5

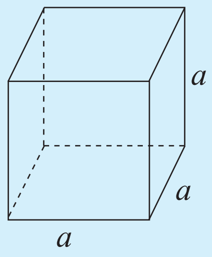
ඝන වස්තුවල පරිමාව

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට,

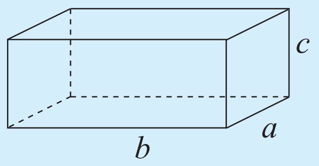
සෘජු පිරමීඩයක, සෘජු කේතුවක හා ගෝලයක පරිමාව ගණනය කිරීමට හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

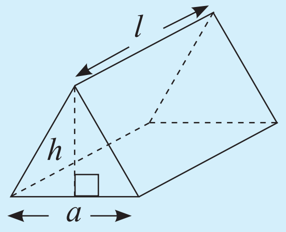
1. මීට පෙර ඔබ විසින් අධ්‍යයනය කර ඇති ඝන වස්තු කීපයක රූප සටහන් පහත දැක්වේ. ඒවායේ පරිමාව සෙවූ ආකාරය මතකයට නගා ගනිමින්, දී ඇති වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.



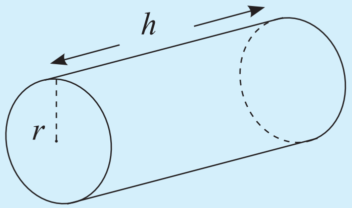
ඝනකය



ඝනකාභය



ත්‍රිකෝණාකාර ප්‍රිස්මය



සිලින්ඩරය

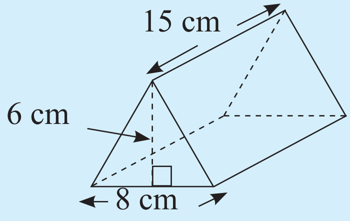
වස්තුව	හරස්කඩ වර්ගඵලය	පරිමාව
ඝනකය		
ඝනකාභය		
ත්‍රිකෝණාකාර ප්‍රිස්මය		
සිලින්ඩරය		

2. පැත්තක දිග 10 cm වූ ඝනකයක පරිමාව ගණනය කරන්න.

3. දිග 15 cm ද පළල 10 cm ද උස 8 cm ද වූ ඝනකාභයක පරිමාව ගණනය කරන්න.

4. අරය 7 cm ද උස 20 cm ද වන සිලින්ඩරයක පරිමාව ගණනය කරන්න.

5. රූපයේ දැක්වෙන ප්‍රිස්මයේ පරිමාව ගණනය කරන්න.

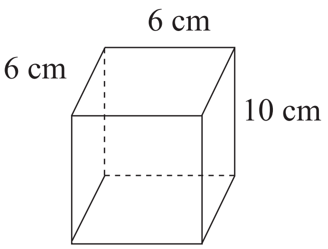


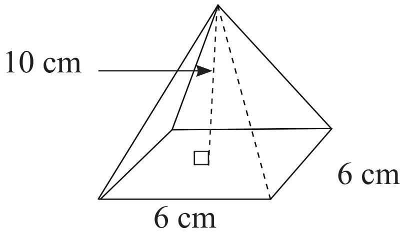
5.1 පතුල සමචතුරස්‍රාකාර ඍජු පිරමීඩයක පරිමාව

සමචතුරස්‍රාකාර ආධාරකයක් සහිත ඍජු පිරමීඩයක පරිමාව සෙවීම සඳහා සූත්‍රයක් ගොඩනැගීමට දැන් අවධානය යොමු කරමු. මේ සඳහා පහත ක්‍රියාකාරකමේ යෙදෙන්න.

ක්‍රියාකාරකම

රූපයේ දැක්වෙන ආකාරයේ, පැත්තක දිග 6 cm බැගින් වන සමචතුරස්‍රාකාර පතුලක් සහිත උස 10 cm වන කුහර ඝනකාභයක් හා පැත්තක දිග 6 cm බැගින් වන සමචතුරස්‍රාකාර ආධාරකයක් සහිත උස 10 cm වන ඍජු කුහර පිරමීඩයක් තුනී කාඩ්බෝඩ් භාවිතයෙන් සකස් කර ගන්න.





සාදා ගත් පිරමීඩ හැඩැති භාජනය සිහින් වැලිවලින් සම්පූර්ණයෙන්ම පුරවා ගන්න. එසේ පුරවා ගත් සිහින් වැලි සියල්ල ඝනකාභ හැඩැති භාජනයට දමන්න. ඝනකාභ හැඩැති භාජනය පිරවීමට මේ ආකාරයට පිරමීඩාකාර භාජනයෙන් කී වාරයක් දැමිය යුතු දැයි නිරීක්ෂණය කරන්න.

ඉහත ක්‍රියාකාරකමේ දී ඝනකාභ හැඩැති බඳුන සම්පූර්ණයෙන් පිරවීමට, පිරමීඩ හැඩැති බඳුන සම්පූර්ණයෙන් වැලිවලින් පුරවා තුන් වාරයක් දැමිය යුතු බව ඔබ නිරීක්ෂණය කරන්නට ඇත.

නොමිලේ බෙදා හැරීම සඳහා ය.

ඒ අනුව, පිරමීඩයේ පරිමාව $\times 3 =$ ඝනකාභයේ පරිමාව

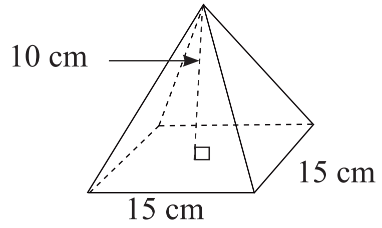
$$\therefore \text{පිරමීඩයේ පරිමාව} = \frac{1}{3} \times \text{ඝනකාභයේ පරිමාව}$$
$$= \frac{1}{3} \times \text{ආධාරකයේ වර්ගඵලය} \times \text{ලම්බ උස}$$
$$= \frac{1}{3} \times (a \times a) \times h$$
$$= \frac{1}{3} a^2h$$

පිරමීඩයේ පරිමාව $= \frac{1}{3} a^2h$

නිදසුන 1

සමචතුරස්‍රාකාර ආධාරකයේ පැත්තක දිග 15 cm ද උස 10 cm ද වූ ඍජු පිරමීඩයක පරිමාව සොයන්න.

$$\text{පිරමීඩයේ පරිමාව} = \frac{1}{3} a^2h$$
$$= \frac{1}{3} \times 15 \times 15 \times 10$$
$$= 750$$



$\therefore$ පිරමීඩයේ පරිමාව 750 cm^3 වේ.

නිදසුන 2

සමචතුරස්‍රාකාර ආධාරකයක් සහිත පිරමීඩයක පරිමාව 400 cm^3 කි. එහි උස 12 cm නම් ආධාරකයේ පැත්තක දිග සොයන්න.

ආධාරකයේ පැත්තක දිග සෙන්ටිමීටර a යැයි ගනිමු.

$$\text{පිරමීඩයේ පරිමාව} = \frac{1}{3} a^2h$$
$$\therefore \frac{1}{3} a^2h = 400$$
$$\therefore \frac{1}{3} a^2 \times 12 = 400$$
$$\therefore 4a^2 = 400$$
$$\therefore a^2 = 100$$
$$= 10^2$$
$$\therefore a = 10$$

$\therefore$ ආධාරකයේ පැත්තක දිග 10 cm වේ.

5.1 අභ්‍යාසය

1. සමචතුරස්‍රාකාර ආධාරකයේ පැත්තක දිග 5 cm වූ පිරමීඩයක උස 9 cm නම්, එහි පරිමාව ගණනය කරන්න.

2. සමචතුරස්‍රාකාර ආධාරකයේ වර්ගඵලය 36 cm^2 වූ පිරමීඩයක උස 10 cm නම්, එහි පරිමාව ගණනය කරන්න.

3. සමචතුරස්‍රාකාර පිරමීඩයක උස 12 cm නම් හා එහි පරිමාව 256 cm^3 නම්, ආධාරකයේ පැත්තක දිග ගණනය කරන්න.

4. සමචතුරස්‍රාකාර පිරමීඩයක උස 5 cm ද එහි පරිමාව 60 cm^3 ද නම් පිරමීඩයේ ආධාරකයේ වර්ගඵලය ගණනය කරන්න.

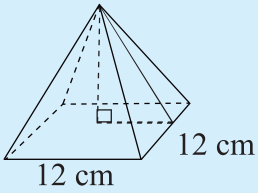
5. ආධාරකයේ පැත්තක දිග 9 cm වූ සමචතුරස්‍රාකාර පිරමීඩයක පරිමාව 216 cm^3 නම්, එහි උස ගණනය කරන්න.

6. ආධාරකයේ වර්ගඵලය 16 cm^2 වූ සමචතුරස්‍රාකාර පිරමීඩයක පරිමාව 216 cm^3 නම්, එහි උස ගණනය කරන්න.

7. සමචතුරස්‍රාකාර ආධාරකයක් සහිත පිරමීඩයක ආධාරකයේ පැත්තක දිග 12 cm ද ඇල උස 10 cm ද වේ. පිරමීඩයේ,

   (i) උස
   (ii) පරිමාව

   ගණනය කරන්න.



8. සමචතුරස්‍රාකාර ආධාරකයක් සහිත පිරමීඩයක ආධාරකයේ පැත්තක දිග 10 cm ද ඇල උස 13 cm ද වේ. පිරමීඩයේ,

   (i) උස
   (ii) පරිමාව

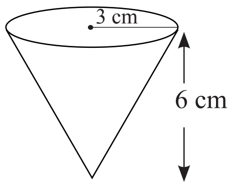
   ගණනය කරන්න.

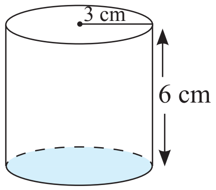
5.2 ඍජු වෘත්ත කේතුවක පරිමාව

ඍජු වෘත්ත කේතුවක පරිමාව සෙවීම සඳහා සූත්‍රයක් ගොඩනැගීම පිළිබඳ ව අවධානය යොමු කරමු. ඒ සඳහා ඍජු වෘත්ත කේතුවක් හා ඍජු වෘත්ත සිලින්ඩරයක් යොදාගෙන පහත ක්‍රියාකාරකමේ යෙදෙන්න.

ක්‍රියාකාරකම

රූපයේ දැක්වෙන ආකාරයේ සමාන අර හා සමාන උස සහිත ආධාරකය රහිත කේතුවකුත් පතුල සහිත නමුත් පියන රහිත සිලින්ඩරයකුත් කාඩ්බෝඩ් භාවිතයෙන් සකස් කර ගන්න.





සාදා ගත් කේතු හැඩැති භාජනය සිහින් වැලිවලින් සම්පූර්ණයෙන්ම පුරවා ගන්න. එසේ පුරවා ගත් සිහින් වැලි සියල්ල සිලින්ඩරාකාර භාජනයට දමන්න. සිලින්ඩරාකාර භාජනය සම්පූර්ණයෙන්ම පිරවීමට මේ ආකාරයට කේතු හැඩැති භාජනයෙන් කී වරක් වැලි දැමිය යුතු දැයි නිරීක්ෂණය කරන්න.

සිලින්ඩරාකාර භාජනය සම්පූර්ණයෙන් පිරවීමට කේතු ආකාර භාජනයෙන් තුන් වාරයක් සිහින් වැලි පුරවා දැමිය යුතු බව ඔබට නිරීක්ෂණය කිරීමට හැකි වනු ඇත. ඒ අනුව,

කේතුවේ පරිමාව $\times$ 3 = සිලින්ඩරයේ පරිමාව

$$\text{කේතුවේ පරිමාව} = \frac{1}{3} \times \text{සිලින්ඩරයේ පරිමාව}$$

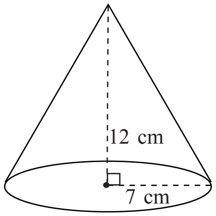
අරය r ද උස h ද වූ සිලින්ඩරයක පරිමාව $\pi r^2 h$ මගින් ලැබෙන බව මීට ඉහත දී ඔබ උගෙන ඇත. ඒ නිසා අරය r හා උස h වූ කේතුවක පරිමාව $\frac{1}{3}\pi r^2 h$ මගින් ලැබේ.

$$\boxed{\text{කේතුවේ පරිමාව} = \frac{1}{3}\pi r^2 h}$$

මෙම පාඩමේ ගණනය කිරීම්වලදී πහි අගය $\frac{22}{7}$ ලෙස ගනු ලැබේ.

නිදසුන 1

අරය 7 cm ද උස 12 cm ද වූ කේතුවක පරිමාව සොයන්න.



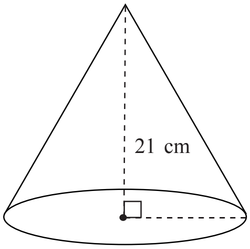
$$\text{කේතුවේ පරිමාව} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$
$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 12$$
$$= 616$$

$\therefore$ කේතුවේ පරිමාව 616 cm^3 වේ.

නිදසුන 2

ආධාරකයේ පරිධිය 44 cm වූ කේතුවක ලම්බ උස 21 cm නම් කේතුවේ පරිමාව සොයන්න.

ආධාරකයේ පරිධිය = 44 cm
කේතුවේ අරය r සෙන්ටිමීටර යැයි ගනිමු.



$$\therefore 2\pi r = 44$$
$$2 \times \frac{22}{7} \times r = 44$$
$$\therefore r = \frac{44 \times 7}{2 \times 22}$$
$$= 7$$

∴ කේතුවේ අරය 7 cm වේ.

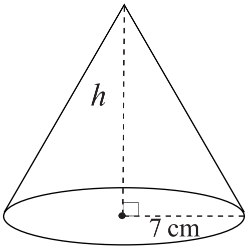
$$\text{කේතුවේ පරිමාව} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$
$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 21$$
$$= 1078$$

∴ කේතුවේ පරිමාව 1078 cm^3 වේ.

නිදසුන 3

අරය 7 cm ද ඇල උස 25 cm ද වූ කේතුවක
(i) උස
(ii) පරිමාව
සොයන්න.

කේතුවේ උස සෙන්ටිමීටර h මගින් දක්වමු. පහත රූපයේ දැක්වෙන ත්‍රිකෝණයට පයිතගරස් ප්‍රමේයය යොදා h සොයමු.



(i)
$$h^2 + 7^2 = 25^2$$
$$h^2 + 49 = 625$$
$$h^2 = 625 - 49$$
$$h^2 = \sqrt{576}$$
$$h = 24$$

∴ කේතුවේ උස 24 cm වේ.

(ii) කේතුවේ පරිමාව $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 24$

$= 1232$

$\therefore$ කේතුවේ පරිමාව 1232 cm^3 වේ.

නිදසුන 4

අරය 3.5 cm ද පරිමාව 154 cm^3 ද වූ කේතුවක සෘජු උස සොයන්න.

කේතුවේ සෘජු උස සෙන්ටිමීටර h මගින් දක්වමු.

කේතුවේ පරිමාව $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$\therefore 154 = \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times h$ ($3.5 = \frac{7}{2}$ නිසා)

$\therefore h = \frac{154 \times 3 \times 7 \times 2 \times 2}{22 \times 7 \times 7}$

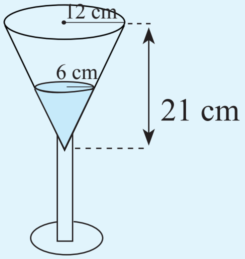
$= 12$

$\therefore$ කේතුවේ සෘජු උස 12 cm වේ.

5.2 අභ්‍යාසය

1. අරය 7 cm ද උස 12 cm ද වන කේතුවක පරිමාව ගණනය කරන්න.
2. විෂ්කම්භය 21 cm ද උස 25 cm ද වූ කේතුවක පරිමාව ගණනය කරන්න.
3. ඇල උස 13 cm ද පතුලේ අරය 5 cm වූ ද කේතුවක පරිමාව ගණනය කරන්න.
4. විෂ්කම්භය 12 cm ද ඇල උස 10 cm ද වූ කේතුවක පරිමාව ගණනය කරන්න.
5. පරිමාව 616 cm^3 වූ කේතුවක උස 12 cm නම් කේතුවේ අරය ගණනය කරන්න.
6. පරිමාව 6468 cm^3 වූ කේතුවක උස 14 cm නම් කේතුවේ විෂ්කම්භය ගණනය කරන්න.
7. පතුලේ පරිධිය 44 cm වූ සෘජු කේතුවක ඇල උස 25 cmකි. කේතුවේ,
   (i) ආධාරකයේ අරය
   (ii) උස
   (iii) පරිමාව
   ගණනය කරන්න.
8. කේතු හැඩැති භාජනයක ආධාරකයේ පරිධිය 88 cm ද සෘජු උස 12 cm ද වේ නම්, භාජනයේ පරිමාව ගණනය කරන්න.
9. අරය 14 cm ද උස 30 cm ද වූ ඝන ලෝහ සිලින්ඩරයක් උණු කර, අරය 7 cm වූ ද උස 15 cm වූ ද ඝන ලෝහ කේතු කීයක් සෑදිය හැකි ද?

10. ඍජු කේතුවක ආකාරයේ වූ බඳුනක අරය 12 cm ද උස 21 cm ද වේ. එහි උසින් හරි අඩක් ජලයෙන් පුරවා ඇත් නම්, බඳුන සම්පූර්ණයෙන් පිරවීමට තව කොපමණ ජල පරිමාවක් දැමිය යුතු දැයි සොයන්න.

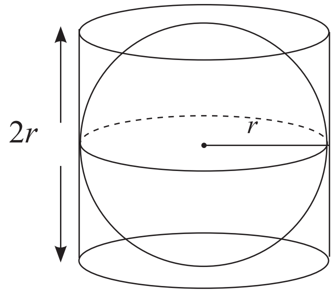


5.3 ගෝලයක පරිමාව

ගෝලයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයා ගැනීම සඳහා යොදා ගත් 'පරිසිලින්ඩරය' නම් උපකරණය ඇසුරෙන් ම ගෝලයක පරිමාව සෙවීමේ ක්‍රමයක් ද ආකිමිඩීස් නම් ගණිතඥයා විසින් පැහැදිලි කරන ලදි. ඒ අනුව සැලසුම් කර ඇති පහත ක්‍රියාකාරකම ඇසුරෙන් ගෝලයක පරිමාව සෙවීම සඳහා සූත්‍රයක් ගොඩනගමු.

ක්‍රියාකාරකම

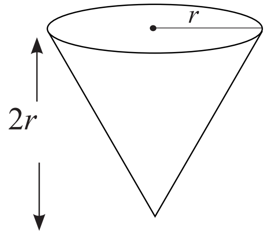
මේ සඳහා අරය 3cm පමණ වූ ගෝලයක් ගන්න. ගෝලයේ අරයට සමාන අරයකින් හා ගෝලයේ විෂ්කම්භයට සමාන උසකින් යුත් දෙපසම විවෘත සිලින්ඩරයක් තුනී කාඩ්බෝඩ් භාවිතයෙන් තනා ගන්න. ඉන් පසු රූපයේ දැක්වෙන පරිදි ගෝලය පරිසිලින්ඩරය තුළට සීරුවෙන් ඇතුළු කරන්න.



එවිට ගෝලය පරිසිලින්ඩරය තුල මුළු අවකාශයම අයත්කර නොගන්නා බවත් හිස් අවකාශයක් ඉතිරි වී ඇති බවත් පැහැදිලි වේ. එම හිස් අවකාශයේ පරිමාව සොයා ගැනීම සඳහා පරිසිලින්ඩරයේ ඉහල කොටස සිහින් වැලිවලින් පුරවා ගන්න. එම වැලි ඉවතට ඉවතට නොයන සේ කාඩ්බෝඩ් කැබැල්ලක් මගින් තද කර තබා ගෙන යට කොටස ඉහළට හරවා ගන්න. දැන් එම කොටස ද සම්පූර්ණයෙන් වැසී යන සේ සිහින් වැලි පුරවා ගන්න.

අනතුරුව පරිසිලින්ඩරයේ අරයට සමාන අරයකින් හා පරිසිලින්ඩරයේ උසට සමාන උසකින් යුත් කුහර කේතුවක් තුනී කාඩ්බෝඩ් භාවිතයෙන් සකස් කර ගන්න.

නොමිලේ බෙදා හැරීම සඳහා ය.



දැන් පරිසිලින්ඩරය තුළට පුරවා ඇති සිහින් වැලි අපතේ නොයන පරිදි සම්පූර්ණයෙන් ඉවත් කර ගෙන, ඉහත සාදා ගත් කුහර කේතුව තුළට දමන්න. එවිට එම වැලිවලින් කුහර කේතුව සම්පූර්ණයෙන් පිරී යන බව ඔබට පැහැදිලි වනු ඇත.

මෙම ක්‍රියාකාරකමට අනුව,

පරිසිලින්ඩරයේ පරිමාව = ගෝලයේ පරිමාව + කේතුවේ පරිමාව

බව ඔබට වැටහෙන්නට ඇත. ඒ අනුව පරිසිලින්ඩරයේ පරිමාවෙන් කේතුවේ පරිමාව අඩු කළ විට ගෝලයේ පරිමාව ලැබෙන බව පැහැදිලි වනු ඇත. මේ අනුව,

ගෝලයේ පරිමාව = පරිසිලින්ඩරයේ පරිමාව − කේතුවේ පරිමාව

$$= \pi r^2 h - \frac{1}{3} \times \pi r^2 h$$

$$= \frac{2}{3} \pi r^2 h$$

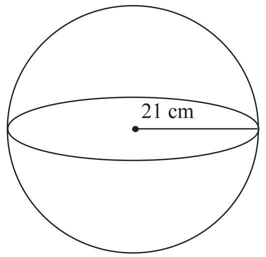
$$= \frac{2}{3} \pi r^2 \times 2r \quad (h = 2r \text{ නිසා})$$

$$= \frac{4}{3} \pi r^3$$

ගෝලයේ පරිමාව $= \frac{4}{3} \pi r^3$

නිදසුන 1

අරය 21 cm වූ ගෝලයක පරිමාව සොයන්න.



ගෝලයේ පරිමාව $= \frac{4}{3} \pi r^3$

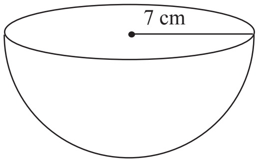
$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21 \times 21$$

$$= 38\,808$$

∴ ගෝලයේ පරිමාව 38 808 cm^3 වේ.

නිදසුන 2

අරය 7 cm වූ ඝන අර්ධ ගෝලයක පරිමාව සොයන්න.



අර්ධ ගෝලයේ පරිමාව $= \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \pi r^3$

$= \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 7$

≈ 718.67

$\therefore$ අර්ධ ගෝලයේ පරිමාව 718.67 cm^3 වේ.

නිදසුන 3

පරිමාව $113\frac{1}{7}$ cm^3 වූ කුඩා වීදුරු බෝලයක අරය සොයන්න.
ගෝලයේ අරය සෙන්ටිමීටර r යැයි ගනිමු.

ගෝලයේ පරිමාව $= \frac{4}{3} \pi r^3$

$\therefore \quad \frac{4}{3} \pi r^3 = 113\frac{1}{7}$

$\therefore \quad r^3 = \frac{792}{7} \times \frac{3}{4} \times \frac{7}{22}$

$= 27$

$= 3^3$

$\therefore \quad r = 3$

$\therefore$ ගෝලයේ අරය 3 cm වේ.

5.3 අභ්‍යාසය

1. අරය 7 cm වූ ගෝලයක පරිමාව සොයන්න.
2. විෂ්කම්භය 9 cm වූ ගෝලයක පරිමාව $763\frac{5}{7}$ cm^3 බව පෙන්වන්න.
3. ගෝලාකාර ග්‍රහ වස්තුවක අරය 2.1 km නම්, ග්‍රහ වස්තුවේ පරිමාව සොයන්න.
4. අරය සෙන්ටිමීටර 10.5ක් වූ ඝන අර්ධ ගෝලයක පරිමාව සොයන්න.
5. ගෝලයක පරිමාව $11498\frac{2}{3}$ cm^3 නම්, එහි අරය ගණනය කරන්න.
6. අරය 7 cm වූ ලෝහ ගෝල 8ක් උණු කර, ලෝහ අපතේ නොයන ලෙස තනි ලෝහ ගෝලයක් සාදනු ලැබේ. එහි අරය ගණනය කරන්න.
7. අරය 12 cm වූ ඝන අර්ධ ගෝලාකාර ලෝහ කොටසක් උණු කර, අරය 3 cm බැගින් වූ කුඩා ඝන ලෝහ ගෝල 32 ක් සෑදිය හැකි බව පෙන්වන්න.

නොමිලේ බෙදා හැරීම සඳහා ය.

සාරාංශය

- ආධාරකයේ පැත්තක දිග a වූ ද ලම්බ උස h වූ ද සමචතුරස්‍රාකාර සෘජු පිරමීඩයක පරිමාව V නම්,

  $V = \frac{1}{3}a^2h$ වේ.

- ආධාරකයේ අරය r සහ උස h වූ සෘජු වෘත්ත කේතුවක පරිමාව V නම්,

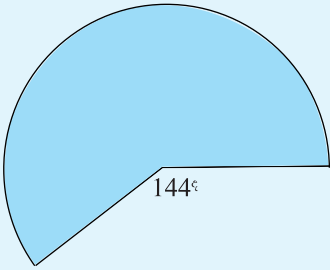
  $V = \frac{1}{3}\pi r^2h$ වේ.

- අරය r වන ගෝලයක පරිමාව V නම්,

  $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ වේ.

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

1. පැත්තක දිග 12 cm වූ ඒකාකාර සමචතුරස්‍රාකාර හරස්කඩක් සහිත, දිග 22 cm වූ ඝන ලෝහ කුට්ටියක් උණු කර, අරය 3 cm වූ ඝන ගෝල සාදනු ලබයි නම්, සෑදිය හැකි මුළු ඝන ලෝහ ගෝල ගණන කීය ද?

2. අරය 3.5 cm වූ ඝන ලෝහ ගෝලයක් උණු කර, එයින් එම අරයෙන් ම යුත් ඝන කේතුවක් සාදන ලදි. වාත්තු කිරීමේ දී ලෝහ අපතේ නොයන ලදැයි සලකා කේතුවේ උස ගණනය කරන්න.

2. රූපයේ දැක්වෙන කේන්ද්‍රය O හරහා අරය r වූ කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක ආකාරයේ වූ ලෝහ තහඩුව භාවිතයෙන් ශීර්ෂය O හා ඇල උස r වූ කේතු ආකාරයේ බඳුනක් සාදනු ලැබීය. අරය a බැගින් වූ ගෝලාකාර අයිස් කැට n ගණනක් මෙම කේතුව තුළට (ශීර්ෂය යටි අතට සිටින සේ තබා) දැමූ විට අයිස් දිය වූ ජලයෙන් බඳුන පිරී ගියේ නම් $125na^3 = 9r^3$ බව පෙන්වන්න.