

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට,

- සංඛ්‍යා අනුක්‍රම අතරින් ගුණෝත්තර ශ්‍රේඪි හඳුනා ගැනීමට
  - ගුණෝත්තර ශ්‍රේඪියක  $n$  වන පදය සඳහා වන සූත්‍රය භාවිත කිරීමට
  - ගුණෝත්තර ශ්‍රේඪියක පළමු පද  $n$  වල ඵෙකාය සම්බන්ධ සූත්‍ර භාවිත කිරීමට
  - ගුණෝත්තර ශ්‍රේඪිවල යෙදීම් සම්බන්ධ ගැටලු විසඳීමට
- හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

**16.1 ගුණෝත්තර ශ්‍රේඪි**

මූලින් ම, ඔබ 10 ශ්‍රේණියේ දී උගත් සමාන්තර ශ්‍රේඪි පිළිබඳ ව නැවත මතක් කර ගනිමු. පහත දැක්වෙන්නේ සමාන්තර ශ්‍රේඪියකි.

5, 7, 9, 11, ...

මෙහි ඕනෑ ම පදයකට 2 යන නියත අගය එකතු වී ඊට පසු පදය ලැබේ. එම නියත අගය, සමාන්තර ශ්‍රේඪියේ පොදු අන්තරය ලෙස හැඳින්විණි.

දැන් පහත දැක්වෙන සංඛ්‍යා අනුක්‍රමය හොඳින් නිරීක්ෂණය කරන්න.

3, 6, 12, 24, 48, 96, ...

මෙම අනුක්‍රමයේ පළමු පදය 3 වේ. පළමු පදය 2න් ගුණ වීමෙන්, දෙවන පදය ද, දෙවන පදය 2න් ගුණ වීමෙන් තෙවන පදය ද ආදී වශයෙන් ලැබෙන බව පැහැදිලි ය.

එනම්, ඕනෑ ම පදයක් 2 යන නියත අගයෙන් ගුණ වී ඊට පසු පදය ලැබේ. වෙනත් ලෙසකින් කිව හොත් පළමු පදය හැර වෙනත් ඕනෑ ම පදයක් ඊට පෙර පදයෙන් බෙදූ විට 2 යන නියත පදය ලැබේ. මෙවැනි ශ්‍රේඪි ගුණෝත්තර ශ්‍රේඪි ලෙස හැඳින්වේ. එම ගුණ වන නියත අගයට ගුණෝත්තර ශ්‍රේඪියේ පොදු අනුපාතය යැයි කියනු ලැබේ. ඒ අනුව, මෙම ගුණෝත්තර ශ්‍රේඪියේ පොදු අනුපාතය 2 වේ.

මේ අනුව, සංඛ්‍යා අනුක්‍රමයක් දී ඇති විට, එය ගුණෝත්තර ශ්‍රේඪියක් දැයි පරීක්ෂා කිරීම පහත පරිදි සිදු කළ හැකි ය. දෙවන පදය, පළමු පදයෙන් බෙදා ලැබෙන අගය සටහන් කර ගන්න. තුන්වන පදය, දෙවන පදයෙන් බෙදා ලැබෙන අගය සටහන් කර ගන්න. හතරවන පදය තුන්වන පදයෙන් බෙදා ලැබෙන අගය සටහන් කර ගන්න. මේ ආදී වශයෙන් කර ගෙන යෑමේ දී එක ම අගය සටහන් වේ නම්, එය ගුණෝත්තර ශ්‍රේඪියකි. එසේ එක ම අගයක් ලැබේ නම්, එම සටහන් කර ගන්නා අගය පොදු අනුපාතය බව ඔබට පැහැදිලි විය යුතු ය.

### නිදසුන 1

2, 6, 18, 54, ... සංඛ්‍යා අනුක්‍රමය ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක් වේ දැයි පරීක්ෂා කරන්න.

$$\frac{6}{2} = 3, \quad \frac{18}{6} = 3, \quad \frac{54}{18} = 3$$

$$\therefore \frac{6}{2} = \frac{18}{6} = \frac{54}{18} = 3$$

∴ ඉහත සංඛ්‍යා අනුක්‍රමය ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක් වේ. තව ද එහි පොදු අනුපාතය 3 වේ.

### නිදසුන 2

200, 100, 50, 20, ... සංඛ්‍යා අනුක්‍රමය ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක් වේ දැයි පරීක්ෂා කරන්න.

$$\frac{100}{200} = \frac{1}{2}, \quad \frac{50}{100} = \frac{1}{2}, \quad \frac{20}{50} = \frac{2}{5}$$

සෑම විට ම නියත අගයක් නොලැබෙන නිසා මෙය ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක් නො වේ.

### නිදසුන 3

5, - 10, 20, - 40, 80, ... සංඛ්‍යා අනුක්‍රමය ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක් වේ දැයි පරීක්ෂා කරන්න.

$$\frac{-10}{5} = -2, \quad \frac{20}{-10} = -2, \quad \frac{-40}{20} = -2, \quad \frac{80}{-40} = -2$$

$$\therefore \frac{-10}{5} = \frac{20}{-10} = \frac{-40}{20} = \frac{80}{-40} = -2$$

∴ මෙම සංඛ්‍යා අනුක්‍රමය පොදු අනුපාතය - 2 වන ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියකි.

### නිදසුන 4

4,  $x$ , 16 යන පද තුන ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක අනුයාත ව පිහිටයි නම්,  $x$  හි අගය සොයන්න.

ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක පිහිටයි නම්,  $\frac{x}{4} = \frac{16}{x}$  වේ. මෙම සමීකරණය විසඳීමෙන් අවශ්‍ය  $x$  අගය ලැබේ.

$$\frac{x}{4} = \frac{16}{x} \text{ නම් } x^2 = 64.$$

එනම්  $x^2 - 8^2 = 0$

එනම්  $(x - 8)(x + 8) = 0$

එනම්,  $x = 8$  හෝ  $x = -8$

දැන් මෙම එක් එක් අගය සඳහා 4,  $x$ , 16 යන පද තුන ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක පිහිටන්නේ දැයි බලමු.

$x = 8$  විට, 4, 8, 16 යනු පොදු අනුපාතය 2 වන ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියකි.

$x = -8$  වන විට, 4, -8, 16 යනු පොදු අනුපාතය -2 වන ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියකි.

### 16.1 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන සංඛ්‍යා අනුක්‍රම අතරින් ගුණෝත්තර ශ්‍රේණි තෝරා ලියන්න.

- (a) 2, 4, 8, ...                      (b) -6, -18, -54, ...                      (c) 64, 32, 16, 8, ...  
 (d) 5, 10, 30, 120, ...                      (e) -2, 6, -18, 54, ...                      (f) 81, 27, 3,  $\frac{1}{9}$ , ...  
 (g) 0.0002, 0.002, 0.02, 0.2, ...                      (h)  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{6}$ ,  $\frac{1}{18}$ ,  $\frac{1}{36}$ ,  $\frac{1}{72}$ , ...

### 16.2 ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක $n$ වන පදය

මුල් පදය  $a$  හා පොදු අන්තරය  $d$  වූ සමාන්තර ශ්‍රේණියක  $n$  වන පදය  $T_n = a + (n - 1)d$  ලෙස ලිවිය හැකි බව ඔබ 10 ශ්‍රේණියේ දී උගත්තේ ය. ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක  $n$  වන පදය සඳහා ද සූත්‍රයක් ලබා ගන්නා අයුරු දැන් සලකා බලමු.

ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක පළමු පදය “ $a$ ” හා පොදු අනුපාතය “ $r$ ” යන සංකේතවලින් ලියා දක්වමු. තව ද එහි  $n$  වන පදය  $T_n$  වලින් දක්වමු. නිදසුනක් ඇසුරෙන්  $T_n$  සඳහා සූත්‍රයක් ලබා ගන්නා අයුරු සලකා බලමු.

2, 6, 18, 54, ... යන ගුණෝත්තර ශ්‍රේණිය සලකා බලමු. මෙම ශ්‍රේණියේ පළමු පදය ( $a$ ) 2 සහ පොදු අනුපාතය ( $r$ ) 3 වේ.

එවිට,

$$T_1 = 2 = 2 \times 1 = 2 \times 3^{1-1}$$

$$T_2 = 6 = 2 \times 3 = 2 \times 3^{2-1}$$

$$T_3 = 18 = 2 \times 3 \times 3 = 2 \times 3^{3-1}$$

$$T_4 = 54 = 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 2 \times 3^{4-1}$$

ලෙස ලිවිය හැකි බව හොඳින් නිරීක්ෂණය කරන්න.

එම පද පළමු පදය ( $a$ ) සහ පොදු අනුපාතය ( $r$ ) ඇසුරෙන් දැක්වූ විට

$$T_1 = 2 \times 3^0 = a \times r^{1-1}$$

$$T_2 = 2 \times 3^1 = a \times r^{2-1}$$

$$T_3 = 2 \times 3^2 = a \times r^{3-1}$$

$$T_4 = 2 \times 3^3 = a \times r^{4-1} \quad \text{ලෙස ලිවිය හැකි ය.}$$

මෙම රටාව අනුව,  $n$  වන පදය,  $T_n = ar^{n-1}$  ලෙස දැක්විය හැකි බව නිරීක්ෂණය කරන්න.

පළමු පදය  $a$  ද පොදු අනුපාතය  $r$  ද වූ ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක  $n$  වන පදය  
 $T_n = ar^{n-1}$  මගින් ලබා දෙයි.

**නිදසුන 1**

මුල් පදය 3 හා පොදු අනුපාතය 2 වන ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියේ 5 වන පදය සොයන්න.

$$\begin{aligned}
 a &= 3, \quad r = 2, \quad n = 5 \\
 T_n &= ar^{n-1} \\
 T_5 &= 3 \times 2^{5-1} \\
 &= 3 \times 2^4 \\
 &= 3 \times 16 \\
 &= 48
 \end{aligned}$$

එමනිසා, පස් වන පදය 48 වේ.

**නිදසුන 2**

81, 27, 9, ... ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියේ පස් වන පදය හා හත් වන පදය සොයන්න.

$$\begin{aligned}
 a &= 81 \\
 r &= \frac{27}{81} = \frac{1}{3} \\
 T_n &= ar^{n-1} \\
 \therefore T_5 &= 81 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{5-1} & T_7 &= 81 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{7-1} \\
 &= 81 \times \left(\frac{1}{3}\right)^4 & &= 81 \times \left(\frac{1}{3}\right)^6 \\
 &= 81 \times \frac{1}{81} & &= 81 \times \frac{1}{729} \\
 &= 1 & &= \frac{1}{9}
 \end{aligned}$$

එමනිසා, පස් වන පදය 1 ද හත් වන පදය  $\frac{1}{9}$  ද වේ.

## 16.2 අනුපාතය

1. පළමු පදය 5 සහ පොදු අනුපාතය 2 වන ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියේ 6 වන පදය සොයන්න.
2. පළමු පදය 4 සහ පොදු අනුපාතය  $-2$  වන ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියේ 6 වන පදය හා 8 වන පදය සොයන්න.
3. පළමු පදය  $-2$  ද පොදු අනුපාතය  $-3$  ද වන ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියේ 4 වන පදය සහ 7 වන පදය සොයන්න.
4. පළමු පදය 1000 සහ පොදු අනුපාතය  $\frac{1}{5}$  වන ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියේ 6 වන පදය සොයන්න.
5.  $0.0002, 0.002, 0.02, \dots$  ශ්‍රේණියේ 6 වන පදය සොයන්න.
6.  $\frac{3}{8}, \frac{3}{4}, 1\frac{1}{2}, \dots$  ශ්‍රේණියේ 5 වන පදය සොයන්න.
7.  $75, -30, 12, \dots$  ශ්‍රේණියේ 4 වන පදය සොයන්න.
8.  $192, 96, 48, \dots$  ශ්‍රේණියේ 7 වන පදය සොයන්න.
9.  $0.6, 0.3, 0.15, \dots$  ශ්‍රේණියේ 9 වන පදය සොයන්න.
10.  $8, 12, 18, \dots$  ශ්‍රේණියේ 10 වන පදය සොයන්න.

## 16.3 $T_n = ar^{n-1}$ සූත්‍රය භාවිතය

ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක, පළමු පදය ( $a$ ), පොදු අනුපාතය ( $r$ ),  $n$  වන පදය  $T_n$  හා  $n$  අගයන් අතරින් එකක් හැර ඉතිරි අගය දී ඇති විට, එම අගය  $T_n = ar^{n-1}$  සූත්‍රයට ආදේශ කිරීමෙන් ඉතිරි අගය සෙවිය හැකි ය.

ඒ සඳහා නිදසුන් කීපයක් දැන් සලකා බලමු.

### නිදසුන 1

පොදු අනුපාතය 3 ද 4 වන පදය 54 ද වන ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියේ පළමු පදය සොයන්න.

$$r = 3, n = 4, T_n = 54$$

$$T_n = ar^{n-1}$$

$$\therefore T_4 = a \times (3)^{4-1}$$

$$\therefore 54 = a \times (3)^3$$

$$\therefore 54 = a \times 27$$

$$\therefore a = \frac{54}{27}$$

$$= 2$$

ශ්‍රේණියේ පළමු පදය 2 වේ.

### නිදසුන 2

පළමු පදය 5 සහ 7 වන පදය 320 ද වූ ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියේ පොදු අනුපාතය සොයා, එහි මුළු පද 5 සොයන්න.

$$\begin{aligned}
 a &= 5, \quad n = 7, \quad T_7 = 320 \\
 T_n &= ar^{(n-1)} \\
 T_7 &= 5 \times (r)^{7-1} \\
 \therefore 320 &= 5 \times (r)^6 \\
 \therefore r^6 &= \frac{320}{5} \\
 &= 64 \\
 &= (+2)^6 \text{ හෝ } (-2)^6 \\
 \therefore r &= 2 \text{ හෝ } -2
 \end{aligned}$$

පොදු අන්තරයට අගය දෙකක් ලැබෙන නිසා ඉහත අවශ්‍යතාවලට සරිලන ගුණෝත්තර ශ්‍රේණි දෙකක් පවතී.

$r = 2$  වූ ශ්‍රේණියේ මුළු පද පහ 5, 10, 20, 40, 80 වේ.

$r = -2$  වූ ශ්‍රේණියේ මුළු පද පහ 5, -10, 20, -40, 80 වේ.

### නිදසුන 3

පළමු පදය 64 සහ පොදු අනුපාතය  $\frac{1}{4}$  වූ ශ්‍රේණියේ  $\frac{1}{64}$  වන්නේ කීවන පදය ද?

$$\begin{aligned}
 a &= 64, \quad r = \frac{1}{4}, \quad T_n = \frac{1}{64} \\
 T_n &= ar^{n-1} \\
 \frac{1}{64} &= 64 \times \left(\frac{1}{4}\right)^{(n-1)} \\
 \left(\frac{1}{4}\right)^{(n-1)} &= \frac{1}{64 \times 64} \\
 \left(\frac{1}{4}\right)^{(n-1)} &= \frac{1}{4^6} \\
 \left(\frac{1}{4}\right)^{(n-1)} &= \left(\frac{1}{4}\right)^6 \\
 (n-1) &= 6 \\
 n &= 6 + 1 \\
 &= 7
 \end{aligned}$$

$\therefore \frac{1}{64}$  වන්නේ ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියේ 7 වන පදය යි.

#### නිදසුන 4

ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක පළමු පදය 160 සහ 6 වන පදය 1215 වේ. ශ්‍රේණියේ පොදු අනුපාතය සොයන්න.

$$a = 160, T_6 = 1215, n = 6$$

$$T_n = ar^{(n-1)}$$

$$1215 = 160 (r)^{6-1}$$

$$160r^5 = 1215$$

$$\therefore r^5 = \frac{1215}{160}$$

$$= \frac{243}{32}$$

$$= \frac{3^5}{2^5}$$

$$= \left(\frac{3}{2}\right)^5$$

$$\therefore r = \frac{3}{2}$$

$$= 1\frac{1}{2}$$

$\therefore$  ශ්‍රේණියේ පොදු අනුපාතය  $1\frac{1}{2}$  වේ.

එසේම ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියේ ඕනෑම පද දෙකක් දී ඇති විට  $T_n = ar^{n-1}$  සූත්‍රය භාවිතයෙන් පළමු පදය සහ පොදු අන්තරය සෙවිය හැකි ය. එවැනි නිදසුනක් දැන් සලකා බලමු.

#### නිදසුන 5

ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක 3 වන පදය 48 ද 6 වන පදය 3072 ද වේ. ශ්‍රේණියේ පොදු අනුපාතය ද පළමු පදය ද සොයන්න.

මුලින් ම, දී ඇති දත්ත ඇසුරෙන් සමීකරණ දෙකක් ගොඩනගමු.

$$T_n = ar^{n-1}$$

$$T_3 = ar^{(3-1)}$$

$$ar^2 = 48 \text{ ——— ①}$$

$$T_6 = ar^{(6-1)}$$

$$ar^5 = 3072 \text{ ——— ②}$$

මෙම 1 හා 2 සමීකරණවල  $a$  හා  $r$  යන විචල්‍ය දෙක ම අඩංගු ය. එයින්  $a$  විචල්‍යය ඉවත් කර ගැනීම පහසු ය. ඒ සඳහා මෙම සමීකරණ දෙක බෙදමු.

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \div \textcircled{1} \quad \frac{ar^5}{ar^2} &= \frac{3072}{48} \\ r^3 &= 64 \\ r^3 &= 4^3 \\ r &= 4 \end{aligned}$$

$r = 4$   $\textcircled{1}$  ට ආදේශයෙන්

$$\begin{aligned} ar^2 &= 48 \\ a(4)^2 &= 48 \\ 16a &= 48 \\ a &= \frac{48}{16} \\ a &= 3 \end{aligned}$$

ශ්‍රේණියේ පළමු පදය = 3  
පොදු අනුපාතය = 4

### නිදසුන 6

ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක 6 වන පදය  $-8$  ද 10 වන පදය  $-128$  ද වේ.

- (i) මෙම අගයන්ට ගැලපෙන ගුණෝත්තර ශ්‍රේණි දෙකක් ඇති බව පෙන්වන්න.  
(ii) එක් එක් ශ්‍රේණියේ මුල් පද 5 ලියන්න.

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad T_n &= ar^{(n-1)} \\ T_6 &= ar^{(6-1)} \\ ar^5 &= -8 \text{ ——— } \textcircled{1} \\ T_{10} &= ar^{(10-1)} \\ ar^9 &= -128 \text{ ——— } \textcircled{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \div \textcircled{1} \quad \frac{ar^9}{ar^5} &= \frac{-128}{-8} \\ r^4 &= 16 \\ r^4 &= 2^4 \text{ හෝ } (-2)^4 \\ r &= 2 \text{ හෝ } -2 \end{aligned}$$

පොදු අනුපාතයට අගයන් දෙකක් ලැබෙන බැවින් ගුණෝත්තර ශ්‍රේණි දෙකක් පවතී.

(ii)  $r = 2$ ,  $\textcircled{1}$  ට ආදේශයෙන්

$$\begin{aligned} ar^5 &= -8 \\ a(2)^5 &= -8 \\ a \times 32 &= -8 \\ a &= \frac{-8}{32} \\ a &= -\frac{1}{4} \end{aligned}$$

$r = 2$  සහ  $a = -\frac{1}{4}$  වූ ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියේ මුල් පද  $-\frac{1}{4}, -\frac{1}{2}, -1, -2, -4$  වේ.



$$r = -2, \textcircled{1} \text{ ආදේශයෙන්}$$

$$ar^5 = -8$$

$$a(-2)^5 = -8$$

$$a \times (-32) = -8$$

$$a = \frac{-8}{-32}$$

$$a = \frac{1}{4}$$

$r = -2$  සහ  $a = \frac{1}{4}$  වූ ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියේ මුල් පද  $\frac{1}{4}, -\frac{1}{2}, 1, -2, 4$  වේ.

### 16.3 අභ්‍යාසය

1. ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක පොදු අනුපාතය 3 සහ 4 වන පදය 108 වේ. ශ්‍රේණියේ පළමු පදය සොයන්න.
2. 6 වන පදය 1701 සහ පොදු අනුපාතය 3 වන ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක පළමු පදය සොයන්න.
3. පොදු අනුපාතය  $\frac{1}{2}$  සහ 8 වන පදය 96 ද වූ ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියේ පළමු පදය සොයන්න.
4. ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක පළමු පදය 5 ද, 4 වන පදය 135 ද වේ. ශ්‍රේණියේ පොදු අනුපාතය සොයන්න.
5. ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක පළමු පදය 7 ද පොදු අනුපාතය 2 ද වේ. 448 වන්නේ ශ්‍රේණියේ කීවන පදය ද?
6. පළමු පදය  $\frac{1}{32}$  ද පොදු අනුපාතය 2 ද වූ ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක 256 වන්නේ කීවන පදය ද?
7. පළමු පදය 27 සහ පොදු අනුපාතය  $\frac{2}{3}$  වන ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක  $3\frac{5}{9}$  වන්නේ කීවන පදය ද?
8. පළමු පදය 8 ද 6 වන පදය  $-256$  ද වන ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියේ මුල් පද 5 ලියන්න.
9. පළමු පදය 64 ද 9 වන පදය  $\frac{1}{4}$  ද වන ගුණෝත්තර ශ්‍රේණි දෙකක් ඇති බව පෙන්වා එම එක් එක් ශ්‍රේණියේ මුල් පද තුන ලියා දක්වන්න.
10. ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක 4 වන පදය 48 ද 7 වන පදය 384 ද වේ. ශ්‍රේණියේ පොදු අනුපාතය සහ පළමු පදය සොයන්න.
11. 3 වන පදය  $-45$  සහ පස්වන පදය  $-1125$  වන ගුණෝත්තර ශ්‍රේණි දෙකක් ඇති බව පෙන්වන්න.
12. ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක 4 වන පදය 100 ද 9 වන පදය  $3\frac{1}{8}$  ද වේ. ශ්‍රේණියේ මුල් පද පහ ලියන්න.
13. පස්වන පදය 40 ද 9 වන පදය 640 ද වන ගුණෝත්තර ශ්‍රේණි දෙකක් ඇති බව පෙන්වා, එක් එක් ශ්‍රේණියේ මුල් පද 5 ලියන්න.

## 16.4 ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක මුල් පද $n$ වල ඓක්‍යය

මුල් පදය  $a$  ද පොදු අනුපාතය  $r$  ද වන ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක මුල් පද  $n$  හි ඓක්‍යය  $S_n$  මගින් දක්වමු.  $S_n$  සඳහා සූත්‍රයක් ගොඩනගන අයුරු දැන් විමසා බලමු.

$$T_1 = a, T_2 = ar, T_3 = ar^2, T_4 = ar^3, \dots, T_n = ar^{(n-1)} \text{ ලෙස ලිවිය හැකි ය.}$$

$$S_n = T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + \dots + T_n$$

$$\therefore S_n = a + ar + ar^2 + ar^3 + \dots + ar^{(n-1)} \text{ --- ① ලෙස ලිවිය හැකි ය.}$$

$S_n$  සඳහා සූත්‍රය ගොඩනැගීමේ දී යොදා ගන්නා උපක්‍රමය මෙසේ ය. මුලින් ම, ① සමීකරණයේ දෙපස ම  $r$  වලින් ගුණ කරමු. එවිට,

$$r S_n = ar + ar^2 + ar^3 + ar^4 + \dots + ar^n \text{ --- ② ලෙස ලැබේ.}$$

දැන්, ② සමීකරණයෙන් ① සමීකරණය අඩු කරමු. එවිට,

$$r S_n - S_n = ar^n - a \text{ (දකුණු පස බොහෝ පද අවලංගු වී යන බව නිරීක්ෂණය කරන්න)}$$

$$\therefore S_n (r - 1) = a (r^n - 1)$$

$$\therefore S_n = \frac{a (r^n - 1)}{(r - 1)} \quad (r \neq 1)$$

මෙය,  $a, r, n$  හා  $S_n$  අඩංගු සූත්‍රයයි. මෙම සූත්‍රයේ හරය හා ලවය  $-1$  න් ගුණ කිරීමෙන් සූත්‍රය වෙනත් හැඩයකින් ද මෙසේ දැක්විය හැකි ය.

$$S_n = \frac{a (1 - r^n)}{(1 - r)}$$

$$S_n \text{ සඳහා } S_n = \frac{a (r^n - 1)}{(r - 1)} \text{ සහ } S_n = \frac{a (1 - r^n)}{(1 - r)}$$

යන සූත්‍ර දෙකෙන් ඕනෑ ම එකක් භාවිත කළ හැකි ය.

### නිදසුන 1

2, 6, 18, ... යන ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියේ මුල් පද 5හි ඓක්‍යය, පද සොයා එකතු කිරීමෙන් හා සූත්‍රය භාවිතයෙන් වෙන වෙන ම සොයන්න.

මුලින් ම පද සොයා එකතු කිරීමෙන් ඓක්‍යය සොයමු.

$T_1 = 2, T_2 = 6$  හා  $T_3 = 18$  ලෙස දී ඇත.

තව ද,

$$T_4 = 18 \times 3 = 54 \text{ ද}$$

$$T_5 = 54 \times 3 = 162 \text{ ද වේ.}$$

$$\begin{aligned} \text{එමනිසා, } S_5 &= T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + T_5 \\ &= 2 + 6 + 18 + 54 + 162 \\ &= 242 \end{aligned}$$

දැන්  $S_n = \frac{a(r^n - 1)}{(r - 1)}$  සූත්‍රය භාවිතයෙන් ඓක්‍යය සොයමු.

$$a = 2, r = \frac{6}{2} = 3, n = 5 \text{ නිසා}$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$S_5 = \frac{2(3^5 - 1)}{3 - 1}$$

$$= \frac{2(243 - 1)}{2}$$

$$= \frac{2 \times 242}{2}$$

$$= 242$$

මුල් පද පහෙහි ඓක්‍යය 242 වේ.

පදවල අගයන් විශාල වන විට දී හෝ පද ගණන විශාල වන විට දී සූත්‍රය භාවිතය වඩා පහසු ය.

## නිදසුන 2

120, -60, 30, .... යන ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියේ මුල් පද 6හි ඵෙකතය සොයන්න. ඒ සඳහා සූත්‍රය භාවිත කරමු.

$$a = 120, r = \frac{-60}{120} = -\frac{1}{2}, n = 6 \text{ නිසා}$$

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r} \text{ හි ආදේශයෙන්,}$$

$$S_6 = \frac{120 \left[ 1 - \left( -\frac{1}{2} \right)^6 \right]}{1 - \left( -\frac{1}{2} \right)}$$

$$= \frac{120 \left[ 1 - \left( \frac{1}{64} \right) \right]}{\left( \frac{3}{2} \right)}$$

$$= \left[ 120 \times \frac{63}{64} \right] \div \frac{3}{2}$$

$$= \left[ 120 \times \frac{63}{64} \right] \times \frac{2}{3}$$

$$= \frac{315}{4}$$

$$= 78 \frac{3}{4}$$

මුල් පද පහෙහි ඵෙකතය  $78 \frac{3}{4}$  වේ.

$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$  සූත්‍රයේ අඥාත හතරක් ඇත. ඒවා නම්  $a, r, n$  හා  $S_n$  ය. මෙම අඥාතවලින් ඕනෑම තුනක් දුන් විට ඉතිරි අගය සෙවිය හැකි ය. දැන් එවැනි නිදසුනක් විමසා බලමු.

### නිදසුන 3

5, 15, 45, ... ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියේ මුල්පදවල ඵෙකාය 1820 වීමට එකතු කළ යුතු පද ගණන සොයන්න.

$$a = 5, r = \frac{15}{5} = 3, S_n = 1820$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$1820 = \frac{5(3^n - 1)}{3 - 1}$$

$$1820 = \frac{5(3^n - 1)}{2}$$

$$2 \times 1820 = 5(3^n - 1)$$

$$\frac{2 \times 1820}{5} = 3^n - 1$$

$$728 = 3^n - 1$$

$$1 + 728 = 3^n$$

$$729 = 3^n$$

$$3^6 = 3^n$$

$$n = 6$$

එකතු කළ යුතු පද ගණන 6 කි.

### 16.4 අභ්‍යාසය

1. පළමු පදය 4 සහ පොදු අනුපාතය 3 වන ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියේ මුල් පද 5හි ඵෙකාය, පද සොයා එකතු කිරීමෙන් හා සූත්‍රය භාවිතයෙන් සොයන්න.
2. 2, 8, 32, ... ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියේ මුල් පද 5හි ඵෙකාය සොයන්න.
3. පළමු පදය 72 සහ පොදු අනුපාතය  $\frac{1}{3}$  වන ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියේ මුල් පද 6 හි එකතුව සොයන්න.
4. 3, -6, 12, ... ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියේ මුල් පද 7 හි ඵෙකාය සොයන්න.
5. 18, 12, 8, ... ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියේ මුල් පද 6 හි ඵෙකාය සොයන්න.
6. 18, 6, 2, ... ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියේ මුල් පද 6 හි ඵෙකාය  $26\frac{26}{27}$  බව පෙන්වන්න.
7. 2, 4, 8, ... ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියේ මුල් පද යම් ගණනක ඵෙකාය 2046 වේ නම්, එම පද ගණන සොයන්න.

8. පළමු පදය 4 ද පොදු අනුපාතය 2 ද වූ ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියේ මුල් පදවල ඵෙකය 1020 වීමට එකතු කළ යුතු පද සංඛ්‍යාව සොයන්න.

9. 3, -12, 48, ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියේ මුල් පදවල ඵෙකය 9831 වීම සඳහා එකතු කළ යුතු පද ගණන සොයන්න.

## 16.5 ගුණෝත්තර ශ්‍රේණි ආශ්‍රිත ගැටලු විසඳීම

ගුණෝත්තර ශ්‍රේණි සම්බන්ධ ව, ඉහත නිදසුන් මගින් සාකච්ඡා නොකළ විවිධ ආකාරයේ ගැටලු විසඳන අයුරු නිදසුන් කීපයක් මගින් දැන් සලකා බලමු.

### නිදසුන 1

ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක පළමු හා දෙවන පදවල එකතුව 9 වේ. 4 වන පදයේ සහ 5 වන පදයේ එකතුව -72 වේ. ශ්‍රේණියේ මුල් පද 5 ලියන්න.

$$T_1 = a, T_2 = ar$$

$$a + ar = 9$$

$$a(1+r) = 9 \text{ ——— ①}$$

$$T_4 = ar^3, T_5 = ar^4$$

$$ar^3 + ar^4 = -72$$

$$ar^3(1+r) = -72 \text{ ——— ②}$$

$$\text{②} \div \text{①} \quad \frac{ar^3(1+r)}{a(1+r)} = \frac{-72}{9}$$

$$r^3 = -8$$

$$r^3 = (-2)^3$$

$$r = -2$$

$r = -2$ , ① ආදේශයෙන්

$$a[1 + (-2)] = 9$$

$$a \times (-1) = 9$$

$$a = -9$$

ශ්‍රේණියේ මුල් පද පහ

-9, 18, -36, 72, -144 වේ.

### නිදසුන 2

ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක මුල් පද තුන පිළිවෙලින්  $(x + 2)$ ,  $(x + 12)$ ,  $(x + 42)$  වේ. ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියේ මුල් පදය සහ පොදු අනුපාතය සොයන්න.

$$r = \frac{x+12}{x+2} = \frac{x+42}{x+12}$$

$$\frac{x+12}{x+2} = \frac{x+42}{x+12}$$

$$(x+12)(x+12) = (x+2)(x+42)$$

$$x^2 + 24x + 144 = x^2 + 44x + 84$$

$$144 - 84 = 20x$$

$$60 = 20x$$

$$x = \frac{60}{20}$$

$$x = 3$$

ශ්‍රේණියේ මුල් පද 3

$$(3+2), (3+12), (3+42)$$

$$5, 15, 45$$

$$\text{ශ්‍රේණියේ පළමු පදය} = 5$$

$$\begin{aligned} \text{ශ්‍රේණියේ පොදු අනුපාතය} &= \frac{15}{5} \\ &= 3 \end{aligned}$$

### 16.5 අභ්‍යාසය

- ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක දෙවන හා තුන්වන පදවල එකතුව 21 හා පස්වන සහ හයවන පදවල එකතුව 168 වේ. ශ්‍රේණියේ මුල් පද 5 ලියන්න.
- ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක මුල් පද තුන පිළිවෙලින් 4,  $(x+3)$  සහ  $(x+27)$  වේ.
  - $x$  වල අගය සොයන්න.
  - දී ඇති අගයන්ට ගැලපෙන ගුණෝත්තර ශ්‍රේණි දෙකක් ඇති බව පෙන්වා, එක් එක් ශ්‍රේණියේ මුල්පද 4 ලියන්න.
- ශ්‍රේණියක මුල් පද  $n$  වල ඵෙකාය  $4(3^n - 1)$  වේ.
  - ශ්‍රේණිය ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක් බව පෙන්වන්න.
  - එහි මුල් පද 4 ලියන්න.
- සමාන්තර ශ්‍රේණියක පළමු පදය, තුන්වන පදය හා 6 වන පදය ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක මුල් පද 3 වේ. සමාන්තර ශ්‍රේණියේ 5 වන පදය 15 නම්, ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියේ මුල් පද 4 ලියන්න.
- ශ්‍රේණියක  $n$  වන පදය  $3(2)^{n+1}$  වේ.
  - ශ්‍රේණිය ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක් බව පෙන්වන්න.
  - ශ්‍රේණියේ පළමු පදය හා පොදු අනුපාතය සොයන්න.
- ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක පළමු පදය 9 වේ. එහි මුල් පද තුනෙහි එකතුව 7 වේ.
  - මෙම අගයන්ට ගැලපෙන ගුණෝත්තර ශ්‍රේණි දෙකක් ඇති බව පෙන්වන්න.
  - එක් එක් ශ්‍රේණියේ මුල් පද 4 ලියන්න.