20 අසමානතා

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට,

- $ax + b \gtreqless cx + d$ ආකාරයේ අසමානතා විසඳීමට හා විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාව මත නිරූපණය කිරීමට
- එදිනෙදා ජීවිතයට සම්බන්ධ ගැටලු අසමානතා මගින් දැක්වීම හා එම ගැටලු විසඳීමට

හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

10 ශ්‍රේණියේ දී උගත් $ax + b \gtreqless c$ ආකාරයේ අසමානතා විසඳන අයුරු මතකයට නගා ගැනීමට පහත පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසයේ යෙදෙන්න.

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

පහත දැක්වෙන එක් එක් අසමානතාව විසඳන්න.

a. $3x - 2 > 4$ **b.** $\frac{x}{2} + 5 \leq 7$ **c.** $5 - 2x > 11$

d. $\frac{x}{-2} + 3 \leq 5$ **e.** $\frac{5x}{6} + 4 \geq 14$ **f.** $3 - 2x \geq 9$

20.1 $ax + b \gtreqless cx + d$ ආකාරයේ අසමානතා විසඳීම

$ax + b \gtreqless cx + d$ ආකාරයේ අසමානතා වීජීය ලෙස විසඳන අයුරු හා එම විසඳුම් ජ්‍යාමිතිකව නිරූපණය කරන අයුරු නිදසුන් මගින් විමසා බලමු.

නිදසුන 1

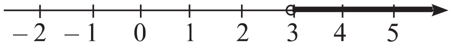
$3x - 2 > 2x + 1$ අසමානතාව විසඳා එම විසඳුම්, සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත නිරූපණය කරන්න.

මෙහි දී, $3x - 2 > 2x + 1$ අසමානතාවෙහි x අඩංගු පද එක පසෙකටත්, සංඛ්‍යා අනෙක් පසටත් (සමීකරණ විසඳන අයුරින් ම) ගත යුතු ය.

$$3x - 2 > 2x + 1$$
$$3x - 2 + 2 > 2x + 1 + 2 \text{ (දෙපසට ම 2 එකතු කිරීමෙන්)}$$
$$3x > 2x + 3$$
$$3x - 2x > 2x + 3 - 2x \text{ (දෙපසින් ම } 2x \text{ අඩු කිරීමෙන්)}$$
$$\underline{\underline{x > 3}}$$

නොමිලේ බෙදා හැරීම සඳහා ය.

මෙය අසමානතාවේ විසඳුම යි. වචනයෙන් පැවසුවහොත්, විසඳුම් වන්නේ 3ට වඩා වැඩි සියලු තාත්වික සංඛ්‍යා යි. එම විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත පහත දැක්වෙන අයුරින් නිරූපණය කළ හැකි ය.



මෙහි දී 3 අයත් නොවන බව දැක්වීමට 3 දැක්වෙන ලක්ෂ්‍යය වටා පාට නොකළ කවයක් අඳිනු ලැබේ.

නිදසුන 2

$5x + 3 \leq 3x + 1$ අසමානතාව විසඳා x ට ගත හැකි **නිඛිලමය විසඳුම්**, සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත නිරූපණය කරන්න.

$$5x + 3 \leq 3x + 1$$
$$5x + 3 - 3 \leq 3x + 1 - 3 \quad \text{(දෙපසින් ම 3 අඩු කිරීමෙන්)}$$
$$5x \leq 3x - 2$$
$$5x - 3x \leq 3x - 2 - 3x \quad \text{(දෙපසින් ම 3x අඩු කිරීමෙන්)}$$
$$\frac{2x}{2} \leq \frac{-2}{2} \quad \text{(දෙපස ම 2න් බෙදීමෙන්)}$$
$$\underline{\underline{x \leq -1}}$$

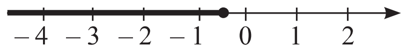
ඒ අනුව, විසඳුම් වන්නේ – 1 ට අඩු හෝ සමාන සියලු තාත්වික සංඛ්‍යා යි. නිඛිලමය විසඳුම් වන්නේ – 1 ට අඩු හෝ සමාන සියලු නිඛිල යි. එනම් – 1, – 2, – 3 ආදි සංඛ්‍යා යි. සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත එම විසඳුම් මෙසේ නිරූපණය කළ හැකි ය.

සටහන: විශේෂ වශයෙන්, නිඛිලමය විසඳුම් ලෙස ගැටලුවෙහි අසා නොමැති නම්, විසඳුම් ලෙස සැලකිය යුත්තේ තාත්වික සංඛ්‍යායි.

නිදසුන 3

$2x - 5 \geq 4x - 4$ අසමානතාව විසඳා x ට ගත හැකි විසඳුම්, සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත නිරූපණය කරන්න.

$$2x - 5 \geq 4x - 4$$
$$2x - 5 + 5 \geq 4x - 4 + 5 \quad \text{(දෙපසට ම 5ක් එකතු කිරීමෙන්)}$$
$$2x \geq 4x + 1$$
$$2x - 4x \geq 4x + 1 - 4x \quad \text{(දෙපසින් ම 4x අඩු කිරීමෙන්)}$$
$$-2x \geq 1$$
$$\frac{-2x}{-2} \leq \frac{1}{-2} \quad \text{(දෙපස ම – 2 න් බෙදීමෙන්)}$$
$$\underline{\underline{x \leq \frac{-1}{2}}}$$



සටහන: ඍණ සංඛ්‍යාවකින් බෙදීමේ දී අසමානතා ලකුණ මාරු කළ යුතු බව සිහිතබා ගන්න. ඍණ සංඛ්‍යාවකින් බෙදීමක් නොඑන පරිදි මෙම ගැටලුව විසඳන අයුරු ද විමසා බලන්න.

20.1 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් අසමානතාව විසඳන්න. නිඛිලමය විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත නිරූපණය කරන්න.

a. $3x - 4 > 2x$ **b.** $6x + 5 \geq 5x$

c. $2x - 9 \leq 5x$ **d.** $8 - 3x > x$

e. $5 - 2x \leq 3x$ **f.** $12 - x > 3x$

2. පහත දැක්වෙන එක් එක් අසමානතාව විසඳා x ට ගත හැකි සියලු විසඳුම්, සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත නිරූපණය කරන්න.

a. $2x - 4 > x + 3$ **b.** $3x + 5 < x + 1$

c. $3x + 8 \geq 3 - 2x$ **d.** $5x + 7 \geq x - 5$

e. $3x - 8 \leq 5x + 2$ **f.** $2x + 3 \geq 5x - 6$

g. $x - 9 > 6x + 1$ **h.** $5x - 12 \leq 9x + 4$

i. $\frac{3x + 2}{2} > x + 3$ **j.** $2x - 5 \leq \frac{3x - 4}{-3}$

20.2 අසමානතා මගින් ගැටලු විසඳීම

නිදසුන 1

සමාන බරැති තේ පැකට් 8ක් සහ 1kg සීනි පැකට් 3ක් මල්ලක දමා ඇත. මල්ලට දැරිය හැකි උපරිම බර ප්‍රමාණය 5 kg වේ.

(i) තේ පැකට්ටුවක බර ග්‍රෑම් x ලෙස ගෙන x ඇතුළත් අසමානතාවක් ගොඩනගන්න.

(ii) අසමානතාව විසඳා තේ පැකට්ටුවක තිබිය හැකි උපරිම බර සොයන්න.

සියල්ල ග්‍රෑම්වලට හරවා ගැනීම පහසු ය.

(i) තේ පැකට්ටුවක බර ග්‍රෑම්වලින් $= x$
තේ පැකට් 8ක බර ග්‍රෑම්වලින් $= 8x$
සීනිවල බර ග්‍රෑම්වලින් $= 3 \times 1000$
$= 3000$
මල්ලට දැරිය හැකි උපරිම බර ග්‍රෑම්වලින් $= 5 \times 1000$
$= 5000$

දී ඇති දත්ත අනුව $8x + 3000 \leq 5000$
මෙය අවශ්‍ය අසමානතාව යි.

(ii) $8x + 3000 \leq 5000$

$8x + 3000 - 3000 \leq 5000 - 3000$

$$\frac{8x}{8} \leq \frac{2000}{8}$$

$x \leq 250$

$\therefore$ තේ පැකට්ටුවක උපරිම බර $= 250$g

නිදසුන 2

සරත් අභ්‍යාස පොත් 5ක් සහ පෑන් 3ක් ද, කමනි, අභ්‍යාස පොත් 3ක් සහ පෑන් 11ක් ද මිලදී ගනී. සරත් වියදම් කළ මුදල කමනි වියදම් කළ මුදලට වඩා වැඩි හෝ සමාන වේ. තව ද පෑනක මිල රුපියල් 10ක් ද වේ.

(i) අභ්‍යාස පොතක මිල රුපියල් x ලෙස ගෙන x ඇතුළත් අසමානතාවක් ලියන්න.

(ii) අසමානතාව විසඳා පොතක අවම මිල සොයන්න.

(i) සරත් මිලදී ගත් පොත්වල මිල $=$ රු $5x$
සරත් වියදම් කළ මුදල $=$ රු $5x + 30$
එලෙසම, කමනි වියදම් කළ මුදල $=$ රු $3x + 110$

දී ඇති දත්ත අනුව,

$$5x + 30 \geq 3x + 110$$

මෙය අවශ්‍ය අසමානතාවයි.

(ii) $5x + 30 \geq 3x + 110$

$5x + 30 - 30 \geq 3x + 110 - 30$

$$5x \geq 3x + 80$$
$$5x - 3x \geq 3x + 80 - 3x$$
$$\frac{2x}{2} \geq \frac{80}{2}$$
$$x \geq 40$$

$\therefore$ අභ්‍යාස පොතක අවම මිල රුපියල් 40 වේ.

20.2 අභ්‍යාසය

1. කුඩා ට්‍රැක්ටරයක එකක් 50 kg බැගින් වූ සිමෙන්ති කොට්ට 5ක් සහ සමාන බරැති කම්බිකුරු 30ක් පටවා ඇත. ට්‍රැක්ටරයේ ගෙන යා හැකි උපරිම බර ප්‍රමාණය 700 kg කි.

(i) කම්බි කුරක බර x kg ලෙස ගෙන ඉහත තොරතුරු ඇසුරෙන් අසමානතාවක් ගොඩනගන්න.
(ii) කම්බිකුරක උපරිම බර සොයන්න.

2. A නම් පෙට්ටියක කුඩා බිස්කට් පැකට් 12ක් සහ 200g වූ බිස්කට් පැකට් 5ක් ද, B නම් පෙට්ටියක කුඩා බිස්කට් පැකට් 4ක් සහ 200g බිස්කට් පැකට් 9ක් ද අසුරා ඇත. A පෙට්ටියේ ඇති බිස්කට්වල බර, B පෙට්ටියේ ඇති බිස්කට්වල බරට වඩා අඩු හෝ සමාන වේ.

(i) කුඩා බිස්කට් පැකට්ටුවක බර ග්‍රෑම් x ලෙස ගෙන, දී ඇති තොරතුරු ඇසුරෙන් x අඩංගු අසමානතාවක් ලියන්න.
(ii) කුඩා බිස්කට් පැකට්ටුවක උපරිම බර සොයන්න.

3. වැඩපොලක පුහුණු සහ නොපුහුණු කම්කරුවෝ සේවය කරති. පුහුණු කම්කරුවකුගේ දිනක වැටුප රුපියල් 1200කි. පුහුණු කම්කරුවන් 5 දෙනෙකුගේ සහ නුපුහුණු කම්කරුවන් 7 දෙනෙකුගේ දිනක වැටුප් සඳහා වැයවන මුදල පුහුණු කම්කරුවන් 7 දෙනෙකුගේ සහ නුපුහුණු කම්කරුවන් 4 දෙනෙකුගේ වැටුපට සමාන හෝ විශාල වේ.

(i) නුපුහුණු කම්කරුවකුගේ දිනක වැටුප රුපියල් x ලෙස ගෙන, ඉහත තොරතුරු ඇසුරෙන් x අඩංගු අසමානතාවක් ගොඩනගන්න.
(ii) අසමානතාව විසඳා නුපුහුණු කම්කරුවෙකුගේ දිනක අවම වැටුප සොයන්න.

4. බරින් සමාන තේ පැකට් 5ක් සහ සීනි කිලෝග්‍රෑම් 3ක් පොලිතින් මල්ලක අසුරා ඇත. මල්ලට දැරිය හැක්කේ තේ පැකට් 25ක බර ප්‍රමාණයකි. මෙම තොරතුරු ඇසුරෙන් අසමානතාවක් ගොඩනගා තේ පැකැට්ටුවක උපරිම බර සොයන්න.

5. කාමර දෙකක පිගන් ගඩොල් ඇතිරීම සඳහා ප්‍රමාණ දෙකක සමචතුරස්‍රාකාර පිගන් ගඩොල් භාවිත කෙරෙයි. විශාල පිගන් ගඩොලක වර්ගඵලය 900 cm^2 වේ.

A කාමරයේ ඇතිරීම සඳහා කුඩා පිගන් ගඩොල් 100ක් සහ විශාල පිගන් ගඩොල් 10 ක් ද, *B* කාමරය සඳහා කුඩා පිගන් ගඩොල් 20ක් සහ විශාල පිගන් ගඩොල් 30ක් ද අවශ්‍ය වේ. *B* කාමරයේ ගෙබිමේ වර්ගඵලය *A* කාමරයේ ගෙබිමේ වර්ගඵලයට විශාල හෝ සමාන නම්, අසමානතාවක් ඇසුරෙන් කුඩා පිගන් ගඩොලක උපරිම පැත්තක දිග සොයන්න.

6. ටැංකියකට $5l$ ධාරිතාවක් ඇති විශාල බාල්දියකින් සහ තවත් කුඩා බාල්දියකින් වතුර පුරවනු ලැබේ. සම්පූර්ණයෙන් පුරවන ලද විශාල බාල්දියෙන් 12 වතාවක් ද සම්පූර්ණයෙන් ම පිරවූ කුඩා බාල්දියෙන් 4 වතාවක් ද වතුර දැමූවිට ටැංකිය සම්පූර්ණයෙන් පිරේ. විශාල බාල්දියෙන් 9 වතාවක් සහ කුඩා බාල්දියෙන් 9 වතාවක් වතුර දැමූවිට ටැංකිය උතුරා නොයයි. අසමානතාවක් ඇසුරෙන් කුඩා බාල්දියේ උපරිම ධාරිතාව ආසන්න ලීටරයට සොයන්න.