6 ද්විපද ප්‍රකාශන

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට,

ද්විපද ප්‍රකාශනයක ඝනායිතය ප්‍රසාරණය කිරීමට හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

$x + y$ ආකාරයේ ද්විපද ප්‍රකාශනයක වර්ගායිතය $(x + y)^2$ මගින් දැක්වූ බවත්, එයින් අදහස් වූයේ $(x + y)\ (x + y)$ ගුණිතය බවත්, එම ගුණිතය ප්‍රසාරණය කළ විට $x^2 + 2xy + y^2$ ලෙස ලැබුණු බවත් ඔබ මීට කලින් උගෙන ඇත. තව ද $(x - y)^2$ ප්‍රසාරණය කළ විට $x^2 - 2xy + y^2$ ලෙස ලැබුණු බවත් ඔබ උගෙන ඇත. ද්විපද ප්‍රකාශනවල වර්ගායිත ප්‍රසාරණය සම්බන්ධව ඔබ මෙතෙක් උගෙන ඇති විෂය කරුණු නැවත මතක් කර ගැනීම සඳහා පහත දී ඇති අභ්‍යාසයේ යෙදෙන්න.

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

1. හිස්තැන් පුරවන්න.

a. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + ...$

b. $(a - b)^2 = ... - 2ab + b^2$

c. $(x + 2)^2 = x^2 + 4x + ...$

d. $(y + 3)^2 = y^2 + ...\ + 9$

e. $(a - 5)^2 = ...\ - 10a + 25$

f. $(b - 1)^2 = b^2\ .....\ +\ .....$

g. $(4 + x)^2 = 16 + ...\ .....$

h. $(7 - t)^2 = 49\ .....\ + t^2$

i. $(2x + 1)^2 = 4x^2\ .....\ + 1$

j. $(3b - 2)^2 = ... - 12b\ ......$

2. ප්‍රසාරණය කරන්න.

a. $(2m + 3)^2$ **b.** $(3x - 1)^2$ **c.** $(5+2x)^2$

d. $(2a + 3b)^2$ **e.** $(3m - 2n)^2$ **f.** $(2x + 5y)^2$

3. ද්විපද ප්‍රකාශනයක වර්ගායිතයක් ලෙස ලිවීමෙන් පහත දැක්වෙන එක් එක් වර්ගය අගයන්න.

a. 32^2 **b.** 103^2 **c.** 18^2 **d.** 99^2

6.1 ද්විපද ප්‍රකාශනයක ඝනායිතය

$a + b$ ආකාරයේ ද්විපද ප්‍රකාශනයක ඝනායිතය ලෙස හැඳින්වෙන්නේ $(a + b)^3$ යි. එනම්, $(a + b)$ හි තුනෙහි බලය යි. වෙනත් අයුරකින් පැවසුව හොත් $(a + b)^2$ යන්න නැවත $(a + b)$ මගින් ගුණ කිරීමෙන් ලැබෙන ප්‍රකාශනයයි.

නොමිලේ බෙදා හැරීම සඳහා ය.

පහත දැක්වෙන, තුනෙහි බල ලෙස දක්වා ඇති ප්‍රකාශන ලියා තිබෙන ආකාර හොඳින් නිරීක්ෂණය කරන්න.

$$3^3 = 3 \times 3^2 = 3 \times 3 \times 3 = 27$$
$$x^3 = x \times x^2 = x \times x \times x$$
$$(2x)^3 = (2x) \times (2x)^2 = (2x) \times (2x) \times (2x) = 8x^3$$

එසේ ම,

$$(x+1)^3 = (x+1)(x+1)^2 = (x+1)\,(x+1)\,(x+1)$$
$$(a-2)^3 = (a-2)(a-2)^2 = (a-2)\,(a-2)\,(a-2)$$
$(3+m)^3 = (3+m)(3+m)^2 = (3+m)\,(3+m)\,(3+m)$ ලෙස ද ලිවිය හැකි ය.

ද්විපද ප්‍රකාශනවල වර්ගායිත ප්‍රසාරණය කළ ආකාරයට ම ද්විපද ප්‍රකාශනවල ඝනායිත ද ප්‍රසාරණය කළ හැකි ය. එය පහත නිදසුන් ඇසුරෙන් අධ්‍යයනය කරමු.

නිදසුන 1

$$(x+y)^3 = (x+y)\,(x+y)^2$$
$$= (x+y)\quad(x^2 + 2xy + y^2)$$
$$= x^3 + 2x^2y + xy^2 + x^2y + 2xy^2 + y^3$$
$$= \underline{\underline{x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3}}$$

මේ අනුව $(x+y)$ ආකාරයේ ද්විපද ප්‍රකාශනයක ඝනායිතයේ ප්‍රසාරණය සූත්‍රයක් ලෙස මතක තබා ගැනීම සඳහා පහත දැක්වෙන රටාව භාවිත කරමු.

$$(x+y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$

- x^3 – මුල් පදයේ ඝනය
- $3x^2y$ – මුල් පදයේ වර්ගයේත් දෙවන පදයේත් ගුණිතයේ තුන් ගුණය
- $3xy^2$ – මුල් පදයේත් දෙවන පදයේ වර්ගයේත් ගුණිතයේ තුන් ගුණය
- y^3 – දෙවන පදයේ ඝනය

ඒ අනුව,

$(m+n)^3 = m^3 + 3m^2n + 3mn^2 + n^3$ ලෙස ලිවිය හැකි ය.

එසේ ම, $(a+2)^3 = a^3 + 3 \times a^2 \times 2 + 3 \times a \times 2^2 + 2^3$ ලෙස ලියා, එය තව දුරටත්, $a^3 + 6a^2 + 12a + 8$ ලෙස සුළු කළ හැකි ය.

දැන් ඉහත අකාරයට ම ගුණ කොට $(x-y)^3$ හි ප්‍රසාරණය ලබා ගන්නා ආකාරය සලකා බලමු.

$$
\begin{aligned}
(x-y)^3 &= (x-y)\,(x-y)^2 \\
&= (x-y)\quad(x^2-2xy+y^2) \\
&= x^3-2x^2y+xy^2-x^2y+2xy^2-y^3 \\
&= \underline{\underline{x^3-3x^2y+3xy^2-y^3}}
\end{aligned}
$$

මෙම ප්‍රසාරණය ලබා ගත හැකි තවත් ක්‍රමයක් දැන් සලකා බලමු.

මෙහි $x-y$ යන්න $x+(-y)$ ලෙස ද ලිවිය හැකි ය. එවිට එය ඔබ මුලින් දුටු ආකාරයේ ප්‍රකාශනයක් ලෙස සැලකිය හැකි ය. ඒ අනුව $(x-y)^3$ යන්න $\{x+(-y)\}^3$ ලෙස ලියා දැක්විය හැකි ය. දැන් මෙම ඝනායිතයෙහි ප්‍රසාරණය සලකමු.

$$
\begin{aligned}
(x-y)^3 = \{x+(-y)\}^3 &= x^3+3\times x^2\times(-y)+3\times x\times(-y)^2+(-y)^3 \\
&= \underline{\underline{x^3-3x^2y+3xy^2-y^3}}
\end{aligned}
$$

ඉහත පද සුළු කිරීම්වල දී $(-y)^2=y^2$ හා $(-y)^3=-y^3$ යන ගුණ යොදා ගෙන ඇති බව නිරීක්ෂණය කරන්න.

ඒ අනුව, $(m-n)^3 = m^3-3m^2n+3mn^2-n^3$ ලෙස ද

$(p-q)^3 = p^3-3p^2q+3pq^2-q^3$ ලෙස ද ලිවිය හැකි ය.

ඉහත ආකාර දෙකෙන් ම $(x-y)^3$ හි ප්‍රසාරණය ලබා ගත හැකි අතර, ඔබ කැමති ක්‍රමයකට මෙය සිදු කළ හැකි ය.

දැන් සංඛ්‍යා අඩංගු ද්විපද ප්‍රකාශන කිහිපයක ඝනායිත ප්‍රසාරණය කරන අයුරු විමසා බලමු.

නිදසුන 2

$$
\begin{aligned}
(x+5)^3 &= x^3+3\times x^2\times 5+3\times x\times 5^2+5^3 \\
&= \underline{\underline{x^3+15x^2+75x+125}}
\end{aligned}
$$

නිදසුන 3

$$
\begin{aligned}
(1+x)^3 &= 1^3+3\times 1^2\times x+3\times 1\times x^2+x^3 \\
&= \underline{\underline{1+3x+3x^2+x^3}}
\end{aligned}
$$

නිදසුන 4

$$(y-4)^3 = y^3 + 3 \times y^2 \times (-4) + 3 \times y \times (-4)^2 + (-4)^3$$
$$= \underline{\underline{y^3 - 12y^2 + 48y - 64}}$$

හෝ

$$(y-4)^3 = y^3 - 3 \times y^2 \times 4 + 3 \times y \times 4^2 - 4^3$$
$$= \underline{\underline{y^3 - 12y^2 + 48y - 64}}$$

නිදසුන 5

$$(5-a)^3 = 5^3 + 3 \times 5^2 \times (-a) + 3 \times 5 \times (-a)^2 + (-a)^3$$
$$= \underline{\underline{125 - 75a + 15a^2 - a^3}}$$

හෝ

$$(5-a)^3 = 5^3 - 3 \times 5^2 \times a + 3 \times 5 \times a^2 - a^3$$
$$= \underline{\underline{125 - 75a + 15a^2 - a^3}}$$

නිදසුන 6

$$(-2+a)^3 = (-2)^3 + 3 \times (-2)^2 \times a + 3 \times (-2) \times a^2 + a^3$$
$$= \underline{\underline{-8 + 12a - 6a^2 + a^3}}$$

නිදසුන 7

$$(-3-b)^3 = (-3)^3 + 3 \times (-3)^2 \times (-b) + 3 \times (-3) \times (-b)^2 + (-b)^3$$
$$= \underline{\underline{-27 - 27b - 9b^2 - b^3}}$$

හෝ

$$\left[-1\,(3+b)\right]^3 = (-1)^3 \; (3+b)^3$$
$$= -1\,(3^3 + 3 \times 3^2 \times b + 3 \times 3 \times b^2 + b^3)$$
$$= -1\,(27 + 27b + 9b^2 + b^3)$$
$$= \underline{\underline{-27 - 27b - 9b^2 - b^3}}$$

නිදසුන 8

$(x - 3)^3$ හි ප්‍රසාරණය ලියා $x = 4$ සඳහා $(4 - 3)^3 = 4^3 - 3^2 \times 4^2 + 3^3 \times 4 - 3^3$ බව සත්‍යාපනය කරන්න.

$(x - 3)^3 = x^3 - 3 \times x^2 \times 3 + 3 \times x \times 3^2 - 3^3$

$x = 4$ ආදේශයෙන්

වම් පැ. $= (4 - 3)^3$

$= 1$

දකුණු පැ. $= x^3 - 3 \times x^2 \times 3 + 3 \times x \times 3^2 - 3^3$

$= 4^3 - 3^2 \times 4^2 + 3^3 \times 4 - 3^3$

$= 1$

වම් පැ. = දකුණු පැ.

එමනිසා $(4 - 3)^3 = 4^3 - 3 \times 4^2 \times 3 + 3 \times 4 \times 3^2 - 3^3$ වේ.

6.1 අභ්‍යාසය

1. සුදුසු වීජීය පද හෝ සංඛ්‍යා හෝ වීජීය ලකුණු (+ හෝ –) හෝ යොදා ගනිමින් හිස්තැන් පුරවන්න.

a. $(x + 3)^3 = x^3 + 3 \times x^2 \times 3 + 3 \times x \times 3^2 + 3^3 = x^3 + \square + \square + 27$

b. $(y + 2)^3 = y^3 + 3 \times \square \times \square + 3 \times \square \times \square + 2^3 = y^3 + 6y^2 + \square + \square$

c. $(a - 5)^3 = a^3 + 3 \times a^2 \times (-5) + 3 \times a \times (-5)^2 + (-5)^3 = a^3 - \square + \square - 125$

d. $(3 + t)^3 = \square + 3 \times \square \times \square + 3 \times \square \times \square + \square = \square + 27t + \square + t^3$

e. $(x - 2)^3 = x^3 \square\, 3 \times \square \times \square + 3 \times \square \times \square + (-2)^3 = x^3 \square \square + 12x - \square$

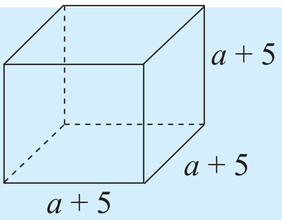
2. ප්‍රසාරණය කරන්න.

a. $(m + 2)^3$	**b.** $(x + 4)^3$	**c.** $(b - 2)^3$	**d.** $(t - 10)^3$
e. $(5 + p)^3$	**f.** $(6 + k)^3$	**g.** $(1 + b)^3$	**h.** $(4 - x)^3$
i. $(2 - p)^3$	**j.** $(9 - t)^3$	**k.** $(-m + 3)^3$	**l.** $(-5 - y)^3$
m. $(ab + c)^3$	**n.** $(2x + 3y)^3$	**o.** $(3x + 4y)^3$	**p.** $(2a - 5b)^3$

3. පහත දැක්වෙන එක් එක් වීජීය ප්‍රකාශනය ද්විපද ප්‍රකාශනයක ඝනායිතයක් ලෙස ලියා දක්වන්න.

a. $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$	**b.** $c^3 - 3c^2d + 3cd^2 - d^3$
c. $x^3 + 6x^2 + 12x + 8$	**d.** $y^3 - 18y^2 + 108y - 216$
e. $1 + 3x + 3x^2 + x^3$	**f.** $64 - 48x + 12x^2 - x^3$

4. රූපයේ දැක්වෙන්නේ පැත්තක දිග ඒකක $(a + 5)$ බැගින් වූ ඝනකයකි. එහි පරිමාව සඳහා ප්‍රකාශනයක් ලියා, එම ප්‍රකාශනය ප්‍රසාරණය කර දක්වන්න.



5. $(x + 3)^3$ යන්න ප්‍රසාරණය කොට,

(i) $x = 2$

(ii) $x = 4$

අවස්ථා සඳහා පිළිතුර සත්‍යාපනය කරන්න.

6. ඝනායිත පිළිබඳ දැනුම භාවිතයෙන්, දී ඇති සංඛ්‍යාත්මක ප්‍රකාශනවල අගය සොයන්න.

(i) $64 - 3 \times 16 \times 3 + 3 \times 4 \times 9 - 27$

(ii) $216 - 3 \times 36 \times 5 + 3 \times 6 \times 25 - 125$

7. පහත දැක්වෙන එක එකක අගය, ද්විපද ප්‍රකාශනයක ඝනායිතයක් ලෙස ලියා සොයන්න.

a. 21^3 **b.** 102^3 **c.** 17^3 **d.** 98^3

8. පැත්තක දිග $2a - 5$ cm වූ ඝනකයක පරිමාව a ඇසුරෙන් සොයන්න.

9. $x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$ යන්න ඝනායිතයක් ලෙස ලියා දක්වා එනයින් $25^3 - 3\times 25^2\times 23 + 3 \times 25 \times 23^2 - 23^3$ හි අගය සොයන්න.