25 සම්භාවිතාව

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට,

- සසම්භාවී පරීක්ෂණයක් පියවර දෙකකින් යුක්ත වන විට ලැබෙන සිද්ධි ආශ්‍රිත ගැටලු විසඳීම සඳහා
  (i) කොටු දැල
  (ii) රුක් සටහන

යොදා ගැනීමට හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

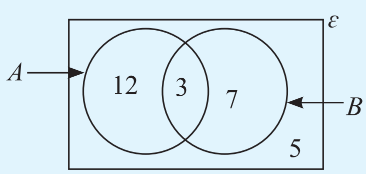
10 ශ්‍රේණියේ දී ඔබ උගත් කරුණු සිහිපත් කර ගැනීම සඳහා පහත දැක්වෙන අභ්‍යාසයේ යෙදෙන්න.

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

1. සමසේ භව්‍ය ප්‍රතිඵල ඇතුළත් S නියැදි අවකාශයක් තුළ වූ සිද්ධියක් A වේ. $n(A) = 23$, $n(S) = 50$ නම්,
(i) $P(A)$
(ii) $P(A')$
සොයන්න.

2. සසම්භාවි පරීක්ෂණයක S නියැදි අවකාශය $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ වේ. මෙහි ප්‍රතිඵල සමසේ භව්‍ය වේ යැයි උපකල්පනය කර පහත දැක්වෙන ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න.
(i) A යනු S තුළ වූ සරල සිද්ධියකි. A ලෙස ගත හැකි සිද්ධි සියල්ල ම ලියා දක්වන්න.
(ii) එම එක් එක් සිද්ධිය සඳහා $P(A)$ සොයන්න.
(iii) B යනු S තුළ වූ අවයව 4ක් ඇතුළත් සංයුක්ත සිද්ධියකි. B ලෙස ගත හැකි එක් සිද්ධියක් ලියා දක්වන්න.
(iv) $P(B)$ හා $P(B')$ සොයන්න.
(v) X යනු මෙම නියැදි අවකාශය තුළ වූ $P(X) = 0.7$ වන සිද්ධියකි. X ලෙස ගත හැකි සිද්ධි දෙකක් ලියා දක්වන්න.

3. දී ඇති වෙන් සටහනෙන් දැක්වෙන්නේ සසම්භාවී පරීක්ෂණයක S නියැදි අවකාශයක් තුළ වූ A හා B සිද්ධි දෙකෙහි එක් එක් පෙදෙසට අයත් අවයව ගණනයි.
(a) පහත දැක්වෙන දෑ සොයන්න.



(i) $n(\varepsilon)$ (ii) $P(A)$ (iii) $P(B)$
(iv) $P(A \cap B)$ (v) $P(A \cup B)$ (vi) $P(A \cap B')$
(vii) $P(A' \cap B)$ (viii) $P(A \cup B)'$

4. 1 සිට 3 දක්වා අංක යෙදූ සමාන ප්‍රමාණයේ කාඩ්පත් තුනක් අතුරින් එකක් අහඹු ලෙස තෝරා ගෙන එහි අංකය ඔත්තේ ද නැතිනම් ඉරට්ට ද යන්න පිරික්සා එය ආපසු මල්ලට දමනු ලැබේ. ඉන්පසු තවත් කාඩ්පතක් අහඹු ලෙස ගෙන එහි අංකය ඔත්තේ ද ඉරට්ට ද යන්න පිරික්සනු ලැබේ.

(i) නියැදි අවකාශය S නම් එය කුලකයක් ලෙස ලියා $n(S)$ ලියා දක්වන්න.

(ii) A යනු වාර දෙකේ දී ම ඉරට්ට සංඛ්‍යාවක් ලැබීමේ සිද්ධිය නම්, A කුලකයක් ලෙස ලියා $n(A)$ ලියා දක්වන්න.

(iii) එමගින් $P(A)$ සොයන්න.

(iv) S නියැදි අවකාශය කොටු දැලක නිරූපණය කරන්න.

(v) B යනු එක් වාරයක දී පමණක් ඉරට්ට සංඛ්‍යාවක් ලැබීමේ සිද්ධිය නම් අයත් ලක්ෂ කොටු කර දක්වා $P(B)$ සොයන්න.

(vi) S නියැදි අවකාශය රුක් සටහනක දක්වා එමගින්, අඩු තරමින් එක් වාරයක දී වත් ඉරට්ට සංඛ්‍යාවක් ලැබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

25.1 ස්වායත්ත සිද්ධි හා පරායත්ත සිද්ධි

(i) ස්වායත්ත සිද්ධි

එක් සිද්ධියක සිදුවීම හෝ නොවීම තවත් සිද්ධියක සිදුවීම හෝ නොවීම කෙරෙහි බලනොපායි නම්, එම සිද්ධි දෙක ස්වායත්ත සිද්ධි දෙකක් ලෙස හැඳින්වෙන බව අපි 10 ශ්‍රේණියේ දී ඉගෙන ගතිමු. A හා B ස්වායත්ත සිද්ධි දෙකක් නම් $P(A \cap B) = P(A)\,P(B)$ වන බව ද අපි දනිමු. එවැනි සිද්ධි දෙකක් සඳහා නිදසුනක් පහත දැක්වේ.

කාසි දෙකක් එකවර උඩ දමා වැටෙන පැත්ත පරීක්ෂා කිරීමේ සසම්භාවී පරීක්ෂණය සලකමු. එක් කාසියක වැටෙන පැත්ත අනෙක් කාසියේ වැටෙන පැත්ත කෙරෙහි බලපෑමක් ඇති නොකරන බව අපට පැහැදිලි ය. එබැවින් එක් කාසියක යම් පැත්තක් ලැබීම අනෙක් කාසියේ යම් පැත්තක් ලැබීමෙන් ස්වායත්ත වේ.

පරායත්ත සිද්ධි

එක් සිද්ධියක සිදුවීම් හෝ නොවීම තවත් සිද්ධියක සිදුවීම හෝ නොවීම කෙරෙහි බලපෑමක් ඇති කරයි නම් එම සිද්ධි දෙක පරායත්ත වේ. එනම් එක් සිද්ධියක් සිදුවීම හෝ නොවීම මත අනෙක් සිද්ධිය සිදුවීමේ හෝ නොවීමේ සම්භාවිතාවයේ වෙනසක් ඇති වෙයි.

පහත දැක්වෙන නිදසුන් අධ්‍යයනයෙන් පරායත්ත සිද්ධි පිළිබඳ ඔබගේ අවබෝධය පුළුල් කර ගන්න.

a. ක්‍රිකට් කණ්ඩායමක දක්ෂතම පන්දු යවන්නා තරගයකට ඉදිරිපත් වීම හෝ නොවීම මත එම කණ්ඩායම ජයග්‍රහණය කිරීමේ සම්භාවිතාවේ වෙනසක් ඇති කරයි. එබැවින් දක්ෂතම පන්දු යවන්නා තරගයට ඉදිරිපත් වීම සහ තරගය ජයග්‍රහණය කිරීම යන සිද්ධි දෙක පරායත්ත වේ.

b. ගැහැණු හා පිරිමි සතුන් සිටින ගව ගාලකින් අහඹු ලෙස එක් ගවයෙක් තෝරා ගතහොත් එම සතා ගැහැණු වුවහොත් කිරි ලබා ගත හැකි විය හැකි අතර ගැහැණු නොවුවහොත් ස්ථිර වශයෙන් ම කිරි ලබා ගත නොහැකි වේ. එබැවින් තෝරා ගත් ගවයා ගැහැණු වීම සහ ගවයකුගෙන් කිරි ලබාගත හැකි වීම යන සිද්ධි දෙක පරායත්ත වේ.

c. මල්ලක එකම තරමේ සුදු බෝල 7ක් සහ කලු බෝල 3ක් ඇත. මින් අහඹු ලෙස බෝලයක් තෝරා එහි වර්ණය සටහන් කර ගෙන එය ආපසු නොදමා දෙවැන්නක් ගෙන වර්ණය පරීක්ෂා කිරීමේ සසම්භාවී පරීක්ෂණය සලකමු. පළමු බෝලය ආපසු මල්ලට නොදමා දෙවැන්න ගන්නා නිසා දෙවන බෝලය ගන්නා විට මල්ලේ ඉතිරි ව ඇත්තේ මුළු බෝල 10 අතුරින් 9කි. ඒ ඒ වර්ණයෙන් ඉතිරි වන බෝල ගණන, පළමු ව ගත් බෝලයේ වර්ණය මත රදා පවතී.

පළමු බෝලය සුදු වූයේ නම් දෙවන බෝලය සුදු වීමේ සම්භාවිතාව $= \dfrac{6}{9} = \dfrac{2}{3}$

පළමු බෝලය සුදු නොවුනා නම් දෙවන බෝලය සුදු වීමේ සම්භාවිතාව $= \dfrac{7}{9}$

මෙම සම්භාවිතා දෙක අසමාන නිසා පළමු බෝලය සුදු වීම සහ දෙවන බෝලය සුදුවීම යන සිද්ධි දෙක පරායත්ත වන බව නිගමනය කළ හැකි ය.

25.2 කොටු දැල භාවිතයෙන් ගැටලු විසඳීම

පියවර දෙකකින් සමන්විත සසම්භාවී පරීක්ෂණයක එක් පියවරක සිදුවීමක් අනෙක් පියවරෙහි සිදුවීමකින් ස්වායත්ත වන්නට හෝ පරායත්ත වන්නට පුළුවන. එසේ ස්වායත්ත වන අවස්ථාවේ දී ගැටලු විසඳීම 10 ශ්‍රේණියේ දී සාකච්ඡා කළෙමු. එය පුනරීක්ෂණය කර ගැනුමට පහත නිදසුන අධ්‍යයනය කරන්න.

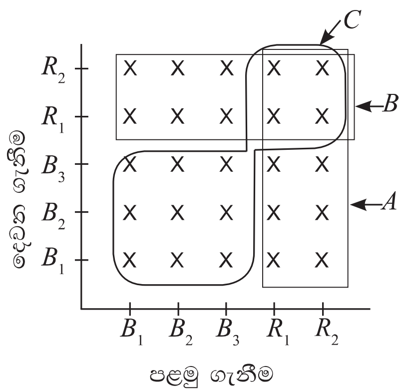
නිදසුන 1

මල්ලක එකම තරමේ නිල් පාට බෝල 3ක් ද, රතු පාට බෝල 2ක් ද ඇත. අහඹු ලෙස මින් එක් බෝලයක් ඉවතට ගෙන එහි වර්ණය සටහන් කොට ගෙන ආපසු මල්ලට දමා දෙවැන්නක් ද ගෙන වර්ණය පරීක්ෂා කෙරේ.

(i) මෙම සසම්භාවී පරීක්ෂණයේ නියැදි අවකාශය කොටු දැලක නිරූපණය කරන්න.
(ii) කොටු දැල ඇසුරෙන් පහත දැක්වෙන එක් එක් සිද්ධියේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(a) පළමු බෝලය රතු පාට වීම
(b) දෙවන බෝලය රතු පාට වීම
(c) බෝල දෙකම රතු පාට වීම
(d) බෝල දෙක එකම වර්ණයෙන් යුක්ත වීම
(e) අඩු වශයෙන් එක් බෝලයක්වත් රතු පාට වීම

(i) සම්භාවිතා ගැටලු විසඳීමට කොටු දැල යොදා ගන්නා විට, විය හැකි සියලු ප්‍රතිඵල කුලකය හෙවත් නියැදි අවකාශය සමසේ භව්‍ය ප්‍රතිඵලවලින් යුක්ත විය යුතු බව මීට පෙර අප ඉගෙන ඇත. බෝල තරමින් සමාන නිසා ඕනෑම බෝලයක් ලැබීමට ඇති සම්භාවිතාව එකම වේ. එබැවින් නියැදි අවකාශය කොටු දැලක දක්වා අවශ්‍ය සම්භාවිතා සෙවිය හැකි ය. නිල් බෝල තුන B_1, B_2, B_3 ලෙස ද රතු බෝල දෙක R_1, R_2 ලෙස ද දක්වමු.



පළමු ගැනීමේ දී විය හැකි ප්‍රතිඵල තිරස් අක්ෂය ඔස්සේ ද දෙවන ගැනීමේ දී විය හැකි ප්‍රතිඵල සිරස් අක්ෂය ඔස්සේ ද ගෙන ලකුණු කරනු ලබන ලක්ෂ්‍යවලින් නියැදි අවකාශය සමන්විත වේ.

පළමු ව ගත් බෝලය ආපසු දමා දෙවැන්න ගෙන පරීක්ෂා කරන බැවින් පළමු සිදුවීම හා දෙවන සිදුවීම එකිනෙකින් ස්වායත්ත වේ.

කොටු දැල ඇසුරෙන් යම් සිද්ධියක සම්භාවිතාව සෙවීමේ දී ඇති සිද්ධියට අදාළ ලක්ෂ්‍ය ගණන, නියැදි අවකාශයේ ඇති මුළු ලක්ෂ්‍ය ගණනින් බෙදනු ලබයි.

(ii) පළමු බෝලය රතු පාට වීමේ සිද්ධියට අදාළ ලක්ෂ්‍ය දැලිසෙහි කොටු කර A ලෙස දක්වා ඇත. එහි ලක්ෂ්‍ය 10ක් ඇත. නියැදි අවකාශය තුළ ලක්ෂ්‍ය 25ක් ඇත.

$$\therefore \text{ පළමු බෝලය රතු පාට වීමේ සම්භාවිතාව} = \frac{A \text{ කොටු තුළ ඇති ලක්ෂ්‍ය ගණන}}{\text{නියැදි අවකාශය තුළ ඇති ලක්ෂ්‍ය ගණන}}$$

$$= \frac{10}{25} = \frac{2}{5}$$

(b) දෙවන බෝලය රතු පාට වීමට අදාළ ලක්ෂ්‍ය කොටු කර B ලෙස දක්වා ඇත.

ඒ අනුව,

$$\text{දෙවන බෝලය රතු පාට වීමේ සම්භාවිතාව} = \frac{B \text{ කොටුව තුළ ඇති ලක්ෂ්‍ය ගණන}}{\text{නියැදි අවකාශය තුළ ඇති ලක්ෂ්‍ය ගණන}}$$

$$= \frac{10}{25} = \frac{2}{5}$$

(c) බෝල දෙකම රතු පාට වීමේ සිද්ධිය අදාළ ලක්ෂ්‍ය වන්නේ A හා B යන කොටු දෙකට පොදු ලක්ෂ්‍යය යි. එහි ලක්ෂ්‍ය 4ක් ඇත.

$$\therefore \text{ බෝල දෙකම රතු පාට වීමේ සම්භාවිතාව} = \frac{\text{කොටු දෙකටම පොදු ලක්ෂ්‍ය ගණන}}{\text{නියැදි අවකාශය තුළ ඇති ලක්ෂ්‍ය ගණන}}$$

$$= \frac{4}{25}$$

(d) බෝල දෙක ම එකම වර්ණයෙන් යුක්ත වීමට දෙකම නිල් හෝ දෙකම රතු පාට විය යුතු ය. ඊට අදාළ ලක්ෂ C පෙදෙසේ දක්වා ඇත. එහි ඇති ලක්ෂ ගණන 13කි.

$$\therefore \left.\begin{array}{r}\text{බෝල දෙකම එකම වර්ණයෙන්}\\ \text{යුක්ත වීමේ සම්භාවිතාව}\end{array}\right\} = \frac{C \text{ පෙදෙස තුළ ලක්ෂ්‍ය ගණන}}{\text{නියැදි අවකාශය තුළ ඇති ලක්ෂ්‍ය ගණන}}$$

$$= \frac{13}{25}$$

(e) අඩු වශයෙන් එක් බෝලයක්වත් රතු පාට වීම යනු නම් එකක් හෝ දෙකම රතු පාට වීමයි. ඊට අදාළ වන්නේ A හා B යන කොටු දෙක තුළ ඇති සියලුම ලක්ෂයි. එහි ලක්ෂ 16ක් ඇති නිසා,

අඩු වශයෙන් එක් බෝලයක්වත් රතු පාට වීමේ සම්භාවිතාව $= \dfrac{16}{25}$

දැන්, පරායත්ත සිද්ධි අඩංගු පියවර දෙකකින් සමන්විත සසම්භාවී පරීක්ෂණයක් හා ඊට අදාළ සම්භාවිතා ගණනය කරන අයුරු නිදසුනක් ඇසුරෙන් සලකා බලමු.

නිදසුන 2

සිතිජගේ පැන්සල් පෙට්ටියේ රතු පැන්සල් 2ක් ද, නිල් පැන්සල් 3ක් ඇත. මින් අහඹු ලෙස එක් පැන්සලක් ගෙන තම මිතුරියක වන තමිලිනීට දෙයි. ඉන්පසු සිතිජ තමාට ද පැන්සලක් අහඹු ලෙස ගනී.

(i) නියැදි අවකාශය අවයව ඇසුරෙන් ලියා දක්වා කොටු දැලක එය දක්වන්න.

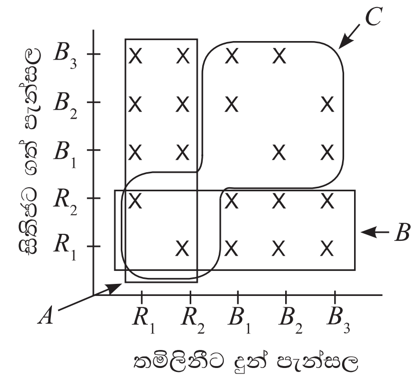
(ii) කොටු දැල ඇසුරෙන් පහත දැක්වෙන එක් එක් සිද්ධියේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(a) තමිලිනීට රතු පැන්සලක් දීම
(b) සිතිජට රතු පැන්සලක් ලැබීම
(c) දෙදෙනාට ම එකම වර්ණයෙන් ලැබීම
(d) තමිලිනීට පමණක් රතු පැන්සලක් ලැබීම

(i) රතු පැන්සල් දෙක R_1 හා R_2 ලෙස ද නිල් පැන්සල් තුන B_1, B_2 හා B_3 ලෙස ද ගනිමු. තමිලිනීට දුන් පැන්සල R_1, R_2, B_1, B_2 හා B_3 අතරින් එකක් ද, සිතිජට ගත් පැන්සල ද ඒ අතුරින් එකක් විය යුතු ය. එහෙත් තමිලිනීට දෙන පැන්සල සිතිජට ලැබිය නොහැකි නිසා

(R_1, R_1), (R_2, R_2), (B_1, B_1), (B_2, B_2) හා (B_3, B_3) ලක්ෂ්‍යවලට අදාළ සිදුවීම් විය නොහැකි ය. එබැවින් එම ලක්ෂ්‍ය 5 හැර ඉතිරි ලක්ෂ්‍ය 20 පමණක් නියැදි අවකාශයට අයත් වේ. ඒ අනුව, අදාළ නියැදි අවකාශය ද

$\{ (R_1, R_2), (R_1, B_1), (R_1, B_2), (R_1, B_3), (R_2, R_1), (R_2, B_1)... \}$ ලෙස දැක්විය හැකි ය. එය කොටු දැලක පහත රූපයේ පරිදි දැක්විය හැකිය.



(a) තම්ලිනීට රතු පැන්සලක් දීමට අදාළ ලක්ෂ්‍ය 8ක් A කොටුව තුළ ඇත.

$\therefore$ තම්ලිනීට රතු පැන්සලක් දීමේ සම්භාවිතාව $= \dfrac{8}{20} = \dfrac{2}{5}$

(b) සිතිජට රතු පැන්සලක් ලැබීමට අදාළ ලක්ෂ්‍ය 8 B කොටුවේ ඇත.

$\therefore$ සිතිජට රතු පැන්සලක් ලැබීමේ සම්භාවිතාව $= \dfrac{8}{20} = \dfrac{2}{5}$

(c) දෙදෙනාටම එකම වර්ණයෙන් යුත් පැන්සලක් ලැබීමට අදාළ ලක්ෂ්‍ය C පෙදෙසේ ඇත. එකම වර්ණය ලැබීම යනු දෙදෙනාටම රතු හෝ දෙදෙනාටම නිල් ලැබීමය. එහි දී ඇත්තේ ලක්ෂ්‍ය 8කි.

$\therefore$ දෙදෙනාටම එකම වර්ණයෙන් ලැබීමේ සම්භාවිතාව $= \dfrac{8}{20} = \dfrac{2}{5}$

(d) තම්ලිනීට පමණක් රතු පැන්සලක් ලැබීමට නම් තම්ලිනීට රතු හා සිතිජට නිල් ලැබිය යුතු ය. එවැනි ලක්ෂ්‍ය 6ක් ඇත.

$\therefore$ තම්ලිනීට පමණක් රතු පැන්සලක් ලැබීමේ සම්භාවිතාව $= \dfrac{6}{20} = \dfrac{3}{10}$

25.1 අභ්‍යාසය

1. පෙට්ටියක එකම තරමේ සුදු බෝල 2ක් හා රතු බෝල 4 ක් ඇත. මින් අහඹු ලෙස එක් බෝලයක් ඉවතට ගෙන වර්ණය පරීක්ෂා කෙරේ.

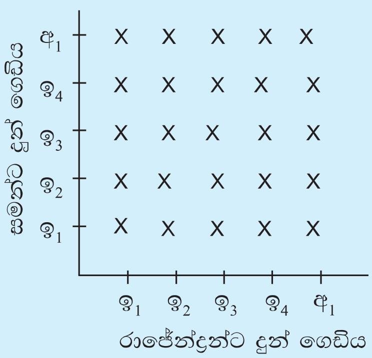
(a) විය හැකි සමසේ භව්‍ය ප්‍රතිඵල ඇතුළත් S නියැදි අවකාශය ලියා දක්වන්න.

(b) පළමුව ගත් බෝලය ආපසු මල්ලට දමා තවත් බෝලයක් අහඹු ලෙස ඉවතට ගෙන වර්ණය පරීක්ෂා කරයි නම්, සමසේ භව්‍ය සරල සිද්ධි ඇතුළත් නියැදි අවකාශය කොටු දැලක දක්වන්න.

(c) පළමුව ගත් බෝලය ආපසු මල්ලට නොදමා දෙවැන්නක් අහඹු ලෙස ගෙන වර්ණය පරීක්ෂා කරන්නේ නම් නියැදි අවකාශය කොටු දැලක දක්වන්න.

(d) වාර දෙකේ දී ගත් බෝල දෙක එකම වර්ණයෙන් යුක්ත වීමේ සම්භාවිතාව ඉහත (b) හා (c) අවස්ථා දෙක සඳහා වෙන වෙන ම සොයන්න.

2. මල්ලක එකම තරමේ ඉදුණු අඹ ගෙඩි 4 ක් සහ අමු අඹ ගෙඩි 1 ක් ඇත. අහඹු ලෙස මින් එක් ගෙඩියක් ගත් සමන් එය තම මිතුරකු වූ රාජේන්ද්‍රන්ට දෙන ලදි. ඉන්පසු සමන්ට ද ගෙඩියක් අහඹු ලෙස ගන්නා ලදී. මේ සඳහා සමන් විසින් පිළියෙල කරන ලද සමසේ භව්‍ය ප්‍රතිඵල ඇතුළත් නියැදි අවකාශයය පහත දැක්වේ.



(a) මෙම කොටු දැලේ දෝෂයක් ඇත. එය නිවැරදි කොට නැවත සකස් කරන්න.

(b) නිවැරදි කොටු දැල ඇසුරෙන් පහත දැක්වෙන සම්භාවිතා සොයන්න.

(i) දෙදෙනාටම ඉදුණු ගෙඩි ලැබීම.

(ii) රාජේන්ද්‍රන්ට පමණක් ඉදුණු ගෙඩියක් ලැබීම.

(iii) එක් අයෙකුට පමණක් ඉදුණු ගෙඩියක් ලැබීම.

(c) මෙහි දී අඩු වශයෙන් එක් අයෙකුටවත් ඉදුණු එකක් ලැබීම ස්ථිරවම සිදුවන බව රාජේන්ද්‍රන් ප්‍රකාශ කරයි. මෙහි සත්‍ය අසත්‍යතාව හේතු සහිතව පහදන්න.

3. චාරිකාවක් යාමට සූදානම් වූ සරත් තම ඇඳුම් පෙට්ටියේ වූ සුදු කමිස 4 ක් ද, කළු කමිස 3 ක් ද අතුරින් කමිස දෙකක් (එකකට පසු එකක් වශයෙන්) අහඹු ලෙස තෝරා ගන්නා ලදී.

(a) සුදු කමිස හතර W_1, W_2, W_3, W_4 ලෙස ද කළු කමිස තුන B_1, B_2, B_3 ලෙස ද ගෙන නියැදි අවකාශය කොටු දැලක නිරූපණය කරන්න.

(b) කොටු දැල ඇසුරෙන් පහත දැක්වෙන එක් එක් සිද්ධියේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(i) කමිස දෙකම සුදු වීම
(ii) එක් කමිසයක් පමණක් සුදු වීම
(iii) අඩු තරමින් එකක්වත් සුදු වීම

4. බඳුනක එකම තරමේ හා හැඩයෙන් යුත් කිරි රස ටොෆි 3 ක් ද, දොඩම් රස ටොෆි 2 ක් ද. සියඹලා රස ටොෆි 1 ක් ද ඇත. සඳරූ මින් එක් ටොෆියක් අහඹු ලෙස ගෙන රස කර බැලුවාය. අනතුරුව තම යෙළියක වන ජෙසීට ද අහඹු ලෙස ගත් එකක් ප්‍රදානය කළා ය.

(a) ටොෆි රස සැලකිල්ලට ගෙන සමසේ භව්‍ය ප්‍රතිඵල ඇතුළත් නියැදි අවකාශය කොටු දැලක නිරූපණය කරන්න.

(b) කොටු දැල ඇසුරෙන් පහත දැක්වෙන එක් එක් සිද්ධියේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(i) දෙදෙනාටම එකම රසැති ටොෆි දෙකක් ලැබීම.
(ii) එක් අයෙකුට පමණකත් කිරි රසැති ටොෆියක් ලැබීම.
(iii) ජෙසීට සියඹලා රස ටොෆියක් ලැබීම.

25.2 රුක් සටහනක් භාවිතයෙන් ගැටලු විසඳීම

සසම්භාවී පරීක්ෂණයක් පියවර කිහිපයකින් යුක්ත වන විට එම පරීක්ෂණයට අදාළ සිද්ධිවල සම්භාවිතා සෙවීමට රුක් සටහනක් භාවිතා කළ හැකි ය. අප මෙම පාඩමේ දී පියවර දෙකක් ඇති සසම්භාවී පරීක්ෂණ පමණක් සලකා බලමු. පහත නිදසුන් ඇසුරෙන් ඒ පිළිබඳ ව අධ්‍යයනය කරන්න.

සිද්ධි දෙක ස්වායත්ත වන අවස්ථාව ඔබ මීට පෙර 10 වසරේ දී උගෙන ඇත. එය පුනරීක්ෂණය සඳහා නිදසුනක් පහත දැක්වේ.

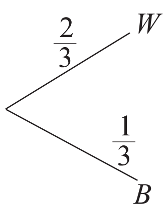
නිදසුන 1

මල්ලක එකම තරමේ සුදු පාට බෝල දෙකක් ද කලු පාට බෝලයක් ද ඇත. මින් අහඹු ලෙස එක් බෝලයක් ඉවතට ගෙන එහි වර්ණය පරීක්ෂා කෙරෙයි. ඉන්පසු එය ආපසු මල්ලට දමා නැවත බෝලයක් ගෙන වර්ණය පරීක්ෂා කෙරෙයි.

(i) මෙම සසම්භාවී පරීක්ෂණයේ නියැදි අවකාශය රුක් සටහනක දක්වන්න.
(ii) රුක් සටහන ඇසුරෙන් පහත දැක්වෙන සිද්ධිවල සම්භාවිතා සොයන්න.
 (a) පළමු ව සුදු බෝලයක් ද දෙවනුවට ද සුදු බෝලයක් ලැබීම
 (b) පළමු ව සුදු බෝලයක් ලැබීම
 (c) සුදු බෝල එකක් පමණක් ලැබීම
 (d) අඩු තරමින් එක් සුදු බෝලයක්වත් ලැබීම

(i) සුදු බෝලයක් ලැබීමේ සිද්ධිය W මගින් ද, කළු බෝලයක් ලැබීමේ සිද්ධිය B මගින් ද දක්වමු. ප්‍රතිඵල සමසේ භව්‍ය නිසා, පළමු ව ගත් බෝලය සුදු වීමේ සම්භාවිතාව $\frac{2}{3}$ ද එය කලු වීමේ සම්භාවිතාව $\frac{1}{3}$ ද වේ. පළමු ගැනීමට අදාළ රුක් සටහන් කොටසේ ශාඛා මත අදාළ සම්භාවිතා සටහන් කරමු.

<u>පළමු ගැනීම</u>



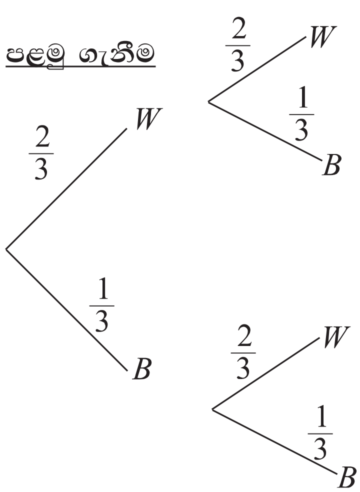
මෙම ශාඛා දෙක මත ඇති සම්භාවිතාවල ඓක්‍යය $= \frac{2}{3} + \frac{1}{3}$
$= 1$ බව නිරීක්ෂණය කරන්න.

සටහන: රුක් සටහනක එක් තැනකින් විහිදෙන ශාඛා මත ඇති සම්භාවිතාවල එකතුව 1 විය යුතු ය.

දැන් සසම්භාවී පරීක්ෂණයේ දෙවන පියවර දක්වා ඉහත රුක් සටහන දීර්ඝ කරමු.

<u>දෙවන ගැනීම</u>

<u>පළමු ගැනීම</u>



පළමු ගත් බෝලය ආපසු මල්ලට දමා දෙවන බෝලය ගන්නා බැවින් දෙවන බෝලය ගන්නා විට ද මල්ලේ ඇති බෝල ගණන් වෙනස් නොවේ. එබැවින් දෙවනුව ගත් බෝලයක් සුදු වීමට හෝ කලු වීමට අදාළ සම්භාවිතා පළමු අවස්ථාවේ අගයන් ම ගනී. එම අගයන් අදාළ ශාඛා මත දක්වා ඇත.

මේ අවස්ථාවේ දී එක් තැනකින් විහිදෙන ශාඛා මත ඇති සම්භාවිතාවන්ගේ ඓක්‍යය ද 1 වන බව නිරීක්ෂණය කරන්න.

(ii) අවස්ථා දෙකම සැලකිල්ලට ගත් විට විය හැකි සිදුවීම් හතරක් ඇත. ඒවා පහත වගුවේ අදාළ සම්භාවිතා ද සමඟ දැක්වේ.

සිදුවීම	සම්භාවිතාව	
(W, W)	$\frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$	$\frac{4}{9}$
(W, B)	$\frac{2}{3} \times \frac{1}{3}$	$\frac{2}{9}$
(B, W)	$\frac{1}{3} \times \frac{2}{3}$	$\frac{2}{9}$
(B, B)	$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$

නිදසුනක් ලෙස මෙහි (W, W) මගින් පළමු බෝලය සුදු වී දෙවැන්න ද සුදු වීමේ සිද්ධිය දක්වයි. එම සිද්ධියේ සම්භාවිතාව $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$ වේ. මෙසේ ගුණ කිරීමට හේතුව එම සිද්ධි දෙක ස්වායත්ත වීමයි. මෙලෙස ගෙන ඇති (W, W), (W, B), (B, W) හා (B, B) සිද්ධි හතර අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර වේ. ඊට හේතුව වන්නේ මෙම සිද්ධි අතරින් ඕනෑ ම දෙකක් ගතහොත් එම සිද්ධි දෙක එකවර සිදු විය නොහැකි වීම යි. අදාළ සිද්ධීන්ගේ සම්භාවිතා පහත දැක්වෙන පරිදි ගණනය කළ හැකි ය.

(a) පළමු ව සුදු බෝලයක් ද දෙවනුව ද සුදු බෝලයක් ද ලැබීමේ සම්භාවිතාව

$$= P(W, W)$$

$$= \frac{4}{9} \text{ (වගුව ඇසුරෙන්)}$$

(b) පළමුව සුදු බෝලයක් ලැබීමේ සම්භාවිතාව $= P(W, W) + P(W, B)$

$$= \frac{4}{9} + \frac{2}{9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

(c) සුදු බෝල 1ක් පමණක් ලැබීමේ සම්භාවිතාව $= P(W, B) + P(B, W)$

$$= \frac{2}{9} + \frac{2}{9} = \frac{4}{9}$$

(d) අඩු තරමින් එක් සුදු බෝලයක්වත් ලැබීමේ සම්භාවිතාව $\}$ $= P(W, W) + P(W, B) + P(B, W)$

$$= \frac{4}{9} + \frac{2}{9} + \frac{2}{2} = \frac{8}{9}$$

සටහන: (d) කොටසේ පිළිතුර $1 - P(B, B)$ ලෙස ද ලබා ගත හැකි ය

සිද්ධි දෙක පරායත්ත වන අවස්ථාවට නිදසුනක් පහත දක්වමු.

නිදසුන 2

මල්ලක එකම තරමේ රතු බෝල 3ක් හා නිල් බෝල 2ක් ඇත. මින් අහඹු ලෙස බෝලයක් ඉවතට ගෙන එහි වර්ණය පරීක්ෂා කර එය ආපසු මල්ලට නොදමා දෙවැන්නක් ගෙන වර්ණය පරීක්ෂා කරයි.

(i) අදාළ නියැදි අවකාශය රුක් සටහනක දක්වන්න.

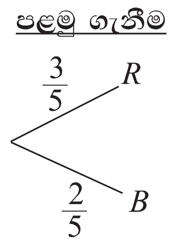
(ii) රුක් සටහන ඇසුරෙන් පහත දැක්වෙන සිද්ධිවල සම්භාවිතා සොයන්න.

(a) අවස්ථා දෙකේ දී ම රතු බෝලයක් ලැබීම

(b) එක් අවස්ථාවක දී පමණක් රතු බෝලයක් ලැබීම

(c) අඩු තරමින් එක් අවස්ථාවක දී වත් රතු බෝලයක් ලැබීම

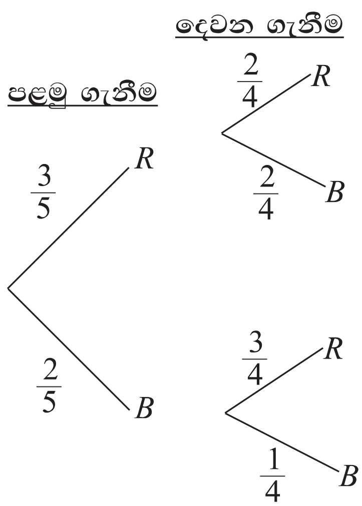
(i) රුක් සටහනේ මුල් කොටස පහත දැක්වේ.



මෙහි R මගින් රතු බෝලයක් ලැබීම ද B මගින් නිල් බෝලයක් ලැබීම ද දැක්වේ. මල්ලේ රතු බෝල 3ක් ද නිල් බෝල 2ක් ද ඇති නිසා,

$P(R) = \frac{3}{5}, P(B) = \frac{2}{5}$ වේ.

දැන් රුක් සටහනේ මුල් කොටස දීර්ඝ කිරීමෙන් දෙවන ගැනීමට අදාළ සිදුවීම් දක්වමු.



ඉහත රුක් සටහනේ දෙවන පියවරට අදාළ සම්භාවිතා සෙවූ අයුරු මෙසේ විස්තර කළ හැකි ය.

මෙම කොටසේ ශාඛා මත දක්වන සම්භාවිතා මුල් කොටසේ අගයන්ගෙන් වෙනස් වේ. එසේ වන්නේ පළමු සිදුවීම සලකා දෙවන සිදුවීමට අදාළ සම්භාවිතා සෙවිය යුතු නිසා ය. පළමු බෝලය රතු වූවා නම්, මල්ලේ ඉතිරි වන්නේ රතු බෝල 2ක් හා නිල් බෝල 2කි.

$\therefore$ දෙවැන්න රතු වීමේ සම්භාවිතාව $= \dfrac{2}{4}$

දෙවැන්න නිල් වීමේ සම්භාවිතාව $= \dfrac{2}{4}$

පළමු බෝලය නිල් වූවා නම්, මල්ලේ ඉතිරි වන්නේ රතු බෝල 3ක් හා නිල් බෝල 1කි.

$\therefore$ දෙවැන්න රතුවීමේ සම්භාවිතාව $= \dfrac{3}{4}$

දෙවැන්න නිල්වීමේ සම්භාවිතාව $= \dfrac{1}{4}$

මෙම සම්භාවිතාවන් රුක් සටහනේ අදාළ ශාඛා මත සටහන් කර සිදුවීම් වගුව සම්පූර්ණ කරමු. එම සිද්ධීන් හතරේ සම්භාවිතාවන්ගේ එකතුව 1 වන බව තහවුරු කර ගන්න.

සිදුවීම	**සම්භාවිතාව**	
(R, R)	$\frac{3}{5} \times \frac{2}{4}$	$\frac{6}{20}$
(R, B)	$\frac{3}{5} \times \frac{2}{4}$	$\frac{6}{20}$
(B, R)	$\frac{2}{5} \times \frac{3}{4}$	$\frac{6}{20}$
(B, B)	$\frac{2}{5} \times \frac{1}{4}$	$\frac{2}{20}$

වගුවෙහි, නිදසුනක් ලෙස (R, R) සිද්ධියට (එනම්, මුලින් රතු බෝලයක් ලැබීම හා දෙවනුවත් රතු බෝලයක් ලැබීම යන සිද්ධියට) අදාළ සම්භාවිතාව ගණනය කර ඇත්තේ අදාළ සම්භාවිතා ගුණ කිරීමෙනි. එසේ නමුත් එම සිද්ධි දෙක ස්වායත්ත නොවේ. එයට හේතුව, මුලින් ගන්නා බෝලයෙහි වර්ණය රතු වීම හෝ නොවීම අනුව දෙවනුව ගන්නා බෝලය රතු වීමේ සම්භාවිතාව වෙනස් වන නිසා ය. එසේ නමුත් දෙවනුව ගන්නා බෝලයෙහි වර්ණය රතු වීමේ සම්භාවිතාව සෙවීමේ දී පළමුව ගත් බෝලයෙහි වර්ණය රතු ලෙස ගෙන ඇති නිසා මෙසේ (R, R) හි සම්භාවිතා සෙවීමේ දී අදාළ සම්භාවිතා ගුණ කළ හැකි ය.

මෙම වගුවේ දැක්වෙන $(R,R), (R,B), (B,R), (B,B)$ සිදුවීම් අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර වේ. එබැවින් රුක් සටහන ඇසුරෙන් යම් සිද්ධියක සම්භාවිතාව සෙවීමට අප කළ යුතු වන්නේ වගුව තුළින් ඊට අදාළ සිදුවීම් තෝරා ගෙන එම සිද්ධිවල සම්භාවිතාවන්ගේ ඓක්‍යය ලබා ගැනීමයි.

(a) අවස්ථා දෙකේ දී ම රතු බෝලයක් ලැබීමේ සම්භාවිතාව $= P\,(R, R)$

$$= \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$

(b) එක් අවස්ථාවක දී පමණක් රතු බෝලයක් ලැබීමේ සම්භාවිතාව

$$= P\,(R, B) + P\,(B, R)$$

$$= \frac{6}{20} + \frac{6}{20} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$$

(c) අඩු තරමින් එක් අවස්ථාවක දී වත් රතු බෝලයක් ලැබීමේ සම්භාවිතාව

$$= P\,(R, B) + P\,(B, R) + P\,(R, R)$$

$$= \frac{6}{20} + \frac{6}{20} + \frac{6}{20} = \frac{18}{20} = \frac{9}{10}$$

සටහන: (c) කොටසේ පිළිතුරු මෙය $1 - P\,(B, B)$ මගින් ද ලබා ගත හැකි ය.

25.2 අභ්‍යාසය

1. එකම වර්ගයේ බල්බ 10 ක් ඇති පෙට්ටියක බල්බ 3 ක් සදොස් බව දනියි. නිමල් පෙට්ටියෙන් එක් බල්බයක් අහඹු ලෙස ගෙන සදොස් දැයි පරීක්ෂා කොට එය ආපසු නො දමා දෙවැනි බල්බයක් අහඹු ලෙස ගෙන පරීක්ෂා කරයි.

(i) මෙම සසම්භාවී පරීක්ෂණයේ නියැදි අවකාශය රුක් සටහනක දක්වන්න.

(ii) පළමු ව සදොස් බල්බයක් ලැබීම හා දෙවනුව ද සදොස් බල්බයක් ලැබීම යන සිද්ධි යුගලය පරායත්ත වන බව නිමල් පවසයි. එහි සත්‍ය අසත්‍යතාව හේතු සහිතව පැහැදිලි කරන්න.

(iii) රුක් සටහන ඇසුරෙන් පහත දැක්වෙන සම්භාවිතා සොයන්න.

(a) ගත් බල්බ දෙකම සදොස් ඒවා වීම

(b) ගත් එක් බල්බයක් පමණක් සදොස් වීම

(c) යටත් පිරිසෙයින් එක් බල්බයක්වත් සදොස් වීම

2. පාපන්දු කණ්ඩායමක සිටින A නම් ක්‍රීඩකයෙක් එක්තරා තරගයකට ක්‍රීඩා කිරීමේ සම්භාවිතාව $\frac{3}{4}$ කි. A ක්‍රීඩකයා එම තරගයට ක්‍රීඩා කළහොත් තරගයෙන් ජය ලැබීමේ සම්භාවිතාව $\frac{5}{8}$ ක් වන අතර, ක්‍රීඩා නොකළහොත් ජය ලැබීම සහ පරාජය වීම සමසේ භව්‍ය වේ. මෙම තරගය ජය පරාජයෙන් තොරව නිම නොවේ.

(i) A නම් ක්‍රීඩකයා මෙම තරගයට ක්‍රීඩා නොකිරීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(ii) A ක්‍රීඩකයා මෙම තරගයට ක්‍රීඩා නොකළහොත් ජය ලැබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(iii) A ක්‍රීඩකයා ක්‍රීඩා කිරීම හා නොකිරීම පළමු කොටසට තරගයෙන් ජය ලැබීම හා පරාජය වීම දෙවන කොටසට ද ගෙන නියැදි අවකාශය රුක් සටහනක දක්වන්න.

(iv) රුක් සටහන ඇසුරෙන් මෙම පාපන්දු කණ්ඩායම තරගයෙන් ජය ලැබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(v) A ක්‍රීඩකයා මෙම තරගයට ක්‍රීඩා කිරීම වඩා වාසිදායක වන්නේ දැයි හේතු සහිත ව දක්වන්න.

3. මල්ලක එකම තරමේ ඉදුණු දිවුල් ගෙඩි 4ක් ද නොඉදුණු දිවුල් ගෙඩි 3ක් ද ඇත. නාමලී මින් එක් ගෙඩියක් අහඹු ලෙස ගෙන එය ඉදුණු එකක් නම් එය ආපසු මල්ලට නොදමා දෙවැන්නක් ගනු ලැබේ. එය නොඉදුණු එකක් නම් එය ආපසු මල්ලට දමා දෙවැන්නක් ගනු ලැබේ.

(i) මෙම සසම්භාවී පරීක්ෂණයේ නියැදි අවකාශය රුක් සටහනක දක්වන්න.

(ii) නාමලීගේ පහත දැක්වෙන ප්‍රකාශයන්ගෙන් කුමන ඒවා සත්‍ය දැයි හේතු සහිතව දක්වන්න.

(a) "පළමු ව ගත් ගෙඩිය ඉදුණු එකක් වීම සහ දෙවනුව ගත් ගෙඩිය ඉදුණු එකක් වීම ස්වායත්ත සිද්ධි දෙකකි"

(b) "පළමු ව ගත් ගෙඩිය නොඉදුණු එකක් වීම හා දෙවනුව ගත් ගෙඩිය නොඉදුණු එකක් වීම පරායත්ත සිද්ධි දෙකකි".

(iii) රුක් සටහන ඇසුරෙන් පහත දැක්වෙන සම්භාවිතා සොයන්න.

(a) ගත් ගෙඩි දෙකම ඉදුණු ඒවා වීම

(b) දෙවනුව ගත් ගෙඩිය ඉදුණු එකක් වීම

(c) ගත් ගෙඩි දෙකින් එකක් පමණක් ඉදුණු ඒවා වීම

4. සිරිමල්ගේ ගවගාලේ පිරිමි සතුන් 5ක් ද ගැහැණු සතුන් 15ක් ද සිටී. නාදන්ගේ ගවගාලේ පිරිමි සතුන් 2ක් ද ගැහැණු සතුන් 8ක් ද සිටී. සිරිමල් හා නාදන් එක් සතෙකු බැගින් හුවමාරු කර ගැනීමට එකඟ විය. පළමු ව සිරිමල් අහඹු ලෙස තෝරා ගත් සතෙක් නාදන්ට යැවූ පසු නාදන් අහඹු ලෙස තෝරා ගත් සතෙක් සිරිමල්ට යවන ලදී.

(i) අදාළ නියැදි අවකාශය රුක් සටහනක දක්වන්න.

(ii) එය ඇසුරෙන් පහත දැක්වෙන සම්භාවිතා සොයන්න.

(a) හුවමාරුව නිසා සිරිමල්ගේ ගාලේ පිරිමි සතෙක් අඩු වීම

(b) හුවමාරුව නිසා සිරිමල්ගේ ගාලේ පිරිමි සතෙක් වැඩි වීම

(c) හුවමාරුව නිසා ගාල් දෙකෙහි පිරිමි හා ගැහැණු සතුන් ගණන වෙනස් නොවීම

(iii) ඉහත විස්තර කර ඇති ආකාරයට නොව වෙනත් ආකාරයකට ඔවුන් දෙදෙනා සතුන් හුවමාරු කළෝ ය. සිරිමල් හා නාදන් තම ගාල්වලින් සතෙක් අහඹු ලෙස තෝරා ගෙන මිත්‍ර අබ්දුල්ගේ නිවසට ගොස් එහිදී සතුන් දෙදෙනා හුවමාරු කර ගෙන ගව ගාල්වලට මුදා හැරියේ නම් එම සසම්භාවී පරීක්ෂණයට අදාළ ව ඉහත (ii) කොටසේ අසා ඇති සම්භාවිතාව සොයන්න.

5. X හා Y යනු එකම රෝගයක් සඳහා දෙනු ලබන සඵලත්ව පිළිවෙළින් 90% හා 80%ක් වන ඖෂධ දෙකකි. එක් ඖෂධයකින් සුව නොවුනහොත් පමණක් අනෙක් ඖෂධය දෙනු ලැබේ. එය ද සාර්ථක නොවුනහොත් ශල්‍යකර්මයකට භාජනය කරනු ලැබේ.

(i) ඖෂධ වර්ග දෙකම ලබා දීමෙන් පසු රෝගය සුවවීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.
(ii) රෝගියෙක් ශල්‍ය කර්මයකට යොමු කිරීමට සිදුවීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

6. ආයතනයක සේවය කරනු ලබන ලිපිකාර තනතුර හා කම්කරු තනතුර දරන්නන්ගේ ප්‍රමිතිරි බව පහත වගුවේ දැක්වේ.

ප්‍රමිතිරිබව / තනතුර	පිරිමි	ගැහැණු	එකතුව
ලිපිකරු	5	8	13
කම්කරු	2	1	3
එකතුව	7	9	16

(i) මෙම ආයතනයෙන් අහඹු ලෙස තෝරා ගත් අයෙක්,

(a) කම්කරු තනතුරු දරන්නෙක් වීමේ
(b) ලිපිකාරිනියක වීමේ
(c) ගැහැණු අයෙක් වුණි නම් ඇය කම්කරු තනතුර දරන්නෙක් වීමේ
සම්භාවිතා සොයන්න.

(ii) මෙම ආයතනයෙන් අහඹු ලෙස ලිපිකාර තනතුර දරන්නෙකු හා කම්කරු තනතුර දරන්නෙක් තෝරා ගනී.

(a) විය හැකි සියලු ප්‍රතිඵල රුක් සටහනක දක්වන්න.
(b) ඒ ඇසුරෙන් තෝරා ගත් දෙදෙනා අතුරින් එක් අයෙක්වත් පිරිමි වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

7. පෙට්ටියක එකම තරමේ සුදු බෝල 2ක් ද, කලු බෝල 1ක් ද ඇත. මින් අහඹු ලෙස බෝලයක් ඉවතට ගෙන එය ඉවතට දමා දෙවැන්නක් ගනු ලැබේ. මෙසේ ගත් බෝල දෙක අතරින් අඩු තරමින් එකක්වත් සුදු වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

8. A නම් පෙට්ටියක එකම ප්‍රමාණයේ හා හැඩයේ නිල් පබළු 3 ක් ද රතු පබළු 2 ක් ද ඇත. B නම් පෙට්ටියේ එකම ප්‍රමාණයේ හා හැඩයේ නිල් පබළු 4 ක් ද රතු පබළු 5 ක් ද ඇත. A පෙට්ටියේ පබළු වක් ගෙන B පෙට්ටියට දමා B පෙට්ටියෙන් පබළුවක් ගෙන A පෙට්ටියට දමනු ලැබේ. එවිට A පෙට්ටියේ පබළුවල වර්ණ සංයුතිය වෙනස් නොවීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

7. එක්තරා මහා විද්‍යාලයක 11 ශ්‍රේණියේ සමාන්තර පන්ති තුනක් ඇත. මෙම පන්ති තුනෙහි ශිෂ්‍ය සංඛ්‍යා 2: 2: 3 අනුපාතයට ඇත. පන්ති තුනට ගණිතය උගන්වන්නේ *A, B* හා *C* යන ගුරුවරු තිදෙනෙකි. විදුහල්පති තුමා තම විශ්වාසය මත පහත දැක්වෙන ප්‍රකාශය කරයි. " *A* උගන්වන පන්තියෙන් 90%ක් ද, *B* උගන්වන පන්තියෙන් 80% ක් ද *C* උගන්වන පන්තියෙන් 60% ක් ද, සිසුන් ඉදිරියේ පැවැත්වීමට නියමිත විභාගයෙන් සමත් වේ". මෙම ප්‍රකාශයට අනුව,

(i) එම පාසලේ 11 ශ්‍රේණියෙන් අහඹු ලෙස තෝරා ගන්නා සිසුවෙකු විභාගයෙන් සමත් අයෙක් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(ii) ඉහත කොටසේ පිළිතුර මත සමත් ප්‍රතිශතය තක්සේරු කරන්න.