12 ප්‍රස්තාර

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට,

- සමගාමී සමීකරණ යුගලයක විසඳුම් ප්‍රස්තාර ඇසුරෙන් ලබා ගැනීමට
- $y = ax^2 + bx + c$ ආකාරයේ වර්ගජ ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාර ඇඳීමට
- ප්‍රස්තාර ඇසුරෙන් ශ්‍රිතයේ හැසිරීම විග්‍රහ කිරීමට

හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

ඔබ මීට පෙර සරල රේඛාව සම්බන්ධ ව කළ හැදෑරීම්වල දී සරල රේඛීය ප්‍රස්තාර ඇඳීම පිළිබඳ උගත් විෂය කරුණු නැවත මතක් කර ගැනීම සඳහා පහත අභ්‍යාසයේ නිරත වන්න.

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

1. ***a.*** x සඳහා තෝරා ගත් අගයන් තුනකට අනුරූප y හි අගයන් ගණනය කර පහත දැක්වෙන එක් එක් සරල රේඛාව එක ම ඛණ්ඩාංක තලයේ ඇඳ දක්වන්න.

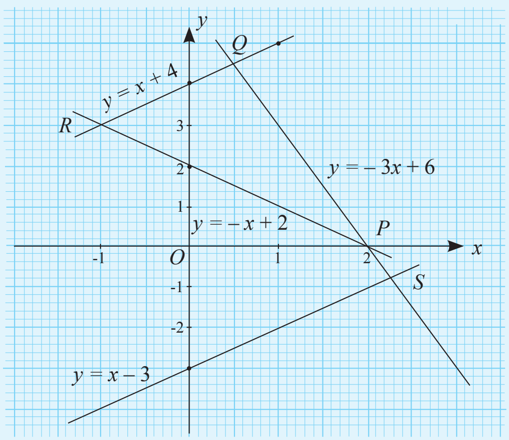
(i) $y = x + 1$ (ii) $y - x = 5$ (iii) $2y = -x - 4$ (iv) $3x + 2y = 6$

b. ඉහත ඇඳිනු ලැබූ එක් එක් සරල රේඛාවට අක්ෂ හමු වන ලක්ෂ්‍යවල ඛණ්ඩාංක ලියා දක්වන්න.

2. පහත දැක්වෙන එක් එක් සරල රේඛාව ඉදිරියෙන් දක්වා ඇති ඛණ්ඩාංක අතුරින් කුමන ඛණ්ඩාංක අදාළ සරල රේඛාව මත පිහිටන්නේ ද යන්න තෝරා දක්වන්න.

(i) $y = 2x - 3$; (1, 1), (0, 3), (2, 1) (ii) $y = 2x - 3$; (0, – 3), $(\frac{1}{2}, 4)$, (1, 3)

3. ඛණ්ඩාංක තලයක ඇඳිනු ලැබූ සරල රේඛා හතරක සටහනක් මෙහි දැක්වේ. රේඛා එකිනෙක ඡේදනය වන P, Q, R හා S ලක්ෂ්‍යවල ඛණ්ඩාංක, දී ඇති ඛණ්ඩාංක යුගල 7 අතුරින් තෝරන්න. ඔබේ පිළිතුරු සඳහා හේතු දක්වන්න.



(– 3, 5), (– 1, 3), (– 1, – 3)

$(\frac{1}{2}, 4\frac{1}{2})$, (2, 0), $(-\frac{5}{2}, \frac{3}{2})$,

$(2\frac{1}{4}, -\frac{3}{4})$

12.1 සමගාමී සමීකරණ යුගලයක විසඳුම් ප්‍රස්තාර ඇසුරෙන් සෙවීම

සමගාමී සමීකරණ යුගලයක විසඳුම් සොයන ආකාරය මීට ඉහත ශ්‍රේණිවල දී ඔබ උගෙන ඇත. එහි දී එම සමීකරණ විසඳනු ලැබුවේ වීජීය ක්‍රම ඇසුරෙනි. එහෙත් මෙහි දී අපගේ අවධානය යොමු වන්නේ වීජීය ක්‍රම භාවිත නොකොට පහත විස්තර කෙරෙන අයුරින් සමගාමී සමීකරණ යුගලය ප්‍රස්තාරික ව නිරූපණය කර විසඳුම් ලබා ගන්නේ කෙසේ ද යන්න පිළිබඳ ව යි.

මෙහි දැක්වෙන සමගාමී සමීකරණ යුගලය පිළිබඳ අවධානය යොමු කරන්න.

$$y - x = -3$$
$$y + 3x = 5$$

ප්‍රථමයෙන් වීජීය ක්‍රමයට මෙම සමගාමී සමීකරණ යුගලය විසඳමු.

$$y - x = -3 \text{ ——— } (1)$$
$$y + 3x = 5 \text{ ——— } (2)$$

(2) − (1) න් $(y + 3x) - (y - x) = 5 - (-3)$

$$\therefore y + 3x - y + x = 5 + 3$$
$$\therefore 4x = 8$$
$$\therefore x = 2$$

$x = 2$ (1) හි ආදේශයෙන්

$$y - 2 = -3$$
$$\therefore y = -3 + 2$$
$$\therefore y = -1$$

$\therefore$ විසඳුම

$\underline{\underline{x = 2 \text{ හා } y = -1}}$

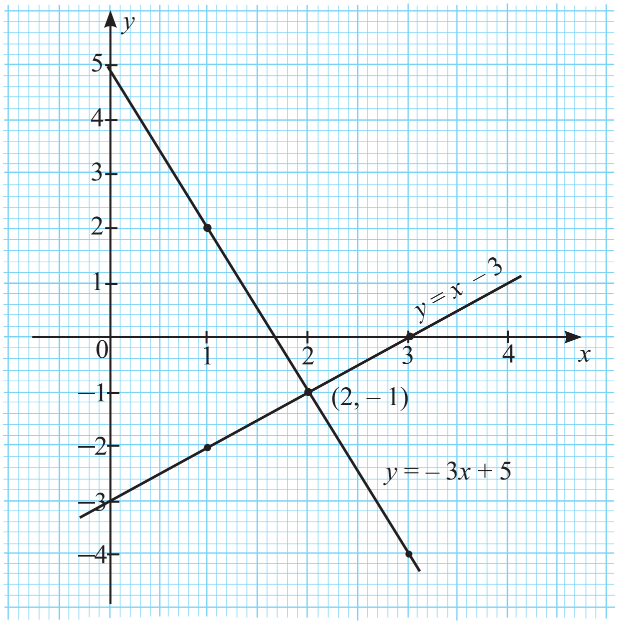
මෙම සමීකරණ යුගලය සැලකිල්ලට ගත් විට $y = x - 3$ හා $y = -3x + 5$ ආකාරයෙන් සරල රේඛා දෙකක සමීකරණ ලෙස, y උක්ත කොට ලියා දැක්විය හැකි ය. මුලින් ම, මෙම සමීකරණවලින් දැක්වෙන සරල රේඛා දෙක එක ම ඛණ්ඩාංක තලයක අඳිමු. ඒ සඳහා සූදානම් කළ වගු දෙකක් පහත දැක්වේ.

$y = x - 3$

x	1	2	3
y	-2	-1	0

$y = -3x + 5$

x	1	2	3
y	2	-1	-4



එක ම ඛණ්ඩාංක තලයක ඉහත ලක්ෂ්‍ය ලකුණු කළ පසු ලැබෙන සරල රේඛා යුගලය $(2, -1)$ ලක්ෂ්‍යයේ දී එකිනෙක ඡේදනය වේ. මෙම ලක්ෂ්‍යයේ x හා y අගයන් ඉහත සමීකරණ යුගලයට ආදේශ කළ විට සමීකරණ යුගලයේ දෙපස ම සමාන වන බව නිරීක්ෂණය කළ හැකි ය. එනම්, මෙම ඡේදන ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක වන $x = 2$ හා $y = -1$ යන අගය ඉහත සමගාමී සමීකරණ යුගලයේ විසඳුම බව පැහැදිලි වේ.

ඉහත සමීකරණ යුගලය වීජීය ක්‍රමය භාවිතයෙන් විසඳීමෙන් ලැබුණු පිළිතුර හා සමාන වීම නිසා තවදුරටත් සමීකරණ යුගලයේ ජ්‍යාමිතික විසඳුම තහවුරු වේ.

මේ අනුව, සමගාමී සමීකරණ දෙකක විසඳුම, ජ්‍යාමිතික ව සෙවීම සඳහා කළ යුත්තේ, එම සමීකරණ සහිත සරල රේඛා යුගලය ඛණ්ඩාංක තලයක ඇඳ, ඒවායේ ඡේදන ලක්ෂයේ ඛණ්ඩාංක සෙවීම යි. x – ඛණ්ඩාංකය මගින් x හි අගයත්, y – ඛණ්ඩාංකය මගින් y හි අගයත් විසඳුම ලෙස එවිට ලැබේ.

පහත නිදසුනේ, සමගාමී සමීකරණ යුගලක් ගොඩනගා ඒවා ජ්‍යාමිතික ව විසඳන අයුරු විමසා බැලෙයි.

නිදසුන 1

පුද්ගලයෙක් තැපැල්හලකින් වටිනාකම රුපියල් 10 හා රුපියල් 20 වූ මුද්දර 10ක් මිල දී ගත්තේ ය. මිල දී ගත් මුද්දරවල මුළු වටිනාකම රුපියල් 120ක් වේ.

(i) මිල දී ගත් රුපියල් 10 මුද්දර ගණන x ලෙස ද රුපියල් 20 මුද්දර ගණන y ලෙස ද ගෙන සමගාමී සමීකරණ යුගලයක් ගොඩනගන්න.

(ii) ඉහත සමීකරණ යුගලය ප්‍රස්තාරික ක්‍රමය භාවිතයෙන් විසඳා, මිල දී ගත් රුපියල් 10 හා රුපියල් 20 මුද්දර ප්‍රමාණ වෙන වෙන ම සොයන්න.

අදාළ සමගාමී සමීකරණ යුගලය පහත ආකාරයට ගොඩනගා ගත හැකි වේ.

$$x + y = 10 \quad \text{——— (1)}$$
$$10x + 20y = 120 \quad \text{——— (2)}$$

ඉහත එක් එක් සමීකරණය ප්‍රස්තාරික ව නිරූපණය කරමු.

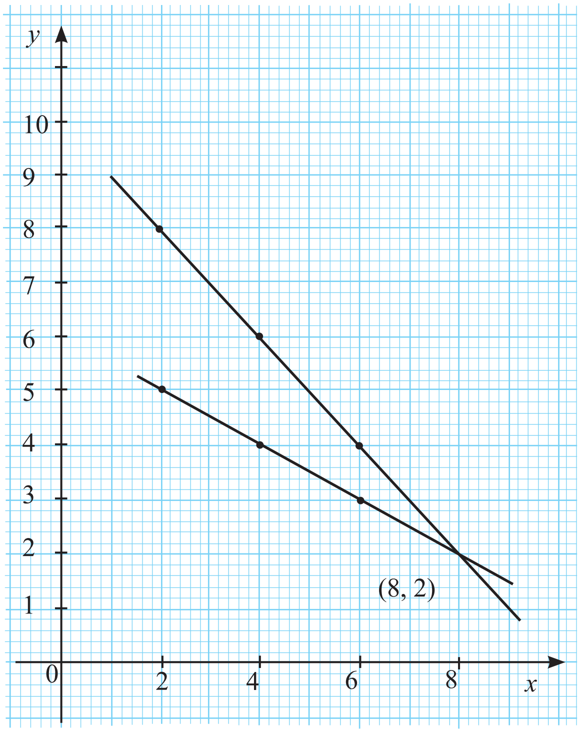
$x + y = 10$ එනම්, $y = -x + 10$

x	2	4	6
y	8	6	4

$10x + 20y = 120$ එනම්, $y = -\frac{1}{2}x + 6$

x	2	4	6
y	5	4	3

මෙවිට, පහත ආකාරයේ රේඛා යුගලක් ලැබේ.



$x + y = 10$ හා $10x + 20y = 120$ මගින් නිරූපිත සමීකරණ යුගලය ප්‍රස්තාරික ව නිරූපණය කළ විට $(8, 2)$ ලක්ෂ්‍යයේ දී එකනෙක ඡේදනය වේ. එවිට අදාළ සමීකරණ යුගලයේ විසඳුම $x = 8$ හා $y = 2$ වේ. එනම් පුද්ගලයා මිල දී ගත් රුපියල් 10 මුද්දර ප්‍රමාණය 8ක් ද රුපියල් 20 මුද්දර ප්‍රමාණය 2ක් ද වේ.

12.1 අභ්‍යාසය

1. පහත එක් එක් සමගාමී සමීකරණ යුගලය ප්‍රස්තාරික ක්‍රමය භාවිතයෙන් විසඳන්න. වීජීය ක්‍රමය භාවිතයෙන් ද එම සමීකරණ විසඳා පිළිතුරු තහවුරු කරන්න.

a. $y - x = 4$
$y - 2x = 3$

b. $y = -2x - 2$
$-2y = -x - 6$

c. $3x - 4y = 7$
$5x + 2y = 3$

2. එක්තරා පාසලක 11 වන ශ්‍රේණියේ A හා B පන්ති දෙකක් ඇත. A පන්තියේ ළමුන් පහක් B පන්තියට ගිය විට A පන්තියේ මෙන් දෙගුණයක් B පන්තියේ සිටී. B පන්තියෙන් ළමුන් පහක් A පන්තියට ගිය විට පන්ති දෙකේ ම ළමුන් ගණන සමාන වේ.

(i) A පන්තියේ ළමුන් ගණන x ලෙස ද B පන්තියේ ළමුන් ගණන y ලෙස ද ගෙන සමගාමී සමීකරණ යුගලයක් ගොඩනගන්න.

(ii) ඉහත සමීකරණ යුගලය එකම ඛණ්ඩාංක තලයක ඇඳ දක්වා ඒ ඇසුරෙන් පන්ති දෙකෙහි සිටි ළමුන් සංඛ්‍යාව වෙනවෙනම සොයන්න.

වර්ගජ ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාර

$y = ax^2$ හා $y = ax^2 + b$ ආකාරයේ වර්ගජ ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාර සම්බන්ධයෙන් මීට පෙර උගත් කරුණු නැවත මතකයට නගා ගැනීම සඳහා පහත දී ඇති අභ්‍යාසයෙහි නිරත වන්න.

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

1. $y = x^2 - 5$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය ඇඳීම සඳහා ලබා ගත් x හා y හි අගය ඇතුළත් අසම්පූර්ණ අගය වගුවක් පහත දැක්වේ.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	4	___	-4	-5	___	-1	4

a. (i) ඉහත වගුවේ හිස්තැන් පුරවන්න.
(ii) සුදුසු පරිමාණයක් භාවිත කර, ඉහත ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳින්න.

b. ඇඳින ලද ප්‍රස්තාරය භාවිතයෙන්
(i) ශ්‍රිතයේ අවම අගය
(ii) ප්‍රස්තාරයේ අවම ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක
(iii) ශ්‍රිතයේ අගය සෘණ වන x හි අගය පරාසය
(iv) ශ්‍රිතය ධන ව වැඩි වන x හි අගය පරාසය
(v) $y = 1$ විට x හි අගය
සොයන්න.

2. (i) $y = -2x^2 + 4$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය ඇඳීම සඳහා පහත දැක්වෙන අසම්පූර්ණ අගය වගුවේ හිස්තැන සම්පූර්ණ කරන්න.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-14	___	2	4	2	-4	-14

(ii) සුදුසු පරිමාණයක් භාවිත කර, ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳින්න.
ඇඳින ලද ප්‍රස්තාරය භාවිතයෙන්
(iii) ශ්‍රිතයේ හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ (වර්තන ලක්ෂ්‍යයේ) ඛණ්ඩාංක ලියා දක්වන්න.
(iv) ශ්‍රිතයේ අගය ශුන්‍ය වන x හි අගයන් ලබා ගන්න.
(v) ශ්‍රිතය සෘණ ව අඩු වන x හි අගය පරාසය ලියා දක්වන්න.
(vi) $y \leq 2$ වන x හි අගය පරාසය සොයන්න.
(vii) $\sqrt{2}$ හි අගය දශමස්ථාන 1කට නිමානය කරන්න.

3. වගුවේ දැක්වෙන එක් එක් ශ්‍රිතය මගින් දැක්වෙන ප්‍රස්තාරය ඇඳීමෙන් තොර ව, වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.

ශ්‍රිතය	හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ස්වභාවය (උපරිම/අවම)	සමමිති රේඛාවේ සමීකරණය	උපරිම/අවම අගය	හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක
(i) $y = 2x^2$	....	....	....	....
(ii) $y = \frac{1}{2}x^2$	....	....	....	....
(iii) $y = x^2 + 3$	....	....	....	....
(iv) $y = 1 - 2x^2$	උපරිම	$x = 0$	1	(0, 1)
(v) $y = -3x^2 - 4$	....	....	....	....
(vi) $y = \frac{3}{2}x^2 - 2$	....	....	....	....

12.2 $y = ax^2 + bx + c$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාරය

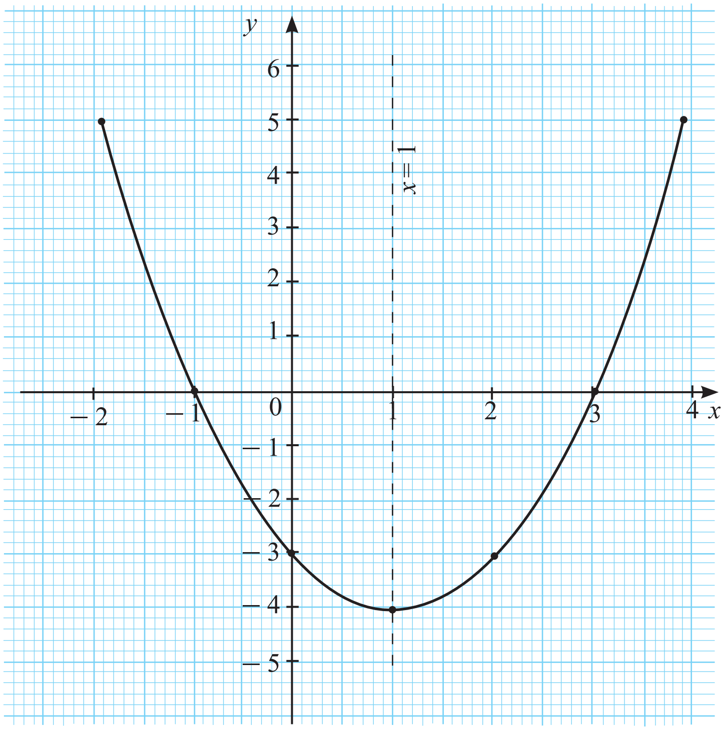
$y = ax^2 + b$ ආකාරයේ වර්ගජ ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාර සම්බන්ධ ව මීට පෙර උගෙන ඇති ලක්ෂණවල දැනුම භාවිත කර, $y = ax^2 + bx + c$ ආකාරයේ වර්ගජ ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාර පිළිබඳ ලක්ෂණ හැදෑරීම සඳහා මුලින් ම අවධානය යොමු කරමු.

$a > 0$ විට $y = ax^2 + bx + c$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාරය ඇඳීම හා එහි ලක්ෂණ හඳුනා ගැනීම

මූලික ලක්ෂණ කිහිපයක් හඳුනා ගැනීම සඳහා ප්‍රථමයෙන් $y = x^2 - 2x - 3$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳිමු. ඒ සඳහා $-2 \leq x \leq 4$ පරාසය තුළ y හි අගයන් ලබා ගැනීම සඳහා අගය වගුවක් පහත ආකාරයට පිළියෙල කරමු.

x	-2	-1	0	1	2	3	4
x^2	4	1	0	1	4	9	16
$-2x$	4	2	0	-2	-4	-6	-8
-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3
y	5	0	-3	-4	-3	0	5
(x, y)	$(-2, 5)$	$(-1, 0)$	$(0, -3)$	$(1, -4)$	$(2, -3)$	$(3, 0)$	$(4, 5)$

ඉහත ප්‍රස්තාරය ඇඳීමට පෙර x හා y හි අගයයන්ගේ පරාසය පිළිබඳ ව අවබෝධයක් ලබා ගෙන ඒ අනුව x අක්ෂය දිගේ කුඩා බෙදුම් 10කින් ඒකක එකක් ද, y අක්ෂය දිගේ කුඩා බෙදුම් 10කින් ඒකක දෙකක් ද දැක්වෙන සේ පරිමාණය ගෙන ඛණ්ඩාංක තලය පිළියෙල කොට $y = x^2 - 2x - 3$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය ඇඳීම පහසු වේ.



$y = ax^2 + bx + c$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාරයට පරාවලයක් යැයි කියනු ලැබේ.
අඳිනු ලැබූ ප්‍රස්තාරය ඇසුරෙන් පහත ලක්ෂණ නිරීක්ෂණය කළ හැකි ය.

- ප්‍රස්තාරය $x = 1$ රේඛාව වටා සමමිතික වේ. ඒ අනුව ප්‍රස්තාරයේ සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය $x = 1$ වේ.

ප්‍රස්තාරයේ x හි අගය -2 සිට ක්‍රමයෙන් වැඩි වන විට ඊට අනුරූප y හි අගය ක්‍රමයෙන් අඩු වී අවම අගය වන -4 ලැබුණු පසු නැවත වැඩි වේ.

ඉහත ප්‍රස්තාරයේ x හි අගය පරාසය තුළ y හි හැසිරීම තවදුරටත් විස්තරාත්මක ව පැහැදිලි කර ගනිමු.

- x හි අගය -2 සිට -1 දක්වා වැඩි වන විට y හි අගය හෙවත් ශ්‍රිතයේ අගය 5 සිට 0 (ශූන්‍යය) දක්වා ධන ව අඩු වේ. මෙහි "ධන ව අඩු වේ" යන්නෙහි තේරුම, ශ්‍රිතයේ අගය ධන අගයක් ව පවතිමින් අඩු වන බවයි.
- x හි අගය -1 වන විට ශ්‍රිතයේ අගය ශූන්‍ය වේ.
- x හි අගය -1 සිට 1 දක්වා වැඩි වන විට ඊට අනුරූප ව y හි අගය 0 සිට -4 තෙක් සෘණ ව අඩු වේ.
- x හි අගය 1 සිට 3 දක්වා වැඩි වන විට ඊට අනුරූප ව y හි -4 සිට 0 තෙක් සෘණ ව වැඩි වේ.
- x හි අගය 3 වන විට y හි අගය ශූන්‍ය වේ.
- x හි අගය 3හි සිට වැඩි වන විට y හි අගය 0 සිට ධන ව වැඩි වේ.

ඉහත ලක්ෂණ සැලකීමෙන්,

- ශ්‍රිතය සෘණ වන x හි අගය පරාසය අසමානතා ඇසුරෙන් $-1 < x < 3$ ආකාරයට ප්‍රකාශ කළ හැකි ය.

- x හි අගය -1ට වඩා අඩු හෝ x හි අගය 3ට වඩා වැඩි වන විට y හි අගය ධන වේ. එනම්, ශ්‍රිතය ධන වන x හි අගය පරාස $x < -1$ හා $x > 3$ වේ.

මීට අමතර ව පහත කරුණු ගැන අවධානය යොමු කරන්න.

- මෙම ඇඳ ඇති ප්‍රස්තාරයත්, දී ඇති $y = x^2 - 2x - 3$ ශ්‍රිතයත් අතර ඇති සම්බන්ධය තේරුම් ගැනීම ඉතා වැදගත් ය. එය මෙසේ විස්තර කළ හැකි ය.
  1. ප්‍රස්තාරය මත ඕනෑ ම (a, b) ලක්ෂ්‍යයක් ගත හොත්, $y = x^2 - 2x - 3$ සමීකරණය $x = a$ හා $y = b$ මගින් තෘප්ත වේ. එනම්, $b = a^2 - 2a - 3$ සමීකරණය සත්‍ය වේ.
  2. විලෝම වශයෙන්, යම් (a, b) ඛණ්ඩාංකය මගින් $y = x^2 - 2x - 3$ සමීකරණය තෘප්ත වේ නම් එවිට (a, b) ලක්ෂ්‍යය ප්‍රස්තාරය මත පිහිටයි.

මෙම අවශ්‍යතා දෙක නිතර සිහි තබා ගැනීම ඉතා වැදගත් ය. $(-1, 0)$ ලක්ෂ්‍යය ප්‍රස්තාරය මත පිහිටන බව පෙනේ. එමනිසා $y = x^2 - 2x - 3$ සමීකරණය $x = -1$ හා $y = 0$ මගින් තෘප්ත විය යුතු ය. එනම්, $0 = (-1)^2 - 2(-1) - 3$ විය යුතු ය. එය මෙසේ වන බව සුළු කිරීමෙන් පෙනේ. වෙනත් අයුරකින් පැවසුව හොත්, $x = -1$ යන්න $x^2 - 2x - 3 = 0$ සමීකරණයේ මූලයක් වේ. මෙවැනි තර්කනයකින් $x = 3$ ද මෙම සමීකරණයේ මූලයක් වන බව කිව හැකි ය. තවත් අයුරකින් පැවසුව හොත්, $x^2 - 2x - 3 = 0$ සමීකරණයේ මූල වන්නේ $y = x^2 - 2x - 3$ ප්‍රස්තාරය $x -$ අක්ෂය කපන ලක්ෂ්‍යවල x ඛණ්ඩාංක යි. මෙය වඩාත් සාධාරණ ලෙස මෙසේ ද ලියා දැක්විය හැකි ය. $y = ax^2 + bx + c$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය $x -$ අක්ෂය කපන ලක්ෂ්‍යවල $x -$ ඛණ්ඩාංක වන්නේ $ax^2 + bx + c = 0$ වර්ගජ සමීකරණයේ මූල වේ.

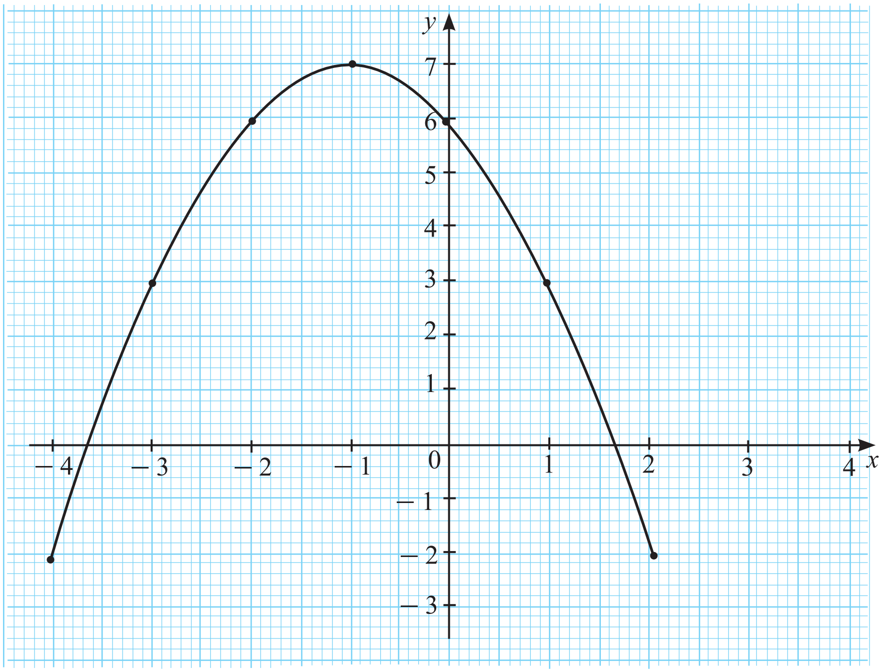
- ඉහත ප්‍රස්තාරයේ හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ දී ශ්‍රිතයේ අවම අගය ලැබේ. අවම අගය -4 වේ. හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක $(1, -4)$ වේ.

$a < 0$ විට $y = ax^2 + bx + c$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාරය ඇඳීම හා එහි ලක්ෂණ හඳුනා ගැනීම

$y = -x^2 - 2x + 6$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය ඇඳීම සඳහා පහත දැක්වෙන පරිදි $-4 \leq x \leq 2$ පරාසය තුළ අගය වගුවක් සකස් කරමු.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2
$-x^2$	-16	-9	-4	-1	0	-1	-4
$-2x$	8	6	4	2	0	-2	-4
$+6$	$+6$	$+6$	$+6$	$+6$	$+6$	$+6$	$+6$
y	-2	3	6	7	6	3	-2
(x, y)	$(-4, -2)$	$(-3, 3)$	$(-2, 6)$	$(-1, 7)$	$(0, 6)$	$(1, 3)$	$(2, -2)$

x හා y හි අගය පරාසය පිළිබඳ සලකා, x අක්ෂය ඔස්සේ කුඩා බෙදුම් දහයකින් ඒකක එකක් ද y අක්ෂය ඔස්සේ කුඩා බෙදුම් 10කින් ඒකක දෙකක් ද නිරූපණය වන පරිදි පරිමාණය තෝරා ගෙන, පහත දැක්වෙන ආකාරයට ප්‍රස්තාරය ඇඳිය හැකි වේ.



ඉහත ප්‍රස්තාරය නිරීක්ෂණයෙන් පහත කරුණු හඳුනා ගත හැකි වේ.

- උපරිම අගය 7 වන අතර ප්‍රස්තාරය $x = -1$ රේඛාව වටා සමමිතික වේ. ඒ අනුව ප්‍රස්තාරයේ සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය $x = -1$ වේ.
- හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක $(-1, 7)$ වේ.
- x හි අගය -4 සිට -3.6 දක්වා වැඩි වන විට y හි අගය ඍණ ව වැඩි වේ.
- $x = -3.6$ දී ශ්‍රිතයේ අගය ශූන්‍ය වේ.
- x හි අගය -3.6 සිට -1 දක්වා වැඩි වන විට y හි අගය 0 සිට 7 දක්වා ධන ව වැඩි වේ.
- x හි අගය -1 දී ශ්‍රිතය $+7$ වූ උපරිම අගය ලබා ගනී.
- x හි අගය -1 සිට $+1.6$ දක්වා වැඩි වන විට ශ්‍රිතයේ අගය ධන ව අඩු වේ.
- $x = +1.6$ දී ශ්‍රිතයේ අගය ශූන්‍ය වේ.
- x හි අගය 1.6 සිට වැඩි වන විට ශ්‍රිතයේ අගය ඍණ ව අඩු වේ.
- x හි අගය -3.6 හා $+1.6$ අතර විට ශ්‍රිතයේ අගය ධන වේ. (එනම්, ශ්‍රිතය ධන ව පවතින x හි පරාසය $-3.6 < x < +1.6$ වේ.
- x හි අගය -3.6ට අඩු වන විට හා $+1.6$ ට වැඩි වන විට ශ්‍රිතය ඍණ වේ. (එනම්, ශ්‍රිතය ඍණ වන x හි අගය පරාස $x < -3.6$ හා $x > 1.6$ වේ).
- ප්‍රස්තාරය $y = 0$ රේඛාව (x අක්ෂය) ඡේදනය වන්නේ $x = -3.6$ හා $x = +1.6$ දී වේ. එවිට $-x^2 - 2x + 6 = 0$ සමීකරණය තෘප්ත කරන x හි අගයයන් හෙවත් මූල වනුයේ $x = -3.6$ හා $x = +1.6$ ය.
- $0 \leq x \leq 2$ පරිදි වූ x අගය පරාසය තුළ ශ්‍රිතය ගන්නා උපරිම අගය 6 ද අවම අගය -2 ද වේ.

12.2 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය, සුදුසු පරිමාණයක් ගෙන, දී ඇති පරාසය තුළ ඇඳ දක්වන්න.

(i) $y = x^2 + 2x - 7\ (-4 \leq x \leq 2)$

ප්‍රස්තාරයේ,

(a) අවම අගය
(b) හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක
(c) සමමිති අක්ෂය ඇඳ, එහි සමීකරණය
(d) $y = 0$ වන x හි අගයන්
(e) ශ්‍රිතය සෘණ වන x හි අගය පරාසය
(f) ශ්‍රිතය ධන වන x හි අගය පරාසය
(g) ශ්‍රිතයෙහි අගය ධන ව අඩු වන x හි අගය පරාසය
(h) ශ්‍රිතයෙහි අගය සෘණ ව වැඩි වන x හි අගය පරාසය

ලියා දක්වන්න.

2. $y = x^2 - 4x + 2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය ඇඳීමට සකස් කළ අසම්පූර්ණ අගය වගුවක් පහත දැක්වේ.

x	-1	0	1	2	3	4	5
y	___	2	-1	___	-1	2	7

(i) ඉහත වගුව සම්පූර්ණ කර, x අක්ෂය දිගේ කුඩා බෙදුම් දහයකින් ඒකක එකක් ද, y අක්ෂය දිගේ කුඩා බෙදුම් දහයකින් ඒකක එකක් ද නිරූපණය වන පරිදි පරිමාණය ගෙන, ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය ඇඳ දක්වන්න.

(ii) ප්‍රස්තාරය ඇසුරෙන්

(a) ශ්‍රිතයේ හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක
(b) අවම අගය
(c) ශ්‍රිතයේ අගය ශූන්‍ය වන x හි අගයයන්
(d) $y \leq -1$ වන x හි අගය පරාසය
(e) $x^2 - 4x + 2 = 0$ සමීකරණයේ මූල
(f) $\sqrt{2}$ අගය දශමස්ථාන 1කට

ලියා දක්වන්න.

3. පහත දැක්වෙන ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය, දක්වා ඇති අගය පරාසය තුළ සුදුසු පරිමාණයක් ගෙන ඇඳ දක්වන්න.

(i) $y = -x^2 - 2x + 3\ (-4 \leq x \leq 2)$

ප්‍රස්තාරයේ,

(a) උපරිම අගය
(b) හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක
(c) සමමිති අක්ෂය ඇඳ එහි සමීකරණය

(d) $y = 0$ වන x හි අගයන්
(e) ශ්‍රිතය ධන වන x හි අගය පරාසය
(f) ශ්‍රිතය ඍණ වන x හි අගය පරාසය
(g) ශ්‍රිතයෙහි අගය ධන ව වැඩි වන x හි අගය පරාසය
(h) ශ්‍රිතයෙහි අගය ඍණ ව අඩු වන x හි අගය පරාසය

ලියා දක්වන්න.

4. $y = -2x^2 + 3x + 2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය ඇඳීමට සුදුසු x හා y අගයයන් දැක්වෙන අසම්පූර්ණ අගය වගුවක් පහත දැක්වේ.

x	-2	-1	0	$\frac{3}{4}$	1	2	3	3.5
y	-12	-3	2	____	3	____	-7	-12

(i) ඉහත වගුවේ හිස්තැන් පුරවා, x අක්ෂය දිගේ කුඩා බෙදුම් දහයකින් ඒකක එකක් ද, y අක්ෂය දිගේ කුඩා බෙදුම් දහයකින් ඒකක එකක් ද නිරූපණය වන පරිදි පරිමාණය ගෙන, ඉහත සඳහන් ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය ඇඳ දක්වන්න.

(ii) අඳිනු ලැබූ ප්‍රස්තාරය ඇසුරෙන්,
(a) ශ්‍රිතයේ හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක
(b) ශ්‍රිතයේ සමමිති රේඛාවේ සමීකරණය
(c) $-2x^2 + 3x + 2 = 0$ සමීකරණයේ මූල
(d) ශ්‍රිතය ධනව වැඩිවන x හි අගය පරාසය
(e) ශ්‍රිතයේ අගය 4 වන x හි අගයන්
(f) ශ්‍රිතයේ අගය -4 වන x හි අගයන්

ලියා දක්වන්න.

12.3 $y = \pm(x \pm b)^2 + c$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාර

$y = \pm(x \pm b)^2 + c$ මගින් ද වර්ගජ ශ්‍රිතයක් දැක්වේ. මෙහි දී වර්ගජ ශ්‍රිතය විශේෂ ආකාරයකට, එනම් $y = \pm(x + b)^2 + c$ ආකාරයට ලියා ඇත. එසේ ලියා ඇති විට, ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරයෙහි සමහර ලක්ෂණ උකහා ගැනීම, ප්‍රස්තාරය ඇඳීමෙන් තොර ව ම සිදු කළ හැකි ය. පහත වගුවේ දැක්වෙන්නේ එසේ උකහා ගත හැකි ලක්ෂණ කිහිපයකි.

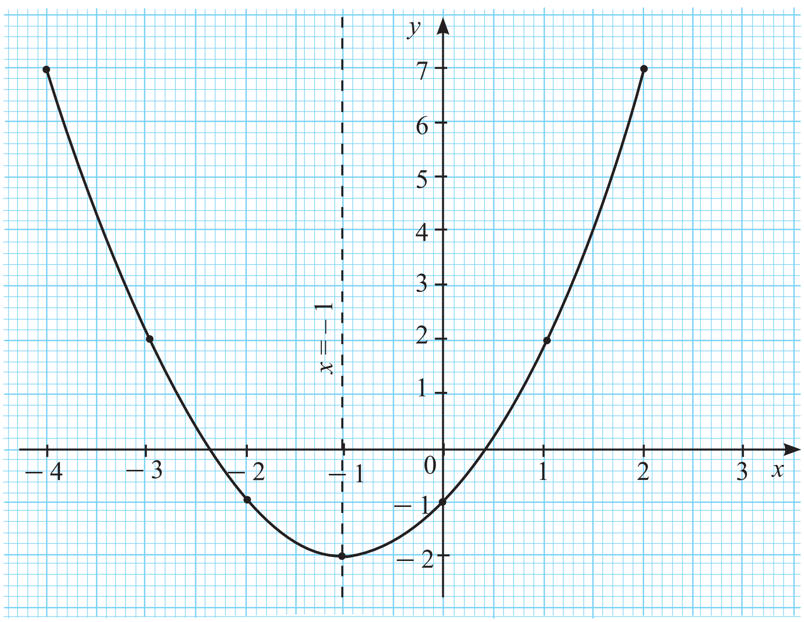
ශ්‍රිතයේ සමීකරණය	හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ස්වභාවය	ශ්‍රිතයේ උපරිම/අවම අගය	ප්‍රස්තාරයේ උපරිම/අවම ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක	ප්‍රස්තාරයේ සමමිති රේඛාවේ සමීකරණය	ප්‍රස්තාරය y - අක්ෂය කපන ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක
$y = (x + b)^2 + c$	අවමයකි	c	$(-b, c)$	$x = -b$	$(0, b^2 + c)$
$y = -(x + b)^2 + c$	උපරිමයකි	c	$(-b, c)$	$x = -b$	$(0, -b^2 + c)$

වගුවේ දැක්වෙන ලක්ෂණ සත්‍යාපනය කර ගැනීම සඳහා පහත දැක්වෙන නිදසුන සලකා බලමු.

$y = (x+1)^2 - 2$ ශ්‍රිතය සලකමු. එය $b = 1$ හා $c = -2$ වන $y = (x+b)^2 + c$ ආකාරයේ වේ. එම ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය x හි අගය -4 සිට $+2$ දක්වා ඇඳීමට අවශ්‍ය අනුරූප y හි අගයන් පහත ආකාරයට වගුවක් ඇසුරෙන් ගණනය කරමු.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2
$(x+1)^2$	9	4	1	0	1	4	9
-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2
y	7	2	-1	-2	-1	2	7
(x, y)	$(-4, 7)$	$(-3, 2)$	$(-2, -1)$	$(-1, -2)$	$(0, -1)$	$(1, 2)$	$(2, 7)$

x-අක්ෂය ඔස්සේ කුඩා බෙදුම් 10කින් ඒකක එකක් ද, y අක්ෂය ඔස්සේ කුඩා බෙදුම් 10කින් ඒකක දෙකක් ද වන පරිදි පරිමාණය ගෙන, ඉහත ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය පහත දැක්වෙන ආකාරයට ඇඳ දැක්විය හැකි ය.



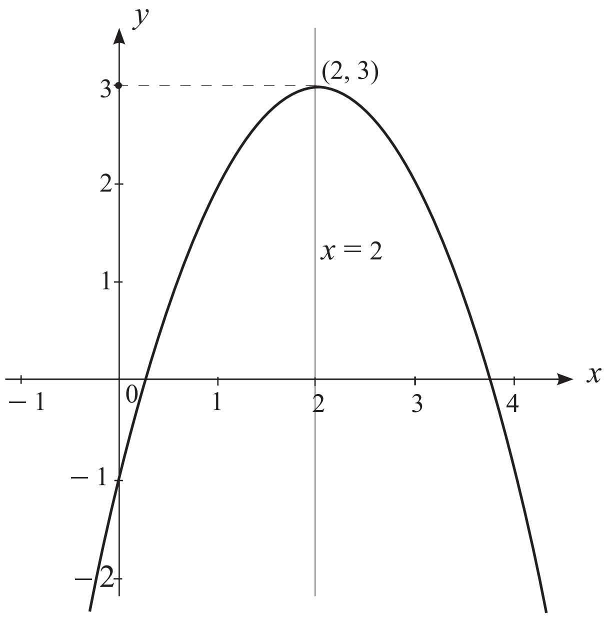
සටහන:
මෙම ප්‍රස්තාරයට අවම ලක්ෂ්‍යයක් ඇත. ශ්‍රිතයේ අවම අගය $-2\ (=c)$ වේ. ප්‍රස්තාරයේ අවම ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක $(-1, -2)$ එනම්, $(-b, c)$ වන අතර සමමිති අක්ෂය $x = -1$ (එනම්, $x = -b$ වේ.)

වර්ගජ ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාරය $x = \pm\,(x+b)^2 - c$ ආකාරයෙන් දී ඇති විට, ඉහත වගුවේ දක්වා ඇති ලක්ෂණ ආධාරයෙන්, ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් ඇඳිය හැකි ය. පහත නිදසුනේ එවැනි දළ සටහනක් අඳින ආකාරය පැහැදිලි කෙරේ.

නිදසුන 1

$y = -\ (x-2)^2 + 3$ හි ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් ඇඳ දක්වන්න.

මෙම ශ්‍රිතයේ $(x-2)^2$ හි සංගුණකය සෘණ නිසා ප්‍රස්තාරයෙහි හැරුම් ලක්ෂ්‍යය උපරිමයකි. එම උපරිම ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක $(2, 3)$ වේ. සමමිති රේඛාව $x = 2$ වේ. තව ද, ප්‍රස්තාරය y - අක්ෂය කපන ස්ථානය සොයා ගැනීම සඳහා $y = -\ (x-2)^2 + 3$ හි $x = 0$ ආදේශ කරමු. එවිට, $y = -(0-2)^2 + 3 = -1$ ලැබේ. ඒ අනුව, පහත ආකාරයේ දළ සටහනක් ඇඳිය හැකි ය.



නිදසුන 2

$y = x^2 + 3x - 4$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරයේ

(i) ස්වභාවය
(ii) සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය
(iii) ශ්‍රිතයේ උපරිම/අවම අගය
(iv) හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක

ලියා දක්වන්න.

ශ්‍රිතය $y = ax^2 + bx + c$ ආකාරයෙන් දී ඇත. මුලින් ම එය $y = (x + b)^2 + c$ ආකාරයෙන් ලියා ගනිමු. මේ සඳහා වර්ගපූරණය යොදාගත හැකි ය.

$$y = x^2 + 3x - 4$$

$$y = (x + \frac{3}{2})^2 - 4 - \frac{9}{4}\text{, එනම් } y = (x + \frac{3}{2})^2 - \frac{25}{4}$$

(i) අවමයක් සහිත පරාවලයකි

(ii) $x = -\frac{3}{2}$ එනම් $x = -1\frac{1}{2}$

(iii) අවම අගය $-\frac{25}{4}$ වේ.

(iv) $(-\frac{3}{2}, -\frac{25}{4})$

12.3 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් ශ්‍රිතය ඊට ඉදිරියෙන් සඳහන් කර ඇති x හි අගය පරාසය තුළ සුදුසු පරිමාණයක් තෝරා ගෙන ඇඳ දක්වන්න.

(i) $y = (x - 2)^2 - 3 \quad (-1 \leq x \leq 5)$ (ii) $y = (x + 3)^2 - 4 \quad (-6 \leq x \leq 0)$

ඉහත එක් එක් ප්‍රස්තාරය ඇසුරෙන්

a. ශ්‍රිතයේ අවම අගය
b. ප්‍රස්තාරයේ අවම ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක
c. සමමිති අක්ෂය ඇඳ එහි සමීකරණය
d. ශ්‍රිතය ධන වන x හි අගය පරාසය
e. $y = 0$ වන x හි අගයයන්
f. ශ්‍රිතය ඍණ වන x හි අගය පරාසය

ලියා දක්වන්න.

2. පහත දැක්වෙන එක් එක් ශ්‍රිතය ඊට ඉදිරියෙන් සඳහන් කර ඇති x හි අගය පරාසය තුළ සුදුසු පරිමාණයක් තෝරා ගෙන ඇඳ දක්වන්න.

(i) $y = -(x + 2)^2 + 2 \quad (-5 \leq x \leq 1)$ (ii) $y = -(x - 1)^2 + 3 \quad (-2 \leq x \leq 4)$

ඉහත ඇඳි එක් එක් ප්‍රස්තාරය ඇසුරෙන්

a. ශ්‍රිතයේ උපරිම අගය

b. ප්‍රස්තාරයේ උපරිම ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක

c. ශ්‍රිතයේ සමමිති රේඛාව ඇඳ එහි සමීකරණය

d. ශ්‍රිතය ධන වන x හි අගය පරාසය

e. ශ්‍රිතය ඍණ වන x හි අගය පරාසය

f. $y = 0$ වන x හි අගයයන්

g. ශ්‍රිතය ධන ව වැඩි වන x හි අගය පරාසය

h. ශ්‍රිතය ඍණ ව අඩු වන x හි අගය පරාසය

ලියා දක්වන්න.

3. පහත දැක්වෙන එක් එක් ශ්‍රිතයේ දළ සටහනක් ඇඳ දක්වන්න.

(i) $y = (x-2)^2 - 3$

(ii) $y = 2 - (x+5)^2$

(iii) $y = x^2 + 6x - 1$

4. පහත දැක්වෙන එක් එක් ශ්‍රිතය මගින් නිරූපණය වන ප්‍රස්තාරය නොඇඳ, ශ්‍රිතයේ

a. ස්වභාවය

b. සමමිති රේඛාවේ සමීකරණය

c. උපරිම/අවම අගය

d. හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක ලියා දක්වන්න.

(i) $y = (x+2)^2 - 3$

(ii) $y = -(x-2)^2 + 4$

(iii) $y = -(x - \frac{3}{2})^2 + 1$

(iv) $y = 1\frac{1}{2} - (x - \frac{1}{2})^2$

(v) $y = 3\frac{1}{3} + (x + 2\frac{1}{2})^2$

(vi) $y = (x^2 + 6x + 5)$

12.4 $y = \pm (x \pm a)(x \pm b)$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාර

$y = \pm (x+a)(x+b)$ මගින් ද වර්ගජ ශ්‍රිතයක් දැක්වේ. මෙහි දී වර්ගජ ශ්‍රිතය විශේෂ ආකාරයකට, එනම් $y = \pm (x+a)(x+b)$ ආකාරයට දී ඇත. එසේ දී ඇති විට, ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරයෙහි සමහර ලක්ෂණ උකහා ගැනීම, ඉහත කොටසේ පරිදි ම ප්‍රස්තාරය ඇඳීමෙන් තොර ව ම සිදු කළ හැකි ය. පහත වගුවේ දැක්වෙන්නේ එසේ උකහා ගත හැකි ලක්ෂණ කිහිපයකි.

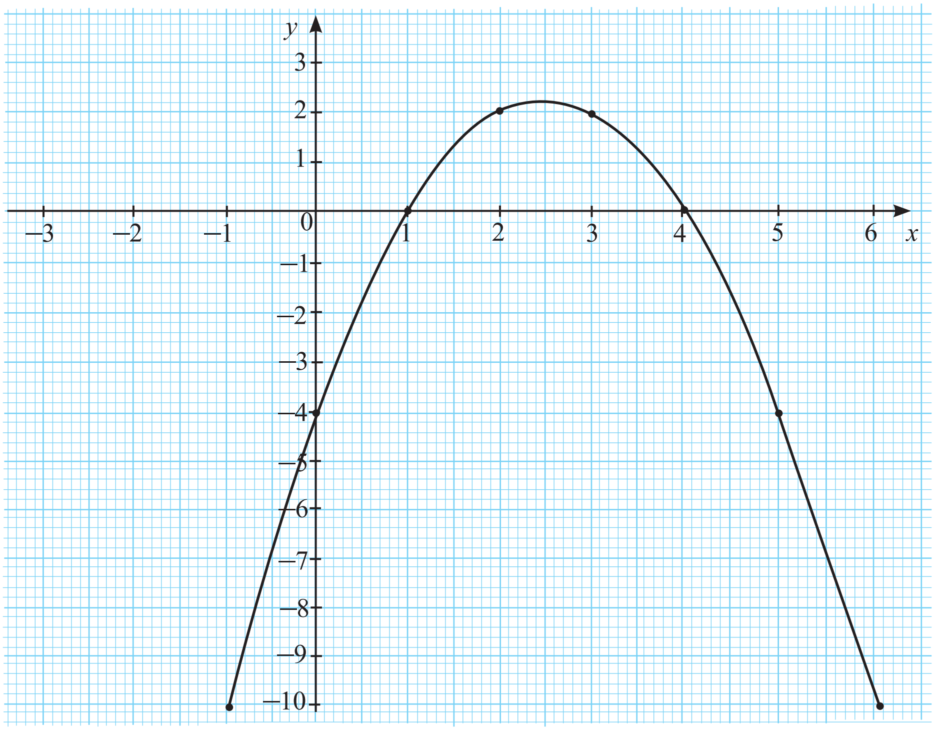
ශ්‍රිතයේ සමීකරණය	හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ස්වභාවය	ප්‍රස්තාරයේ උපරිම/ අවම ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක	ප්‍රස්තාරයේ සමමිති රේඛාවේ සමීකරණය	ප්‍රස්තාරය x-අක්ෂය කපන ලක්ෂ්‍ය	ප්‍රස්තාරය y - අක්ෂය කපන ලක්ෂ්‍යය
$y = (x+a)(x+b)$	අවමයකි	$\left(-\frac{(a+b)}{2}, -\frac{(a-b)^2}{4}\right)$	$x = -\frac{(a+b)}{2}$	$(-a, 0)$ හා $(-b, 0)$	$(0, +ab)$
$y = -(x+a)(x+b)$	උපරිමයකි	$\left(-\frac{(a+b)}{2}, \frac{(a-b)^2}{4}\right)$	$x = -\frac{(a+b)}{2}$	$(-a, 0)$ හා $(-b, 0)$	$(0, -ab)$

ඉහත වගුවේ දැක්වෙන ලක්ෂණ සත්‍යාපනය කර ගැනීම සඳහා පහත දැක්වෙන නිදසුන සලකා බලන්න.

$y = -(x-1)(x-4)$ ශ්‍රිතය සලකමු. එය, $y = -(x+a)(x+b)$ ආකාරයේ වේ. ($a = -1$ හා $b = -4$). එහි ප්‍රස්තාරය ඇඳීමට අවශ්‍ය x හි අගය ලබා ගැනීමට පහත පරිදි අගය වගුවක් සකස් කරමු.

x	-1	0	1	2	3	4	5	6
$-(x-1)(x-4)$	-10	-4	0	2	2	0	-4	-10
(x, y)	$(-1, -10)$	$(0, -4)$	$(1, 0)$	$(2, 2)$	$(3, 2)$	$(4, 0)$	$(5, -4)$	$(6, -10)$

x අක්ෂය ඔස්සේ කුඩා බෙදුම් 10කින් ඒකක එකක් ද, y අක්ෂය ඔස්සේ කුඩා බෙදුම් 10කින් ඒකක දෙකක් ද වන පරිදි පරිමාණය ගෙන, ඉහත ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය පහත දැක්වෙන ආකාරයට ඇඳ දැක්විය හැකි ය.



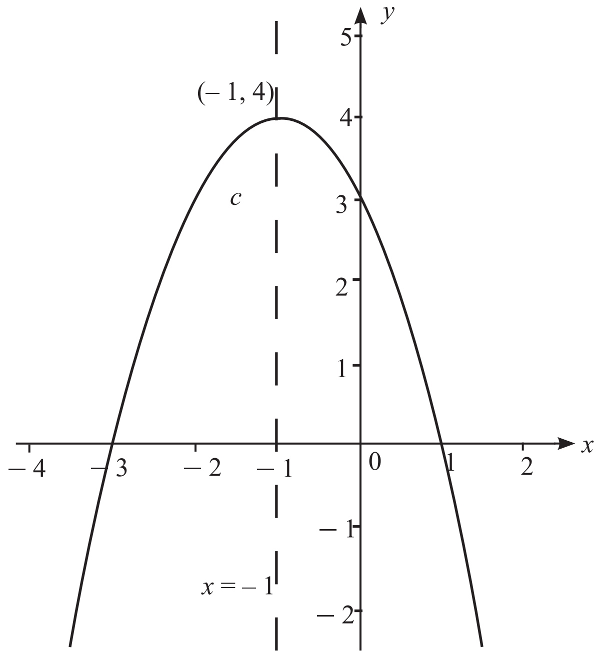
මෙම ප්‍රස්තාරය, වගුවේ දී ඇති ලක්ෂණ සපුරාලන බව, ඉහත 12.3 කොටසේ නිදසුනේ දී මෙන් තහවුරු කර ගන්න.

වර්ගජ ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාරය $y = \pm(x+a)(x+b)$ ආකාරයෙන් දී ඇති විට, ඉහත වගුවේ දක්වා ඇති ලක්ෂණ ආධාරයෙන්, ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් ඇඳිය හැකි ය. පහත නිදසුනෙන් එවැනි දළ සටහනක් අඳින ආකාරය පැහැදිලි කෙරේ.

නිදසුන 1

$y = -(x+3)(x-1)$ හි ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් ඇඳ දක්වන්න.

මෙය, $a = 3$ හා $b = -1$ වන $y = -(x+a)(x+b)$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයකි. මෙම ශ්‍රිතයේ x හි සංගුණකය සෘණ නිසා ප්‍රස්තාරයෙහි හැරුම් ලක්ෂ්‍යය උපරිමයකි. x - අක්ෂය කපන ලක්ෂ්‍ය වන්නේ $(-3, 0)$ හා $(1, 0)$ යි. උපරිම ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක වන්නේ $\left(-\dfrac{a+b}{2}, \dfrac{+(a-b)^2}{4}\right) = (-1, +4)$ යි. ඒ අනුව, පහත ආකාරයේ දළ සටහනක් ඇඳිය හැකි ය.



නිදසුන 2

$y = x^2 + 5x - 14$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය නොඇඳ, ප්‍රස්තාරයේ

(i) ස්වභාවය

(ii) සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය

(iii) උපරිම/අවම අගය

(iv) හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක

(v) x අක්ෂය ඡේදනය කරන ලක්ෂ්‍යවල ඛණ්ඩාංක

ලියා දක්වන්න.

දැන් මෙම ශ්‍රිතය $y = (x+a)(x+b)$ ආකාරයට සකසා ගනිමු. සාධක සෙවීමෙන්, එය

$y = (x-2)(x+7)$ ලෙස ලියා ගත හැකි ය.

(i) ශ්‍රිතය අවම අගයක් සහිත පරාවලයකි.

(ii) $a = -2$ හා $b = 7$ නිසා සමමිති අක්ෂය වන්නේ

$$x = -(a+b)/2 = -(-2+7)/2$$

$$x = -\frac{5}{2}$$

(iii) අවම අගය $\dfrac{-(a-b)^2}{4}$ මගින් ලැබෙන නිසා,

$$\text{අවම අගය} = \frac{-(-2-7)^2}{4} = -\frac{81}{4}$$

(iv) අවම ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක $(-\frac{5}{2}, -\frac{81}{4})$

(v) ප්‍රස්තාරය x-අක්ෂය ඡේදනය කරන ලක්ෂ්‍යවල ඛණ්ඩාංක $(-a, 0)$ හා $(-b, 0)$ මගින් ලැබෙන නිසා $(2, 0)$ හා $(-7, 0)$ වේ.

12.4 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් ශ්‍රිතයෙහි ප්‍රස්තාරය, ඊට ඉදිරියෙන් සඳහන් කර ඇති x හි අගය පරාසය තුළ සුදුසු පරිමාණයක් තෝරා ගෙන ඇඳ දක්වන්න.

(a) $y = (x+1)(x+6)$ $(-7 \leq x \leq 0)$
(b) $y = (x-2)(x-5)$ $(0 \leq x \leq 7)$
(c) $y = -(x+1)(x+3)$ $(-5 \leq x \leq 1)$
(d) $y = -(x-5)(x-3)$ $(+1 \leq x \leq 7)$

ඉහත ඇඳි එක් එක් ප්‍රස්තාරය ඇසුරෙන්
(i) y ශූන්‍ය වන x හි අගයයන්
(ii) ශ්‍රිතයේ සමමිති රේඛාව ඇඳ, එහි සමීකරණය
(iii) ශ්‍රිතයේ අවම අගය
(iv) ප්‍රස්තාරයේ අවම ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංකය
(v) ශ්‍රිතය ධන වන x හි අගය පරාසය
(vi) ශ්‍රිතය ඍණ වන x හි අගය පරාසය
(vii) අදාළ x හි අගය ප්‍රාන්තරය තුළ y හි විචලනයේ ස්වභාවය
ලියා දක්වන්න.

2. පහත දැක්වෙන එක් එක් ශ්‍රිතයේ දළ සටහනක් ඇඳ දක්වන්න.

(i) $y = (x-3)(x+5)$
(ii) $y = (x-1)(x-2)$
(iii) $y = -(x+3)(x-6)$

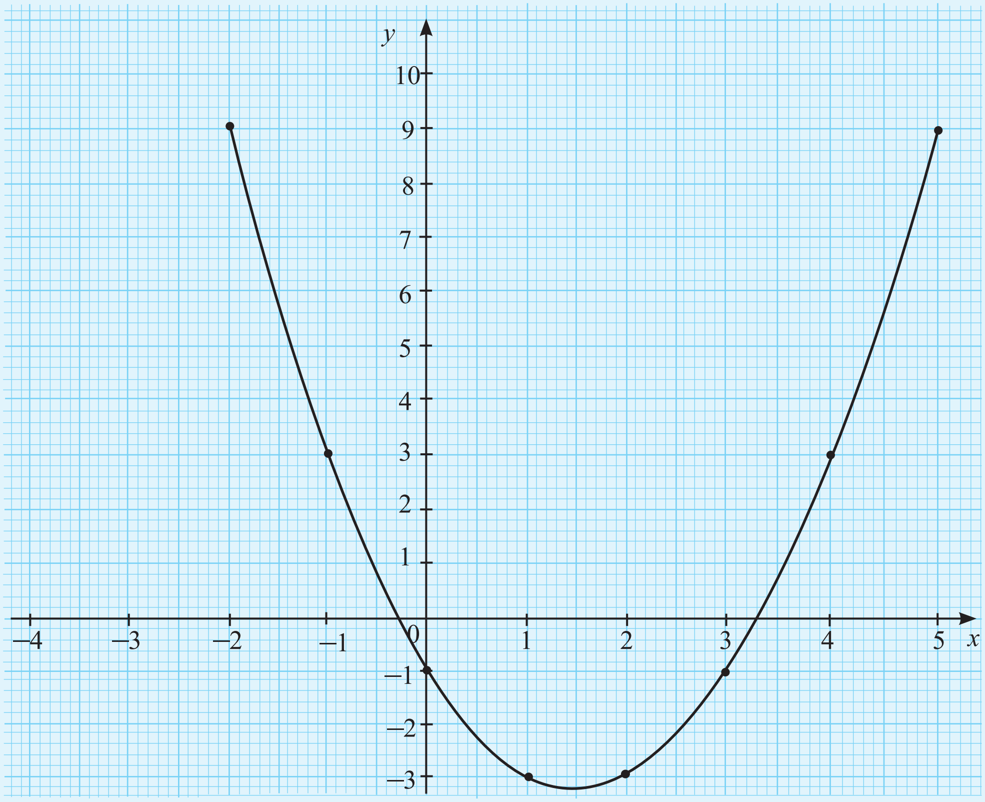
3. පහත දැක්වෙන එක් එක් ශ්‍රිත මගින් නිරූපණය වන ප්‍රස්තාර නොඇඳ

a. ප්‍රස්තාරයේ ස්වභාවය **b.** සමමිති රේඛාවේ සමීකරණය
c. උපරිම/අවම අගය **d.** හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක ලියා දක්වන්න.

(i) $y = (x-2)\ (x+3)$ (ii) $y = (x+1)\ (x-4)$ (iii) $y = (x-4)\ (x-1)$
(iv) $y = -(x-\frac{1}{2})\ (x+3)$ (v) $y = x^2 - 1\frac{1}{2}x - 2\frac{1}{2}$ (vi) $y = x^2 - 4x + 7$
(vii) $y = -x^2 - 6x - 5$ (viii) $y = -x^2 + 12x + 35$ (ix) $y = x^2 - x + 4$

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

1. **(*a*)** $-2 \leq x \leq 5$ ප්‍රාන්තරය තුළ අඳින ලද වර්ගජ ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාරය රූපයේ දැක්වේ. ප්‍රස්තාරය ඇසුරෙන්,



(i) $x = 3$ විට y හි අගය සොයන්න.

(ii) සමමිති රේඛාව ඇඳ, එහි සමීකරණය ලියා දක්වන්න.

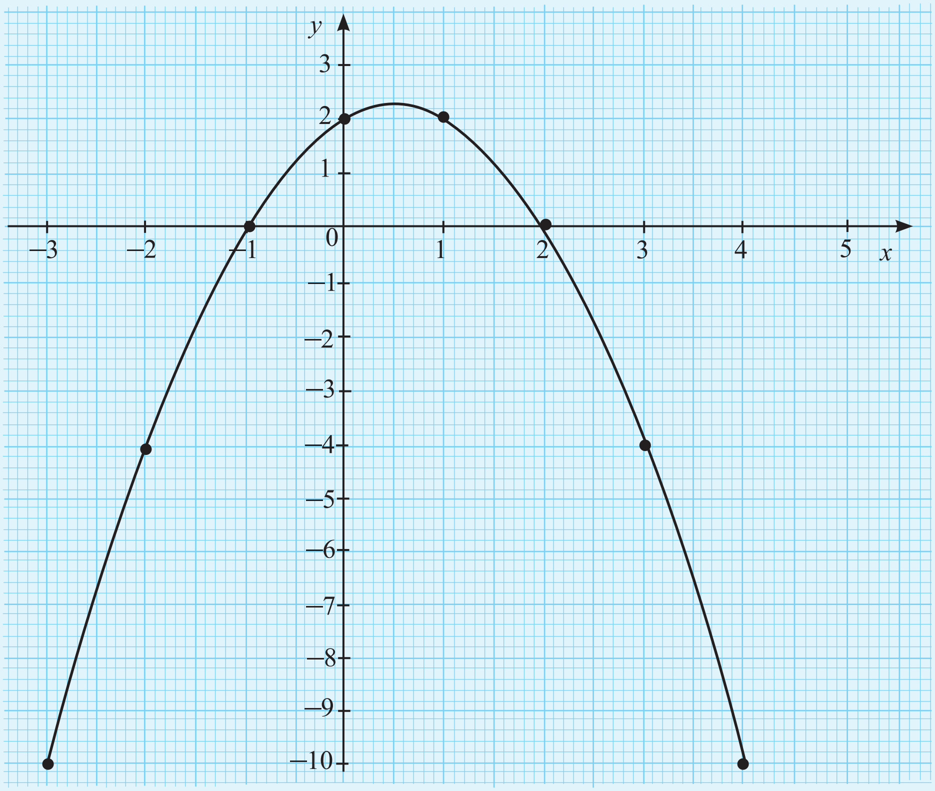
(iii) ශ්‍රිතය සෘණ වන x හි අගය පරාසය ලියා දක්වන්න.

(iv) මෙම වර්ගජ ශ්‍රිතය $y = (x - a)^2 + b$ ආකාරයට ප්‍රකාශ කළ හොත්, a හා b හි අගය සොයන්න.

(v) ඉහත (iv) අනුව $y = 0$ වන x හි අගයන් ලබා ගන්න.

(vi) මෙම ශ්‍රිතයේ සමමිති රේඛාවම සහිත වූ ද උපරිම අගය 5 වූ x^2 සංගුණකය 1 වන ශ්‍රිතය ලියා දක්වන්න.

(*b*) $-3 \leq x \leq 4$ ප්‍රාන්තරය තුළ අඳින ලද වර්ගජ ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාරය රූපයේ දැක්වේ.



(i) $y = 0$ වන x හි අගයයන් ලියා දක්වන්න.

(ii) ඉහත (i) හි පිළිතුර ඇසුරෙන්, අඳිනු ලැබූ ප්‍රස්තාරයට අදාළ වර්ගජ ශ්‍රිතය $y = -(x-a)(x-b)$ ආකාරයට ප්‍රකාශ කළ හොත් ලැබෙන, a හා b හි අගයයන් ලියා දක්වන්න.

(iii) ඉහත (ii) හි a හා b අගයයන් ආදේශ කර ලැබෙන වර්ගජ ශ්‍රිතය $y = -(x-p)^2 + q$ ආකාරයට ප්‍රකාශ කර, ශ්‍රිතයේ උපරිම ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක ලබා ගෙන, එම අගය ප්‍රස්තාරය ඇසුරෙන් තහවුරු කරන්න.

(iv) $y \leq -4$ වන x හි අගය ප්‍රාන්තරය ලියා දක්වන්න.

(v) ශ්‍රිතයේ අගය ධන ව වැඩි වන x හි අගය ප්‍රාන්තරය ලියා දක්වන්න.

2. $(x+2)$ හා $(3-x)$ යනු සංඛ්‍යා දෙකකි. $y = (x+2)(3-x)$ මගින් එම සංඛ්‍යා දෙකෙහි ගුණිතය දැක්වේ.

(i) පහත දැක්වෙන වගුවේ හිස්තැන් පුරවන්න.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	-6	___	___	6	___	4	___	-6

(ii) සුදුසු පරිමාණයක් ගෙන ඉහත y ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය ඇඳ දක්වන්න.
අඳිනු ලැබූ ප්‍රස්තාරය භාවිතයෙන්

(iii) ශුණිතයේ උපරිම අගය සොයන්න.
(iv) ශුණිතය උපරිම වන x හි අගය සොයන්න.
(v) ශුණිතය ශූන්‍ය වන x හි අගයයන් ලියා දක්වන්න.
(vi) $y > 3$ වන x හි අගය ප්‍රාන්තරය ලියා දක්වන්න.
(vii) x කුමන අගය ප්‍රාන්තරය තුළ විචලනය වන විට ශුණිතය ක්‍රමයෙන් වැඩි වේ ද?
(viii) x හි කුමන අගය ප්‍රාන්තරයක් තුළ දී ශුණිතය සඳහා ධන අගයක් ලැබේ ද?
(ix) $-1 \leq x \leq 3$ පරාසය තුළ ශුණිතයේ උපරිම හා අවම අගය ලියා දක්වන්න.
(x) $5 \leq x \leq 8$ පරාසය තුළ ශුණිතයේ උපරිම හා අවම අගය ලියා දක්වන්න.

3. $y = (x-2)^2 - 2$ ශ්‍රිතයේ දී ඇති x හි අගය කිහිපයකට අනුරූප y හි අගයන් ඇතුළත් අසම්පූර්ණ වගුවක් පහත දැක්වේ.

x	-1	0	1	2	3	4	5
y	7	2	-1	-2	___	2	7

(i) වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.
(ii) සුදුසු පරිමාණයක් තෝරාගෙන ඉහත ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳින්න.
(iii) ශ්‍රිතයේ හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක ලියා දක්වන්න.
(iv) $y < 0$ වන x හි අගය ප්‍රාන්තරය ලියා දක්වන්න.
(v) ප්‍රස්තාරය ඇසුරෙන් හා වීජීය ක්‍රමයෙන් $x^2 - 4x + 2 = 0$ සමීකරණයේ මූල සොයා, එනයින් $\sqrt{2}$ සඳහා ආසන්න අගයක් ලබා ගන්න.
(vi) ශ්‍රිතයේ අගය 3 වන්නේ x හි කුමන අගයන් සඳහා ද යන්න ලියා දක්වන්න.

4. $y = -(x+1)(x-3)$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය ඇඳීමට සුදුසු x හා y හි අගය ඇතුළත් අසම්පූර්ණ වගුවක් පහත දැක්වේ.

x	-2	-1	0	1	2	3	4
y	___	0	3	4	3	___	-5

(i) $x = -2$ විට හා $x = 3$ විට y හි අගය සොයන්න.
(ii) සුදුසු පරිමාණයක් ගෙන ඉහත ප්‍රස්තාරය ඇඳ දක්වන්න.
(iii) ප්‍රස්තාරයේ උපරිම ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක ලියා දක්වන්න.
(iv) $y = 0$ වන x හි අගයන් ලබා ගෙන, ඒ ඇසුරෙන් ශ්‍රිතයේ උපරිම අගය නිවැරදි බව තහවුරු කරන්න.
(v) $y \geq -1$ වන x හි අගය ප්‍රාන්තරය ලියා දක්වන්න.
(vi) $-x^2 + 2x + 3 = 0$ සමීකරණයේ මූල ලියා දක්වන්න.
(vii) $1 \leq x \leq 4$ ප්‍රාන්තරය තුළ ශ්‍රිතයේ හැසිරීම විස්තර කරන්න.

5. $y = 5 - x - x^2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය ඇඳීමට සුදුසු x හා y හි අගය ඇතුළත් අසම්පූර්ණ වගුවක් පහත දැක්වේ.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	___	-1	3	5	5	___	-1	-7

(i) $x = -4$ හා $x = 1$ විට y හි අගය සොයන්න.
(ii) සුදුසු පරිමාණයක් ගෙන, ඉහත ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය ඇඳ දක්වන්න.
(iii) ප්‍රස්තාරයේ උපරිම ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක ලියා දක්වන්න.
(iv) ශ්‍රිතයේ අගය -5 සිට $+3$ තෙක් වැඩි වන විට x හි අගය පරාසය ලියා දක්වන්න.
(v) ශ්‍රිතය සෘණ වන x හි අගය පරාසය ලියා දක්වන්න.
(vi) $-x^2 - x + 5 = 0$ සමීකරණයේ මූල ප්‍රස්තාරය ඇසුරෙන් ලියා දක්වන්න.
(vii) $y - 3 = 5 - x - x^2$ ශ්‍රිතයේ උපරිම ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක අපෝහනය කරන්න.