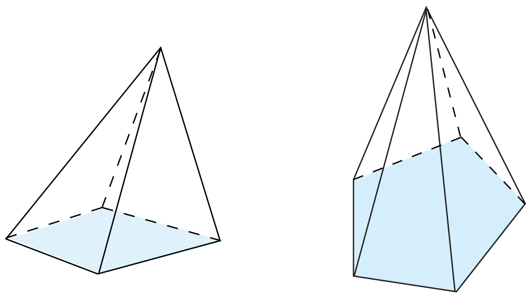
4 ඝන වස්තුවල පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට,
- පතුල සමචතුරස්‍රාකාර ඍජු පිරමීඩයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය ගණනය කිරීමට
- ඍජු කේතුවක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය ගණනය කිරීමට
- ගෝලයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය ගණනය කිරීමට

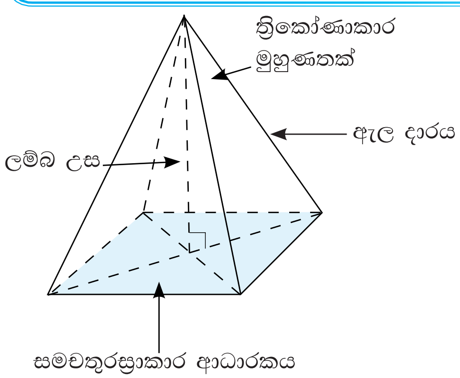
හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

පිරමීඩය



ඉහත රූපවල දැක්වෙන ඝන වස්තු හොඳින් නිරීක්ෂණය කරන්න. ඒවායේ මුහුණත් ලෙස ඇත්තේ බහු - අස්‍රයි. එම මුහුණත් අතුරින් එකක් හැර අනෙක් සියල්ල ම ත්‍රිකෝණාකාර වේ. ත්‍රිකෝණාකාර නොවන මුහුණතට **ආධාරකය** යැයි කියනු ලැබේ. එම ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණත් සියල්ලට පොදු වන ලක්ෂ්‍යයක් ඇති අතර එම පොදු ලක්ෂ්‍යයට ශීර්ෂය යැයි කියනු ලැබේ. මෙම ලක්ෂණ සහිත ඝන වස්තුවකට **පිරමීඩයක්** යැයි කියනු ලැබේ.
රූපයේ දැක්වෙන පිරමීඩ තුනෙහි ආධාරක පිළිවෙළින් චතුරස්‍රාකාර, පංචාස්‍රාකාර හා ෂඩස්‍රාකාර වේ.

ආධාරකය සමචතුරස්‍රාකාර වන ඍජු පිරමීඩය



සමචතුරස්‍රාකාර ආධාරකයක් සහිත පිරමීඩයක් රූපයෙහි දැක්වේ. මෙහි ආධාරකය සමචතුරස්‍රාකාර වේ. ඉතිරි මුහුණත් හතර ම ත්‍රිකෝණාකාර වේ.

සමචතුරස්‍රාකාර ආධාරකයේ "හරි මැද" (එනම් සමචතුරස්‍රයේ විකර්ණ ඡේදනය වන ලක්ෂ්‍යය) පිරමීඩයේ ශීර්ෂයට යා කළ විට ලැබෙන රේඛා ඛණ්ඩය ආධාරකයට ලම්බක වේ නම්, එවිට මෙම පිරමීඩයට **සමචතුරස්‍රාකාර ඍජු පිරමීඩයක්** යැයි කියනු ලැබේ.

එම රේඛා ඛණ්ඩයේ දිගට පිරමීඩයේ **ලම්බ උස** (හෝ වඩාත් සරලව, උස) යැයි කියනු ලැබේ. ආධාරකය මත නොපිහිටි දාර ඇල දාර ලෙස හැඳින්වේ. අප මෙම පාඩමේ දී සලකා බලනුයේ සමචතුරස්‍රාකාර සෘජු පිරමීඩවල පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සෙවීම පිළිබඳව පමණි.

සටහන: චතුස්තලය ද පිරමීඩයක් ලෙස සැලකිය හැකි ය. එහි මුහුණත් සියල්ල ත්‍රිකෝණාකාර වේ. චතුස්තලයක ආධාරකය ලෙස ඕනෑ ම මුහුණතක් ගත හැකි ය. සෘජු පිරමීඩ යන්න ආධාරකය සමචතුරස්‍ර නොවූ පිරමීඩ සඳහා ද අර්ථ දැක්විය හැකි ය. නිදසුනක් ලෙස, ආධාරකය ඕනෑ ම සවිධි බහු - අස්‍රාකාර හැඩයක් ගන්නා අවස්ථාවේ දී සෘජු පිරමීඩ අර්ථ දැක්වෙන්නේ මෙසේ ය. එම සවිධි බහු - අස්‍රයේ සමමිතික රේඛා සියල්ල ගමන් කරන පොදු ලක්ෂ්‍යයක් ඇති අතර, එම පොදු ලක්ෂ්‍යය පිරමීඩයේ ශීර්ෂයට යා කරන රේඛා ඛණ්ඩය ආධාරකයට ලම්බක වේ නම් එම පිරමීඩය සෘජු පිරමීඩයක් ලෙස හැඳින්වේ. ආධාරකය සවිධි නොවූ බහුඅස්‍රාකාර හැඩයක් ගන්නා විට දී එම ආධාරකයේ "හරි මැද" ලෙස එම බහුඅස්‍රයේ කේන්ද්‍රකය ගත හැකි ය. කේන්ද්‍රකය පිළිබඳ සංකල්පය ගණිතය ඉහළට ඉගෙනීමේ දී ඔබට උගෙන ගත හැකි වනු ඇත.

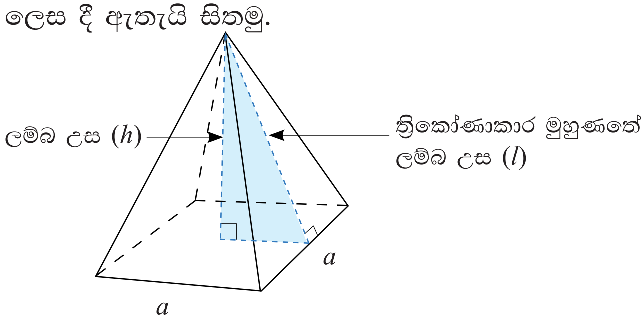
සමචතුරස්‍රාකාර සෘජු පිරමීඩයක ඇති වැදගත් ගුණයක් නම් ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණත් සියල්ල එකිනෙකට අංගසම වීමයි. එම නිසා එම මුහුණත්වල වර්ගඵල ද සමාන වේ.

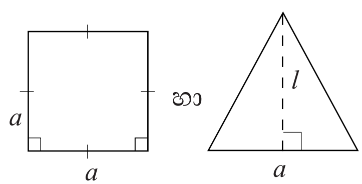
තව ද සෑම ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණතක ම එක් පාදයක් සමචතුරස්‍රාකාර ආධාරකයේ එක් පාදයක් වන අතර, ඉතිරි පාද දෙක දිගින් සමාන වේ. එබැවින් මෙම ත්‍රිකෝණ සමද්විපාද වේ.

4.1 ආධාරකය සමචතුරස්‍රාකාර වන සෘජු පිරමීඩයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය

ආධාරකය සමචතුරස්‍රාකාර වන සෘජු පිරමීඩයක මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සෙවීම සඳහා ආධාරකයේ වර්ගඵලයත් ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණත් හතරෙහි වර්ගඵලත් සොයා ඒවා සියල්ලේ එකතුව ගත යුතු ය.

ආධාරකයේ පැත්තක දිග හා ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණතක ලම්බ උස (පහත රූපය බලන්න) දී ඇති විට එහි මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන ආකාර පිළිබඳව විමසා බලමු.
සමචතුරස්‍රාකාර ආධාරකයේ පැත්තක දිග a ද ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණතක ලම්බ උස l ද ලෙස දී ඇතැයි සිතමු.





සමචතුරස්‍රාකාර ආධාරකය

ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණත

(මෙවැනි මුහුණත් හතරක් ඇත)

මේ අනුව අපට පහත දැක්වෙන ලෙස මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සෙවිය හැකි ය.

$$\left.\begin{array}{c}\text{සමචතුරස්‍රාකාර පිරමීඩයේ}\\ \text{මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය}\end{array}\right\} = \left\{\begin{array}{c}\text{සමචතුරස්‍රාකාර}\\ \text{ආධාරකයේ}\\ \text{වර්ගඵලය}\end{array}\right\} + 4 \times \left\{\begin{array}{c}\text{ත්‍රිකෝණාකාර}\\ \text{මුහුණතක}\\ \text{වර්ගඵලය}\end{array}\right\}$$

$$= a \times a + 4 \times \frac{1}{2} \times a \times l$$
$$= a^2 + 2al$$

මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය A නම්

$$\boxed{A = a^2 + 2al}$$

සමචතුරස්‍රාකාර ඍජු පිරමීඩයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සෙවීම සම්බන්ධ විසඳූ ගැටලු කීපයක් පිළිබඳ ව දැන් අවධානය යොමු කරමු.

නිදසුන 1

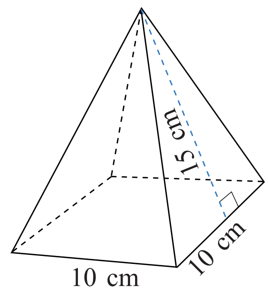
සමචතුරස්‍රාකාර ආධාරකයේ පැත්තක දිග 10 cm ද ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණතක ලම්බ උස 15 cm ද වූ ඍජු පිරමීඩයක මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.

ආධාරකයේ වර්ගඵලය $= 10 \times 10$
$= 100$

ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණතක වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times 10 \times 15$
$= 75$

ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණත් සියල්ලේ වර්ගඵලය $= 75 \times 4$
$= 300$

මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $= 100 + 300$
$= 400$



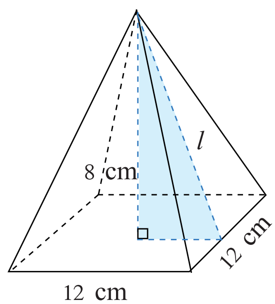
$\therefore$ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය 400 cm^2 වේ.

නිදසුන 2

රූපයේ දැක්වෙන ඍජු පිරමීඩයේ සමචතුරස්‍රාකාර ආධාරකයේ පැත්තක දිග 12 cm වන අතර, පිරමීඩයේ ලම්බ උස 8 cmකි.

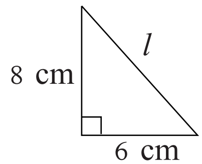
(i) ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණතක ලම්බ උස
(ii) ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණතක වර්ගඵලය
(iii) මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය

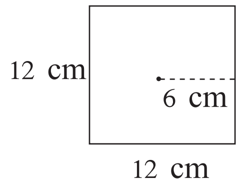
සොයන්න.



ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණතක ලම්බ උස සෙන්ටිමීටර l යැයි ගනිමු.
දී ඇති රූපයේ අඳුරු කර ඇති ත්‍රිකෝණය සලකමු.
පයිතගරස් ප්‍රමේයයට අනුව

(i) $l^2 = 8^2 + 6^2$
$\quad = 64 + 36$
$\quad = 100$
$\therefore l = \sqrt{100}$
$\quad = 10$





$\therefore$ ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණතක ලම්බ උස 10 cm වේ.

(ii) ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණතක වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times 12 \times 10$

$= 60$

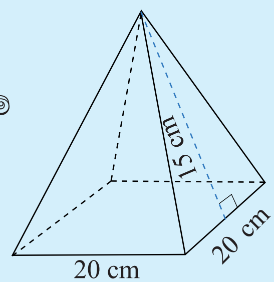
$\therefore$ ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණතක වර්ගඵලය 60 cm^2 වේ.

(iii) මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $= 12 \times 12 + 4 \times 60$
$= 144 + 240$
$= 384$

$\therefore$ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය 384 cm^2 වේ.

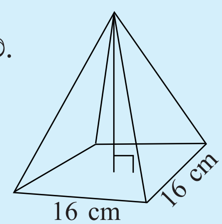
4.1 අභ්‍යාසය

1. සමචතුරස්‍රාකාර ආධාරකයේ පැත්තක දිග 20 cm වූ සෘජු පිරමීඩයක ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණතක ලම්බ උස 15 cm නම් පිරමීඩයේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.

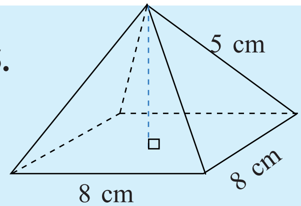


2. පැත්තක දිග 8 cm වූ සමචතුරස්‍රාකාර ආධාරකයක් සහිත සෘජු පිරමීඩයක ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණතක ලම්බ උස 20 cm නම් පිරමීඩයේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.

3. ආධාරකයේ පැත්තක දිග 16 cm වූ සෘජු පිරමීඩයක සෘජු උස 6 cm වේ.
(i) ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණතක ලම්බ උස
(ii) පිරමීඩයේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය
සොයන්න.



4. ආධාරකයේ පැත්තක දිග 20 cm වූ ද සමචතුරස්‍රාකාර සෘජු පිරමීඩයක උස 12 cm නම් පිරමීඩයේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.

5. 

ආධාරකයේ පැත්තක දිග 8 cm වූ ඍජු පිරමීඩයක ඇල දාරයක දිග 5 cm නම් පිරමීඩයේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.

6. ආධාරකයේ පැත්තක දිග 10 cm වූ ඍජු සමචතුරස්‍රාකාර ආධාරකයක් සහිත පිරමීඩයක ඇල දාරයක දිග 13 cm නම් එහි මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.

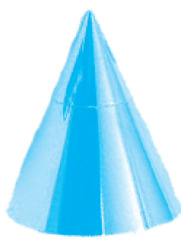
7. පැත්තක දිග 30 cm වූ සමචතුරස්‍ර ආධාරකයක් සහිත ඍජු පිරමීඩයක මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය 2400 cm^2 වේ.
   (i) එහි ශීර්ෂයේ සිට ආධාරකයේ පාදයකට ඇති ලම්බ දුර
   (ii) පිරමීඩයේ උස
   සොයන්න.

8. පැත්තක දිග 8 m වූ සමචතුරස්‍රාකාර ආධාරකයක් සහිත ඍජු පිරමීඩාකාර කූඩාරමක් සාදා ඇති රෙද්දක වර්ගඵලය 80 m^2 වේ. කූඩාරමේ පතුල සඳහා රෙදි භාවිත කර නොමැති බව සලකා කූඩාරමේ උස සොයන්න.

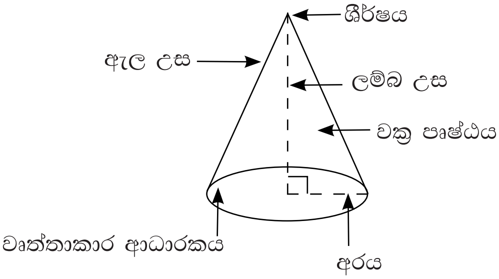
9. උස 4 m ද ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණතක ලම්බ උස 5 m ද වන සමචතුරස්‍රාකාර පතුලක් සහිත කූඩාරමක වහලය හා පතුල සඳහා රෙදි ඇතිරීමට නියමිත නම් අවශ්‍ය වන මුළු රෙදි ප්‍රමාණය සොයන්න.

10. සමචතුරස්‍රාකාර පතුලේ පැත්තක දිග 16 m ද පිරමීඩයේ උස 6 m ද වන පරිදි වූ ඍජු පිරමීඩාකාර කූඩාරමක් තැනීමට අවශ්‍ය වේ. මෙහි පතුල ද ආවරණය වන පරිදි කූඩාරම සැකසීමට අවශ්‍ය වන රෙදි ප්‍රමාණය සොයන්න.

කේතුව



ඉහත දක්වා ඇත්තේ කේතු ආකාර වස්තූන් කිහිපයකි. කේතුවකට වෘත්තාකාර තල පෘෂ්ඨ කොටසක් හා වක්‍ර පෘෂ්ඨ කොටසක් ඇති බව නිරීක්ෂණය කළ හැකි ය. වෘත්තාකාර තල පෘෂ්ඨ කොටසට කේතුවේ ආධාරකය යැයි කියනු ලැබේ. වක්‍ර පෘෂ්ඨ කොටස මත ඇඳි සරල රේඛා සියල්ල ගමන් කරන ලක්ෂ්‍යයට, කේතුවේ ශීර්ෂය යැයි කියනු ලැබේ.

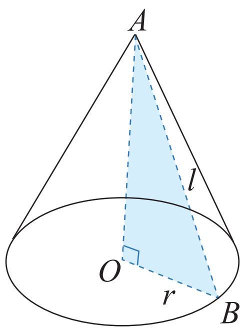


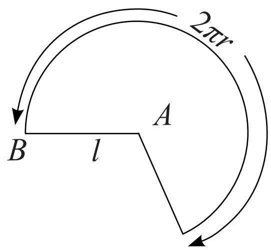
කේතුවක ආධාරක වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය ශීර්ෂයට යා කෙරෙන රේඛා ඛණ්ඩය ආධාරකයට ලම්බක නම් එය **සෘජු වෘත්ත කේතුවක්** ලෙස හැඳින්වේ. කේතුවක ආධාරක වෘත්තයේ අරයට කේතුවේ අරය යැයි ද ආධාරක වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය හා ශීර්ෂය අතර දුරට කේතුවේ ලම්බ උස යැයි ද කියනු ලැබේ. තව ද, කේතුවේ ශීර්ෂය හා ආධාරක වෘත්තයේ පරිධිය මත ඕනෑ ම ලක්ෂ්‍යයක් අතර ඇති සරල රේඛා ඛණ්ඩයකට ඇල රේඛාවක් යැයි ද එම රේඛා ඛණ්ඩයේ දිගට කේතුවේ ඇල උස යැයි ද කියනු ලැබේ.
කේතුවක අරය r මගින් ද උස h මගින් ද ඇල උස l මගින් ද සාමාන්‍යයෙන් දැක්වේ.

4.2 සෘජු වෘත්ත කේතුවක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය

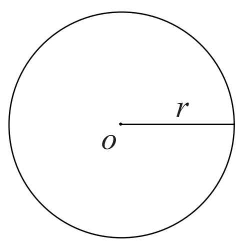
කේතුවක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සෙවීමේ ක්‍රමයක් විස්තර කිරීම පිණිස තුනී ආස්තරයකින් සැදි කුහර කේතුවක් සලකමු. මුලින් ම එය සෑදී ඇති පෘෂ්ඨ කොටස් මොනවාදැයි බලමු. ආධාරකය, වෘත්තාකාර හැඩයක් සහිත තල පෘෂ්ඨ කොටසකි. වක්‍ර පෘෂ්ඨ කොටස, ඇල රේඛාවක් ඔස්සේ දිග හැරිය විට කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක හැඩය ගත් ආස්තරයකි.

කේතුවක අරය හා ඇල උස දී ඇති විට එහි මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සෙවීම සඳහා වක්‍ර පෘෂ්ඨ කොටසේ වර්ගඵලයත් වෘත්තාකාර ආධාරකයේ වර්ගඵලයත් සොයා, ඒවායේ ඓක්‍යය ගත හැකි ය. වෘත්තාකාර ආධාරකයේ වර්ගඵලය πr^2 සූත්‍රය භාවිතයෙන් ගණනය කළ හැකි ය. වක්‍ර පෘෂ්ඨ කොටස වන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය මෙසේ ගණනය කළ හැකි ය.





වක්‍ර පෘෂ්ඨ කොටස



වෘත්තාකාර ආධාරකය

වක්‍ර පෘෂ්ඨ කොටස එය දිග හැරීමෙන් ලැබෙන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ අරය l වේ. එහි චාප දිග $2\pi r$ වේ (මක් නිසා ද යත්, එම චාප දිග වන්නේ ආධාරක වෘත්තයේ පරිධිය යි). දැන්, මෙම වෘත්ත ඛණ්ඩයට අදාළ කේන්ද්‍ර කෝණය θ නම් (10 ශ්‍රේණියේ දී කේන්ද්‍රික

ඛණ්ඩයක පරිමිතිය යටතේ උගත් පරිදි) $\dfrac{\theta}{360} \times 2\pi l = 2\pi r$ වේ.
එවිට
$\theta = \dfrac{2\pi r \times 360}{2\pi l}$ එනම් $\theta = \dfrac{360r}{l}$ වේ.

මෙම θ කේන්ද්‍ර කෝණය සහිත කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක වර්ගඵලය වන්නේ (10 ශ්‍රේණියේ දී කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක වර්ගඵලය යටතේ උගත් පරිදි) $\dfrac{\theta}{360} \times \pi l^2$ ය. θ සඳහා මුල් සමීකරණයෙන් ආදේශ කිරීමෙන් වර්ගඵලය $\dfrac{360r}{l} \times \dfrac{\pi l^2}{360}$ ලෙස ලැබේ. මෙය සුළු කළ විට πrl ලැබේ. මේ අනුව, කේතුවේ වක්‍ර පෘෂ්ඨ කොටසේ වර්ගඵලය πrl වේ. මේ අනුව,

$$\text{කේතුවේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය} = \left\{\begin{matrix}\text{කේතුවේ වක්‍ර පෘෂ්ඨ}\\ \text{කොටසේ වර්ගඵලය}\end{matrix}\right\} + \left\{\begin{matrix}\text{වෘත්තාකාර ආධාරකයේ}\\ \text{වර්ගඵලය}\end{matrix}\right\}$$
$$= \pi rl + \pi r^2$$

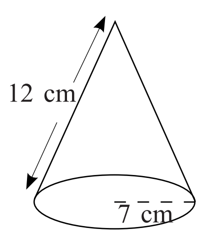
මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය A නම්

$$\boxed{A = \pi rl + \pi r^2}$$

කේතුවක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සම්බන්ධයෙන් විසඳූ ගැටලු කීපයක් පිළිබඳ ව දැන් අවධානය යොමු කරමු.

නිදසුන 1

ඝන කේතුවක රූප සටහනක් පහත දැක්වේ. එහි අරය 7 cm ද ඇල උස 12 cm ද නම් කේතුවේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න. (πහි අගය $\dfrac{22}{7}$ ලෙස ගන්න)



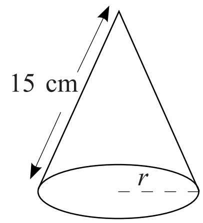
කේතුවේ වක්‍ර පෘෂ්ඨයේ වර්ගඵලය $= \pi rl$
$= \dfrac{22}{7} \times 7 \times 12$
$= 264 \text{ cm}^2$

වෘත්තාකාර තල පෘෂ්ඨයේ වර්ගඵලය $= \pi r^2$
$= \dfrac{22}{7} \times 7 \times 7$
$= 154 \text{ cm}^2$

$\therefore$ කේතුවේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $= 264 + 154$
$= \underline{\underline{418 \text{ cm}^2}}$

නිදසුන 2

ආධාරකයේ පරිධිය 88 cm වූ කේතුවක ඇල උස 15 cm නම් එහි වක්‍ර පෘෂ්ඨ කොටසේ වර්ගඵලය සොයන්න.



වෘත්තාකාර ආධාරකයේ පරිධිය $= 88$ cm

ආධාරකයේ අරය සෙන්ටිමීටර r යැයි ගනිමු.

$$\text{ඒ අනුව } 2\pi r = 88$$

$$2 \times \frac{22}{7} \times r = 88$$

$$r = \frac{88 \times 7}{2 \times 22}$$

$$r = 14 \text{ cm}$$

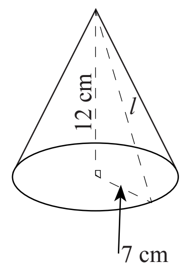
$$\text{කේතුවේ වක්‍ර පෘෂ්ඨ කොටසේ වර්ගඵලය} = \pi r l$$

$$= \frac{22}{7} \times 14 \times 15$$

$$= 660$$

$\therefore$ කේතුවේ වක්‍ර පෘෂ්ඨ කොටසේ වර්ගඵලය 660 cm^2 වේ.

නිදසුන 3



අරය 7 cm ද ලම්බ උස 12 cm ද වූ කේතුවක

(i) ඇල උස

(ii) වක්‍ර පෘෂ්ඨ කොටසේ වර්ගඵලය

(iii) මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය

දශමස්ථාන එකකට නිවැරදි ව සොයන්න.

කේතුවේ ඇල උස සෙන්ටිමීටර l යැයි ගනිමු.

පයිතගරස් ප්‍රමේයයට අනුව

$$\text{(i)} \quad l^2 = 7^2 + 12^2$$

$$= 49 + 144$$

$$= 193$$

$$l = \sqrt{193}$$

$$= 13.8 \quad \text{(වර්ගමූලය සෙවීමේ බෙදීමේ ක්‍රමය මගින්)}$$

$\therefore$ කේතුවේ ඇල උස ආසන්න වශයෙන් 13.8 cm වේ.

$$\text{(ii) වක්‍ර පෘෂ්ඨ කොටසේ වර්ගඵලය} = \pi r l$$

$$= \frac{22}{7} \times 7 \times 13.8$$

$$= 303.6$$

$\therefore$ වක්‍ර පෘෂ්ඨ කොටසේ වර්ගඵලය $303.6\ \text{cm}^2$ වේ.

(iii) වෘත්තාකාර කොටසේ වර්ගඵලය $= \pi r^2$

$$= \frac{22}{7} \times 7 \times 7$$

$$= 154\ \text{cm}^2$$

මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $= 303.6 + 154$

$= 457.6$

$\therefore$ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $457.6\ \text{cm}^2$ වේ.

4.2 අභ්‍යාසය

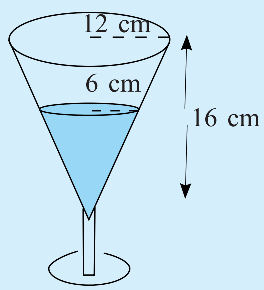
1. ආධාරකයේ අරය 14 cm වූ ද ඇල උස 20 cm වූ ද ඍජු කේතුවක වක්‍ර පෘෂ්ඨ කොටසේ වර්ගඵලය සොයන්න.

2. ආධාරකයේ අරය 7 cm වූ ද උස 24 cm වූ ද ඝන ඍජු කේතුවක
(i) ඇල උස
(ii) වක්‍ර පෘෂ්ඨ කොටසේ වර්ගඵලය
සොයන්න.

3. ආධාරකයේ පරිධිය 44 m වූ කේතුක හැඩයේ වැලි ගොඩක ඇල උස 20 m නම්
(i) ආධාරකයේ අරය
(ii) වක්‍ර පෘෂ්ඨ කොටසේ වර්ගඵලය
සොයන්න.

4. ආධාරකයේ අරය 10.5 cm වූ ද ඇල උස 15 cm වූ ද ඍජු කේතුවක මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.

5. කේතුවක හැඩයෙන් යුත් ඝන වස්තුවක ඇල උස 14 cm වේ. එහි වක්‍ර පෘෂ්ඨ කොටසේ වර්ගඵලය $396\ \text{cm}^2$ නම්
(i) කේතුවේ අරය ගණනය කරන්න.
(ii) ලම්බ උස ගණනය කරන්න.

6. 

කේතුවක හැඩැති තුනී වීදුරු බඳුනක උසින් හරි අඩක් වන සේ පලතුරු බීම පුරවා ඇති ආකාරය රූපයේ දැක්වේ. වීදුරුවේ අරය 12 cm ද එහි කේතු කොටසේ උස 16 cm ද වේ. වීදුරුවේ පලතුරු බීම ගෑවී ඇති කොටසේ පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.

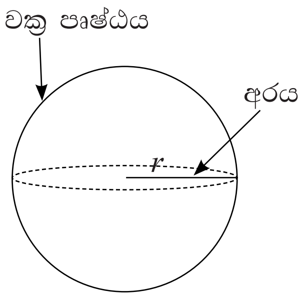
ගෝලය

යගුලිය

ටෙනිස් බෝලය

පා පන්දුව

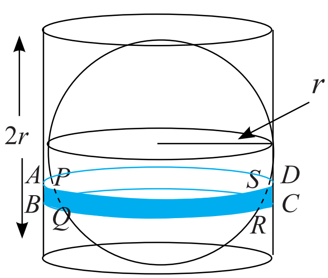
ගෝලීය හැඩය පිළිබඳ ඔබට අවබෝධයක් ඇතුවාට සැක නැත. අචල ලක්ෂ්‍යයක සිට නියත දුරකින් ත්‍රිමාණ අවකාශයේ පිහිටි ලක්ෂ්‍ය කුලකය ගෝලයක් ලෙස හැඳින්වේ. එම අචල ලක්ෂ්‍යයට ගෝලයේ කේන්ද්‍රය යැයි ද නියත දුරට අරය යැයි ද කියනු ලැබේ. ගෝලයට එක් වක්‍ර පෘෂ්ඨයක් පමණක් ඇති අතර, දාර හෝ ශීර්ෂ කිසිවක් නොමැත.



ගෝලයක අරය සාමාන්‍යයෙන් r මගින් දැක්වේ.

4.3 ගෝලයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය

ගෝලයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය ගණනය කිරීමට උපකාරී වන, ආකිමිඩීස් විසින් නිරීක්ෂණය කළ සංසිද්ධියක් මෙසේ විස්තර කළ හැකි ය.



ගෝලයක අරයට සමාන අරයක් ද ගෝලයේ විෂ්කම්භයට සමාන උසක් ද ඇති සිලින්ඩරයකට එම ගෝලයේ **පරිසිලින්ඩරය** යැයි කියනු ලැබේ.

එම ගෝලය සිලින්ඩරය තුළ ඇති විට සිලින්ඩරයේ වෘත්තාකාර තල මුහුණතට සමාන්තර ව කපන ලද ඕනෑ ම කැපුම් දෙකක් මගින් ගෝලයෙන් හා සිලින්ඩරයෙන් කැපෙන කොටස්වල වක්‍ර පෘෂ්ඨ වර්ගඵල සමාන බව ග්‍රීසියේ විසූ ආකිමිඩීස් නම් ගණිතඥයා විසින් ක්‍රිස්තු පූර්ව 225 දී පමණ පෙන්වා දෙන ලදි.

ඒ අනුව ඉහත රූපයේ පෙන්වා ඇති ගෝලයේ $PQRS$ වක්‍ර පෘෂ්ඨ කොටසේ වර්ගඵලය

සිලින්ඩරයේ $ABCD$ වක්‍ර පෘෂ්ඨ කොටසේ වර්ගඵලයට සමාන වේ.
මේ නිසා ආකිමිඩිස් විසින් ඉදිරිපත් කළ ඉහත සම්බන්ධතාවට අනුව ගෝලයේ පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය පරිසිලින්ඩරයේ වක්‍ර පෘෂ්ඨ කොටසේ වර්ගඵලයට සමාන වේ.

පරිසිලින්ඩරයේ වක්‍ර පෘෂ්ඨ කොටසේ වර්ගඵලය සෙවීම සඳහා $2\pi rh$ සූත්‍රය යෙදූ විට,

පරිසිලින්ඩරයේ වක්‍ර පෘෂ්ඨ කොටසේ වර්ගඵලය $= 2\pi r \times 2r$

$= 4\pi r^2$

එබැවින් ගෝලයේ පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $= 4\pi r^2$

මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය A නම්

$$\boxed{A = 4\pi r^2}$$

නිදසුන 1

අරය 7 cm වූ ගෝලයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය ගණනය කරන්න.

ගෝලයේ පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $= 4\pi r^2$

$$= 4 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7$$

$$= 616$$

$\therefore$ ගෝලයේ පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $616\ \text{cm}^2$ වේ.

නිදසුන 2

ගෝලයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $1386\ \text{cm}^2$ නම් එහි අරය ගණනය කරන්න.

ගෝලයේ අරය සෙන්ටිමීටර r යැයි ගනිමු.

එවිට $4\pi r^2 = 1386$

$$4 \times \frac{22}{7} \times r^2 = 1386$$

$$r^2 = \frac{1386 \times 7}{4 \times 22}$$

$$= \frac{441}{4}$$

$$r = \sqrt{\frac{441}{4}}$$

$$= \frac{21}{2}$$

$$= 10.5$$

$\therefore$ ගෝලයේ අරය 10.5 cm වේ.

4.3 අභ්‍යාසය

1. අරය 3.5 cm වූ ගෝලයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.

2. අරය 14 cm වූ ගෝලයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.

3. පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය 5544 cm^2 වූ ගෝලයක අරය සොයන්න.

4. අරය 7 cm වූ කුහර අර්ධ ගෝලයක බාහිර වක්‍ර පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.

5. විෂ්කම්භය 0.5 m වූ ඝන අර්ධ ගෝලයක මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.

6. මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය 1386 cm^2 වූ ඝන අර්ධ ගෝලයක අරය සොයන්න.

සාරාංශය

- සමචතුරස්‍රාකාර ආධාරකයේ පැත්තක දිග a වූ ද ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණතක ලම්බ උස l වූ ද සෘජු පිරමීඩයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය A නම්

  $A = a^2 + 2al$

- ආධාරකයේ අරය r ද ඇල උස l වූ සෘජු වෘත්ත කේතුවක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය A නම්

  $A = \pi rl + \pi r^2$

- අරය r වූ ගෝලයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය A නම්

  $A = 4\pi r^2$ වේ.

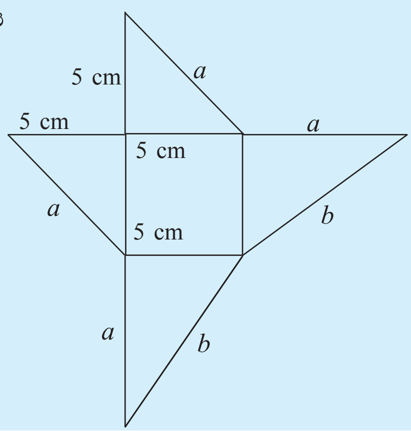
මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

1. පිරමීඩයක් සෑදීමට යොදා ගන්නා ලද පතරොමක් පහත දැක්වේ.

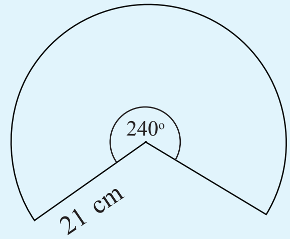
(i) එහි a හා b මගින් දක්වා ඇති අගය ගණනය කරන්න.

(ii) මෙම පතරොම භාවිතයෙන් සාදා ගන්නා පිරමීඩය සෘජු පිරමීඩයක් නොවීමට හේතුව කුමක් ද?

(iii) පිරමීඩයේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.



2. රූප සටහනින් පෙන්වා ඇති කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක ආකාරයේ වූ ලෝහ තහඩු යොදාගනිමින් ඍජු කේතුවක් සාදා ගනු ලැබේ.



(i) සාදා ගත් කේතුවේ පතුලට වෘත්තාකාර තහඩුවක් සවිකරනු ලැබේ. එම කොටසේ අරය ගණනය කරන්න.

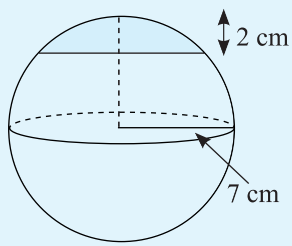
(ii) කේතුව සාදා ගත් පසු එහි මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.

3. කේතුවක ඇල උස හා ලම්බ උස අතර අනුපාතය 5 : 4 වේ. කේතුවේ ආධාරකයේ අරය 6 cm නම්,

(i) කේතුවේ ඇල උස ගණනය කරන්න.

(ii) කේතුවේ වක්‍ර පෘෂ්ඨ කොටසේ වර්ගඵලය සොයන්න.

4. අරය 7 cm ක් වූ ගෝලයක මුදුනේ සිට ඍජු උස 2 cm ක් පහළට තීන්ත ආලේප කර ඇත් නම් තීන්ත ආලේප කර ඇති කොටසේ වර්ගඵලය ගණනය කරන්න. (ඉඟිය: පරිසිලින්ඩරය පිළිබඳ දැනුම යොදාගන්න)



5. අර්ධ ගෝල හැඩැති මැටි භාජනයක අභ්‍යන්තර අරය 7 cm ද බාහිර අරය 7.7 cm ද නම් භාජනයේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.