பட்ட கனவளவு $\pi \int_a^b \{f(x)\}^2 dx$ ஆகும்.

- வளையிகளை வரைதல் இங்கு எதிர்பார்க்கப்படவில்லை.

இணைந்த கணிதம் - II

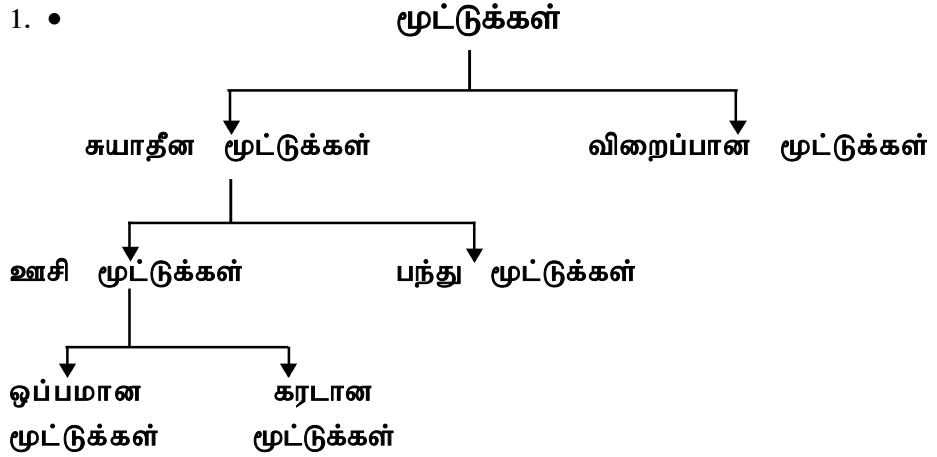
தேர்ச்சி 2 : ஒருதள விசைத்தொகுதியை பயன்படுத்துவார்.

தேர்ச்சி மட்டம் 2.10 : ஒப்பமான மூட்டுக்கள் அடங்கிய பிரசினங்களைத் ஆராய்வதற்கு ஒருதள விசைத் தொகுதிகளின் பண்புகளை உபயோகிப்பார்.

பாடவேளைகள் : 10

- கற்றற் பேறுகள் :**
1. மூட்டுக்களின் வகைகள் பற்றிக் கூறுவார்.
 2. அசையும், அசையா மூட்டுக்கள் பற்றி விபரிப்பார்.
 3. ஒரு அழுத்தமான மூட்டில் விசைகளைக் குறிப்பார்.
 4. மூட்டிய கோல்கள் தொடர்பான பிரசினங்களைத் தீர்ப்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு:

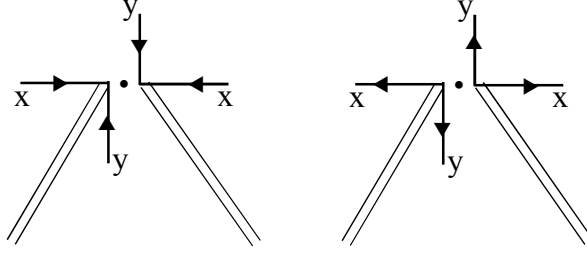


- ஒவ்வொரு மூட்டு வகைகளையும் அன்றாட வாழ்க்கை உதாரணங்களின் மூலம் கலந்துரையாடுக.

2. அறிமுகம் செய்க.

- இரண்டு கோல்கள், ஒவ்வொன்றினதும் அமைவு மற்றையது தொடர்பாக மாற்ற முடியாதவாறு மூட்டப்பட்டிருப்பின், அம்மூட்டு அசையும் (சுயாதீன) மூட்டு எனவும் அறிமுகம் செய்க.
- இரு கோல்கள் ஒவ்வொன்றினதும் அமைவு மற்றையது தொடர்பாக மாறக்கூடியவாறு மூட்டப்பட்டிருப்பின், அம்மூட்டு அசையும் (சுயாதீன) மூட்டு எனவும் அறிமுகம் செய்க.

3. இலேசான மற்றும் பாரமான கோல்கள் ஒப்பமான ஊசிகளைப் பயன்படுத்தி மூட்டப்பட்டிருக்கும்போது, அம்மூட்டில் தாக்கும் மறுதாக்கம் மூடப்பட்டுள்ள இரண்டு கோல்களும் காணப்படும் தளத்தில் தாக்கும் எனவும், புறவிசைகளின் தாக்கத்தினால் கோல்களுக்கு இடையில் உண்டாகும் மறுதாக்கங்கள் சமனாகவும் எதிராகவும் காணப்படும் எனவும் தெளிவுபடுத்துக.



4. • விறைப்பான மூட்டினை இரண்டு கோல்களாகக் கருதி அவற்றின் சமநிலையைக் கருத்திற் கொள்ள முடியாது என்பதைக் கவனத்திற் கொள்க. விறைப்பாக மூட்டப்பட்ட இரண்டு கோல்களை ஒரு தனிக் கோலாகவே கருதிப் பிரசினங்களைத் தீர்க்கலாம் என்பது பற்றி மாணவர்களின் கவனத்துக்குக் கொண்டு வருக. (கரடான மூட்டுக்கள் உயர்தர வகுப்புப் பாடத்திட்டத்தில் இல்லை.)

- விறைப்பான மூட்டுக்கள் தொடர்பான பிரசினங்களைத் தீர்ப்பார்.

தேர்ச்சி மட்டம் 2.11 : ஒப்பமாக மூட்டப்பட்ட இலேசான கோல்களினாலான சட்டப்படலொன்றின் கோல்களிலுள்ள தகைப்புக்களைத் துணிவார்.

பாடவேளைகள் : 10

கற்றற் பேறுகள் :

1. இலேசான கோல்களுடன் கூடிய சட்டப்படல்கள் பற்றி விளக்குவார்.
2. சட்டப்படலிலுள்ள ஒவ்வொரு மூட்டும் சமனிலையில் இருப்பதற்கான நிபந்தனைகளைக் கூறுவார்.
3. போவின் குறியீட்டைப் பயன்படுத்துவார்.
4. இலேசான சட்டப்படல்கள் தொடர்பான பிரசினங்களைத் தீர்ப்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

1. மூன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட இலேசான கோல்கள் யாவும் ஒரே தளத்தில் அமையுமாறு ஒவ்வொரு கோலின் இரண்டு அந்தங்களும் ஏனைய கோல்களின் அந்தங்களுடன் சுயாதீனமாக மூட்டப்படுவதன் மூலம் ஆக்கப்படும் உருவே “சட்டப்படல்” எனக் கூறுக.

பொருத்தமான உதாரணங்கள் மூலம் இதனை விளக்குக.

- ஒவ்வொரு கோலும் அதன் இரு முனைகளிலும் சுயாதீனமாக (ஒப்பமாக) மூட்டப்பட்டுள்ளதோடு, இணையோ அல்லது முறுக்கமோ உண்டாகாது.
- புறவிசைகள் தவிரந்த, மூட்டுக்களில் தாக்கும் மறுதாக்கங்கள் கோல்களின் வழியே தாக்குகின்றன. அவை இழுவை யாகவோ அல்லது உதைப்பாகவோ உள்ள தகைப்புக்கள் எனப்படும் என்பதைப் பற்றிக் கூறுக.
- எல்லா கோல்களும் ஒரே நிலைக்குத்துத் தளத்தில் உள்ளன. எனவே எல்லா விசைகளும் புறவிசைகள் உட்பட ஒரு தளத்திலானவை.

2. • முழுச் சட்டப்படலும் சமநிலையில் காணப்படும்போது, அதில் தாக்கும் புறவிசைகளின் தொகுதியும் சமநிலையில் காணப்படும்.
- சட்டப்படலின் ஒவ்வொரு மூட்டின் மீதும் தாக்கும் புறவிசைகளினால் அம்மூட்டு சமநிலையில் பேணப்படுவதால், ஒவ்வொரு மூட்டிற்கும் விசைப்பிரிப்பு முறையையும், விசைப் பல்கோணிக் கோட்பாட்டையும் பிரயோகித்துப் பிரிசினங்களைத் தீர்க்க முடியும் எனத் தெளிவுபடுத்துக.

3. “போ” வின் குறிப்பீடு

- இது “Bow” என்னும் கணிதவியலாளரினால் கண்டுபிடிக்கப்பட்ட முறையொன்று என்பதனால் “போ” வின் குறிப்பீடு எனப்படுகின்றது எனக் கூறி அம்முறையை விளக்குக.
 - சட்டப்படலின் மீது தாக்கும் புற விசைகளைச் சட்டப்படலுக்கு வெளியில் குறிக்க வேண்டும்.
 - வரிப்படத்தில் விசைகளை வேறாக்கப்படும் பிரதேசங்களைப் பெயரிடுக.
- ஒவ்வொரு மூட்டிலும் தாக்கும் புறவிசைக்கான மூடிய விசை முக்கோணிகளை அல்லது விசைப் பல்கோணிகளை ஒரே வரிப்படத்தில் வரைக. மாணவர்கள் விரும்பியவாறு ஒரு சுழற்சிப் போக்கினைத் தெரிவு செய்து கொள்ளுமாறு அறிவுறுத்துக. இவை மூடிய பல்கோணியாகும்.
- தெரியாத தகைப்பின் பருமனை விசைப் பல்கோணியின் ஒத்த பக்கத்தின் நீளத்தைக் கொண்டும், விசைப் பல்கோணியின் அம்புக்குறியின் திசையினால் கோல்களின் தகைப்புக்கள் இழுவையா அல்லது உதைப்பா என இனங் காண்பதற்கும் மாணவர்களை ஈடுபடுத்துக.
- திரிகோண கணித அல்லது அட்சரகணித சமன்பாடுகளைப் பயன்படுத்தி தகைப்பு வரிப்படத்தில் முக்கோணி, பல்கோணிகளில் தகைப்புக்களைக் காண்க.
- தெரியாத புறவிசையையும், தகைப்பு வரிப்படத்தைப் பயன்படுத்திக் காண முடியும்.
- சமச்சீர் பண்புகளைக் கொண்ட தொகுதி ஒன்றில் விசைகளைக் குறிப்பது, எவ்வாறு சமநிலை நிபந்தனைகளைப் பயன்படுத்துவது தொடர்பான பொருத்தமான உதாரணங்களை வழங்கிக் கண்டறியச் செய்தல்.
- சட்டப்படல்கள் தொடர்பான பிரிசினங்களைத் தீர்க்க வழிப்படுத்துக.

தேர்ச்சி 3 : இயக்கம் தொடர்பான நியூற்றன் மாதிரியை உபயோகித்து, தளமொன்றில் நிகழும் கணநிலை இயக்கங்களை விளக்குவார்.

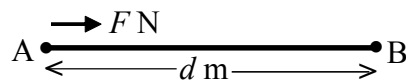
தேர்ச்சி மட்டம் 3.9 : பொறிமுறைச் சக்தியை விவரணம் செய்வார்.

பாடவேளைகள் : 02

- கற்றற் பேறுகள் :**
1. வேலை தொடர்பான எண்ணக்கருவினை விளக்குவார்.
 2. மாறா விசையொன்றின் கீழ் செய்யப் பட்ட வேலையை வரையறுப்பார்.
 3. பரிமாணம், அலகு என்பவற்றைக் கூறுவார்.
 4. சக்தியை விளக்குவார்.
 5. சக்தியின் அலகு பரிமாணத்தைக் கூறுவார்.
 6. பொறிமுறைச் சக்தியை விளக்குவார்.
 7. இயக்கச் சக்தியை வரையறுப்பார்.
 8. அழுத்தச் சக்தியினை விபரிப்பார்.
 9. புவியீர்ப்பு அழுத்தச் சக்தியினை விளக்குவார்.
 10. மீள்தன்மை அழுத்தச் சக்தியினை விபரிப்பார்.
 11. 'காப்புநிலை விசை', 'விரய விசை' என்பன பற்றி விளக்குவார்.
 12. வேலை - சக்திச் சமன்பாட்டை எழுதுவார்.
 13. பொறிமுறைச்சக்தி காப்பு விதி பற்றி விளக்கி, பிரசினங்கள் தீர்ப்பதற்கு பிரயோகிப்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

1. “விசை ஒன்றின் தாக்கத்தின் கீழ், விசையின் பிரயோகப்புள்ளி அசையும் எனின், விசை வேலை செய்கின்றது எனப்படும்” என்ற கருத்தை விளக்குக.
2. மாறா விசையினதும், விசையின் திசையில் விசைகளின் பிரயோகப்புள்ளி அசைந்த தூரத்தினதும் பெருக்கமாக வேலை வரையறுக்கப்படும்.



$$\text{செய்யப்பட்ட வேலை} = Fd\ Nm$$

3. விசையின் அலகு நியூட்டன் (N) ஆகவும், தூரம் மீற்றர் (m) ஆகவும் இருக்க, வேலையின் அலகு நியூட்டன் மீற்றர் (Nm) ஆகும். இது யூல் (J) எனப்படும். பரிமாணம் ML^2T^{-2} .

4. ஒரு பொருளின் சக்தி வேலை செய்வதற்கான அதன் வல்லமை ஆகும். வேலையின் அலகு யூல் ஆகும்.

$$1 \text{ kJ} = 1000 \text{ J}$$

5. • வேலை, சக்தி இரண்டும் எண்ணிக் கனியங்கள் ஆகும்.

• வேலை, சக்தி இரண்டும் தம்முள் மாற்றப்படக்கூடியவை. சக்தியின் அலகு, பரிமாணம் வேலையை ஒத்தது ஆகும்.

6. • பொறிமுறைச் சக்தியை மட்டும் நாம் இங்கு கையாள்கிறோம் என்பதைக் கூறுக.

• பொறிமுறைச் சக்தி பிரதானமாக இரு வகைப்படும்.

(i) இயக்க சக்தி

(ii) அழுத்த சக்தி

7. • ஒரு பொருள் தனது இயக்கம் காரணமாக வேலை செய்வதற்கான வல்லமையைப் பெறுகிறது. இப்பொருள் ஓய்வுக்கு வருமுன் செய்யப்படும் வேலையின் அளவைக் கொண்டு இயக்க சக்தி அளக்கப்படும்.

• பொருளின் திணிவு m ஆகவும், அதன் வேகம் v ஆகவுமிருக்க, இயக்க சக்தி $= \frac{1}{2}mv^2$ எனப் பெறுக.

• செய்யப்பட்ட வேலை = இயக்க சக்தி மாற்றம் என்பதை விளக்குக.

ΔT - இயக்க சக்தி மாற்றம்



$$I = mv - mu$$

$$\Delta T = \frac{1}{2}mv^2 - mu^2$$

$$= \frac{1}{2}m(v-u) \cdot (v+u)$$

$$\Delta T = \frac{1}{2}I(v+u)$$

8. அழுத்த சக்தி என்பது அதன் நிலை காரணமாக அது கொண்டுள்ள சக்தியாகும். பொருள் ஒன்று உண்மை நிலையிலிருந்து நியம நிலைக்கு இயங்குகையில் செய்யப்படும் வேலையின் மூலம் அளக்கப்படும்.
9. m திணிவுடைய பொருள் ஒன்று நிலைக்குத்து உயரம் h இனூடு உயர்த்தப்படும்போது செய்யப்படும் வேலை mgh , ஈர்வையிலான அழுத்த சக்தி என வரையறுக்கப்படும்.
10. • ஈர்க்கப்பட்ட மீள்தன்மை இழை, ஈர்க்கப்பட்ட விறகருள் அல்லது ஒடுக்கப்பட்ட விறகருள் என்பவற்றில் உள்ள பண்பு மீள்தன்மை அழுத்த சக்தி ஆகும்.
• a இயற்கை நீளமும் λ மீள்தன்மை மட்டும் உடைய மீள்தன்மை இழை ஒன்று x நீளம் நீட்சியடைந்திருக்கும்போது அதில் சேமிக்கப் பட்டுள்ள மீள்தன்மை அழுத்த சக்தியின் அளவு இந்நீட்சியை ஏற்படுத்தச் செய்யப்படும் வேலையின் அளவக்குச் சமம் என வரையறுக்கப்படும்.

$$\text{மீள்தன்மை அழுத்த சக்தி} = \frac{1}{2} \lambda \frac{x^2}{a} \text{ எனப் பெறுக.}$$

11. விசை ஒன்று வேலை செய்யும்போது செய்யப்படும் வேலை அதன் பாதையில் தங்கியிருக்காது. இப்பண்பைக் கொண்டுள்ள விசைகள் காப்பு விசைகள் எனப்படும்.

உதாரணம் :

- (i) ஈர்ப்பு விசை
- (ii) ஈர்க்கப்பட்ட இழையில் உள்ள இழுவை
- (iii) ஈர்க்கப்பட்ட அல்லது அழுக்கப்பட்ட சிறகருளில் உள்ள விசை

12. வேலை, சக்திக்கான சமன்பாடுகளை எழுதுக.

13. • காப்பு விசைத் தொகுதி ஒன்றின் தாக்கத்தின் கீழ் இயங்கும் ஒரு தொகுதி துணிக்கைகளின் பொறிமுறைசக்தி ஒருமையாகும்.
• இயக்க சக்தியினதும் அழுத்த சக்தியினதும் கூட்டுத்தொகை ஒருமையாகும்.

$$K \cdot E + P \cdot E = \text{ஒருமை}$$

- பொறிமுறை சக்திக் காப்பு தத்துவத்தின் பிரயோகம் (புவியீர்ப்பு, பொறிமுறை சக்தி உள்ளடங்கலாக)
உதாரணம்:- (i) துணிக்கை ஒன்றின் கிடை இயக்கம்
(ii) துணிக்கை ஒன்றின் நிலைக்குத்து இயக்கம்

தேர்ச்சி மட்டம் 3.10 : வலுக்களுடனான பிரசினங்களைத் தீர்ப்பார்.

பாடவேளைகள் : 08

- கற்றற் பேறுகள் :**
1. வலுவினை வரையறுப்பார்.
 2. இதன் அலகுகள், பரிமாணங்கள் பற்றிக் குறிப்பிடுவார்.
 3. உஞற்று விசை பற்றி விளக்குவார்.
 4. வலுவிற்கான சூத்திரத்தைப் பெறுவார்.
 5. உந்தம் மாறிலியாக உள்ள சந்தர்ப்பங்களில் உஞற்று விசையினை உபயோகித்துப் பிரசினங்களை தீர்ப்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

வலு :

1. வேலை செய்யும் வீதம் வலு எனப்படும்.
2. வலுவின் அலகு யூல் / செக்கன் (JS^{-1}) ஆகும். இது வாற்று (w) எனப்படும். பரிமாணம் ML^2T^{-3} .
3. வாகனத்தின் இயந்திரம் ஒன்றினால் உற்பத்தி செய்யப்படும் விசை உஞற்றும் விசை எனப்படும்.
4. உஞற்றும் விசை, வேகம், வலு என்பவற்றுக்கிடையேயான தொடர்பு. F நியூற்றன் விசை, விசையின் திசையில் v மீற்றர் / செக்கன் உடன் இயங்கினால், வலு $P = Fv$ ஆகும். (P இன் அலகு வாற்று ஆகும்.)
வலு = வேலை செய்யும் வீதம்

$$= \frac{dw}{dt}$$

$$= \frac{dF \cdot s}{dt}$$

$$= F \cdot \frac{ds}{dt}$$

$$P = F \cdot v$$

5. வேலை, சக்தி, வலுவில் பிரசினங்கள் தீர்க்க மாணவருக்கு வழிகாட்டுக.

தேர்ச்சி மட்டம் 3.11 : கணத்தாக்கொன்றின் விளைவை விவரணம் செய்வார்.

பாடவேளைகள் : 05

- கற்றற் பேறுகள் :**
1. கணத்தாக்கு தாக்கத்தை விபரிப்பார்.
 2. கணத்தாக்கின் அலகு, பரிமாணம் தொடர்பாகக் கூறுவார்.
 3. பிரசினங்களைத் தீர்ப்பதற்கு $I = \Delta(mv)$ ஐப் பயன்படுத்துவார்.
 4. கணத்தாக்கு காரணமாக ஏற்பட்ட சக்தி மாற்றத்தைக் காண்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

கணத்தாக்கு விசை :

1. ஒருமை விசை F இன் கணத்தாக்கு I விசை F இனதும் நேரம் Δt இனதும் பெருக்கம் என வரையறுக்கப்படும்.

$$I = F \Delta t$$

இதிலிருந்து $I = m(v - u)$ எனப் பெறுக.

, $q F$ m துணிக்கையின் திணிவு ஆகும்.

$$I = F \Delta t = \Delta(mv) \text{ ஆகும்.}$$

2. • கணத்தாக்கின் அலகு Ns

பரிணாமம் MLT^{-1}

- கணத்தாக்கு ஒரு காவி என்பதால், $I = \Delta(mv)$ என்ற சூத்திரத்தைப் பிரயோகிக்கும்போது விசை, வேகம் என்பவற்றின் திசைகளைக் கருத்தில் கொள்ள வேண்டும்.

3. $I = \Delta(mv)$ ஐ பயன்படுத்த மாணவர்களை வழிப்படுத்துக.

4. • கணத்தாக்கினால் ஏற்படும் இயக்க சக்தி மாற்றம் $\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mu^2$

எனக் கூறுக.

$$\Delta E = \frac{1}{2}m(v^2 - u^2) = \frac{1}{2}I(v + u)$$

- கணத்தாக்கு சம்பந்தப்பட்ட பிரசினங்களைத் தீர்க்க.

தேர்ச்சி மட்டம் 3.12 : நேரடி மீள்தன்மை மொத்தளுக்கு நியுற்றனின் மீளமைவு விதியை உபயோகிப்பார்.

பாடவேளைகள் : 10

- கற்றற் பேறுகள் :**
1. நேரடி மொத்தலை விளக்குவார்.
 2. நியூட்டனின் மீளமைவு விதியினைக் குறிப்பிடுவார்.
 3. மீளமைவுக் குணகத்தினை வரையறுப்பார்.
 4. நிலையான தளமொன்றில் கோளமொன்றின் நேரடி மொத்தலை விளக்குவார்.
 5. இயக்கச்சக்தி மாற்றத்தைக் கணிப்பார்.
 6. நேரடி மொத்தலுடனான பிரசினங்களை தீர்ப்பார்.

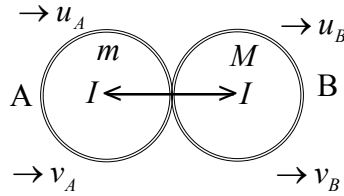
கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

1. **நேரடி மொத்தல் :**

மொத்தலுக்குச் சற்றுமுன் கோளங்களின் வேகங்களின் திசைகள், மொத்தலின்போது மையங்களை இணைக்கும் கோட்டின் வழியே இருப்பின், இது நேரடி மொத்தல் எனப்படும்

2. • இரு பொருட்களினதும் நேரடி மொத்தலின்போது, அவ்விரண்டினதும் (மையமிணை கோட்டின் வழியேயான) மோதுகையின் பின்னரான ஒன்றையொன்று விட்டுப் பிரியும் தொடர்பு வேகத்திற்கும், மோதுகையின் முன்னரான ஒன்றையொன்று அணுகும் தொடர்பு வேகத்திற்கும் உள்ள விகிதம் ஒரு மாறிலியாகும்.
- இம்மாறாவிகிதம், மீளமைவுக் குணகம் என வரையறுக்கப்படும். மீளமைவுக் குணகம் e ஆல் குறிக்கப்படும்.

3.



$$v_B - v_A = e(u_A - u_B), \text{ இங்கு } u_A > u_B \text{ ஆகும்.}$$

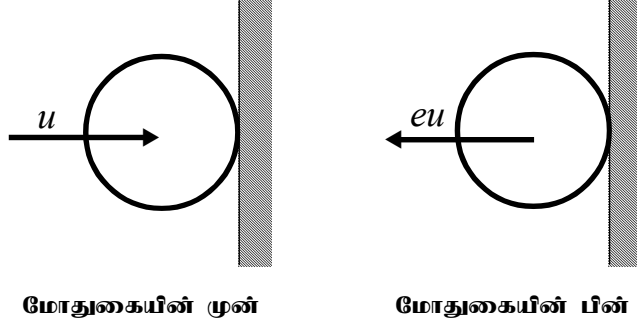
மாறிலி e , பொருட்கள் ஆக்கப்பட்ட திரவியத்தில் மட்டும் தங்கியிருக்கும்.

$$0 \leq e \leq 1$$

$e=1$ எனின் பொருட்கள் பூரண மீள்தன்மையுடையவை எனப்படும்.

$e=0$ எனின் பொருட்கள் மீள்தன்மையற்றவை எனப்படும்.

4.



மோதுகையின் பின்னரான வேகம் = e (மோதுகையின் முன்னரான வேகம்) ஆகவும் திசை எதிராகவும் இருக்கும்.

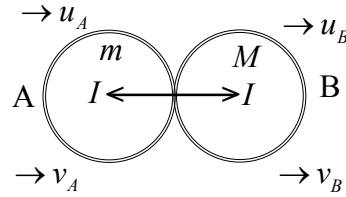
5. m_1, m_2 திணிவும் சம ஆரையும் கொண்ட இரு ஒப்பமான கோளங்கள் நேரடியாக மோதும்போது ஏற்படும் சக்தி நட்டம்,

$$\Delta E = \frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{(m_1 + m_2)} (1 - e^2) v^2 \text{ ஆகும்.}$$

இங்கு v மொத்தலுக்குச் சற்றுமுன் அவற்றின் தொடர்பு வேகமும், e மீளமைவுக் குணகமும் ஆகும்.

$e = 1$ எனின் $\Delta E = 0$ ஆகும்.

6. நேரடி மொத்தல் பிரசினங்களைத் தீர்ப்பதற்கு $\underline{I} = \Delta m \underline{v}$ யையும், நியூட்டனின் பரிசோதனை விதியையும் பயன்படுத்துவதற்கு மாணவர்களை வழிப்படுத்துக.



$$v_B - v_A = e(u_A - u_B), \quad u_A > u_B$$

$$\underline{I} = \Delta m \underline{v} \text{ யை}$$

$$\text{A யிற்கு பிரயோகிக்க.} \quad -I = mv_A - Mu_A \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{A யிற்கு பிரயோகிக்க.} \quad I = mv_B - Mu_B \dots\dots\dots(2)$$

$$(1)+(2) \Rightarrow 0 = mv_A + Mv_B - (Mu_A + mu_B)$$

தொகுதிக்கு $\underline{I} = \Delta m \underline{v}$ யை பிரயோகிக்க.

$$0 = mv_A + Mv_B - (Mu_A + mu_B)$$

தேர்ச்சி மட்டம் 3.13 : ஏகபரிமாண உந்தக் காப்பு விதியைப் பயன்படுத்தி பிரசினங்களைத் தீர்ப்பார்.

பாடவேளைகள் : 04

கற்றற் பேறுகள் :

1. ஏகபரிமாண உந்தக்காப்பு விதியைப் பிரயோகிப்பார்.
2. ஏகபரிமாண உந்தக்காப்புத் தத்துவத்தைப் பயன்படுத்தி பிரசினங்களைத் தீர்ப்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

1. **உந்தக்காப்புத் தத்துவம் :**
புறவிசைகளின் காவிக் கூட்டல் பூச்சியமாகவோ அல்லது தொகுதியின் மீது எந்தவொரு புறவிசையும் தாக்காதவிடத்தோ தொகுதியின் உந்தம் காக்கப்படும்.
2. உந்தக்காப்பு தத்துவத்தைப் பயன்படுத்தி பிரசினங்களைத் தீர்க்க மாணவர்களை வழிப்படுத்துக.

தேர்ச்சி மட்டம் 3.14 : வட்ட இயக்கத்தின் வேகம், ஆர்முடுகல் என்பன பற்றி ஆராய்வார்.

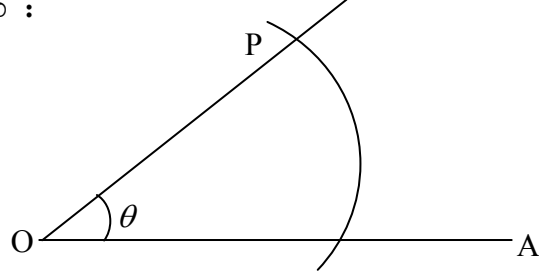
பாடவேளைகள் : 06

கற்றற் பேறுகள் :

1. தளமொன்றிலுள்ள துணிக்கையின் கோண வேகம், கோண ஆர்முடுகல் என்பவற்றை வரையறுப்பார்.
2. வட்டமொன்றில் இயங்கும் துணிக்கையின் வேகம், ஆர்முடுகல் என்பவற்றைக் காண்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

1. வட்ட இயக்கம் :

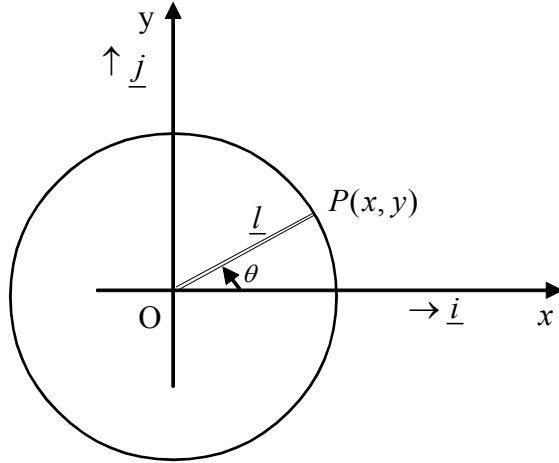


O என்பது ஒரு நிலையான புள்ளி. OA என்பது ஒரு நிலையான நேர்கோடு ஆகும். துணிக்கை P, OA ஐக் கொண்ட தளத்திலே இயங்குகின்றது என்க.

O வைக் குறித்து P யின் கோண வேகம், கோணம் POA அதிகரிக்கும் வீதம் என வரையறுக்கப்படும். இது $\omega = \frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta}$ எனக் குறிக்கப்படும் கோணவேகத்தின் அலகு rad/s ஆகும்.

கோண ஆர்முடுகல் $\frac{d\left(\frac{d\theta}{dt}\right)}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$

மேலும் $\frac{d\dot{\theta}}{dt} = \ddot{\theta}$ எனவும் குறிக்கப்படும். கோண ஆர்முடுகலின் அலகு rad/s^2 ஆகும்.



$P \equiv (x, y)$ என்க. P ஆனது வட்டத்தின் வழியே அசைகின்றது. $OP = a$ (மாறிலி) ஆகவும் OP இல் தானக்காவி r உம் ஆயின், $r = a\underline{l}$ இங்கு $\underline{l} = \cos\theta\underline{i} + \sin\theta\underline{j}$

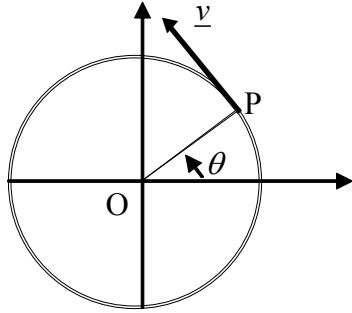
2. வேகம் $\underline{v} = \frac{dr}{dt} = \frac{da\underline{l}}{dt} = a \frac{d\underline{l}}{dt}$
 $v = a(-\sin \theta \underline{i} + \cos \theta \underline{j})\dot{\theta}$
 $= a\dot{\theta}\underline{m}$, இங்கு $\underline{m} = -\sin \theta \underline{i} + \cos \theta \underline{j}$

ஆர்முடுகல் $f = \frac{dv}{dt} = a\dot{\theta}\left(\frac{d\underline{m}}{dt}\right) + a\ddot{\theta}\underline{m}$

$$\frac{d\underline{m}}{dt} = (-\cos \theta \underline{i} - \sin \theta \underline{j})\dot{\theta}$$

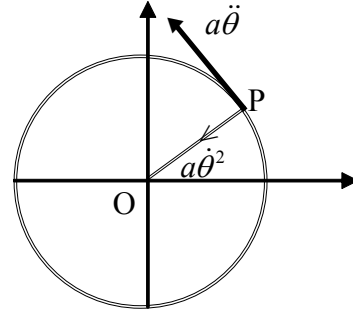
$$= \dot{\theta}\underline{l}$$

$$= -a\dot{\theta}^2 \underline{l} + a\ddot{\theta}\underline{m}$$



வேகம்

தொடலி வழியே $\underline{v} = a\dot{\theta}$



ஆர்முடுகல்

1. மையத்தை நோக்கிய கூறு $a\dot{\theta}^2$
2. தொடலி வழியேயான கூறு $a\ddot{\theta}$

தேர்ச்சி மட்டம் 3.15 : கிடை வட்ட இயக்கம் பற்றி ஆராய்வார்.

பாடவேளைகள் : 04

கற்றற் பேறுகள் :

1. கிடைவட்டத்தில் இயங்கும் துணிக்கையொன்றின் விசையின் திசை, பருமன் என்பவற்றைக் காண்பார்.
2. கிடை வட்ட இயக்கம் சம்பந்தமான பிரசினங்களைத் தீர்ப்பார்.
3. கூம்பு ஊசல் தொடர்பான பிரசினங்களைத் தீர்ப்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

1. துணிக்கை சீரான இயங்குவதால், ஆர்முடுகல் மையத்தை நோக்கி இருக்கும். விசையும் மையத்தை நோக்கித் தொழிற்படும். இவ்விசை மையநாட்ட விசை எனப்படும்.
2. கிடைவட்ட இயக்கம் தொடர்பான பிரசினங்களைத் தீர்க்க மாணவர்களை வழிப்படுத்துக.
3. கூம்பூசல் உட்பட, கிடைவட்ட இயக்கம் சம்பந்தமான பிரசினங்களைத் தீர்க்க மாணவரை வழிப்படுத்துக.

தேர்ச்சி மட்டம் 3.16 : நிலைக்குத்து வட்ட இயக்கத்துடன் தொடர்பான கோட்பாடுகளை உபயோகித்து ஆராய்வார்.

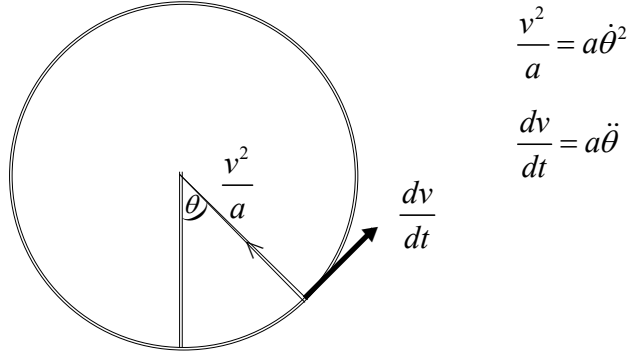
பாடவேளைகள் : 10

கற்றற் பேறுகள் :

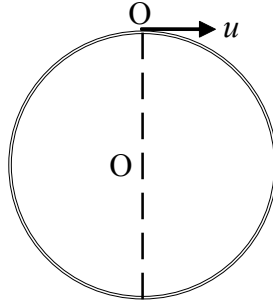
1. நிலைக்குத்து வட்ட இயக்கத்தை விபரிப்பார்.
2. ஒப்பமான கோளமொன்றில் வெளிமேற்பரப்பில் துணிக்கையொன்றின் இயக்கத்தை விபரிப்பார்.
3. ஒப்பமான கோளம் ஒன்றில் உட்மேற்பரப்பில் துணிக்கையொன்றின் இயக்கத்தை விபரிப்பார்.
4. நிலைத்த புள்ளியொன்றுடன் இணைக்கப்பட்ட இலேசான மீள்தன்மையில்லாத இழையால் தொங்கவிடப்பட்ட துணிக்கையின் இயக்கத்துக்கான நிபந்தனைகளைக் காண்பார்.
5. நிலைக்குத்துத் தளமொன்றில் உள்ள வட்ட வளையம் ஒன்றில் கோர்க்கப்பட்ட வளையம் ஒன்றின் இயக்கத்தை விபரிப்பார்.
6. நிலைக்குத்து “ரியூப்” ஒன்றினுள் துணிக்கையொன்றில் இயக்கத்தை விபரிப்பார்.
7. வட்ட இயக்கங்கள் உள்ளடக்கிய பிரசினங்களைத் தீர்ப்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

1. a ஆரையுடைய நிலைக்குத்து வட்டம் ஒன்றில் மாறும் கதி v உடன் துணிக்கை ஒன்று இயங்கும்போது, துணிக்கையின் ஆர்முடுகலின் மையத்தை நோக்கிய கூறு $\frac{v^2}{a}$ ஆகவும் தொடலி வழியேயான ஆர்முடுகல் $\frac{dv}{dt}$ ஆகவும் இருக்கும்.



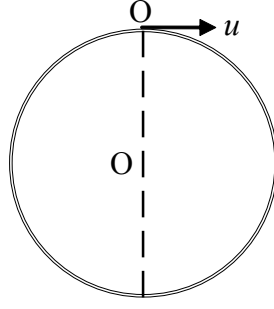
- 2.



- கோளத்தின் மையம் O எனவும், அதன் ஆரை a எனவும் கொள்க. ஒப்பமான கோளத்தின் அதியுயர் புள்ளியிலிருந்து துணிக்கை ஒன்று கிடைத் திசையில் வேகம் u உடன் எறியப்படுகிறது. இயக்கத்தைப் பற்றிக் கலந்துரையாடி,
- $u^2 > 2ag$ எனின், துணிக்கை எறியற் புள்ளியிலேயே (அதிஉயர் புள்ளியில்) கோளத்தை விட்டு நீங்கும் எனவும்
- $u^2 < 2ag$ எனின், துணிக்கையினூடான ஆரை மேனோக்கிய நிலைக்குத்துடன் α கோணத்தை ஆக்கும்போது துணிக்கை கோளத்தை விட்டு நீங்கும் எனவும்,

இங்கு $\alpha = \cos^{-1} \left(\frac{u^2 + 2ag}{3ag} \right)$ எனவும் காட்டுக.

3.

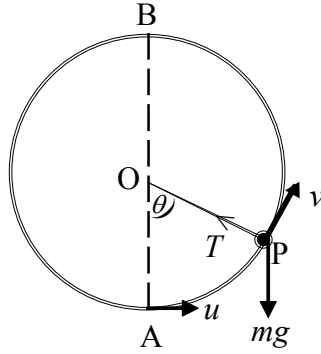


- கோளத்தின் மையம் O எனவும், அதன் ஆரை a எனவும் கொள்க. ஒப்பமான கோளத்தின் அதியுயர் புள்ளியிலிருந்து துணிக்கை ஒன்று கிடைத் திசையில் வேகம் u உடன் எறியப்படுகிறது. இயக்கத்தைப் பற்றிக் கலந்துரையாடி,

- $u^2 > ag$ எனின், துணிக்கை எறியற் புள்ளியிலேயே (அதிஉயர் புள்ளியில்) கோளத்தை விட்டு நீங்கும் எனவும்
- $u^2 < ag$ எனின், துணிக்கையினூடான ஆரை மேனோக்கிய நிலைக்குத்துடன் α கோணத்தை ஆக்கும்போது துணிக்கை கோளத்தை விட்டு நீங்கும் எனவும்,

இங்கு $\alpha = \cos^{-1} \left(\frac{u^2 + 2ag}{3ag} \right)$ எனவும் காட்டுக.

4.



இழையின் நீளம் a

அதிதாழ் புள்ளியில், கிடைத் திசையில் துணிக்கை m இன் வேகம் u என்க. இழை θ கோணத்தினூடு திரும்பியதும் துணிக்கையின் வேகம் v உம், இழையின் இழுவை T எனவும் கொள்க.

சக்திக்காப்பு விதியையும், ஆரையின் திசையில் $F = m a$ ஐயும்

பாவித்து, $v^2 = u^2 - 2ag(1 - \cos \theta)$

$T = \frac{m}{a} [u^2 - 2ag + 3ag \cos \theta]$ எனப் பெறுக.

பின்வருவனவற்றைக் கலந்துரையாடுக.

- $u^2 \leq 2ag$ எனின், இழை எப்போதும் இறுக்கமாக இருக்கும். துணிக்கை O வின் மட்டத்திற்குக் கீழே அலையும்.

- $2ag < u^2 < 5ag$ என்க.

இங்கு வேகம் v பூச்சியமாகுமுன் T பூச்சியமாகும்.

$2ag < u^2 < 5ag$ இல் இழை தொய்யும்.

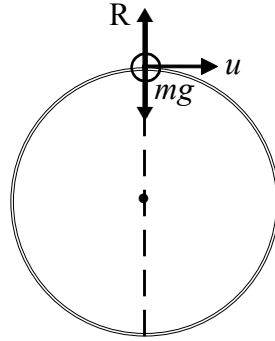
இழை தொய்வடைந்ததும், துணிக்கையின் மீது தாக்கும் விசை அதன் நிறை மட்டும் என்பதால், இயக்கம் எறியத்தின் இயக்க மாகத் தொடரும்.

$$u^2 > 5ag$$

துணிக்கை பூரண வட்டத்தில் இயங்கும்.

குறிப்பு:- ஒப்பமான கோளமொன்றின் உட்புறத்தில் நிலைக்குத்து வட்டத்தின் வழியே இயங்கும் துணிக்கை ஒன்றின் இயக்கமும் மேலே தரப்பட்ட இயக்கத்தை ஒத்தது ஆகும்.

5.



ஒப்பமான நிலைக்குத்து வட்டக்கம்பி ஒன்றில் கோர்க்கப்பட்ட துணிக்கையின் இயக்கம்.

- வட்டப்பாதைக்கு மட்டுப்படுத்தப்பட்ட துணிக்கையின் இயக்கம்.

துணிக்கையின் மீது தொழிற்படும் வெளிவிசை.

மறுதாக்கம் மட்டுமே என்பது பற்றிக் கூறுக.

மறுதாக்கம் இயக்கத்திசைக்கு செங்குத்தாக இருப்பதால் அது வேலை செய்யவில்லை.

- சக்திக்காப்பு விதியைப் பிரயோகிக்க முடியும்.

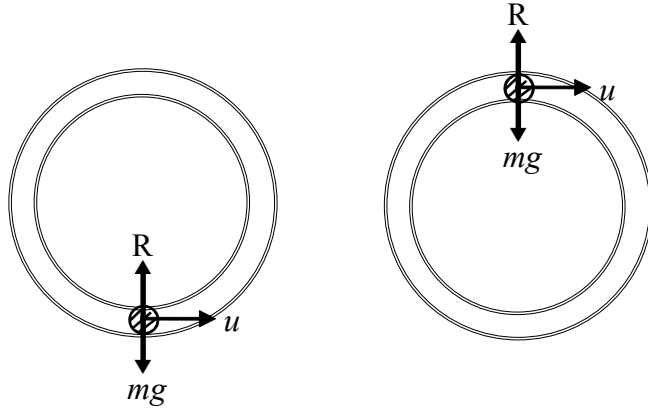
- $\underline{F} = m \underline{a}$ ஐ ஆரையின் திசையில் பிரயோகிப்பதன் மூலம் R ஐக் காண முடியும் என்பது பற்றி விளக்குக.

- துணிக்கை கம்பியை விட்டு நீங்க முடியாது என்பதால் அது பூரண வட்டத்தில் இயங்குவதற்குத் தேவையான நிபந்தனை அதிஉயர் புள்ளியில் துணிக்கையின் வேகம் பூச்சியத்தை விடப் பெரிதாக இருக்க வேண்டும் என்பது ஆகும்.

$mj \dot{\theta} = 0$; $\dot{\theta} = \dot{\phi}$; $J \dot{\theta}^2 = 2mku$; $N = mg \cos \theta$; u என்க.

- $u^2 > 4ag$ எனின், துணிக்கை பூரண வட்டத்தில் இயங்கும்.
- $u^2 < 4ag$ எனின், துணிக்கை அதிஉயர் புள்ளியை அடையுமுன் கணநிலை ஓய்வையடைந்து பின்தொடரும் இயக்கத்தில் அலையும்.

6.



நிலைத்த ஓப்பமான நிலைக்குத்தாகவுள்ள வட்டக்குழாய் ஒன்றினுள் இயங்கும் துணிக்கை ஒன்றின் இயக்கம் பற்றி விபரிப்பார்.

7. வட்ட இயக்கம் தொடர்பான பிரச்சினைகளைத் தீர்க்க மாணவர்களை வழிப்படுத்துக.

இரண்டாம் தவணை

இணைந்த கணிதம் - I

தேர்ச்சி 26 : வட்டமொன்றின் தெக்காட்டின் சமன்பாட்டைக் வரையறுப்பார்.

தேர்ச்சி மட்டம் 26.1 : வட்டமொன்றின் தெக்காட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்பார்.

பாடவேளைகள் : 08

- கற்றற் பேறுகள் :**
1. நிலையான புள்ளி ஒன்றிலிருந்து மாறாத் தூரத்தில் அசையும் புள்ளியின் ஒழுக்கு வட்டம் என வரையறுப்பார்.
 2. உற்பத்தியை மையமாகவுடைய வட்டத்தின் சமன்பாட்டைப் பெறுவார்.
 3. தரப்பட்ட புள்ளியை மையமாகவும் குறித்த ஆரையுடைய வட்டம் ஒன்றின் சமன்பாட்டை எழுதுவார்.
 4. வட்டம் ஒன்றின் பொதுச் சமன்பாட்டை விளக்குவார்.
 5. விட்டம் ஒன்றின் முனைப்புள்ளிகள் தரப்படுமிடத்து வட்டத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

வட்டம் :

1. தளம் ஒன்றில் நிலையான புள்ளி ஒன்றிலிருந்து மாறாத் தூரத்தில் அசையும் புள்ளியின் ஒழுக்கு வட்டம் என வரையறுக்கப்படும். நிலையான புள்ளி, வட்டத்தின் மையம், மாறாத் தூரம் வட்டத்தின் ஆரை ஆகும்.
2. மையம் உற்பத்தி ஆகவும், ஆரை r ஆகவும் கொண்ட வட்டத்தின் சமன்பாடு $x^2 + y^2 = r^2$ ஆகும்.
3. மையம் (a, b) ஆகவும், ஆரை r ஆகவும் கொண்ட வட்டத்தின் சமன்பாடு $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ ஆகும்.
4. வட்டம் ஒன்றின் பொதுச் சமன்பாடு $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$. மையம் $(-g, -f)$, ஆரை $\sqrt{g^2 + f^2 - c}$ என்பவற்றைக் காட்டுக.
5. $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ என்பவற்றை விட்டம் ஒன்றின் முனைப்புள்ளிகளாகக் கொண்ட வட்டத்தின் சமன்பாடு $(x - x_1)(x - x_2) + (y - y_1)(y - y_2) = 0$ எனக் காட்டுக.

தேர்ச்சி 27 : வட்டமொன்றின் கேத்திரகணித இயல்புகளை வெளிக் கொணர்வார்.

தேர்ச்சி மட்டம் 27.1 : வட்டமொன்று குறித்து நேர்கோடொன்றின் அமைவை விபரிப்பார்.

பாடவேளைகள் : 02

கற்றற் பேறுகள் :

1. வட்டம் ஒன்றைக் குறித்து நேர்கோடு ஒன்றின் நிலை பற்றிக் கலந்துரையாடுவார்.
2. வட்டத்தின் மீதுள்ள புள்ளியில் தொடலியின் சமன் பாட்டைப் பெறுவார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

1. $S \equiv x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$, $U \equiv lx + my + n = 0$ என்பன முறையே வட்டம், நேர்கோடு என்பவற்றின் சமன்பாடுகள் என்க.
 - $S = 0$, $U = 0$ என்பவற்றைத் தீர்த்துப் பெறப்படும் x அல்லது y யிலான இருபடிச் சமன்பாட்டின் பிரித்துக் காட்டியைக் கருதி.
 - வட்டத்தின் ஆரையையும், மையத்திலிருந்து நேர்கோட்டுக்கான தூரத்தையும் கருதி,
 - நேர்கோடு வட்டத்தை வெட்டும்
 - நேர்கோடு வட்டத்தைத் தொடும்.
 - நேர்கோடு வட்டத்துக்கு வெளியே அமையும் ஆகிய வகைகளைக் கலந்துரையாடுக.
2. $S \equiv x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ எனும் வட்டத்திற்கு, அவ்வட்டத்தில் உள்ள $P = (x_0, y_0)$ எனும் புள்ளியில் தொடலியின் சமன்பாடு $xx_0 + yy_0 + g(x + x_0) + f(y + y_0) + c = 0$ என நிறுவுக.

தேர்ச்சி மட்டம் 27.2 : வெளிப்புள்ளி ஒன்றிலிருந்து வட்டத்திற்கு வரையும் தொடலிகள், தொடு நாண் பற்றி விபரிப்பார்.

பாடவேளைகள் : 08

- கற்றற் பேறுகள் :**
1. வட்டத்திற்கு வெளியேயுள்ள புள்ளியிலிருந்து வரையப்படும் தொடலிகளின் சமன்பாட்டைப் பெறுவார்.
 2. மேலே பெறப்படும் தொடலிகளின் நீளங்களைப் பெறுவார்.
 3. தொடுநாணின் சமன்பாட்டைப் பெறுவார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

1. வட்டத்திற்கு வெளியே உள்ள புள்ளியிலிருந்து வட்டத்திற்கு வரையப்படும் தொடலிகளின் சமன்பாடுகளைப் பெறுவதற்கு மாணவர்களுக்கு வழிகாட்டுக.
2. $S = x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ என்பது வட்டமும், $P(x_0, y_0)$ என்பது வட்டத்திற்கு வெளியே உள்ள புள்ளியும் ஆகுக. P யிலிருந்து வட்டத்துக்கு வரையும் தொடலியின் நீளம் $\sqrt{x_0^2 + y_0^2 + 2gx_0 + 2fy_0 + c}$ எனக் காட்டுக.
3. $S = x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ உம் $P(x_0, y_0)$ வட்டத்துக்கு வெளியே உள்ள ஒரு புள்ளியும் ஆகுக. P யிலிருந்து வட்டத்துக்கு வரையும் தொடலிகளின் தொடுகை நாணின் சமன்பாடு $xx_0 + yy_0 + g(x + x_0) + f(y + y_0) + c = 0$ எனக் காட்டுக.

தேர்ச்சி மட்டம் 27.3 : வட்டமும் நேர்கோடும் வெட்டும் புள்ளிகளுக்கு ஊடாகச் செல்லும் வட்டங்களின் பொது சமன்பாடுகளைப் பெறுவார்.

பாடவேளைகள் : 02

- கற்றற் பேறுகள் :**
1. $S + \lambda u = 0$ எனும் சமன்பாட்டை விளக்குவார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

1. $S = 0$ எனும் வட்டமும் $U = 0$ எனும் நேர்கோடும் வெட்டும் புள்ளியினூடாகச் செல்லும் வட்டத்தின் சமன்பாடு $S + \lambda u = 0$ ஆல் குறிக்கப்படும் என விளக்குக. இங்கு λ ஒரு பரமானம் ஆகும்.

தேர்ச்சி மட்டம் 27.4 : இரு வட்டங்களை விபரிப்பார்.

பாடவேளைகள் : 03

- கற்றற் பேறுகள் :**
1. இரு வட்டங்கள் ஒன்றையொன்று இடைவெட்டுவதற்கு உரிய நிபந்தனைகளை விபரிப்பார்.
 2. இரு வட்டங்கள் ஒன்றையொன்று உட்புறமாக அல்லது வெளிப்புறமாகத் தொடுவதற்கான நிபந்தனைகளை விபரிப்பார்.
 3. ஒரு வட்டம் மற்றையதினுள் அமைவதற்கு தேவையான நிபந்தனைகளை விபரிப்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

இரு வட்டங்களின் மையங்கள் c_1, c_2 உம் முறையே அவற்றின் ஆரைகள் r_1, r_2 உம் என்க.

1. • $|r_1 - r_2| < C_1 C_2 < r_1 + r_2$ ஆயின் மட்டும் இரு வட்டங்களும் வெட்டும்.
 - $s_1 = 0, s_2 = 0$ ஆகிய வெட்டும் புள்ளிகளுக்கூடாகச் செல்லும் பொது நாணின் சமன்பாடு $s_1 - s_2 = 0$ என விபரிக்குக.
 - $s_1 - s_2 = 0$ எனும் பொது நாண், $s_1 = 0$ இன் மையத்திற்கு ஊடாகச் செல்லும் எனில், $s_1 = 0$ இன் பரிதியை $s_2 = 0$ ஆனது இருகூறிடும் என விபரிக்குக.
 - $s_1 = 0, s_2 = 0$ இரு வட்டங்களும் இடைவெட்டும் புள்ளிகளிற்கூடாக செல்லும் வட்டங்களின் பொதுச் சமன்பாடு $s_1 + \lambda s_2 = 0$ இனால் தரப்படும் என விபரிக்குக. இங்கு $\lambda \neq -1$.
2. • $C_1 C_2 = r_1 + r_2$ ஆயின் மட்டும் வட்டங்கள் வெளிப்புறமாகத் தொடும்.
 - $C_1 C_2 = |r_1 - r_2|$ ஆயின் மட்டும் வட்டங்கள் உட்புறமாகத் தொடும்.
 - $s_1 = 0, s_2 = 0$ ஆகிய இரு வட்டங்களும் தொடும் தொடுகைப்புள்ளியில் பொதுத் தொடலியின் சமன்பாடு $s_1 - s_2 = 0$ இனால் தரப்படும் என விளக்குக.
3. • $C_1 C_2 < |r_1 - r_2|$ ஆயின் மட்டும் வட்டம் ஒன்று மற்றையதுக்குள் இருக்கும்.
 - $C_1 C_2 > r_1 + r_2$ ஆயின் மட்டும் ஒவ்வொன்றும் மற்றையதற்கு வெளியே இருக்கும்.

தேர்ச்சி மட்டம் 27.5 : இரு வட்டங்கள் நிமிர் கோணமாக இடைவெட்டுவதற்கான நிபந்தனையைக் காண்பார்.

பாடவேளைகள் : 02

கற்றற் பேறுகள் : 1. இரு வட்டங்கள் நிமிர் கோணத்தில் வெட்டுவதற்கான நிபந்தனையைப் பெறுவார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

1. • $S \equiv x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$

$S' \equiv x^2 + y^2 + 2g'x + 2f'y + c' = 0$ ஆகிய இரு வட்டங்களும் நிமிர் கோணத்தில் வெட்டும் எனின், $2gg' + 2ff' = c + c'$ எனக் காட்டுக.

- இரு வட்டங்கள் ஒன்றையொன்று செங்கோணத்தில் இடைவெட்டுதல் சம்பந்தமான பிரசினங்களைத் தீர்க்க மாணவர்களுக்கு வழிகாட்டுக.

தேர்ச்சி 24 : தெரிதலுக்கும் ஒழுங்குபடுத்தலுக்குமான ஒரு கணித மாதிரியாக வரிசைமாற்றம், சேர்மானம் என்பவற்றை உபயோகிப்பார்.

தேர்ச்சி மட்டம் 24.1 : காரணியத்தை வரைவிலக்கணப்படுத்துவார்.

பாடவேளைகள் : 01

கற்றற் பேறுகள் :

1. காரணியத்தை வரையறுப்பார்.
2. காரணியத்திற்கான பின்னடும் தொடர்புகளைக் குறிப்பிடுவார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

1. n ஒரு மறையற்ற நிறையெண்ணாக இருக்க காரணியம் n பின்வருமாறு வரையறுக்கப்படும்.

பொதுவான வடிவம் $0! = 1$

$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$, for $n \in \mathbb{Z}^+$

2. மடங்கு வடிவம் $F(0) = 1$

$F(n) = nF(n-1)$, for $n \in \mathbb{Z}^+$

தேர்ச்சி மட்டம் 24.2 : எண்ணுதலுக்கான அடிப்படைக் கோட்பாடுகளை விபரிப்பார்.

பாடவேளைகள் : 02

கற்றற் பேறுகள் :

1. எண்ணுவதற்கான அடிப்படைக் கோட்பாட்டை விளக்குவார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

1. எண்ணுவதற்கான அடிப்படைக் கோட்பாடு முதலாவது செய்கை m வித்தியாசமான முறைகளில் செய்யப்படலாம் எனவும், இரண்டாவது செய்கை n வித்தியாசமான முறைகளில் செய்யப்படலாம் எனவும் கொள்க. இப்போது இரு செய்கைகளையும் அடுத்தடுத்து செய்யக் கூடிய வித்தியாசமான முறைகளின் எண்ணிக்கை $m \times n$ ஆகும்.

தேர்ச்சி மட்டம் 24.3 : கணிதப் பிரசினங்களைத் தீர்க்கும் ஒரு நுட்பமாக வரிசை மாற்றத்தை உபயோகிப்பார்.

பாடவேளைகள் : 06

- கற்றற் பேறுகள் :**
1. ${}^n P_r$ ஐ வரையறுத்து அதற்கான சூத்திரத்தைப் பெறுவார்.
 2. ஒன்றுக்கொன்று வித்தியாசமான n பொருட்களிலிருந்து தடவைக்கு r பொருட்களைக் கொண்டதுதான் வரிசைமாற்றங்கள் ${}^n P_r$.
 3. ஒன்றுக்கொன்று வித்தியாசமான n பொருட்கள் எல்லாவற்றையும் ஒருமித்து எடுத்துப் பெறப்படும் வரிசை மாற்றங்களின் எண்ணிக்கை.
 4. எல்லாம் வித்தியாசமல்லாத n பொருட்களின் வரிசை மாற்றங்களைக் காண்பார்.
 5. n எல்லாம் வித்தியாசமில்லாத, வித்தியாசமான பொருட்களிலிருந்து r பொருட்களை எடுப்பதற்குரிய வரிசைமாற்றங்களில் எண்ணிக்கையினைக் காண்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

1. ஒன்றுக்கொன்று வித்தியாசமான n பொருட்களிலிருந்து தடவைக்கு $r(0 \leq r \leq n)$ பொருட்களை எடுத்துப் பெறும் ஒழுங்குகள் (வரிசைகள்) வரிசைமாற்றம் எனப்படும் என வரையறுக்க. வரிசை மாற்றங்களின் எண்ணிக்கை ${}^n P_r$ என வரையறுக்கப்படும்.
2. ஒன்றுக்கொன்று வித்தியாசமான n பொருட்களிலிருந்து தடவைக்கு $r(0 \leq r \leq n)$ பொருட்களை எடுத்துப் பெறும் வரிசை மாற்றங்களின் எண்ணிக்கை ${}^n P_r$ ஆனது ${}^n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$ ஆல் தரப்படும்.
3. ஒன்றுக்கொன்று வித்தியாசமான n பொருட்களிலிருந்து ஒரே தடவையில் எல்லாவற்றையும் ஒருமித்து எடுத்துப் பெறப்படும் பொருட்களின் வரிசை மாற்றம் ${}^n P_n$ என வரையறுக்க. ${}^n P_n = n!$ எனப் பெறுக.

4. n பொருட்களில் p பொருட்கள் ஒரேமாதிரியாகவும், மீதி எல்லாம் ஒன்றுக்கொன்று வித்தியாசமானவையாகவுமிருப்பின், n பொருட்களினதும் வரிசை மாற்றங்களின் எண்ணிக்கை $\frac{n!}{p!}$ எனக் காட்டுக.
5. எல்லாம் வேறுபட்டனவாக அமையாத n பொருட்களிலிருந்து r பொருட்களை தெரிந்து பெறப்படும் வரிசை மாற்றங்களில் எண்ணிக்கையினைக் காண்க.

தேர்ச்சி மட்டம் 24.4 : கணிதப் பிரச்சினைகளைத் தீர்க்கும் ஒரு நுட்பமாக சேர்மானத்தை உபயோகிப்பார்.

பாடவேளைகள் : 05

- கற்றற் பேறுகள் :**
1. சேர்மானத்தை வரையறுப்பார்.
 2. ஒன்றுக்கொன்று வித்தியாசமான n பொருட்களிலிருந்து தடவைக்கு r பொருட்களின் ($0 < r \leq n$) சேர்மானத்தைக் காண்பார்.
 3. ${}^n C_r$ ஐ வரையறுத்து ${}^n C_r$ இற்கான சூத்திரத்தைப் பெறுவார்.
 4. ஒன்றுக்கொன்று வித்தியாசமல்லாத n பொருட்களிலிருந்து தடவைக்கு r பொருட்களின் ($0 < r \leq n$) சேர்மானத்தைக் காண்பார்.
 5. வரிசை மாற்றம், சேர்மானம் என்ப வற்றுக்கு இடையேயான வேறுபாட்டை உதாரணங்களை உபயோகித்து விளக்குவார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

1. ஒன்றுக்கொன்று வித்தியாசமான n பொருட்களிலிருந்து தடவைக்கு r ($0 < r \leq n$) பொருட்கள் வீதம் எடுக்கும் குழுக்களை (சேர்மானங்களை) வரையறுக்க.
2. ஒன்றுக்கொன்று வித்தியாசமான n பொருட்களிலிருந்து தடவைக்கு r ($0 < r \leq n$) பொருட்கள் வீதமான சேர்மானங்களின் எண்ணிக்கை ${}^n C_r$ என அறிமுகஞ் செய்க.

3. ${}^n C_r = \frac{n!}{(n-r)!r!}$ எனக் காட்டுக.

${}^n P_r = r! {}^n C_r$ எனக் காட்டுக.

4. எல்லாம் வேறுபடாத n பொருட்களிலிருந்து தடவைக்கு r பொருட்களை எடுக்கும் சேர்மானங்களின் எண்ணிக்கையைக்காண மாணவர்களை வழிநடத்துக. இங்கு $(0 < r \leq n)$

5. பொருத்தமான உதாரணங்களை உபயோகித்து வரிசைமாற்றம், சேர்மானம் என்பவற்றுக்கிடையான வேறுபாட்டினை விளக்குக

தேர்ச்சி 19 : நேர் முழு எண்களுக்கான கணிதத் தொகுத்தறிவுக் கோட்பாட்டை, முடிவுகளை நிறுவுவதற்கான ஒரு முறையாக உபயோகிப்பார்.

தேர்ச்சி மட்டம் 19.1 : கணிதத் தொகுத்தறிவுக் கோட்பாட்டைப் பிரயோகிப்பார்.

பாடவேளைகள் : 05

கற்றற் பேறுகள் :

1. கணிதத் தொகுத்தறிவுக் கோட்பாட்டைக் கூறுவார்.
2. கணிதத் தொகுத்தறிவுக் கோட்பாட்டைப் பயன்படுத்திப் பல்வேறு முடிவுகளை நிறுவுவார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

1. நேர் நிறையெண் n மீது சார்ந்துள்ள கணித ரீதியான பேறொன்றைப் படிக்குப்படி தர்க்க ரீதியாக நிறுவுவதற்குப் பயன்படுத்தக்கூடிய ஒரு நிறுவல் முறை ஒன்றாக கணிதத் தொகுத்தறி முறையை அறிமுகம் செய்க. இக்கணிதத் தொகுத்தறி முறையின் போது பயன்படுத்தப்படும் படிக்களைப் பின்வருமாறு அறிமுகம் செய்க.
 - $n = 1$ ஆகும்போது உண்மை எனக் காட்டுக.
 - n ஓர் நிறையெண் ஆகவுள்ளபோது $n = p$ இற்கு பேறு உண்மை எனக் கொள்ளல்.
 - $n = p + 1$ இற்குப் பேறு உண்மையென நிறுவிக்காட்டல்.
 - பின்னர் மேற்படி முடிவுகளை இணைத்து கணிதத் தொகுத்தறி முறை மூலம் எல்லா நிறை எண் n இற்கு பேறு உண்மை எனக் கூறுதல்.
2. கணிதத் தொகுத்தறிக் கோட்பாட்டினைப் பயன்படுத்தி வகுபடுதன்மை, தொடர்களின் கூட்டல் போன்ற வகையான பிரசினங்களை தீர்க்க மாணவர்களுக்கு வழிகாட்டுக.

தேர்ச்சி 20 : முடிவுள்ள தொடர்களின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்பார்.

தேர்ச்சி மட்டம் 20.1 : முடிவுள்ள தொடர்களையும் அதன் இயல்புகளையும் விபரிப்பார்.

பாடவேளைகள் : 03

- கற்றற் பேறுகள் :**
1. முடிவுள்ள கூட்டுத்தொகையை விபரிப்பார்.
 2. \sum குறியீட்டின் பண்புகளை உபயோகிப்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

1. தொடரொன்றின் உறுப்புக்களின் எண்ணிக்கை தரப்படுகையில், அவ்வுறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை முடிவுள்ள கூட்டுத்தொகை என்பதை விபரிப்பார்.

2. •
$$\sum_{r=1}^n (u_r + v_r) = \sum_{r=1}^n u_r + \sum_{r=1}^n v_r$$

•
$$\sum_{r=1}^n k u_r = k \sum_{r=1}^n u_r$$
 எனக் காட்டுக.

பொதுவாக
$$\sum_{r=1}^n (u_r v_r) \neq \sum_{r=1}^n u_r \sum_{r=1}^n v_r$$

தேர்ச்சி மட்டம் 20.2 : அடிப்படைத் தொடர்களை விபரிப்பார்.

பாடவேளைகள் : 05

- கற்றற் பேறுகள் :**
1. கூட்டல் பெருக்கல் தொடர் ஒன்றின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்பார்.
 2. $\sum_{r=1}^n r, \sum_{r=1}^n r^2, \sum_{r=1}^n r^3$ என்பவற்றின் நிறுவலும், கூட்டுத் தொகையைக் காண்பதற்கான பிரயோகத்தையும் காண்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

- தொடர் ஒன்றில், முதலுறுப்புக்குப் பின் ஒவ்வொரு உறுப்புக்கும் அதற்கு முந்திய உறுப்புக்குமுள்ள வித்தியாசம் ஓர் ஒருமை எனின், அத்தொடர் கூட்டல் தொடர் எனப்படும்.

முதலாம் உறுப்பு a , பொதுவித்தியாசம் d ஆகவுமிருக்க,
பொது உறுப்பு $Tr = a + (r-1)d$

$$\text{உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை} \quad S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$

$$= \frac{n}{2}[a + l] \text{ எனக் காட்டுக.}$$

இங்கு இறுதியாக உள்ள உறுப்பு l ஆகும்.

- தொடர் ஒன்றின் முதலுறுப்புக்குப் பின், ஒவ்வொரு உறுப்புக்கும் அதற்கு முன்னர் உள்ள உறுப்புக்குமுள்ள விகிதம் ஓர் ஒருமையாக இருப்பின் அத்தொடர் பெருக்கல் தொடர் எனப்படும்.

முதலாம் உறுப்பு a , பொது விகிதம் r ஆக இருக்க,

- பொது உறுப்பு $T_p = ar^{p-1}$

- n உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை S_n ,

$$|r| < 1 \text{ ஆக } S_n = \frac{a(1-r^n)}{(1-r)}$$

$$|r| > 1 \text{ ஆக } S_n = \frac{a(r^n - 1)}{(r-1)}$$

2. $\sum_{r=1}^n r, \sum_{r=1}^n r^2, \sum_{r=1}^n r^3$ என்பவற்றைத் துணிதல்.

மேலே பெற்ற முடிபுகளினதும் தேற்றங்களினதும் உபயோகம்.

உதாரணம்: பெறுமானம் காண்க. $\sum_{r=1}^n r(2r+3)$

பெறுமானம் காண்க. $\sum_{r=1}^n [2r(r+1)(r+2)]$

தேர்ச்சி 21 : முடிவிலி தொடர்களை ஆராய்வார்.

தேர்ச்சி மட்டம் 21.1 : பல்வேறு முறைகளைப் பயன்படுத்தித் தொடர்களின் கூட்டுத் தொகையைக் காண்பார்.

பாடவேளைகள் : 08

கற்றற் பேறுகள் : 1. தொடர்களின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்பதற்கு பல்வேறு முறைகளைப் பயன்படுத்துவார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

- வித்தியாச முறை
- பகுதிப் பின்னங்கள்
- கணிதத் தொகுத்தறி முறை

போன்றவற்றைப் பயன்படுத்தி தொடர்களின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்பார்.

தேர்ச்சி மட்டம் 21.2 : பகுதிக் கூட்டுத் தொகையை ஒருங்கல், விரிதலை தீர்மானிப்பதற்காக உபயோகிப்பார்.

பாடவேளைகள் : 03

கற்றற் பேறுகள் :

1. தொடரிகளை விளக்குவார்.
2. முடிவற்ற தொடர் ஒன்றில் பகுதிக் கூட்டுத்தொகையைக் காண்பார்.
3. பகுதிக் கூட்டுத்தொகையை உபயோகித்து ஒருங்குதல், விரிதல் எண்ணக்கருவை விளக்குவார்.
4. ஒருங்கும் தொடரின் கூட்டுத் தொகையைக் காண்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

1. தொடரி ஒன்றின் n ஆவது உறுப்பு a_n எனின், தொடரி $\{a_n\}$ எனக் குறிக்கப்படும். $\{a_n\}$ ஒருங்குகிறது எனில், $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ இற்கு ஒரு முடிவுள்ள பெறுமானம் உண்டு. அவ்வாறு அல்லாது விடின் தொடரி விரிகின்றது எனப்படும்.

2. தொடரி, தொடர் இரண்டுக்குமிடையேயான தொடர்பு.
 $\{a_n\}$ என்பது ஒரு தொடரி என்க.

$$S_n = \sum_{r=1}^n a_r, \quad n = 1, 2, 3, \dots \text{ என வரையறுக்க.}$$

இது n ஆவது பகுதிக் கூட்டுத்தொகை எனப்படும்.

3. • $\sum_{r=1}^{\infty} u_n$ ஒரு தொடர் ஆக இருக்கையில், $S_n = \sum_{r=1}^n u_r$ என்க.

$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = l$ (முடிவுள்ளது), எனின் $\sum_{r=1}^{\infty} u_n$ எனும் தொடர் ஒருங்குகிறது எனவும், முடிவிலி வரைக்குமான கூட்டுத்தொகை l எனவும் கூறப்படும்.

அதாவது $\sum_{r=1}^{\infty} u_n = l$ ஆகும்.

S_n முடிவுள்ள எல்லையை அடைவதில்லை எனின்,

$\sum_{r=1}^{\infty} u_n$ விரி தொடர் எனப்படும்.

• பொது விகிதம் r ஆகவுள்ள பெருக்கல் தொடர் ஒன்றைக் கருதுக.
 $|r| < 1$ எனின் தொடர் ஒருங்குகிறது எனப்படும். முடிவிலி வரையான உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை $\frac{a}{1-r}$ ஆகும்.

4. ஒருங்கு தொடர்களின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்பதற்கு மாணவர்களுக்கு வழிப்படுத்துக.

இணைந்த கணிதம் - II

தேர்ச்சி 4 : எழுமாற்றுப் பரிசோதனை ஒன்றின் நிகழ்ச்சிகளை விளக்குவதற்குக் கணித மாதிரிகளைப் பயன்படுத்துவார்.

தேர்ச்சி மட்டம் 4.1 : எழுமாற்றுப் பரிசோதனை ஒன்றின் நிகழ்ச்சிகளை விளக்குவார்.

பாடவேளைகள் : 04

கற்றற் பேறுகள் :

1. எழுமாற்றுப் பரிசோதனையை விளக்குவார்.
2. மாதிரிவெளி, மாதிரிப்புள்ளி என்பனவற்றை வரையறுப்பார்.
3. நிகழ்ச்சியை வரையறுப்பார்.
4. எளிய நிகழ்ச்சி, கூட்டு நிகழ்ச்சி, சூனிய நிகழ்ச்சி, நிரப்பு நிகழ்ச்சி என்பனவற்றை விளக்குவார்.
5. நிகழ்ச்சிகளை வகைப்படுத்தி நிகழ்ச்சிகளின் ஒன்றிப்பு, இடைவெட்டு என்பனவற்றைக் காண்பார்.
6. புற நீங்கலான நிகழ்ச்சிகள் யாவுமளாவிய நிகழ்ச்சிகள் என்பவற்றை விளக்குவார்.
7. சமநேர்தகவுடைய நிகழ்வுகள் விளக்குவார்.
8. நிகழ்ச்சிவெளியை விளக்குவார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

1. எழுமாற்றுப் பரிசோதனையை விளக்குக.
2. எழுமாற்றுப் பரிசோதனையொன்றின் போது பெறப்படும் பெறுபேறுகள் யாவற்றையும் கொண்ட தொடை மாதிரி வெளி எனப்படும்.
3. நிகழ்ச்சி என்பது மாதிரிவெளியொன்றின் தொடைப்பிரிவாகும். அதாவது நிகழ்ச்சி என்பது ஒரு எழுமாற்றுப் பரிசோதனையிலுள்ள ஒன்று அல்லது ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட பேறுகளின் சேர்க்கையாகும்.
4. • ஒரு நிகழ்ச்சியானது எழுமாற்றுப் பரிசோதனை ஒன்றின் ஒரேயொரு பெறுபேற்றை மட்டும் கொண்டிருப்பின் அது எளிய நிகழ்ச்சி எனப்படும்.
 - எழுமாற்றுப் பரிசோதனையொன்றில் எந்தவொரு பேறினையும் கொண்டிராத நிகழ்ச்சி சூனிய நிகழ்ச்சி எனப்படும்.
 - எழுமாற்றுப் பரிசோதனையொன்றில் யாதுமொரு நிகழ்ச்சி A என்க. A யிற்கான பேறுகள் தவிர்ந்த ஏனைய பேறுகள் அனைத்தையும் கொண்ட நிகழ்ச்சி A யின் நிரப்பு நிகழ்ச்சி எனப்படும்.

5. • இரு நிகழ்ச்சிகளின் ஒன்றிப்பு,
 - இரு நிகழ்ச்சிகளின் இடைவெட்டு என்பவற்றை விளக்குக.
6. • தம்முள் புறநீக்கமுள்ள நிகழ்ச்சிகள்
 - யாவுமளாவிய நிகழ்ச்சிகள் என்பவற்றை விளக்குக.
7. சமநேர்தகவுடைய நிகழ்ச்சிகள் என்பதை விளக்குக.
8. ஒரு எழுமாற்றுப் பரிசோதனையொன்றின் நிகழ்ச்சிகள் யாவற்றையும் கொண்ட தொடை நிகழ்ச்சி வெளி எனப்படும்.

தேர்ச்சி மட்டம் 4.2 : எழுமாற்றுப் பரிசோதனை தொடர்பான பிரசினங்களைத் தீர்ப்பதற்கு, நிகழ்தகவுகள் தொடர்பான மாதிரிகளை உபயோகிப்பார்.

பாடவேளைகள் : 06

- கற்றற் பேறுகள் :**
1. நிகழ்தகவின் பண்டைய வரைவிலக்கணத்தைக் குறிப்பிட்டு அதன் மட்டுப்பாடுகளையும் குறிப்பிடுவார்.
 2. நிகழ்தகவின் அறிமுறை வரைவிலக்கணத்தைக் குறிப்பிட்டு அதன் மட்டுப்பாடுகளைக் கூறுவார்.
 3. அறிமுறை வரைவிலக்கணத்தைக் கூறுவார்.
 4. அறிமுறை வரைவிலக்கணத்தின் முக்கியத்துவம் பற்றி குறிப்பிடுவார்.
 5. அறிமுறை வரைவிலக்கணத்தைப் பயன்படுத்தி நிகழ்தகவு தொடர்பான தேற்றங்களை நிறுவுவார்.
 6. அறிமுறை வரைவிலக்கணத்தைப் பயன்படுத்தி நிகழ்தகவு தொடர்பான பிரசினங்களை தீர்ப்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

1. N சம நேர்தகவுடைய நிகழ்ச்சிகளைக் கொண்டுள்ள எழுமாற்றுப் பரிசோதனையொன்று தொடர்பான நிகழ்ச்சி A யின் நிகழ்தகவானது

$$P(A) = \frac{n(A)}{N} \text{ இனால் வரையறுக்கப்படும்.}$$

இங்கு $n(A)$ என்பது A என்ற நிகழ்ச்சியிலுள்ள எளிய நிகழ்ச்சிகளின் எண்ணிக்கையாகும்.

எல்லைப்பாடுகள்:

- எழுமாற்றுப் பரிசோதனையிலுள்ள நிகழ்ச்சிகள் சம நேர்தகவுடையன அல்ல எனின் மேலுள்ள வாய்ப்பாடு பயன்படுத்த

முடியாது.

- மாதிரிவெளி முடிவற்றது எனின் மேலுள்ள வாய்ப்பாடு பொருத்த மற்றது.
2. நிகழ்தகவின் அறிமுறை (எடுகோள்) வரைவிலக்கணத்தைக் குறிப்பிட்டுக் கூறுக.
 3. மாதிரிவெளி S இற்கு ஒத்த நிகழ்ச்சி Ω என்க. $P: S \rightarrow [0,1]$ என்ற சார்பு பின்வரும் நிபந்தனைகளைத் திருப்தியாக்குகின்றது.
 - (i) $P(A) \geq 0 \quad A \subseteq \Omega$
 - (ii) $P(S) = 1$
 - (iii) A_1, A_2 என்பன இரு தம்முள் புறநீக்கமுடைய நிகழ்ச்சிகளாக இருக்க,
 $P(A_1 \cup A_2) = P(A_1) + P(A_2)$ எனின் P என்பது ஒரு நிகழ்தகவுச் சார்பு எனப்படும்.
 4. எடுகோள் (அறிமுறை) வரைவிலக்கணத்தின் முக்கியத்துவத்தை விபரிக்குக.
 5. எடுகோள் வரைவிலக்கணத்தைப் பயன்படுத்திப் பின்வருவனவற்றை நிறுவுக.
 - $P(\phi) = 0$
 - $P(A') = 1 - P(A)$
 - $P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap B')$
 - $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
 - If $A \subseteq B$ எனின், $P(A) \leq P(B)$
 6. மேலுள்ள தேற்றங்களைப் பயன்படுத்தி பிரசினங்களைத் தீர்ப்பதற்கு மாணவர்களுக்கு வழிகாட்டுக.

தேர்ச்சி 3 : இயக்கம் தொடர்பான நியூற்றன் மாதிரியை உபயோகித்து, தளமொன்றில் நிகழும் களநிலை இயக்கங்களை விளக்குவார்.

தேர்ச்சி மட்டம் 3.17 : எளிமையிசையியக்க மொன்றைப் பகுப்பாய்வு செய்வார்.

பாடவேளைகள் : 04

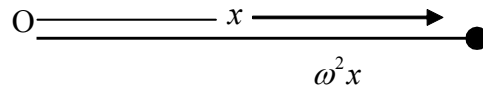
- கற்றற் பேறுகள் :**
1. எளிய இசை இயக்கத்தை வரையறுப்பார்.
 2. எளிய இசை இயக்கத்தின் வகையீட்டுச் சமன்பாட்டைப் பெற்று அதன் பொதுத் தீர்வை வாய்ப்புப் பார்ப்பார்.
 3. வேகத்தை இடப்பெயர்ச்சியின் ஒரு சார்பாகப் பெறுவார்.
 4. வீச்சம், அலைவு காலம் என்பவற்றை வரையறுப்பார்.
 5. இடப்பெயர்ச்சியை நேரத்தின் சார்பாக விபரிப்பார்.
 6. சீரான வட்ட இயக்கத்துடன் இணைந்த எளிய இசை இயக்கத்தை விபரிப்பார்.
 7. எளிமை இசை இயக்கத்துடன் தொடர்புபடும் வட்ட இயக்கத்தை உபயோகித்து நேரம் காண்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

1. எளிமை இசை இயக்கம்:

அலைவு இயக்கத்தின் ஒரு குறித்த வகையே எளிய இசை இயக்கமாகும் எனக் கூறுக.

- நேர்கோட்டிலியங்கும் துணிக்கையொன்றின் ஆர்முடுகல், அக்கோட்டின் நிலையான ஒரு புள்ளியிலிருந்து அதன் இடப்பெயர்ச்சிக்கு நேர்விகித சமனாகவும் எப்போதும் அந்நிலையான புள்ளியை நோக்கியுமிருப்பின் அவ்வியக்கம் எளிய இசை இயக்கம் எனப்படும்.
- அந்நிலையான புள்ளி எளிய இசை இயக்கத்தின் அலைவு மையம் எனப்படும்.



2. வேகம் $\frac{dx}{dt} = \dot{x}$, ஆர்முடுகல் $\frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x}$, $\ddot{x} = -\omega^2 x$

ω ஒரு மாறிலியாக இருக்க, மேலே தரப்பட்ட சமன்பாடு எளிய இசை இயக்கச் சமன்பாடு எனப்படும்.

$x = A \cos \omega t + B \sin \omega t$ (இங்கு A, B ஒருமைகளும் t நேரமும் ஆகும்) என்பது பொதுத் தீர்வு ஆகும் என்பதை விளக்குக.

3. $x = A \cos \omega t + B \sin \omega t$ என்பதிலிருந்து $\dot{x}^2 = \omega^2 [(A^2 + B^2) - x^2]$ என்பதைப் பெறுக.

$$\Rightarrow \dot{x}^2 = \omega^2 [a^2 - x^2]$$

இங்கு $a^2 = A^2 + B^2$, இடப்பெயர்ச்சிக்காக $x = a \sin(\omega t + \alpha)$ எனும் சூத்திரத்தையும் பயன்படுத்தலாம்.

4. (i) நீளம் $a = \sqrt{A^2 + B^2}$ என்பது எளிய இசை இயக்கத்தின் வீச்சம் என்பதையும்,

(ii) இயக்கத்திற்கான அலைவு காலம் $T = \frac{2\pi}{\omega}$ என்பதையும் கூறுக.

5. $x = a \cos \omega t$ எனும் சமன்பாடு பற்றிக் கலந்துரையாடுக.

6. சீரான வேகம் ω என்க.

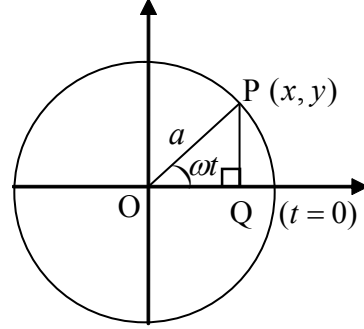
$$\theta = \omega t$$

$$OQ = x = a \cos \omega t$$

$$\frac{dx}{dt} = \dot{x} = -a\omega \sin \omega t$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x} = -a\omega^2 \cos \omega t$$

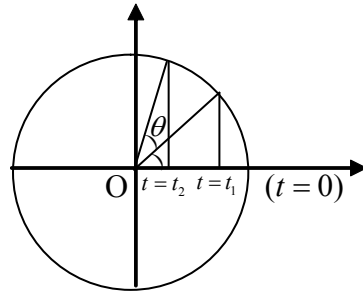
$$\ddot{x} = -\omega^2 x$$



P யிலிருந்து விட்டம் ஒன்றிற்கான செங்குத்தின் அடி Q.

P வட்டத்தின் வழியே சீரக்கோண வேகத்துடன் இயங்கும்போது Q அவ்விட்டத்தின் வழியே $\ddot{x} = -\omega^2 x$ எனும் சமன்பாட்டினால் தரப்படும் எளிமை இசை இயக்கத்தை ஆற்றும்.

7. சீரான வட்ட இயக்கத்தைப் பயன்படுத்துவதன் மூலம் எளிமையிசை யியக்கத்தில் நேரம் காண்பதற்கு மாணவர்களுக்கு வழிகாட்டுக.



தேர்ச்சி மட்டம் 3.18 : கிடைக்கோடொன்றின் வழியே நடைபெறும் எளிய இசை இயக்கமொன்றின் தன்மையை விபரிப்பார்.

பாடவேளைகள் : 06

- கற்றற் பேறுகள் :**
1. ஊக்கின் விதியை உபயோகித்து மீள்தன்மை இழையொன்றிலுள்ள இழுவையைக் அதன் நீட்சி சார்பாகக் காண்பார்.
 2. விற்சுருள் ஒன்றிலுள்ள உதைப்பு அல்லது இழுவையினைக் காண்பார்.
 3. கிடைக்கோட்டின் வழியேயான எளிமையிசை இயக்கத்தை விளக்குவார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

1. ஊக்கின் விதியைக் கூறி, மீள்தன்மை இழையொன்றின் இழுவையைக் காண்பதற்கு மாணவர்களை வழிப்படுத்துக.
2. ஊக்கின் விதியைப் பயன்படுத்தி விற்சுருளொன்றின் இழுவை அல்லது உதைப்பைக் காண்பதற்கு மாணவர்களை வழிப்படுத்துக.

$$T = \lambda \frac{d}{l} \text{ ஆகும்.}$$

λ - மீள்தன்மை மட்டு

d - நீட்சி ஒடுக்கம்

l - இயற்கை நீளம்

தொகையீடு மூலம் மீள்தன்மை இழையில் அல்லது மீள்தன்மை

சுருளில் அழுத்த சக்தி $\frac{\lambda d^2}{2l}$ எனக் காட்டுக.

தேர்ச்சி மட்டம் 3.19 : நிலைக்குத்துக் கோடொன்றின் வழியே நிகழும் எளிய இசை இயக்கத்தின் தன்மையை விபரிப்பார்.

பாடவேளைகள் : 06

கற்றற் பேறுகள் :

1. நிலைக்குத்துக் கோட்டின் வழியே எளிமை இசை இயக்கத்தை விளக்குவார்.
2. எளிமை இசை இயக்கம் புவியீர்ப்பின் கீழ் இயக்கம் என்பன இணைந்த பிரசினங்களைத் தீர்ப்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

1. • மீள்தன்மை விசைகளினதும், துணிக்கை நிறையினதும் தாக்கத்தின் கீழ் நிலைக்குத்துக் கோட்டின் வழியே எளிமை இசை இயக்கம் பற்றிக் கலந்துரையாடுக.
 - எளிமை இசை இயக்கமும், புவியீர்ப்பின் கீழ் சுயாதீன இயக்கமும் இணைந்த பிரசினங்களைக் கலந்துரையாடுக.
2. எளிமையிசை இயக்கமும், புவியீர்ப்பின் கீழ் சுயாதீன இயக்கமும் இணைந்த பிரசினங்களைத் தீர்ப்பதற்கு மாணவர்களுக்கு வழிகாட்டுக.

தேர்ச்சி 2 : ஒருதள விசைத் தொகுதியைப் பயன்படுத்துவார்.

தேர்ச்சி மட்டம் 2.12 : பல்வேறு நுட்ப முறைகளை உபயோகித்துச் சமச்சீரான, சீரான திண்மங்களின் திணிவு மையத்தைக் காண்பார்.

பாடவேளைகள் : 04

- கற்றற் பேறுகள் :**
1. ஒரு தளத்திலுள்ள துணிக்கைத் தொகுதியொன்றின் திணிவு மையத்தை வரையறுப்பார்.
 2. அடரொன்றின் திணிவு மையத்தை வரையறுப்பார்.
 3. ஒரு சமச்சீர் கோடு பற்றிச் சீரான உடல்களின் புவியீர்ப்பு மையத்தைக் காண்பார்.
 4. ஒரு தளம் பற்றிச் சமச்சீரான உடல்களின் புவியீர்ப்பு மையத்தைக் காண்பார்.
 5. வெவ்வேறு வடிவங்களை உடைய அடர்களின் திணிவு மையத்தைக் காண்பார்.
 6. மெல்லிய செவ்வக வடிவ கீலங்களை உபயோகித்து சீரான செவ்வக அடரொன்றின் திணிவு மையத்தை காண்பார்.
 7. மெல்லிய செவ்வக வடிவ கீலங்களை உபயோகித்து சீரான இணைகர அடரொன்றின் திணிவு மையத்தை காண்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

1. திணிவுமையம் (ஈர்வை)

துணிக்கைத் தொகுதியொன்றின் தளத்திலுள்ள ஆள்கூற்று அச்சுத் திணிவு m_r என்க.

(இங்கு $r = 1, 2, 3, \dots, n$)

துணிக்கைத் தொகுதியின் தளத்தில் $G \equiv (\bar{x}, \bar{y})$ என்ற புள்ளி

$$\bar{x} = \frac{\sum_{r=1}^n m_r x_r}{\sum_{r=1}^n m_r}, \quad \bar{y} = \frac{\sum_{r=1}^n m_r y_r}{\sum_{r=1}^n m_r}$$

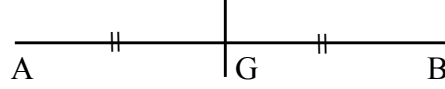
ஆகுமாறு உள்ளது. G என்பது துணிக்கைத் தொகுதியின் திணிவு மையம் என அழைக்கப்படும்.

2. • உடல் ஒன்றின் நிறையென்பது அவ்வுடல் ஆக்கப்பட்ட துணிக்கைத் தொகுதியின் மொத்த நிறையாகவும், அவ் நிறை தாக்கும் ஒரு நிலையான புள்ளி உடலின் புவியீர்ப்பு மையம் எனவும் அழைக்கப்படும். , gS s p h d J c l y டி ; j ற் r a z டி ; (orientation) தங்கி யிருக்காது.
- அடர் ஒன்றின் தளத்திலுள்ள தெக்காட்டின் ஆள்கூற்று அச்சுகள் தொடர்பாக $P \equiv (x, y)$ என்ற புள்ளியிலுள்ள சிறு துணிக்கையின் திணிவு என்க.

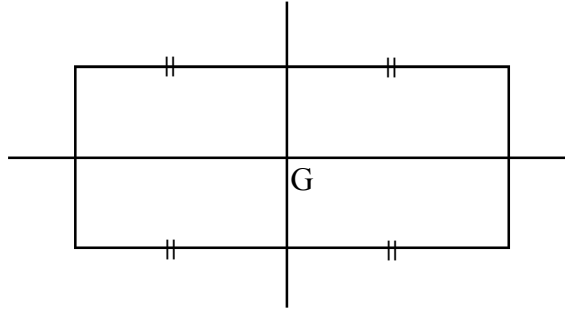
புள்ளி $G \equiv (\bar{x}, \bar{y})$ என்பது,

$$\bar{x} = \frac{\int x dm}{\int dm} \text{ and } \bar{y} = \frac{\int y dm}{\int dm} \text{ ஆகுமாறு உள்ளது.}$$

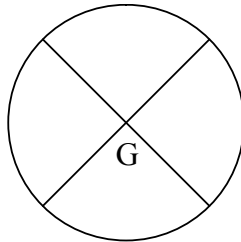
3. • மாறா அடர்த்தியை உடைய திணிவுகளைக் கொண்டுள்ள உடல்கள் சீரான உடல்கள் என அழைக்கப்படும்.
- மெல்லிய சீரான கோல் ஒன்றின் புவியீர்ப்பு மையம்



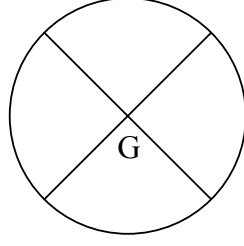
4. • சீராக செவ்வக அடர் ஒன்றின் புவியீர்ப்பு மையம்



- சீரான வட்ட வளையம் ஒன்றின் புவியீர்ப்பு மையம்



- சீராக வட்ட அடர் ஒன்றின் புவியீர்ப்பு மையம்



5. பின்வரும் சீரான உடல்கள் பற்றிய உடல்களின் புவியீர்ப்பு மையம் பற்றிக் கலந்துரையாடுக.
- பொள் உருளை
 - திண்ம உருளை
 - பொட் கோளம்
 - திண்மக் கோளம்
6. சீரான முக்கோண அடர் ஒன்றின் புவியீர்ப்புமையம்
- சீரான முக்கோண அடர் ஒன்றின் புவியீர்ப்பு மையம் இடையங்கள் சந்திக்கும் புள்ளியில் இருக்கும் எனக் காட்டுக.
 - அதாவது ஒவ்வொரு உச்சியிலிருந்தும் எதிர்ப்பக்கத்தில் நடுப் புள்ளியை இணைக்கும் கோட்டில் $\frac{2}{3}$ பங்கு தூரத்திலிருக்கும்.
7. சீரான இணைகர அடர் ஒன்றின் புவியீர்ப்பு மையம்.
- சீரான இணைகர அடர் ஒன்றின் புவியீர்ப்பு மையம் மூலைவிட்டங்கள் சந்திக்கும் புள்ளியிலிருக்கும் எனக் காட்டுக.

தேர்ச்சி மட்டம் 2.13 : தொகையீட்டை உபயோகித்து எளிய கேத்திரகணித உடல்களின் திணிவு மையத்தைக் காண்பார்.

பாடவேளைகள் : 06

- கற்றற் பேறுகள் :**
1. தொகையீட்டைப் பயன்படுத்திச் ஓர் கோடு பற்றிச் சமச்சீரான உடல்களின் திணிவு மையத்தைக் தளம் ஒன்று பற்றிக் காண்பார்.
 2. தொகையீட்டைப் பயன்படுத்தி தளம் ஒன்று பற்றி சமச்சீரான உடல்களின் புவியீர்ப்பு மையத்தைக் காண்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

- ஒரு உடலானது தெரிந்த புவியீர்ப்பு மையங்களைக் கொண்ட முடிவுள்ள எண்ணிக்கையான பகுதிகளாகப் பிரிக்க முடியாதவிடத்து அது தெரிந்த புவியீர்ப்பு மையங்களைக் கொண்ட **முடிவற்ற** பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்படலாம்.
- இப்பகுதிகளின் திருப்பங்களின் கூட்டுத்தொகை, தொகையீட்டின் மூலம் செய்யப்படுகின்றது.

1. தொகையீட்டின் மூலம்

- a ஆரை கொண்டதும் மையத்தில் 2α கோணத்தை எதிரமைப்பதுமான வட்டவில் ஒன்றின் புவியீர்ப்பு மையம் சமச்சீர்ச்சின் வழியே மையத்திலிருந்து $\frac{a \sin \alpha}{\alpha}$ தூரத்தில் இருக்கும் எனக் காட்டுக.
- a ஆரை கொண்டதும் மையத்தில் 2α கோணத்தை எதிரமைப்பதுமான ஆரைச் சிறை ஒன்றின் புவியீர்ப்புமையம் சமச்சீர்ச்சின் வழியே $\frac{2a \sin \alpha}{3\alpha}$ தூரத்தில் இருக்கும் எனக் காட்டுக.

2. தொகையீட்டின் மூலம்

- a ஆரை கொண்ட சீரான திண்ம அரைக்கோளம் ஒன்றின் புவியீர்ப்பு மையம் சமச்சீர்ச்சின் வழியே $\frac{3a}{8}$ தூரத்தில் இருக்கும் எனக் காட்டுக.
- a ஆரை கொண்ட பொள் அரைக்கோளம் ஒன்றின் புவியீர்ப்பு மையம் சமச்சீர்ச்சின் வழியே $\frac{a}{2}$ தூரத்தில் இருக்கும் எனக் காட்டுக.
- h உயரமுடைய சீராக திண்ம செவ்வட்டக் கூம்பு ஒன்றின் புவியீர்ப்பு மையம் அதன் அடியிலிருந்து சமச்சீர் அச்சின் வழியே $\frac{h}{4}$ தூரத்தில் இருக்கும் எனக் காட்டுக.
- h உயரமுடைய சீராக பொட் கூம்பு ஒன்றின் புவியீர்ப்பு மையம் சமச்சீர் அச்சின் வழியே தளமுகத்திலிருந்து $\frac{h}{3}$ தூரத்தில் இருக்கும் எனக் காட்டுக.

தேர்ச்சி மட்டம் 2.14 : கூட்டு உடல்களின், எஞ்சிய உடல்களின் திணிவு மையத்தை (ஈர்வை மையத்தைக்) காண்பார்.

பாடவேளைகள் : 04

- கற்றற் பேறுகள் :**
1. கூட்டுலின் திணிவு மையத்தைக் காண்பார்.
 2. மீதி உடல்களின் திணிவு மையத்தைக் காண்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

1. நிறை, புவியீர்ப்பு மையம் என்பன தெரிந்த இரண்டு அல்லது இரண்டிற்கு மேற்பட்ட பகுதிகளைக் கொண்டு ஒரு உடல் ஆக்கப்பட்டுள்ளது எனின் முழு உடலின் நிறையினது பகுதிகளினது நிறைகளின் விளையுள் நிறைவாகக் கொள்ளப்படும். இதன்போது திருப்பு திறனைப் பயன்படுத்தி உடலின் புவியீர்ப்பு மையத்தைக் காண்பார்.
2. கூட்டுல்கள் பற்றிய பிரசினங்கள் பற்றியும், மீதிகள் தொடர்பான பிரசினங்கள் பற்றியும் கலந்துரையாடுக.

தேர்ச்சி மட்டம் 2.15 : புவியீர்ப்பு மையத்தை விளக்குவார்.

பாடவேளைகள் : 02

- கற்றற் பேறுகள் :**
1. புவியீர்ப்பு மையத்தை விளக்குவார்.
 2. ஈர்ப்புப் புலத்தில் திணிவு மையமும் ஈர்ப்பு மையமும் ஒன்று என்பதை விளக்குவார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

1. புவியீர்ப்பு மையத்தினை அறிமுகம் செய்க.
2. புவியீர்ப்பு மையம், திணிவு மையம் என்பவற்றின் பொருந்துகை தொடர்பாக மாணவர்களுடன் கலந்துரையாடுக.

தேர்ச்சி மட்டம் 2.16 : சமநிலையில் உள்ள உடல்களின் உறுதித் தன்மையைத் தீர்மானிப்பார்.

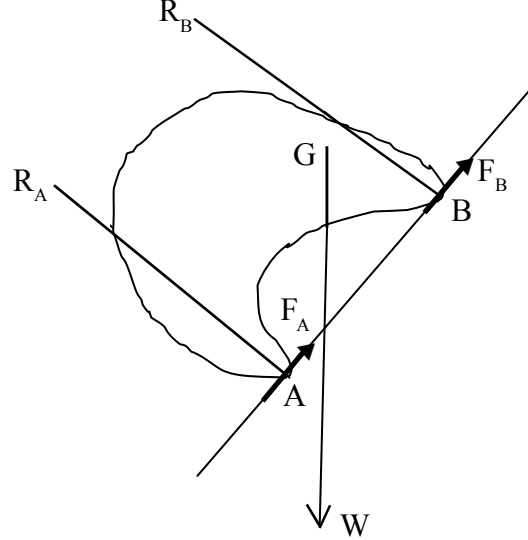
பாடவேளைகள் : 02

கற்றற் பேறுகள் : 1. ஈர்ப்பு மையத்தைப் பயன்படுத்திச் சமநிலையில் உள்ள பொருட்களின் உறுதிப்பாடு பற்றி விபரிப்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

1. • புவியீர்ப்பு மையத்தைப் பயன்படுத்தி சமநிலையில் உள்ள பொருட்களின் உறுதிப்பாடு பற்றி மாணவர்களுடன் கலந்துரையாடிப் பிரசினங்களைத் தீர்ப்பதற்கு வழிகாட்டுக.

உதாரணம் :- சாய்தளத்தில் ஓய்விலுள்ள உடல்கள்.



உடலில் தாக்கும் விசைகள்:

- நிறை
- தொடுகைப் புள்ளிகள் என்பவற்றில் செவ்வன் மறுதாக்கங்கள் R, S
- A, B என்பவற்றிலுள்ள உராய்வு விசைகள்

சமநிலைக்கு

புவியீர்ப்பு மையத்தினூடாக நிலைக்குத்து A, B என்பவற்றிற்கிடையில் அமைதல் வேண்டும். G, L இனூடான நிலைக்குத்து A, B இற்கு வெளியில் அமையுமாயின் திரும்பல் நிலை ஏற்பட்டு பொருள் கவிழும்.

தேர்ச்சி மட்டம் 2.17 : தொங்கும் பொருளின் சாய்வுக் கோணத்தைத் தீர்மானிப்பார்.

பாடவேளைகள் : 02

கற்றற் பேறுகள் : 1. தொங்கும் பொருட்கள் தொடர்பான பிரசினங்களைத் தீர்ப்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

1. • தொங்கும் பொருட்கள் தொடர்பான பிரசினங்களைத் தீர்ப்பதற்கு மாணவர்களுக்கு வழிகாட்டுக.



உதாரணம்:- தொங்கும் உடல்கள்
உடலில் இரு விசைகள் மட்டுமே தாக்கி உடல் சமநிலையில் உள்ளதால் அவ்விரு விசைகளும் சமமும் எதிருமாக இருத்தல் வேண்டும்.
உதாரணமாக $T = W$ ஆகவும், AG நிலைக்குத்தாகவும் இருக்கும்.

முன்றாம் தவணை

இணைந்த கணிதம் - I

தேர்ச்சி 22 : நேர் முழுவெண் சுட்டியுடனான ஈருறுப்பு விரிவைப் பகுப்பாய்வு செய்வார்.

தேர்ச்சி மட்டம் 22.1 : ஈருறுப்பு விரிவின் அடிப்படை இயல்புகளைப் பற்றி ஆராய்வார்.

பாடவேளைகள் : 03

- கற்றற் பேறுகள் :**
1. நேர்முழு எண்களுக்கு ஈருறுப்புத் தேற்றத்தைக் கூறுவார்.
 2. பொது உறுப்பையும், ஈருறுப்புக் குணகத் தையும் எழுதுவார்.
 3. கணித தொகுத்தறிவு முறையைப் பயன்படுத்தித் தேற்றத்தை நிறுவுவார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

1. நேர் நிறையெண் சுட்டிக்கான ஈருறுப்புத் தேற்றத்தைக் கூறி நிறுவுவார்.

$$(a+b)^n = {}^nC_0 a^n + {}^nC_1 a^{n-1}b + \dots + {}^nC_r a^{n-r}b^r + \dots + {}^nC_n b^n,$$

$$\text{எனின் } {}^nC_r = \frac{n!}{(n-r)!r!}, 0 \leq r \leq n$$

2. r வது உறுப்பின் விரிவு $T_r = {}^nC_{r-1} a^{n-r+1} b^{r-1}$, $1 \leq r \leq n$

3. கணிதத் தொகுத்தறி முறையைப் பயன்படுத்தி ஈருறுப்பு தேற்றத்தை நிறுவ மாணவர்களை வழிப்படுத்துக.

தேர்ச்சி மட்டம் 22.2 : ஈருறுப்புத் தேற்றத்தைப் பிரயோகிப்பார்.

பாடவேளைகள் : 06

- கற்றற் பேறுகள் :
1. ஈருறுப்புக் குணகங்களுக்கிடையே உள்ள தொடர்புகளை எழுதுவார்.
 2. குறித்த உறுப்புக்களைக் காண்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

1. $(a+x)^n = {}^nC_0 a^n + {}^nC_1 a^{n-1}x + \dots + {}^nC_r a^{n-r}x^r + \dots + {}^nC_n x^n$ என்ற விரிவில்

${}^nC_0, {}^nC_1, \dots, {}^nC_n$ என்பன ஈருறுப்புக் குணகங்கள் எனப்படும்.

${}^nC_0 a^n, {}^nC_1 a^{n-1}, \dots, {}^nC_n$ என்பன குணகங்கள் எனப்படும்.

2. • விரிவில் உறுப்புக்களின் எண்ணிக்கை $(n+1)$

• பொது உறுப்பு $T_{r+1} = {}^nC_r a^{n-r} x^r$

• $(1+x)^n = \sum_{r=0}^n {}^nC_r x^r$

மேலே உள்ள விரிவைப் பயன்படுத்தி ஈருறுப்புக் குணகங்களின் பண்புகளைப் பெறுவார்.

• ஈருறுப்பு விரிவைப் பயன்படுத்தி குணகங்களின் பண்புகள் தொடர்பான பிரசினங்களைத் தீர்க்க மாணவர்களுக்கு வழிகாட்டுக.

தேர்ச்சி 23 : சிக்கலெண் தொகுதியை விபரிப்பார்.

தேர்ச்சி மட்டம் 23.1 : சிக்கலெண் தொகுதியைப் பயன்படுத்துவார்.

பாடவேளைகள் : 02

- கற்றற் பேறுகள் :**
1. கற்பனை அலகைக் கூறுவார்.
 2. சிக்கலெண்களை வரையறுப்பார்.
 3. சிக்கலெண்ணின் மெய்ப்பகுதி, கற்பனைப் பகுதி என்பதைக் கூறுவார்.
 4. இரு சிக்கலெண்கள் சமம் என்பதை உபயோகிப்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

1. $i^2 = -1$ ஆகுமாறு கற்பனை அலகு i இனை அறிமுகஞ் செய்க.
 ai எனும் வடிவிலான எண்கள் $a \in \mathbb{R}$ கற்பனை எண்கள் எனப்படும்.
2. a, b என்பன மெய்யெண்களாகவும் $i^2 = -1$ ஆகவுமிருக்க சிக்கலெண் $z = a + ib$ என வரையறுக்கப்படும்.
3. • a சிக்கலெண்ணின் மெய்ப்பகுதி எனப்படும். இது $\text{Re}(z)$ எனக் குறிக்கப்படும்.
• b சிக்கலெண்ணின் கற்பனைப்பகுதி எனப்படும். இது $\text{Im}(z)$ எனக் குறிக்கப்படும்.
4. $z_1 = a_1 + ib_1, z_2 = a_2 + ib_2$ என்பன இரு சிக்கலெண்கள்
 $a_1, a_2, b_1, b_2 \in \mathbb{R}$
 $z_1 = z_2 \Leftrightarrow a_1 = a_2$ உம் $b_1 = b_2$ உம்

தேர்ச்சி மட்டம் 23.2 : சிக்கலெண்களில் அட்சரகணிதச் செய்கையை அறிமுகம் செய்வார்.

பாடவேளைகள் : 02

- கற்றற் பேறுகள் :**
1. சிக்கலெண்களில் அட்சரகணிதச் செய்கைகளை வரையறுப்பார்.
 2. இரு சிக்கலெண்களுக்கிடையே அட்சர கணிதச் செய்கையை உபயோகித்து, பெறப்படுவது சிக்கலெண் என வாய்ப்புப் பார்ப்பார்.
 3. சிக்கலெண்களின் அடிப்படைச் செய்கைகளைச் செய்ய மாணவர்களை வழிப்படுத்துவார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

1. $z_1 = a_1 + ib_1, z_2 = a_2 + ib_2$, $a_1, a_2, b_1, b_2 \in \mathbb{R}, \lambda \in \mathbb{R}$ என்க.
 - $z_1 + z_2 = (a_1 + a_2) + i(b_1 + b_2)$
 - $\lambda z = \lambda(a + ib) = \lambda a + i\lambda b$
 - $z_1 - z_2 = (a_1 - a_2) + i(b_1 - b_2)$
 - $z_1 z_2 = (a_1 a_2 - b_1 b_2) + i(a_1 b_2 + a_2 b_1)$
 - $\frac{z_1}{z_2} = \frac{a_1 + ib_1}{a_2 + ib_2} = \left(\frac{a_1 a_2 + b_1 b_2}{a_2^2 + b_2^2} \right) + i \left(\frac{a_2 b_1 - a_1 b_2}{a_2^2 + b_2^2} \right) (z_2 \neq 0)$
2. இரு சிக்கலெண்களுக்கிடையிலான அட்சரகணிதச் செய்கைகளின் மூலம் உருவாகுவதும் ஓர் சிச்சலெண்ணே என வாய்ப்புப் பார்ப்பார்.
3. சிக்கலெண்களில் அடிப்படை கணிதச் செய்கைகளை செய்ய மாணவர்களை வழிப்படுத்துக.

தேர்ச்சி மட்டம் 23.3 : சிக்கல் உடன் புணரிகளின் அடிப்படை முடிவுகளை நிறுவுவார்.

பாடவேளைகள் : 02

- கற்றற் பேறுகள் :**
1. \bar{z} ஐ வரையறுப்பார்.
 2. உடன் புணரியின் அடிப்படை இயல்புகளைக் கூறுவார்.
 3. சிக்கல் உடன்புணரியின் அடிப்படைப் பண்புகளை நிறுவுவார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

1. $z = a + ib$ எனின், z இன் சிக்கல் உடன் புணரி \bar{z} ஆனது $\bar{z} = a - ib$ என வரையறுக்கப்படும்.
2. • பின்வரும் சிக்கல் உடன் புணரியின் பண்புகளைக் கூறுக.
 - $\overline{z_1 + z_2} = \bar{z}_1 + \bar{z}_2$
 - $\overline{z_1 - z_2} = \bar{z}_1 - \bar{z}_2$
 - $\overline{z_1 z_2} = \bar{z}_1 \cdot \bar{z}_2$
 - $\begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{z}_1 \\ \bar{z}_2 \end{pmatrix}$
3. • மாணவர்களை மேலே கூறிய பண்புகளை நிறுவுவதற்கு வழிப்படுத்துக.
 - உடன்புணரியின் அடிப்படைப் பண்புகளைப் பிரயோகிக்க மாணவர்களை வழிப்படுத்துக.

தேர்ச்சி மட்டம் 23.4 : சிக்கல் எண் ஒன்றின் மட்டு என்பதனை வரையறுப்பார்.

பாடவேளைகள் : 04

- கற்றற் பேறுகள் :**
1. Z இன் மட்டு $|Z|$ ஐ வரையறுப்பார்.
 2. $|Z|$ இன் அடிப்படை முடிவுகளை நிறுவுவார்.
 3. சிக்கலெண் ஒன்றின் மட்டின் அடிப்படைப் பண்புகளைப் பிரயோகிப்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

1. சிக்கலெண் $z = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$ என்க.

சிக்கலெண் Z இன் மட்டு $|Z|$ எனக் குறிக்கப்படும்.

$$|Z| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

2. பின்வரும் பண்புகளை நிறுவுக.

- $|z_1 z_2| = |z_1| |z_2|$

- $\left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}$ if $z_2 \neq 0$

- $z \bar{z} = |z|^2$

- $|z_1 + z_2|^2 = |z_1|^2 + 2 \operatorname{Re}(z_1 \cdot z_2) + |z_2|^2$

3. சிக்கலெண்ணின் மட்டு தொடர்பான பண்புகளைப் பிரயோகிக்க மாணவர்களை வழிப்படுத்துக.

தேர்ச்சி மட்டம் 23.5 : சிக்கலெண்களின் அட்சரகணிதச் செய்கைகளை ஆகண் வரிப்படத்தை உபயோகித்து கேத்திர கணித ரீதியாக விளக்குவார்.

பாடவேளைகள் : 04

கற்றற் பேறுகள் :

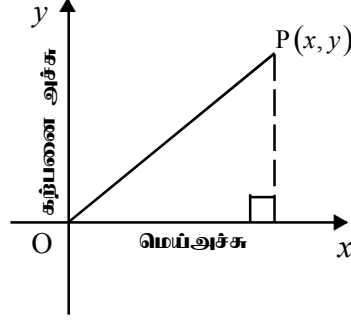
1. ஆகண் வரிப்படத்தில் சிக்கலெண் ஒன்றை வகைக் குறிப்பார்.
2. $Z_1 + Z_2, Z_1 - Z_2, \bar{Z}, \lambda Z, (\lambda \in \mathbb{R})$ ஆகிய சிக்கலெண்களைக் குறிக்கும் புள்ளிகளை அமைப்பார்.
3. பூச்சியமற்ற சிக்கலெண் ஒன்றை முனைவாள் கூறு வடிவில் எடுத்துரைப்பார்.
 $z = r(\cos \theta + i \sin \theta) ; r > 0, \theta \in \mathbb{R}$
4. பூச்சியமற்ற சிக்கலெண் ஒன்றின் வீச்சத்தை வரையறுப்பார்.
5. பூச்சியமற்ற சிக்கலெண் ஒன்றின் தலைமை வீச்சத்தினை வரையறுப்பார்.
6. $r(\cos \alpha + i \sin \alpha), \alpha \in \mathbb{R}, r = 0$ ஐ அமைத்துக் காட்டுவார்.
7. $z_1 \cdot z_2, \frac{z_1}{z_2}; (z_2 \neq 0)$ ஆகிய சிக்கலெண்களைக் குறிக்கும் புள்ளிகளை அமைப்பார்.
8. $\frac{\lambda z_1 + \mu z_2}{\lambda + \mu}$, இங்கு $\lambda, \mu \in \mathbb{R}, \lambda + \mu \neq 0$ ஐ அமைத்துக் காட்டுவார்.
9. முக்கோணச் சமனிலியை நிறுவுவார்.
10. மறுதலை முக்கோணச் சமனிலியை நிறுவுவார்.
11. இச்சமனிலிகளைப் பயன்படுத்திப் பிரசினங்கள் தீர்ப்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

1. • சிக்கல் தளத்தை அறிமுகஞ் செய்க. (ஆகன் வரிப்படம்)

சிக்கலெண் ஒன்று ஆகன் வரிப்படத்தில் புள்ளி ஒன்றால் குறிக்கப்படும்.

$z = x + iy$ என்க. புள்ளி $P(x, y)$, ஆகன் வரிப்படத்தில் சிக்கலெண் z ஐ வகை குறிக்கும்.

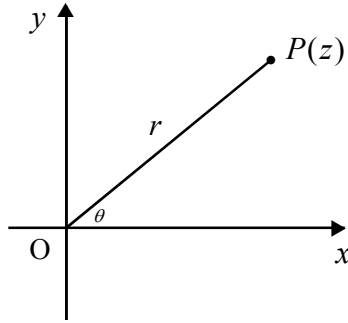


2. • சிக்கலெண் z தரப்படின்

• λz • \bar{z} குறிக்கும் புள்ளிகள் இங்கு $\lambda \in \mathbb{R}$

• z_1, z_2 எனும் சிக்கலெண்கள் தரப்படின் $z_1 + z_2$ குறிக்கும் அமைப்பினைத் தருவார்.

3. z என்பது பூச்சியமற்ற சிக்கலெண்ணாக இருக்க



$$z = r(\cos \theta + i \sin \theta); r > 0 \quad \theta \in \mathbb{R}$$

4. z ஒரு பூச்சியமற்ற சிக்கலெண் என்க. $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ வைத் திருப்திப்படுத்தும் θ இன் பெறுமானங்களைக் கொண்ட தொடை $\arg z$ எனப்படும்.

5. z என்பது பூச்சியமற்ற சிக்கலெண்ணாக இருக்க,
 $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$, $-\pi < \theta \leq \pi$ ஆகுமாறுள்ள,
 θ இன் பெறுமானம் $\text{Arg } z$ ஐ என வரையறுக்கப்படும்.

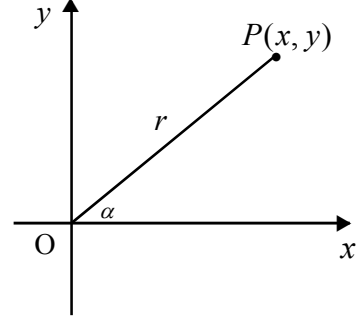
6. $z = x + iy$ என்பது பூச்சியமற்ற ஒரு சிக்கலெண் என்க.

$$z = \sqrt{x^2 + y^2} \left\{ \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} + i \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \right\}$$

$$= r(\cos \alpha + i \sin \alpha)$$

இங்கு $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ உம்,

$$\cos \alpha = \frac{x}{r}, \quad \sin \alpha = \frac{y}{r} \text{ ஆகும்.}$$



7. $z_1 = r_1(\cos \theta_1 + i \sin \theta_1)$

$$z_2 = r_2(\cos \theta_2 + i \sin \theta_2) \text{ எனின்,}$$

$$z_1 z_2 = r_1 r_2 [\cos(\theta_1 + \theta_2) + i \sin(\theta_1 + \theta_2)],$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} [\cos(\theta_1 - \theta_2) + i \sin(\theta_1 - \theta_2)] \text{ எனக் காட்டுக.}$$

$$z_1 \cdot z_2, \frac{z_1}{z_2} \text{ என்பவற்றை ஆகன் வரிப்படத்தில் அமைத்துக் காட்டுக.}$$

8. z_1, z_2 இரண்டு சிக்கலெண்களாக இருக்க,

$$\frac{\lambda z_1 + \mu z_2}{\lambda + \mu}, \quad \lambda, \mu \in \mathbb{R} \text{ என்பன குறிக்கும் புள்ளிகளைக் காண்பதற்கான}$$

அமைப்புக்களை ஆகன் வரிப்படத்தில் குறிக்க.

9. முக்கோணச் சமனிலி,

$$|z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|, \quad z_1, z_2 \in \mathbb{C} \text{ ஐப் பெறுக.}$$

10. $\|z_1| - |z_2| \leq |z_1 - z_2|$, $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ ஐ உய்த்தறிக.

11. மேலே குறித்த சமனிலிகளைப் பயன்படுத்திச் சிக்கலெண் பிரசினங்களைத் தீர்க்க மாணவர்களை வழிப்படுத்துக.

தேர்ச்சி மட்டம் 23.6 : தமோய்வரின் தேற்றத்தினைப் பயன்படுத்துவார்.

பாடவேளைகள் : 02

கற்றற் பேறுகள் :

1. தமோய்வரின் தேற்றத்தைக் கூறி நிறுவுவார்.
2. மேற்கூறிய தேற்றத்தை எளிய பிரசினங்களில் பயன்படுத்துவார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

1. $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ எனத் தரப்பட்டிருக்க,

$n \in \mathbb{Z}$, $z^n = r^n (\cos n\theta + i \sin n\theta)$ என தாமோய்வரின் தேற்றத்தைக் கூறிக் கணிதத் தொகுத்தறி முறையைப் பயன்படுத்தி நிறுவுவார்.

2. தாமோய்வரின் தேற்றத்தின் அடிப்படைப் பிரயோகங்களைப் பயன்படுத்தி பிரசினங்களைத் தீர்க்க மாணவர்களை வழிப்படுத்துக.

தேர்ச்சி மட்டம் 23.7 : மாறும் சிக்கலெண் ஒன்றில் ஒழுங்கு அல்லது பிரதேசத்தை அடையாளம் காண்பார்.

பாடவேளைகள் : 04

கற்றற் பேறுகள் :

1. ஆகன் வரிப்படத்தில் மாறும் சிக்கலெண் ஒன்றின் ஒழுக்கைக் காண்பார்.
2. ஒழுக்குகளின் தெக்காட்டின் சமன்பாட்டைப் பெறுவார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

1. சிக்கலெண்கள் z, z_0, z_1, z_2 என்பன முறையே P, P_0, P_1, P_2 என்னும் புள்ளிகளால் வகை குறிக்கப்படுகிறது என்க.

கீழள்ள ஒழுக்குகளை வரைக.

• $|z - z_0| = r$ என்பதால் தரப்படும் சிக்கலெண் z இன் ஒழுக்கு P_0 ஐ மையமாகவும், r ஐ ஆரையாகவும் கொண்ட வட்டம் எனக் காட்டுக. ஒழுக்கின் தெக்காட்டின் சமன்பாட்டைப் பெறுக.

• $\text{Arg}(z - z_0) = \alpha$ என்பதால் தரப்படும் z இன் ஒழுக்கு x அச்சின் நேர்த் திசையுடன் α கோணத்தை ஆக்கும் அரைக்கோடு PP_0 எனக் காட்டுக.

• $|z - z_1| = |z - z_2|$ எனும் சமன்பாட்டால் தரப்படும் z இன் ஒழுக்கு P_1P_2 இன் இருசமவெட்டிச் செங்குத்து எனக் காட்டுக. இந்நேர்கோட்டின் தெக்காட்டின் சமன்பாட்டைப் பெறுக.

2. மேற்படி ஒழுக்குகளில் தெக்காட்டின் சமன்பாடுகளை பெற மாணவர்களுக்கு வழிகாட்டுக.

தேர்ச்சி 25 : தாயங்களைக் கையாள்வார்.

தேர்ச்சி மட்டம் 25.1 : தாயங்கள் தொடர்பான அடிப்படைக் கோட்பாடுகளை விபரிப்பார்.

பாடவேளைகள் : 05

- கற்றற் பேறுகள் :**
1. தாயம் ஒன்றை வரையறுப்பார்.
 2. நிரல் தாயம், நிரைத் தாயம் என்பவற்றை வரையறுப்பார்.
 3. தாயங்களின் சமத்தன்மையை வரையறுப்பார்.
 4. தாயமொன்றினை எண்ணி ஒன்றால் பெருக்குதலை வரையறுப்பார்.
 5. தாயங்களின் கூட்டலை உபயோகித்து பிரசினங்களைத் தீர்ப்பார்.
 6. தாயங்களைக் கூட்டுவார்.
 7. எண்ணியால் பெருக்கல், கூட்டல் என்பவற்றைப் பயன்படுத்தி கழித்தலை வரையறுப்பார்.
 8. பெருக்கலுக்கான ஒருப்பாட்டினைக் எழுதுவார்.
 9. பெருக்கத்தை வரையறுப்பார்.
 10. பெருக்கலுக்கான இயல்புகளை உபயோகித்துப் பிரசினங்களைத் தீர்ப்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

1. தாயங்கள் :

தாயம், எண்களின் செவ்வக ஒழுங்கு (பத்தி) என வரையறுக்கப்படும். தாயங்கள் A, B, C.. போன்ற ஆங்கில எழுத்துக்களால் குறிக்கப்படும்.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

தாயம் A, m நிரைகளையும் n நிரல்களையும் கொண்டுள்ளது. m நிரைகளையும் n நிரல்களையும் கொண்டுள்ள தாயம் ஒன்றின் பருமன் (அல்லது வரிசை) $m \times n$ ஆகும்.

a_{ij} என்பது i ஆவது நிரையிலும் j ஆவது நிரலிலும் உள்ள தாயம் A யின் மூலம் எனக் குறிக்கப்படும்.

தாயம் A ஆனது, $A = (a_{ij})_{m \times n}$ என எழுதப்படும்.

2. நிரைத்தாயம் :

- ஒரு நிரையை மட்டும் கொண்ட தாயம் நிரைத்தாயம் அல்லது நிரைக் காவி எனப்படும்.

நிரல் தாயம் :

- ஒரு நிரலை மட்டும் கொண்ட தாயம் நிரல் தாயம் அல்லது நிரல் காவி எனப்படும்.

கூனியத்தாயம் :

- தாயம் ஒன்றின் எல்லா மூலகங்களும் பூச்சியமெனின் அத்தாயம் பூச்சியத் தாயம் எனப்படும்.

3. இரு தாயங்கள் $A = (a_{ij})_{m \times n}$, $B = (b_{ij})_{m \times n}$ என்பன ஒரே வரிசையை உடையனவாகவும், $a_{ij} = b_{ij}$ எல்லா i, j இற்கும் $i = 1, 2, 3, \dots, m$, $j = 1, 2, 3, \dots, n$ எனின் $A = B$ எனப்படும்.

4. $A = (a_{ij})_{m \times n}$; $\lambda \in \mathbb{R}$ என்க.

$\lambda A = (\lambda a_{ij})_{m \times n}$ எல்லா $i = 1, 2, 3, \dots, m$, $j = 1, 2, 3, \dots, n$ இற்கும்

$\lambda = -1$ ஆகும்போது $(-1)A = -A$ என வரையறுக்கப்படும்.

5. தாயக் கூட்டலுக்கான நிபந்தனை

- இரு தாயங்களின் வரிசைகளும் சமமாக இருத்தல்.
- ஒத்த மூலகங்களைக் கூட்டுதல்.

கூட்டல், பரிவர்த்தனை, சேர்த்தி விதிகளுக்கு அமைவானது.

6. தாயக் கூட்டலைப் பயன்படுத்திப் பிரசினங்களைத் தீர்க்க மாணவர்களை வழிப்படுத்துக.

7. தாயக்கூட்டல், தாயம் ஒன்றை எண்ணியால் பெருக்கல் என்பவற்றைப் பயன்படுத்தித் தாயக் கழித்தலை வரையறுக்க.

8. $A = (a_{ij})_{m \times p}$, $B = (b_{ij})_{p \times n}$ என்க.

$p = q$ ஆக A, B என்பன தாயப்பெருக்கல் AB இற்கு ஒருப்பாடுடையன எனப்படும்.

9. $A=(a_{ij})_{m \times p}$, $B=(b_{ij})_{p \times n}$ என்க.

$$AB = \left(\sum_{k=1}^p a_{ik} b_{kj} \right)_{m \times n} \text{ என வரையறுக்கப்படும்.}$$

இத்தாயத்தின் வரிசை $m \times n$ ஆகும்.

AB வரையறுக்கப்பட்டிருப்பின், BA வரையறுக்கப்பட்டிருக்க வேண்டியதில்லை என்பதை கலந்துரையாடுக.

பொதுவாக $AB \neq BA$

10. தாயப் பெருக்கலைப் பயன்படுத்தி பிரசினங்கள் தீர்க்க மாணவர்களை வழிப்படுத்துக.

தேர்ச்சி மட்டம் 25.2 : சதுரத் தாயங்களுடன் தொடர்பான விசேட வகைகளை விளக்குவார்.

பாடவேளைகள் : 02

கற்றற் பேறுகள் : 1. சதுரத் தாயம் ஒன்றின் வரிசையை இனங்காண்பார்.
2. சிறப்புத் தாயங்களை வகைப்படுத்துவார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

1. சதுரத் தாயத்தை வரையறுக்க.

தாயம் ஒன்றின் நிரைகளின் எண்ணிக்கையும், நிரல்களின் எண்ணிக்கையும் சமமாக இருப்பின், அது சதுரத் தாயம் எனப்படும். A_{m+n} இல் $m \times n$ எனின் A யின் வரிசை n எனப்படும்.

$$2. A = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

• $(a_{11}, a_{22}, a_{33}, \dots, a_{nn})$ என்பது முந்துறு முலைவிட்டம் எனப்படும்.

- சதுரத்தாயம் A யானது,

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & i = j \text{ ஆயின்} \\ 0 & i \neq j \text{ ஆயின்} \end{cases}$$

எனின் A சர்வசமன்பாட்டுத் தாயம் அல்லது அலகுத் தாயம் எனப்படும். இது I_n (வரிசை n எனின்) எனக் குறிக்கப்படும்.

- சதுரத்தாயம் A யில், $a_{ij} = 0$ எல்லா $i \neq j$ இற்கும் எனின், A முலைவிட்டத்தாயம் எனப்படும்.
- சதுரத்தாயம் A என்க. $A^T = A$ எனின், தாயம் A சமச்சீர்த்தாயம் எனப்படும்.
- தாயம் A சதுரத்தாயம் என்க. $A^T = -A$ எனின், A ஓராயச் சமச்சீர்த்தாயம் எனப்படும்.
- தாயம் A சதுரத்தாயம் என்க. எல்லா $i > j$ இற்கும் $a_{ij} = 0$ எனின், A மேல் முக்கோணத் தாயம் எனப்படும்.
- தாயம் A சதுரத்தாயம் என்க. எல்லா $i < j$ இற்கும் $a_{ij} = 0$ எனின், A கீழ் முக்கோணத் தாயம் எனப்படும்.

தேர்ச்சி மட்டம் 25.3 : தாயமொன்றின் நிலைமாற்று, நேர்மாறு என்பவற்றை விபரிப்பார்.

பாடவேளைகள் : 04

- கற்றற் பேறுகள் :**
1. தாயம் ஒன்றின் நிலைமாற்றினைக்காண்பார்.
 2. 2×2 தாயம் ஒன்றின் துணிகோவையை காண்பார்.
 3. 2×2 தாயம் ஒன்றின் நேர்மாறினைக் காண்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

1. $A = (a_{ij})_{m \times n}$ எனின் $A^T = (a_{ji})_{n \times m}$ ஆகும்.

2. 2×2 துணிகோவையின் பெறுமானத்தைக் காண்பார்.

தாயம் $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ என்க.

A யின் துணிகோவை $\det A = |A|$ எனக் குறிக்கப்படும்.

$\det A = |A| = ad - bc$ ஆகும்.

3. A ஒரு சதுரத்தாயம் என்க.

$AB = I = BA$ ஆகுமாறு தாயம் B உண்டு எனின்,

B தாயம் A இன் நேர்மாறு எனப்படும்.

A இன் நேர்மாற்று A^{-1} எனக் குறிக்கப்படும்.

ஆகவே $AA^{-1} = I = AA^{-1}$

- $(A^{-1})^{-1} = A$
- $(A^{-1})^T = (A^T)^{-1}$
- $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ எனக் காட்டுக.

$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ உம் $|A| \neq 0$ உம் எனின்,

$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$ எனக் காட்டுக.

தேர்ச்சி மட்டம் 25.4 ஒருங்கமை சமன்பாடுகளின் தீர்வுகளைப் பெறுவதற்குத் தாயங்களைப் பிரயோகிப்பார்.

பாடவேளைகள் : 06

- கற்றற் பேறுகள் :**
1. தாயங்களைப் பயன்படுத்தி ஒருங்கமை சமன்பாடுகளைத் தீர்ப்பார்.
 2. தீர்வுகளை வரைபுகளில் வகைக் குறிப்பார்.
 3. ஏகபரிமாணச் சமன்பாட்டுச் சோடியொன்றின் தீர்வுகளைப் பரிசோதிப்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

1. $a_1x + b_1y = c_1$
 $a_2x + b_2y = c_2$ என்க.

சமன்பாடுகளை $AX = C$ எனும் வடிவத்தில் எழுதுவதன் மூலம்,

$$A = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \text{ and } C = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} \text{ ஆகும்.}$$

A^{-1} உள்ளதெனின்

$$A^{-1}(AX) = A^{-1}C$$

$$(A^{-1}A)X = A^{-1}C$$

$$X = A^{-1}C$$

(i) ஒரு தனியான தீர்வு

(ii) எண்ணற்ற தீர்வு

(iii) தீர்வு இல்லை

என்பவற்றை விளக்குக.

2. ஒருங்கமை சமன்பாடுகளைத் தாயங்களைப் பயன்படுத்தித் தீர்க்க வழிப்படுத்துக.

3. ஒருங்கமை சமன்பாடுகளைத் தாயங்களைப் பயன்படுத்தித் தீர்க்க மாணவர்களுக்கு வழிகாட்டுக.

இணைந்த கணிதம் - II

தேர்ச்சி 4 : எழுமாற்றுப் பரிசோதனை ஒன்றின் நிகழ்ச்சிகளை விளக்குவதற்கு கணித மாதிரிகளைக் பயன்படுத்துவார்.

தேர்ச்சி மட்டம் 4.3 : தரப்பட்ட நிபந்தனையின் கீழ் ஒரு எழுமாற்றுப் பரிசோதனையின் நிகழ்ச்சி ஒன்றின் நிகழ்தகவைத் துணிவதற்கு நிபந்தனை நிகழ்தகவு பற்றிய எண்ணக்கருவை உபயோகிப்பார்.

பாடவேளைகள் : 08

- கற்றற் பேறுகள் :**
1. நிபந்தனை நிகழ்தகவினை வரையறுப்பார்.
 2. நிபந்தனை நிகழ்தகவு தொடர்பான தேற்றங்களைக் கூறி நிறுவுவார்.
 3. பெருக்கல் தேற்றங்களைக் குறிப்பிடுவார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

1. எழுமாற்றுப் பரிசோதனையொன்றின் மாதிரிவெளி S எனவும் A, B என்பன $P(A) > 0$ ஆகுமாறுள்ள இரு நிகழ்ச்சிகள் எனவும் கொள்க. A நடைபெற்றது எனத் தரப்படும் போது B யின் நிபந்தனை நிகழ்தகவை $P(B|A)$ இல் குறிப்பிடப்பட்டு,

$$P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} \text{ என வரையறுப்பார்.}$$

2. பின்வருவனவற்றை நிறுவுக.
 - (i) $P(A) > 0$ ஆகவுள்ளபோது $P(\phi|A) = 0$ ஆகும்.
 - (ii) $A, B \in S$ எனின், $P(A) > 0$ then $P(B'|A) = 1 - P(B|A)$ ஆகும்.
 - (iii) $A, B_1, B_2 \in S$ எனின், $P(B_1|A) = P(B_1 \cap B_2|A) + P(B_1 \cap B_2^1|A)$
3. A_1, A_2 என்பவற்றிற்கான பெருக்கல் விதி, $P(A_1 \cap A_2) = P(A_1) \cdot P(A_2|A_1)$ ஆகும். இங்கு $P(A_1) > 0$

தேர்ச்சி மட்டம் 4.4 : எழுமாற்றுப் பரிசோதனை ஒன்றின் இரண்டு அல்லது இரண்டுக்கு மேற்பட்ட நிகழ்ச்சிகளின் சாராமையைத் துணிவதற்கு நிகழ்தகவு தொடர்பான மாதிரிகளை உபயோகிப்பார்.

பாடவேளைகள் : 04

- கற்றற் பேறுகள் :**
1. இரண்டு நிகழ்ச்சிகளின் சாராமையை வரையறுப்பார்.
 2. சோடியாக சாராமையை வரையறுப்பார்.
 3. ஒன்றுக்கொன்று சாராமையை வரையறுப்பார்.
 4. சாராமையை உபயோகித்து பிரசினங்களைத் தீர்ப்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

1. A_1, A_2 என்பன நிகழ்ச்சிவெளி \mathcal{E} இல் இரு நிகழ்ச்சிகள் என்க. A_1, A_2 என்பன சாராதவை எனின், ஆகும்.

$$P(A_1 \cap A_2) = P(A_1) \cdot P(A_2)$$

2. A_1, A_2, A_3 என்பன நிகழ்ச்சிவெளி \mathcal{E} இல் உள்ள மூன்று நிகழ்ச்சிகள் என்க. A_1, A_2, A_3 என்பன சாராதவை எனில்,

$$P(A_1 \cap A_2) = P(A_1) \cdot P(A_2)$$

$$P(A_2 \cap A_3) = P(A_2) \cdot P(A_3)$$

$$P(A_3 \cap A_1) = P(A_3) \cdot P(A_1)$$

3. ஒவ்வொரு நிகழ்ச்சியும் மற்றைய சாத்தியமான சேர்மான நிகழ்ச்சிகளுடன் சாராதவை எனில், அவை சோடியாகச் சாராதவை (Pairwise Independent) எனப்படும்.
4. A_1, A_2, A_3 என்பன தம்முட் சாராதவை (mutually independent) எனில், அவை சோடியாகச் சாராதவை ஆகும்.

A_1, A_2, A_3 என்பன தம்முட் சாராதவை எனின் மட்டும்

$$P(A_1 \cap A_2) = P(A_1) \cdot P(A_2)$$

$$P(A_2 \cap A_3) = P(A_2) \cdot P(A_3)$$

$$P(A_3 \cap A_1) = P(A_3) \cdot P(A_1)$$

அத்துடன்

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3)$$

5. இரண்டு அல்லது மூன்று நிகழ்ச்சிகளுக்குச் சாராமையைப் பயன்படுத்தும் பிரசினங்களைத் தீர்ப்பதற்கு மாணவர்களுக்கு வழிகாட்டுக.

தேர்ச்சி மட்டம் 4.5 : சந்தர்ப்பங்களுக்கு ஏற்றவாறு பேசின் தேற்றத்தை பிரயோகிப்பார்.

பாடவேளைகள் : 06

- கற்றற் பேறுகள் :**
1. ஒரு மாதிரிவெளியின் பிரிப்பை வரையறுப்பார்.
 2. மொத்த நிகழ்தகவுத் தேற்றத்தைக் குறிப்பிட்டு நிறுவுவார்.
 3. பேசின் தேற்றத்தைக் குறிப்பிடுவார்.
 4. அதனைப் பயன்படுத்தி பிரசினங்களைத் தீர்ப்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

1. B_1, B_2, \dots, B_n என்பன நிகழ்ச்சிவெளியிலுள்ள நிகழ்ச்சிகள் என்க. எனின் என்பது S இன் ஒரு பிரிப்பு என அழைக்கப்படும்.
 $\{B_1, B_2, B_3, \dots\}$ என்பன S இன் பிரிப்பு.

$$(i) \bigcup_{i=1}^n B_i = S$$

$$(ii) B_i \cap B_j = \phi \quad (i \neq j, 1 \leq i, j \leq n)$$

2. $\{B_1, B_2, \dots, B_n\}$ என்பது மாதிரிவெளி \mathcal{E} தொடர்பான நிகழ்ச்சி வெளி S இன் ஒரு பிரிப்பு என்க.

$P(B_i) > 0$ ஆயும் A என்பது நிகழ்ச்சி வெளி \mathcal{E} இல் யாதாயினும் ஒரு நிகழ்ச்சி ஆயும் இருப்பின்,

$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(A|B_i)P(B_i)$$

3. **பேசின் தேற்றம்**

$\{B_1, B_2, \dots, B_n\}$ என்பது \mathcal{E} என்ற நிகழ்ச்சி வெளியின் ஒரு பிரிப்பு என்க. A என்பது நிகழ்ச்சி வெளி \mathcal{E} இலுள்ள யாதுமொரு நிகழ்ச்சி எனின்,

$$P(B_j|A) = \frac{P(A|B_j)P(B_j)}{\sum_{i=1}^n P(A|B_i)P(B_i)}$$

4. மேலேயுள்ள தேற்றங்களைப் பயன்படுத்திப் பிரசினங்களைத் தீர்ப்பதற்கு மாணவர்களுக்கு வழிகாட்டுக.

தேர்ச்சி 5 : தீர்மானிக்கும் திறனை மேம்படுத்திக் கொள்வதற்கு விஞ்ஞான முறை மாதிரிகளை உபயோகிப்பார்.

தேர்ச்சி மட்டம் 5.1 : புள்ளி விபரவியலின் தன்மையை அறிமுகம் செய்வார்.

பாடவேளைகள் : 01

கற்றற் பேறுகள் : 1. புள்ளிவிபரவியல் என்றால் என்ன என விளக்குவார்.
2. புள்ளிவிபரவியலின் தன்மை பற்றி விளக்குவார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

1. புள்ளிவிபரவியல்

அனுமானங்களையும் தீர்மானங்களையும் மேற்கொள்வதற்காகக் கணியத் தரவுகளைப் பெற்றுப் பகுப்பாய்வு செய்யும் விஞ்ஞானம் புள்ளிவிபரவியல் எனப்படும்.

2. புள்ளிவிபரவியல் இரு பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்படலாம்.

(i) விவரணப் புள்ளிவிபரவியல்

(ii) அனுமானப் புள்ளிவிபரவியல்

விவரணப் புள்ளிவிபரவியல்

அட்டவணைகள், வரைபுகள், பொருத்தமான அளவீடுகள் மூலம் தரவுகளை ஒழுங்குபடுத்தல், காட்சிப்படுத்தல், விபரித்தல் முறைகள் அடங்கியது விவரணப் புள்ளிவிபரவியல் எனப்படும்.

அனுமானப் புள்ளிவிபரவியல்

மாதிரி முடிவுகளைப் பயன்படுத்திக் குடித்தொகையில் தீர்மானங்களையும் எதிர்வு கூறல்களையும் மேற்கொள்வதற்கான முறைகள் அடங்கியது அனுமானப் புள்ளிவிபரவியல் ஆகும்.

தேர்ச்சி மட்டம் 5.2 : மைய நாட்ட அளவீடுகள் பற்றி விபரிப்பார்.

பாடவேளைகள் : 03

- கற்றற் பேறுகள் :**
1. மையநாட்ட அளவைகள் ஆக இடை, இடையம், ஆகாரம் என்பனவற்றை விபரிப்பார்.
 2. மையநாட்ட அளவைகளைக் காண்பார்.
 3. நிறை எற்றிய இடையினைக் காண்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

1. இடை, இடையம், ஆகாரம் என்பன மையநாட்ட அளவுகள் ஆகும்.

2 **இடை**

- x_1, x_2, \dots, x_n என்பன தரவுகளாக இருக்க,

$$\text{அவற்றின் இடை } \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \text{ ஆகும்.}$$

- x_1, x_2, \dots, x_n என்பன முறையே f_1, f_2, \dots, f_n மீடறன்களையுடைய தரவுத் தொகுதி என்க.

$$\text{இடை } \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

- கூட்டமாக்கப்பட்ட தரவுகளுக்கு x_i ஆனது i ஆவது வகுப்பாயிடையின் நடுப்பெறுமானமும் முறையே f_1, f_2, \dots, f_n மீடறன்களும்

$$\text{எனில், இடை } \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

- குழுக் குறித்தல் முறை பற்றிக் கலந்துரையாடுக.

$$\text{குழுக் குறித்தல் முறையில் இடையானது } \bar{Y} = \frac{\bar{x} - a}{b}$$

ஆகாரம் :

- பரம்பலில் அதிஉயர் மீற்றனைக் கொண்ட மாறியின் பெறுமானம் ஆகாரம் எனப்படும். ஒன்றிற்கு மேற்பட்ட ஆகாரம் இருக்கலாம் எனக் கூறுக.

கூட்டமாக்கப்பட்ட மீற்றன் பரம்பலுக்கு ஆகாரம் பின்வருமாறு கணிக்கப்படும்.

$$\text{ஆகாரம்} = L_{mo} + c \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \right)$$

இங்கு,

L_{mo} - ஆகார வகுப்பின் கீழ் வரைப்பு

c - வகுப்பாயிடையின் பருமன்

$$\Delta_1 = f_{mo} - f_{mo-1}$$

$$\Delta_2 = f_{mo} - f_{mo+1}$$

f_{mo} என்பது ஆகார வகுப்பாயிடையின் மீற்றன்

இடையம் :

- தரவுகளின் வரிசைப்படுத்தப்பட்ட ஒழுங்கின் நடுப்பெறுமானம் இடையம் ஆகும்.

- n எண்ணிக்கையான தரவுகளின் ஏறுவரிசையிலான ஒழுங்கு

x_1, x_2, \dots, x_n என்க.

ஒழுங்கின் $\left(\frac{n+1}{2} \right)^{th}$ ஆவது ஈட்டு இடையம் எனப்படும்.

(a) n ஒற்றை

(b) n இரட்டை ஆகவுள்ள சந்தர்ப்பங்களைக் கலந்துரையாடுக.

- கூட்டமாக்கப்பட்ட தரவுகளுக்கான இடையம்

$$\text{இடையம்} = L_m + \frac{\left(\frac{N}{2} - f \right) c}{f_c} \text{ ஆகும்.}$$

L_m - இடைய வகுப்பாயிடையின் கீழ் வரைப்பு

c - வகுப்பாயிடையின் பருமன்

f - L_m இற்கு கீழ் உள்ள எல்லா மீடறன்களினதும் கூட்டுத்தொகை

f_c - இடைய வகுப்பின் மீடறன்

- மீடறன்களின் மொத்தக் கூட்டுத்தொகை.

3. நிறைவேற்றிய இடை பற்றிக் கலந்துரையாடுக.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n w_i x_i}{\sum_{i=1}^n w_i} \text{ இங்கு } x_i \text{ இன் நிறை } w_i \text{ ஆகும்.}$$

தேர்ச்சி மட்டம் 5.3 : சார் அமைவு அளவீட்டுப் பெறுமானங்கள் மூலம் மீடறன் பரம்பலை விபரிப்பார்.

பாடவேளைகள் : 04

கற்றற் பேறுகள் :

1. மீடறன் பரம்பல்களின் சார்பு அமைவுப் பெறுமானங்களைக் காண்பார்.
2. தரவுகளை வகைகுறிக்க பெட்டி வீசல் வரைபுகளை உபயோகிப்பார்.

கற்றல் - கற்பீத்தல் செயலொழுங்கு:

1. • முதலாம் காலணை (Q_1)

ஏறுவரிசையில் ஒழுங்குபடுத்தப்பட்ட தரவுத் தொகுதி ஒன்றின் $\left(\frac{n+1}{4}\right)^{th}$

ஆவது ஈட்டு முதலாம் காலணை எனப்படும்.

- இரண்டாம் காலணை (Q_2)

ஏறுவரிசையில் ஒழுங்குபடுத்தப்பட்ட தரவுத் தொகுதி ஒன்றின் $\left(\frac{n+1}{2}\right)^{th}$

ஆவது ஈட்டு இரண்டாம் காலணை ஆகும்.

- **மூன்றாம் காலணை (Q_3)**

ஏறுவரிசையில் ஒழுங்குபடுத்தப்பட்ட தரவுத் தொகுதி ஒன்றின்

$\frac{3}{4}(n+1)^{th}$ ஆவது ஈட்டின் பெறுமானம் மூன்றாம் காலணை எனப்படும்.

குறிப்பு : Q_2 ஆனது (இடையம்) 2ம் காலணையாகும்.

- k ஆவது காலணை Q_k ஆனது பின்வருமாறு தரப்படும்.

இங்கு $k = 1, 2, 3$

$$Q_k = L_k + \frac{\left(\frac{KN}{4} - f\right)C}{f_k} \quad \text{இங்கு } k = 1, 2, 3$$

L_k - k ஆவது காலணையின் வகுப்பாயிடையின் கீழ் வரைப்பு.

C - வகுப்பாயிடையின் பருமன்

f - L_k இற்கு கீழ் உள்ள எல்லா மீடறன்களினதும் கூட்டுத்தொகை

f_k - k ஆவது காலணையின் வகுப்பாயிடையின் மீடறன்

N - மீடறன்களின் மொத்தக் கூட்டுத்தொகை

- **சதமணை**

தரவுத் தொகுதி ஒன்றின் P ஆவது சதமணை, ஏறுவரிசையில் ஒழுங்கு

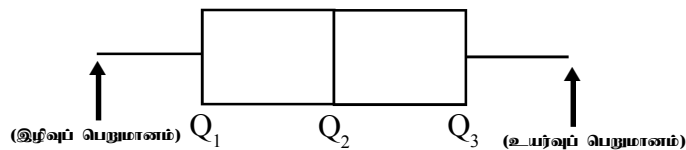
படுத்தும்போது $\left(\frac{pn}{100}\right)^{th}$ ஆவது ஈட்டின் பெறுமானம் ஆகும்.

(இங்கு நிறையெண், நிறையெண் அல்லாத வகைகளைக் கலந்துரையாடுக.)

2. **பெட்டி வரைபு:**

இங்கு பெட்டியானது மூன்று காலணைகளையும் காட்டும் பெட்டியிலிருந்து நீட்டப்பட்டிருக்கும் கோடுகள், மாறியின் இழிவுப் பெறுமானம், உயர்வுப் பெறுமானம் வரை செல்லும்.

பெட்டி தரவின் 50% ஐக் கொண்டிருக்கும்.



தேர்ச்சி மட்டம் 5.4 : விலகலின் அளவைகளைப் பாவித்துப் பரம்பலொன்றின் விலகலை விபரிப்பார்.

பாடவேளைகள் : 08

- கற்றற் பேறுகள் :**
1. மீடிறன் பரம்பல்களில் தீர்மானம் எடுப்பதற்குப் பொருத்தமான விலகல் அளவைகளைப் பயன்படுத்துவார்.
 2. விலகல் அளவைகள் பற்றியும், அவற்றின் முக்கியத்துவம் பற்றியும் குறிப்பிடுவார்.
 3. Z – புள்ளியில் ஒன்று சேர்ந்த இடை, மாறற்றிறன் பற்றி விளக்குவார்.
 4. Z – புள்ளியில் ஒன்று சேர்ந்த இடை, மாறற்றிறன், என்பவற்றுக்கான சூத்திரங்களைப் பெறுவார்.
 5. Z – புள்ளியை விபரிப்பார்.
 6. சிதறல் அளவீடுகளை பிரசினங்கள் தீர்ப்பதற்கு உபயோகிப்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

1. மீடிறன் பரம்பலில் அண்ணளவாக்கம் மதிப்பீடு என்பவற்றில் மையநாட்ட அளவைகளின் உபயோகம் பற்றிப் பொருத்தமான உதாரணங்களுடன் கலந்துரையாடுக.
2.
 - சிதறல் தரவுகளின் பரவு முறையைக் காட்டுகிறது.
சிதறலின் அளவைகள், தரவுகள் எவ்வாறு பரவியுள்ளன என்பதைக் குறிக்கின்றன.
பின்வரும் சிதறல் அளவைகளை வரையறுக்க.
 - **வீச்சு**
மிகப் பெரிய பெறுமானத்திற்கும் மிகச் சிறிய பெறுமானத்திற்கு மிடையேயான வித்தியாசம் வீச்சு ஆகும்.
 - இடைக்காலணை வீச்சு = $Q_3 - Q_1$
 - அரை இடைக்காலணை வீச்சு = $\frac{Q_3 - Q_1}{2}$

- **இடைவிலகல்**

- x_1, x_2, \dots, x_n என்ற தரவுத் தொகுதியின்

$$\text{இடைவிலகல்} = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|}{n} \text{ ஆகும்.}$$

- மீடறன் பரம்பலொன்றிற்கு

$$\text{இடைவிலகல்} = \frac{\sum_{i=1}^n |f_i |x_i - \bar{x}|}{\sum f_i} \text{ ஆகும்.}$$

(கூட்டமாக்கப்பட்ட மீடறன் பரம்பலில் x_i , i ஆவது வகுப்பின் நடுப் பெறுமானம்)

- **மாற்றற்றன்**

- x_1, x_2, \dots, x_n எனும் தரவுத் தொடையில்,

$$\text{மாற்றற்றன்} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n} \text{ ஆகும்}$$

$$\text{மாற்றற்றன்} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - \bar{x}^2 \text{ ஆகும்}$$

எனக் காட்டுக.

- கூட்டமாக்கப்பட்ட மீடறன் பரம்பலில்

$$\text{மாற்றற்றன்} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^n f_i} \text{ ஆகும்}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i^2}{\sum_{i=1}^n f_i} - \bar{x}^2 \text{ எனக் காட்டுக.}$$

• **நியம விலகல்**

$$\text{நியம விலகல்} = \sqrt{\text{மாற்றிறன்}}$$

3. **கூட்டு இடை**

n_1, n_2 எண்ணிக்கையுடைய தரவுத் தொகுதிகள் இரண்டின் இடை \bar{x}_1, \bar{x}_2 என்க. இரு தொகுதிகளும் ஒன்றாகக் கருதின் புதிய இடை

$$\bar{x} = \frac{n_1\bar{x}_1 + n_2\bar{x}_2}{n_1 + n_2} \text{ எனக் காட்டுக.}$$

இவ்வாறே அவற்றின் மாற்றிறன்கள் முறையே σ_1^2, σ_2^2 எனின், இரு தொகுதிகளும் ஒன்றாக்கப்பட்டுப் பெறப்படும். தொகுதியின் புதிய மாற்றிறன் σ^2 ஆனது,

$$\sigma^2 = \frac{1}{n_1 + n_2} \{n_1\sigma_1^2 + n_2\sigma_2^2\} + \frac{n_1n_2}{(n_1 + n_2)^2} (\bar{x}_1 - \bar{x}_2)^2 \text{ எனக் காட்டுக.}$$

4. **Z புள்ளி**

x_1, x_2, \dots, x_n என்பவற்றின் இடை \bar{x} எனவும் நியம விலகல் σ எனவும் கொள்க.

$$z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{\sigma} \text{ என வரையறுக்கப்படும்.}$$

z_i என்பது x_i இன் Z-புள்ளி எனப்படும்.

z_1, z_2, \dots, z_n என்பவற்றின் இடை 0 எனவும் நியம விலகல் 1 எனவும் காட்டுக.

5. ஏகபரிமாண உருமாற்றம் பற்றிக் குறிப்பிடுக. (குறிப்படுத்தல் முறை)

பரம்பல் ஒன்றின் இடை \bar{x} , நியம விலகல் σ என்க.

a, b என்பன ஒருமைகளாகவிருக்க, $y = ax + b$ எனும் உருமாற்றத்தைக் கருதுக.

$$\bar{y} = a\bar{x} + b \text{ எனவும்}$$

$$\sigma_x = |b|\sigma_y \text{ எனவும் காட்டுக.}$$

தேர்ச்சி மட்டம் 5.5 : ஓராய அளவீடுகளின் மூலம் பரம்பலொன்றின் வடிவத்தைத் துணிவார்.

பாடவேளைகள் : 02

கற்றற் பேறுகள் :

1. ஓராய அளவீடுகளை வரையறுப்பார்.
2. ஓராய அளவீடுகளைப் பயன்படுத்திப் பரம்பல்களின் வடிவங்களைத் தீர்மானிப்பார்.

கற்றல் - கற்பித்தல் செயலொழுங்கு :

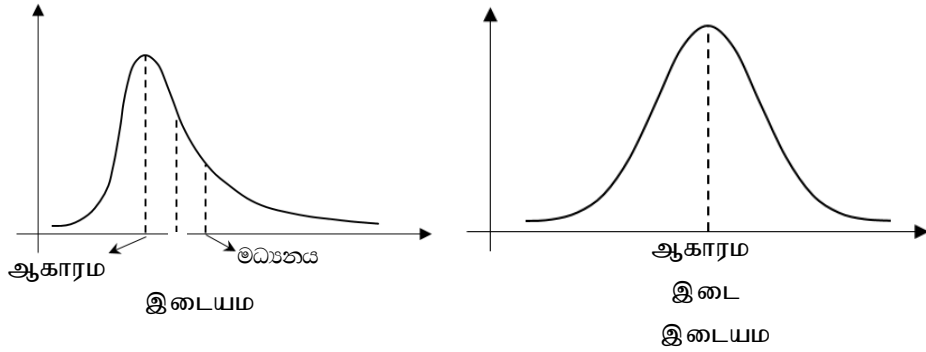
1. பியசனின் ஓராயக்குணகம் பின்வருமாறு வரையறுக்கப்படும்.

$$K = \frac{\text{இடை} - \text{ஆகாரம்}}{\text{நியம விலகல்}}$$

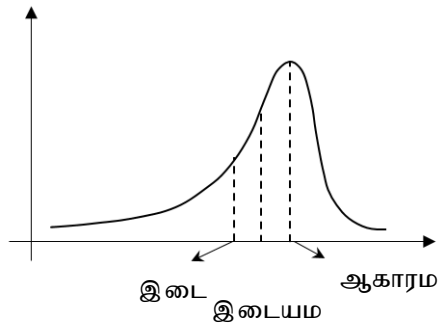
அல்லது

$$K = \frac{3(\text{இடை} - \text{இடையம்})}{\text{நியம விலகல்}}$$

2. நேரான ஓராயம் சமச்சீர்



• மறையான ஓராயம்



பாடசாலை மட்டக் கணிப்பீடு

அறிமுகம்

கற்றல் - கற்பித்தல் மதிப்பீடு ஆகியன கல்விச் செயன்முறைகளின் முக்கிய மூன்று கூறுகளாகும் என்பதும், கற்றல் கற்பித்தலின் முன்னேற்றத்தை அறியக் கணிப்பீடு மதிப்பீடு பயன்படுத்த வேண்டும் என்பதும் எல்லா ஆசிரியர்களும் தெளிவாக அறிந்திருக்க வேண்டிய ஒரு விடயமாகும். அவை ஒன்றன் மீது ஒன்று செல்வாக்குச் செலுத்தும் அதேவேளை ஒவ்வொன்றும் மற்றையவற்றின் முன்னேற்றத்திலும் செல்வாக்குச் செலுத்துகின்றன என்பது ஆசிரியர்கள் யாவரும் அறிந்த உண்மையாகும். தொடர் (நிதமும் நிகமும்) மதிப்பீட்டுக் கோட்பாடுகளுக்கிணங்க கற்றல் நடைபெறும் போதே மதிப்பீடும் இடம்பெற வேண்டும். இது கற்றல் - கற்பித்தல் செயன்முறையின் ஆரம்பப்பகுதி, இடைப்பகுதி, இறுதிப்பகுதி ஆகிய எந்த ஒரு சமயத்திலும் இடம் பெறலாம் என்பதை ஆசிரியர்கள் விளங்கிக் கொள்வது அவசியமாகும். தமது மாணவரை மதிப்பிட எதிர்பார்க்கும் ஓர் ஆசிரியர் கற்றல் - கற்பித்தல் மதிப்பீடு ஆகியன தொடர்பான ஒழுங்கான திட்டமொன்றைப் பயன்படுத்தல் அவசியமாகும்.

பாடசாலையை அடிப்படையாகக் கொண்ட கணிப்பீட்டு வேலைத்திட்டமானது ஒரு பரீட்சை முறையோ சோதனை நடாத்துவதோ அல்ல. அது மாணவர்களது கற்றலையும், ஆசிரியர்களது கற்பித்தலையும் மேம்படுத்துவதற்காகப் பயன்படுத்தப்படும் ஒரு தலையீடாகும். ஆதலால் மாணவர்களுக்கு அருகில் இருந்து அவர்களுடைய பலங்களையும் பலவீனங்களையும் இனங்கண்டு அவற்றிற்கு பரிகாரம் கண்டவாறு மாணவர்களை அவர்களது உச்ச வளர்ச்சி மட்டத்தை அடையச் செய்வதற்காகப் பயன்படுத்தக்கூடிய ஒரு வேலைத் திட்டமாகும்.

கற்றல்- கற்பித்தல் செயன்முலம் தேடல் செயன்முறையின்பால் மாணவர்கள் வழிப்படுத்தப் படுகின்றனர். பாடசாலையை அடிப்படையாகக் கொண்ட கணிப்பீட்டு வேலைத்திட்டத்தைச் செயற்படுத்தும்போது மாணவர்களிடையே ஆசிரியர் சஞ்சரித்து அவர்கள் செய்யும் வேலைகளை அவதானித்து வழிகாட்டலை வழங்கிச் செயற்படல் வேண்டும் என எதிர் பார்க்கப்படுகின்றது. இங்கு மாணவர்கள் தொடர்ச்சியாக மதிப்பீட்டுக்கு உள்ளாக்கப்படுவ தோடு மாணவர் ஆற்றல் அபிவிருத்தி எதிர்பார்த்தவாறு நடைபெறுகின்றதா என்பதை ஆசிரியர் உறுதிப்படுத்திக் கொள்ளல் வேண்டும். மாணவருக்குத் தக்க அனுபவங்களைப் பெற்றுக் கொடுத்து அவற்றை மாணவர்கள் சரியாகப் பெற்றுக் கொண்டார்களா என உறுதிப்படுத்தல் கற்றல்-கற்பித்தல் ஊடாக நிகழ வேண்டும். அத்தோடு அதற்குத் தக்க வழிகாட்டல் வழங்கப்பட வேண்டும். மதிப்பீட்டில் (கணிப்பீட்டில்) ஈடுபட்டுள்ள ஆசிரியர்கள் தமது மாணவர்களுக்கு இரண்டு வகையான வழிகாட்டல்களை வழங்க முடியும். அவை பொதுவாகப் பின்னூட்டல் / முன்னூட்டல் எனப்படும். மாணவர்களின் பலவீனங்களையும் இயலாமையையும் கண்டறிந்தபோது அவர்களது கற்றல் பிரச்சினைகளை நிவர்த்திப்பதற்காகப் பின்னூட்டலையும் மாணவர்களின் திறமைகளையும் ஆற்றல்களையும் இனங்காணும்போது அவற்றை மேம்படுத்த, முன்னூட்டலையும் வழங்குவது ஆசிரியரின் கடமையாகும்.

கற்றல்- கற்பித்தல் செயன்முறையின் வெற்றிக்காகப் பாடநெறியின் நோக்கங்களுள் எந்த நோக்கத்தை எந்த மட்டத்தில் நிறைவேற்ற முடிந்தது என்பதை இனங்காணல், மாணவர் களுக்கு அவசியமாகின்றது. மதிப்பீடுகள் மூலம் மாணவர்கள் அடைந்துள்ள தேர்ச்சி மட்டங்களைத் தீர்மானித்தல் சம்பந்தப்பட்ட ஆசிரியரிடமிருந்து எதிர்பார்க்கப்படுகின்றது.

மாணவர்கள், ஆசிரியர்கள், வேறு பிரிவினர்களுக்கு மாணவர்களின் முன்னேற்றம் பற்றிய தகவல்களை அறிவிப்பதற்கு ஆசிரியர் முனைய வேண்டும். இதற்குப் பயன்படுத்தக்கூடிய மிகவும் பொருத்தமான முறை, தொடர்ச்சியாக மாணவரை மதிப்பீட்டுக்கு உட்படுத்த வாய்ப்பளிக்கும் பாடசாலை மட்ட மதிப்பீட்டு முறையாகும்.

மேற்படி நோக்கத்துடன் செயற்படும் ஆசிரியர்கள் தமது கற்பித்தல் செயன்முறையையும் மாணவர்களின் கற்றல் செயன்முறையையும் மேலும் வினைத்திறன் மிக்கதாகக் குவதற்கு வினைத்திறன் மிக்க கற்றல் - கற்பித்தல் மதிப்பிடல் முறைகளைப் பயன்படுத்த வேண்டும். இது தொடர்பாக ஆசிரியர்களுக்கும் மாணவர்களுக்கும் பயன்படுத்தத்தக்க அணுகுமுறைப் பேதங்கள் (வகைகள்) சில கீழே தரப்பட்டுள்ளன. இவை நீண்டகாலமாக ஆசிரியர்களுக்கு தேசிய கல்வி நிறுவகத்தினாலும், பரீட்சைத் திணைக்களத்தினாலும் விளக்கமளிக்கப்பட்ட முறைகளாகும். எனவே அவை தொடர்பாகப் பாடசாலைத் தொகுதியைச் சேர்ந்த ஆசிரியர்கள் போதிய அறிவூட்டம் பெற்றிருப்பர் என எதிர்பார்க்கப்படுகின்றது. இம்முறைகள் வருமாறு.

- | | |
|-----------------------------|---------------------------------|
| 1. ஒப்படைகள் | 2. செயற்றிட்டங்கள் |
| 3. ஆய்வு | 4. நுணுகி ஆராய்தல் |
| 5. அவதானிப்புக்கள் | 6. கண்காட்சி / முன்வைத்தல்கள் |
| 7. களச் சுற்றுலாக்கள் | 8. குறுகிய எழுத்துப் பரீட்சைகள் |
| 9. அமைப்புக் கட்டுரைகள் | 10. திறந்த நூல் சோதனைகள் |
| 11. ஆக்கச் செயற்பாடுகள் | 12. செவிமடுத்தல் சோதனைகள் |
| 13. செய்முறைச் செயற்பாடுகள் | 14. பேச்சுக்கள் |
| 15. சுய ஆக்கங்கள் | 16. குழுச் செயற்பாடுகள் |
| 17. எண்ணக்கருப் படங்கள் | 18. இரட்டைக் குறிப்பு - நாளேடு |
| 19. சுவர்ப் பத்திரிகைகள் | 20. வினா-விடை நிகழ்ச்சிகள் |
| 21. வினா-விடைப் புத்தகங்கள் | 22. விவாதங்கள் |
| 23. குழுக் கலந்துரையாடல்கள் | 24. கருத்தரங்குகள். |
| 25. உடனடிச் சொற்பொழிவு | 26. பாத்திரமேற்று நடித்தல் |

அறிமுகம் செய்யப்பட்டுள்ள மேற்படி கற்றல் - கற்பித்தல் மதிப்பீட்டு முறைகள் அனைத்தையும், எல்லாப் பாடங்களினது எல்லா அலகுகளுக்காகவும் பயன்படுத்த முடியும் என எதிர்பார்க்கப் படவில்லை. தமது பாடத்திற்கும் குறித்த பாட அலகிற்கும் பொருத்தமான முறைகளைத் தெரிவு செய்து கொள்வதற்கு அறிவூட்டம் பெற வேண்டும்.

மேற்படி ஆசிரியர் வழிகாட்டியில் தமது மாணவர்களின் கற்றல் முன்னேற்றத்தைக் கணிப்பிடப் பயன்படுத்தக்கூடிய கற்றல் - கற்பித்தல் மற்றும் மதிப்பீட்டுப் பேதங்கள் பற்றிக் குறிப்பிடப்பட்டுள்ளது. ஆசிரியர்கள் தமது மாணவர்களின் முன்னேற்றத்திற்காக அவற்றைத் தக்கவாறு பயன்படுத்தல் வேண்டும். இவற்றைப் பயன்படுத்தாது தவிர்ந்தல் மாணவர் தமது அறிவாற்றல் மற்றும் உள எழுச்சி, உள இயக்கத் திறன்களை வளர்த்துக் கொள்வதற்கும் அவற்றை வெளிப்படுத்துவதற்கும் தடையாக அமையும்.

உசாத்துணை

Bstock, L. and Chandler, J.(1993). *Pure Mathematics I* ,Stanley Thrones (Publishers) Ltd.

Bstock, L. and Chandler, J.(1993). *Pure Mathematics II*, Stanley Thrones (Publishers) Ltd.

Bostock, L. and Chandler, J.(1993). *Applied Mathematics I*, Stanley Thrones (Publishers) Ltd.

Bostock, L. and Chandler, J.(1993). *Applied Mathematics II*, Stanley Thrones (Publishers) Ltd.

தேசிய கல்வி நிறுவகத்தால் வெளியிடப்பட்ட கீழ்வரும் நூல்கள் பயன்படுத்தப்படலாம்.

வரிசைமாற்றமும் சேர்மானமும்

துணிக்கையொன்றின் சமநிலை

இருபடிச்சார்புகளும் இருபடிச் சமன்பாடுகளும்

பல்லுறுப்பிச் சார்புகளும் விகிதமுறு சார்புகளும்

மெய்யெண்களும் சார்புகளும்

சமனிலிகள்

புள்ளிவிபரவியல்

வட்டம்

நிகழ்தகவு

பெறுதியின் பிரயோகங்கள்

சிக்கலெண்கள்

நியூட்டன் இயக்க விதிகள்

மூட்டிய கோல்களும் சட்டப்படல்களும்

வேலை, வலு, சக்தி

புவியீர்ப்பு மையம்

வட்ட இயக்கம்

எளிமையிசை இயக்கம்

காவி அட்சரகணிதம்

நேர்கோடு

வகையீடு

தொகையீடு