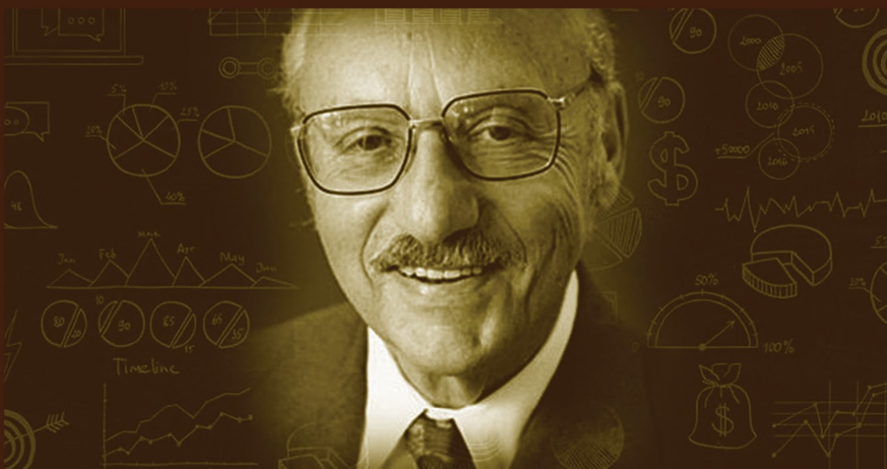
13 ශ්‍රේණිය ගණිතය

ගුරු මාර්ගෝපදේශය

(2018 සිට ක්‍රියාත්මක වේ).



ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව
විද්‍යා හා තාක්ෂණ පීඨය
ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය
ශ්‍රී ලංකාව

මුද්‍රණය හා බෙදාහැරීම : අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව

ගණිතය

ගුරු මාර්ගෝපදේශය
13 ශ්‍රේණිය

(වර්ෂ 2018 සිට ක්‍රියාත්මක වේ)

ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව
විද්‍යා හා තාක්ෂණ පීඨය
ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය
මහරගම
www.nie.lk

ගණිතය
13 ශ්‍රේණිය - ගුරු මාර්ගෝපදේශය

ප්‍රථම මුද්‍රණය 2018

ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව
විද්‍යා හා තාක්ෂණ පීඨය
ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය

මුද්‍රණය :
අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව
ඉසුරුපාය
බත්තරමුල්ල

අධ්‍යක්ෂ ජනරාල්තුමියගේ පණිවිඩය

ජාතික අධ්‍යාපන කොමිෂන් සභාව විසින් නිර්දේශිත ජාතික අධ්‍යාපන අරමුණු සාක්ෂාත් කර ගැනීම සහ පොදු නිපුණතා සංවර්ධනය කිරීමේ මූලික අරමුණ සහිත ව එවකට පැවති අන්තර්ගතය පදනම් වූ විෂයමාලාව නවීකරණයට භාජනය කොට වර්ෂ අටකින් යුතු චක්‍රයකින් සමන්විත නව නිපුණතා පාදක විෂයමාලාවෙහි පළමු අදියර, වර්ෂ 2007දී ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය විසින් ශ්‍රී ලංකාවේ ප්‍රාථමික හා ද්විතීයික අධ්‍යාපන ක්ෂේත්‍රයට හඳුන්වා දෙන ලදී.

පර්යේෂණවලින් අනාවරණය වූ කරුණු අනුව අධ්‍යාපනය පිළිබඳ ව විවිධ පාර්ශවයන් ඉදිරිපත් කළ යෝජනා ද පදනම් කොට ගෙන සිදු කරන ලද විෂයමාලා තාර්කීකරණය කිරීමේ ක්‍රියාවලියක ප්‍රතිඵලයක් ලෙස විෂයමාලා චක්‍රයේ දෙවැනි අදියර අධ්‍යාපන ක්ෂේත්‍රයට හඳුන්වා දීම 2015 වසරේ සිට ආරම්භ කර ඇත.

මෙම තාර්කීකරණ ක්‍රියාවලියේ දී සියලු ම විෂයයන්ගේ නිපුණතා පදනම් මට්ටමේ සිට උසස් මට්ටම දක්වා ක්‍රමානුකූල ව ගොඩ නැගීම සඳහා පහළ සිට ඉහළට ගමන් කරන සිරස් සංකලනය භාවිත කර ඇති අතර විවිධ විෂයයන්හි දී එක ම විෂය කරුණු නැවත නැවත ඉදිරිපත්වීම හැකිතාක් අවම කිරීම, විෂය අන්තර්ගතය සීමා කිරීම සහ ක්‍රියාත්මක කළ හැකි ශිෂ්‍ය මිතුරු විෂයමාලාවක් සැකසීම සඳහා තිරස් සංකලනය ද භාවිත කර ඇත.

ගුරු භවතුන්ට පාඩම් සැලසුම් කිරීම ද ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලියෙහි සාර්ථකව නිරත වීම ද පන්ති කාමර මිනුම් හා ඇගයීම් ප්‍රයෝජනවත් පරිදි යොදා ගැනීම සඳහා අවශ්‍ය වන මාර්ගෝපදේශ ලබාදීමේ අරමුණින් නව ගුරු මාර්ගෝපදේශ හඳුන්වා දී ඇත. පන්ති කාමරය තුළ දී වඩාත් ඵලදායී ගුරුවරයෙකු ලෙස කටයුතු කිරීමට මෙම මාර්ගෝපදේශ උපකාරී වනු ඇත. සිසුන්ගේ නිපුණතා වර්ධනය කිරීම සඳහා ගුණාත්මක යෙදවුම් හා ක්‍රියාකාරකම් තෝරා ගැනීමට ගුරුවරුන්ට අවශ්‍ය නිදහස මෙමගින් ලබා දී තිබේ. එමෙන් ම නිර්දේශිත පාඨ ග්‍රන්ථවල ඇතුළත් වන විෂය කරුණු පිළිබඳ ව වැඩි බර තැබීමක් මෙම ගුරු මාර්ගෝපදේශවල අන්තර්ගත නොවේ. එම නිසා මෙම ගුරු මාර්ගෝපදේශය වඩාත් ඵලදායී වීමට නම් අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව විසින් සකසා ඇති අදාළ පාඨ ග්‍රන්ථ සමඟ සමගාමී ව භාවිතා කිරීම අත්‍යවශ්‍ය වේ.

තාර්කීකරණය කරන ලද විෂය නිර්දේශ, නව ගුරු මාර්ගෝපදේශ හා නව පාඨ ග්‍රන්ථවල මූලික අරමුණු වන්නේ ගුරු කේන්ද්‍රීය අධ්‍යාපන රටාවෙන් මිදී සිසු කේන්ද්‍රීය අධ්‍යාපන රටාවක් හා වඩාත් ක්‍රියාකාරකම් මත පදනම් වූ අධ්‍යාපන රටාවකට එළඹීම මඟින් වැඩ ලෝකයට අවශ්‍ය වන්නා වූ නිපුණතා හා කුසලතාවන්ගෙන් යුක්ත මානව සම්පතක් බවට ශිෂ්‍ය ප්‍රජාව සංවර්ධනය කිරීමයි. නව විෂය නිර්දේශ සහ ගුරු මාර්ගෝපදේශ සම්පාදනය කිරීමේ දී ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනයේ ශාස්ත්‍රීය කටයුතු මණ්ඩලයේ ද, ආයතන සභාවේ ද, රචනයේ දී දායකත්වය ලබා දුන් සියලු ම සම්පත්දායකයින් හා වෙනත් පාර්ශවයන්ගේ ද ඉමහත් කැපවීම ඇගයීමට ද මෙය අවස්ථාවක් කර ගනු කැමැත්තෙමි.

ආචාර්ය ජයන්ති ගුණසේකර
අධ්‍යක්ෂ ජනරාල්
ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය
මහරගම

අධ්‍යක්ෂතුමාගේ පණිවිඩය

අතීතයේ සිට ම අධ්‍යාපනය නිරන්තරයෙන් වෙනස්වීම් වලට භාජනය වෙමින් ඉදිරියට ගමන් කරමින් තිබුණි. මෑත යුගයේ මෙම වෙනස්වීම දැඩි ලෙස ශීඝ්‍ර වී ඇත. ඉගෙනුම් ක්‍රමවේදවල මෙන් ම තාක්ෂණික මෙවලම් භාවිතය අතින් හා දැනුම උත්පාදනය සම්බන්ධයෙන් ද ගත වූ දශක දෙක තුළ විශාල පිබිදීමක් දක්නට ලැබුණි. මේ අනුව ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය ද 2015ට අදාළ අධ්‍යාපන ප්‍රතිසංස්කරණ සඳහා අප්‍රමාද ව සුදුසු පියවර ගනිමින් සිටී. ගෝලීය ව සිදු වන වෙනස්කම් ගැන හොඳින් අධ්‍යයනය කර දේශීය අවශ්‍යතා අනුව අනුවර්තනයට ලක් කර ශිෂ්‍ය කේන්ද්‍රීය ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ප්‍රවේශය පාදක කර ගනිමින් නව විෂයමාලාව සැලසුම් කර පාසල් පද්ධතියේ නියමුවන් ලෙස සේවය කරන ගුරු භවතුන් වන ඔබ වෙත මෙම ගුරු මාර්ගෝපදේශය පුද කරන්නේ ඉතා සතුටිනි.

මෙවැනි නව මග පෙන්වීමේ උපදේශන සංග්‍රහයක් ඔබ වෙත ලබා දෙන්නේ ඒ මගින් ඔබට වඩා හොඳ දායකත්වයක් ලබා දිය හැකි වේ ය යන විශ්වාසය නිසා ය.

මෙම උපදේශන සංග්‍රහය පන්ති කාමර ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලියේ දී ඔබට මහඟු අත්වැලක් වනවාට කිසි ම සැකයක් නැත. එසේ ම මෙය ද උපයෝගි කර ගනිමින් කාලීන සම්පත් ද්‍රව්‍ය භාවිතයෙන් වඩාත් සංවර්ධනාත්මක ප්‍රවේශයක් ඔස්සේ පන්ති කාමරය හසුරුවා ගැනීමට ඔබට නිදහස ඇත.

ඔබ වෙත ලබා දෙන මෙම ගුරු මාර්ගෝපදේශය මැනවින් අධ්‍යයනය කර වඩා නිර්මාණශීලි දරු පරපුරක් බිහි කර ශ්‍රී ලංකාව ආර්ථික හා සමාජීය අතින් ඉදිරියට ගෙන යාමට කැපවීමෙන් යුතුව කටයුතු කරනු ඇතැයි මම විශ්වාස කරමි.

මෙම ගුරු මාර්ගෝපදේශය නිර්මාණය වුයේ මෙම විෂය ක්ෂේත්‍රයට අදාළ ගුරු භවතුන් හා සම්පත් පුද්ගලයින් රැසකගේ නොපසුබට උත්සාහය හා කැපවීම නිසා ය.

අධ්‍යාපන පද්ධතියේ සංවර්ධනය උදෙසා නිම වු මෙම කාර්යය ඉතාමත් උසස් ලෙස අගය කරන අතර මේ සඳහා කැපවී ක්‍රියා කළ ඔබ සැමට මගේ ගෞරවාන්විත ස්තුතිය පිරි නමමි.

කේ. ආර්. පත්මසිරි
අධ්‍යක්ෂ
(ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව)

අනුමතිය :	ශාස්ත්‍රීය කටයුතු මණ්ඩලය, ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය.
උපදේශකත්වය :	ආචාර්ය ටී.ඒ.ආර්.ජේ. ගුණසේකර මිය අධ්‍යක්ෂ ජනරාල් ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය
අධීක්ෂණය :	කේ. රංජිත් පත්මසිරි මයා, අධ්‍යක්ෂ, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව, ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය.
විෂය සම්බන්ධීකරණය :	එස්. රාජේන්ද්‍රම් මයා ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය. කේ. කේ. වජීමා එස්. කංකානම්ගේ මෙණෙවිය සහකාර කථිකාචාර්ය, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය.

විෂයමාලා කමිටුව :

ආචාර්ය යූ. මාම්පිටිය	ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව, කැලණිය විශ්වවිද්‍යාලයය.
ආචාර්ය ඒ. ඒ. එස්. පෙරේරා	ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව, පේරාදෙණිය විශ්වවිද්‍යාලයය.
මහාචාර්ය එස්. ශ්‍රීසත්කුණරාජා මයා	පීඨාධිපති, යාපනය විශ්වවිද්‍යාලය.
සරත් කුමාර මයා	ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව, ශ්‍රී ජයවර්ධනපුර විශ්වවිද්‍යාලයය.
කේ. රංජිත් පත්මසිරි මයා,	අධ්‍යක්ෂ, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව, ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය.
එස්. රාජේන්ද්‍රම් මයා	ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය.
ජේ. ජනක මයා	සහකාර අධ්‍යක්ෂ, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව, අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය
කේ. විග්නේශ්වරන් මයා	ගුරු සේවය, විවේකානන්ද විද්‍යාලයය, කොළඹ 12.
බී. ඒ. ඩී. විතානගේ මිය	ගුරු සේවය, සිරිමාවෝ බණ්ඩාරනායක විද්‍යාලයය, කොළඹ 07.

සම්පත් දායකත්වය:

ජී. පී. එච්. ජගත් කුමාර මයා	ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව, ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය.
ජී.එල්. කරුණාරත්න මයා	ජ්‍යෙෂ්ඨ අධ්‍යාපනඥ, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය
එම්. නිල්මිණි පීරිස් මිය	ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය
සී. සුදේශන් මයා	සහකාර කථිකාචාර්ය, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව, ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය.
පී. විජායිකුමාර් මයා	සහකාර කථිකාචාර්ය, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව, ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය.
කේ.කේ.වජීමා එස්. කංකානම්ගේ මෙය	සහකාර කථිකාචාර්ය, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව, ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය.

සමායෝජක මණ්ඩලය :

ආචාර්ය ඒ. ඒ. එස්. පෙරේරා	ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව, පේරාදෙණිය විශ්වවිද්‍යාලය.
කේ.කේ.ඩබ්ලිව්.සරත්කුමාර මයා	ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව, ජයවර්ධනපුර විශ්වවිද්‍යාලය.
පී.ඩයස් මයා	ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව, ජයවර්ධනපුර විශ්වවිද්‍යාලය.
ආචාර්ය සමන් යාපා	ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව, ජයවර්ධනපුර විශ්වවිද්‍යාලය.
එස්. රාජේන්ද්‍රම් මයා	ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය.

භාෂා සංස්කරණය :	එන්. එස්. ගනේවත්ත මයා භාෂා සංස්කරණය
පරිගණක වදන් සැකසීම :	මොනිකා විජේකෝන්, කළමනාකරණ සහකාර I කේ. නෙලිකා සේනානි, කාර්මික සහකාර I
විවිධ සහාය :	එස්. හෙට්ටිආරච්චි, කළමනාකරණ සහකාර I ආර්. එම්. රූපසිංහ, කාර්යාල සහායක

ගුරු මාර්ගෝපදේශය පරිශීලනය සඳහා උපදෙස්

වර්ෂ 2015 දී හඳුන්වා දුන් ද්විතීයක අධ්‍යාපන ප්‍රතිසංස්කරණවලට අදාළ ව වර්ෂ 2017 දී උසස් පෙළ සඳහා නව අධ්‍යාපන ප්‍රතිසංස්කරණ හඳුන්වාදීම කළ යුතු ව ඇත. ඒ අනුව උසස් පෙළ ගණිතය විෂය යටතේ 12 ශ්‍රේණිය සඳහා නව ප්‍රතිසංස්කරණ හඳුන්වා දෙනු ලැබේ.

12 ශ්‍රේණියේ නව ගණිත ගුරු මාර්ගෝපදේශ ව්‍යුහය පහත පරිදි සකස් කර ඇත. එක් නිපුණතාවක් යටතේ නිපුණතා මට්ටම් කිහිපයක් ඇත. එක් එක් නිපුණතා මට්ටම යටතේ කාලච්ඡේද ගණන, ඉගෙනුම් පල සහ ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් ඉදිරිපත් කර ඇත. විශේෂයෙන් ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලියට අත්වැලක් යටතේ යෝජිත විෂය කරුණු පැහැදිලි කිරීම සහ ඉගැන්වීමට අවශ්‍ය මඟ පෙන්වීම ගුරුවරයාට පාඩම සංවිධානය කර ගැනීමට උපකාරී වනු ඇතැයි අපි අපේක්ෂා කරමු. තව ද අර්ථ දැක්වීම් සහ නිරූපණ ද නිවැරදි සංකල්ප සිසුන්ට ලබාදීම සඳහා ගුරුවරයාට උපකාරී වේ. 12 ශ්‍රේණියට අදාළ විෂය නිර්දේශය වාර තුනකට බෙදා ගුරු මාර්ගෝපදේශය සකස් කර ඇත.

පාඩම් අනුක්‍රමය සකස් කිරීමේ දී සිසුන්ගේ ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් පහසුව සහ ගුරුවරයාට ඉගැන්වීම සංවිධානයට පහසුව සැලසීම සඳහාත් ගණිත සංකල්පවල තිරස් හා සිරස් සමෝධානය සැලකිල්ලට ගෙන පාඩම් අනුක්‍රමය සකස් කර ඇත.

එවිට විෂය නිර්දේශයේ සඳහන් නිපුණතා අනුපිළිවෙළ සහ ගුරු මාර්ගෝපදේශයේ සඳහන් ඉගෙනුම් අනුක්‍රමය සමාන නොවේ. එබැවින් ගුරු මාර්ගෝපදේශයේ සඳහන් පාඩම් අනුක්‍රමයට අනුකූල ව පාඩම් සංවිධානය කර ක්‍රියාත්මක කිරීමට මෙයින් උපදෙස් ලබා දී ඇත.

යෝජිත ඉගෙනුම් පල සාක්ෂාත් කර ගැනීම සඳහා යෝජිත අත්වැලට අමතර ව ගුරුවරයා අවශ්‍ය අමතර විෂය කරුණු පිළිබඳ ව අවධානය යොමු කිරීම ඉතා වැදගත් වේ. තව ද අමතර සම්පත් ග්‍රන්ථ ඇසුරින් ඉගෙනුම් ඉගැන්වීම් සාක්ෂාත් කිරීම ගුරුවරයා විසින් සිදු කළ යුතු ව ඇත. 12 ශ්‍රේණියේ විෂය නිර්දේශයට අදාළ ව ඉගෙනීමට 12 ශ්‍රේණියට පිවිසෙන දරුවාගේ ගණිත සංකල්ප පිළිබඳ අවබෝධය කෙරෙහි ගුරුවරයාගේ විශේෂ අවධානය යොමු කළ යුතු ව ඇත. කුමක් නිසා ද 11 ශ්‍රේණියේ ගණිතය විෂයමාලාව සකස් කර ඇත්තේ විවිධ වූ පැතිකඩ ගැන අවධානය යොමු කොට නිසා අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර සාමාන්‍ය පෙළ සමත් සුළු සිසුන් පිරිසක් පමණක් සංයුක්ත ගණිතය හැදෑරීම සඳහා උසස් පෙළට පැමිණෙන බැවිනි. එබැවින් 11 ශ්‍රේණියේ ගණිතය විෂය සීමාවන් සහ 12 ශ්‍රේණියේ ගණිතය ඉගෙනීමට අවශ්‍ය ගණිත සංකල්ප පිළිබඳ ව දැනුම අතර සුළු සුළු වෙනස්කම් පැවතීමට ඉඩ ඇත. ඒ සඳහා අමතර ව ගුරුවරයාගේ අවධානය යොමු කළ යුතු ගණිත සංකල්ප පිළිබඳ ව විෂය නිර්දේශයේ සඳහන් ව ඇත. එම අමතර ගණිත සංකල්ප සිසුන් තුළ සාධනය සඳහා අවශ්‍ය මඟ පෙන්වීමට සකස් කළ **"ගණිතය පදනම් පාඨමාලාව"** සම්පත් ග්‍රන්ථය භාවිත කළ හැකි ය. එසේ නැතිනම් විෂය නිර්දේශයේ සඳහන් අමතර විෂය කරුණු සඳහා ගුරුවරයා විසින් සකස් කර ගනු ලබන ක්‍රියාකාරකම් භාවිත කළ යුතු වේ.

12 ශ්‍රේණියේ සම්පූර්ණ විෂය නිර්දේශය ආවරණය සඳහා කාලච්ඡේද 600ක් සඳහා ගුරු මාර්ගෝපදේශයේ මඟ පෙන්වා ඇත. එම යෝජිත කාලච්ඡේද ගුරු-සිසු අවශ්‍යතා අනුව වෙස් කර ගැනීමටත් සහ අදාළ පාඩම් ගුරුවරයාට පහසු පරිදි සකස් කර ගැනීමටත් ගුරුවරයාට නිදහස ඇත. එමෙන් ම පාසල පාදක කරගත් ඇගයීම් ක්‍රියාවලියක් යටතේ සිසු සාධනය තක්සේරු කිරීමට ද නිදහස ඇත.

මේ ආකාරයේ සුවිශේෂ වූ අංග රැසකින් සමන්විත නව ගුරු මාර්ගෝපදේශයෙහි යෝජිත පාඩම් සැලසුම් පන්ති කාමරයේ හා සිසුන්ගේ ස්වභාවය අනුව යම් යම් සංශෝධනවලට ලක් කිරීමේ හැකියාව ගුරුවරයාට ලැබී ඇත.

ඔබ විසින් සංශෝධනයට ලක් කරන හෝ නිර්මාණය කරනු ලබන පාඩම්, අධ්‍යක්ෂ, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව, ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය, මහරගම යන ලිපිනයට ලැබෙන්නට සලස්වන්නේ නම් කෘතඥ වන අතර, නව නිර්මාණ පිළිබඳ ව සමස්ත පාසල් පද්ධතිය දැනුම්වත් කිරීම සඳහා ක්‍රමවේදයක් සැලසුම් කිරීමට ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව සූදානම් ව සිටියි.

එස්. රාජේන්ද්‍රම් මයා
ව්‍යාපෘති නායක
12 - 13 ශ්‍රේණිය - ගණිතය

ජාතික පොදු අරමුණු

පුද්ගලයාට හා සමාජයට අදාළ වන ප්‍රධාන ජාතික අරමුණු කරා ළඟා වීම සිදහා පුද්ගලයින්ට සහ කණ්ඩායම්වලට ජාතික අධ්‍යාපන පද්ධතියට සහාය විය යුතු යි

වසර ගණනාවක් මුළුල්ලේ ශ්‍රී ලංකාවේ ප්‍රධාන අධ්‍යාපන වාර්තා සහ ලේඛන මගින් පුද්ගල හා ජාතික අවශ්‍යතා සපුරාලීම සිදහා අරමුණු නියම කරනු ලැබීයි සමකාලීන අධ්‍යාපන ව්‍යුහයන් හා ක්‍රියාවලින් තුළ දැකිය හැකි දුර්වලතා නිසා ධරණීය මානව සංවර්ධන සංකල්ප රාමුව ඇතුළත අධ්‍යාපනය තුළින් ළඟාකර ගත යුතු පහත දැක්වෙන අරමුණු සපුරා ගැනීම අධ්‍යාපන පද්ධතිය සිදහා වූ තම ඉදිරි දැක්ම ලෙසට ජාතික අධ්‍යාපන කොමිෂන් සභාව විසින් ප්‍රත්‍යක්ෂ කොට ගෙන ඇති

I මානව අභිමානයට ගරු කිරීමේ සංකල්පයක් මත පිහිටා ශ්‍රී ලාංකික බහුවිධ සමාජයේ සංස්කෘතික විවිධත්වය අවබෝධ කර ගනිමින් ජාතික ඒකාබද්ධතාව, ජාතික ඍජු ගුණය, ජාතික සමගිය, එකමුතුකම සහ සාමය ප්‍රවර්ධනය කිරීම තුළින් ජාතිය ගොඩ ගැනීම සහ ශ්‍රී ලාංකීය අනන්‍යතාව තහවුරු කිරීම

II වෙනස් වන ලෝකයක අභියෝගයන්ට ප්‍රතිචාර දක්වන අතර ජාතික උරුමයේ මාහැඟි දායාදයන් හිඳුනා ගැනීම සහ සංරක්ෂණය කිරීම

III මානව අයිතිවාසිකම් ගරු කිරීම, යුතුකම් හා වගකීම් පිළිබිද දැනුවත් වීම, හෘදයාංගම බැඳීමකින් යුතුව එකිනෙකා කෙරෙහි සැලකිලිමත් වීම යන ගුණාංග ප්‍රවර්ධනය කිරීමට ඉවහල් වන සමාජ සාධාරණත්ව සම්මතයන් සහ ප්‍රජාතන්ත්‍රික ජීවන රටාවක් ගැබ් වූ පරිසරයක් නිර්මාණ කිරීම සහ පවත්වා ගෙන යාමට සහාය වීම

IV පුද්ගලයින්ගේ මානසික හා ශාරීරික සුව සම්පත් සහ මානව අගයන්ට ගරු කිරීම මත පදනම් වූ තිරසර ජීවන ක්‍රමයක් ප්‍රවර්ධනය කිරීම

V සුසමාහිත වූ සමබර පෞරුෂයක් සිදහා නිර්මාපණ හැකියාව, ආරම්භක ශක්තිය, විචාරශීලී චින්තනය, වගකීම හා වගවීම ඇතුළු වෙනත් ධනාත්මක අංග ලක්ෂණ සංවර්ධනය කිරීම

VI පුද්ගලයාගේ සහ ජාතියේ ජීවගුණය වැඩිදියුණු කෙරෙන සහ ශ්‍රී ලංකාවේ ආර්ථික සංවර්ධනය සිදහා දායක වන ඵලදායි කාර්යයන් සිදහා අධ්‍යාපන තුළින් මානව සම්පත් සංවර්ධනය කිරීම

VII ශීඝ්‍රයෙන් වෙනස් වන ලෝකයක් තුළ සිදු වන වෙනස්කම් අනුව හැඩගැස්වීමට හා ඒවා පාලනය කර ගැනීමට පුද්ගලයින් සුදානම් කිරීම සහ සංකීර්ණ හා අනපේක්ෂිත අවස්ථාවන්ට සාර්ථක ව මුහුණ දීමේ හැකියාව වර්ධනය කිරීම

VIII ජාත්‍යන්තර ප්‍රජාව අතර ගෞරවනීය ස්ථානයක් හිමි කර ගැනීමට දායක වන යුක්තිය සමානත්වය සහ අන්‍යෝන්‍ය ගරුත්වය මත පදනම් වූ ආකල්ප හා කුසලතා පෝෂණය කිරීම

පොදු නිපුණතා සමූහ

අධ්‍යාපනය තුළින් වර්ධනය කෙරෙන පහත දැක්වෙන මූලික නිපුණතා ඉහත සඳහන් ජාතික අරමුණු මුදුන්පත් කර ගැනීමට දායක වනු ඇත.

(i) **සන්නිවේදන නිපුණතා**

සාක්ෂරතාව, සංඛ්‍යා පිළිබඳ දැනුම, රූපක භාවිතය සහ තොරතුරු තාක්ෂණය ප්‍රවීණත්වය යන අනුකාණ්ඩ හතරක් මත සන්නිවේදන නිපුණතා පදනම් වේ.

සාක්ෂරතාව : සාවධානව ඇහුම්කන් දීම, පැහැදිලි ව කතා කිරීම, තේරුම් ගැනීම සඳහා කියවීම, නිවැරදි ව සහ නිරවුල් ව ලිවීම, ඵලදායී අයුරින් අදහස් හුවමාරු කර ගැනීම

සංඛ්‍යා පිළිබඳ දැනුම : භාණ්ඩ, අවකාශය හා කාලය, ගණන් කිරීම, ගණනය සහ මිනුම් සඳහා ක්‍රමානුකූල ඉලක්කම් භාවිතය

රූපක භාවිතය : රේඛා සහ ආකෘති භාවිතයෙන් අදහස් පිළිබිඹු කිරීම සහ රේඛා, ආකෘති සහ වර්ණ ගලපමින් විස්තර, උපදෙස් හා අදහස් ප්‍රකාශනය හා වාර්තා කිරීම

තොරතුරු තාක්ෂණ ප්‍රවීණත්වය: පරිගණක දැනුම සහ ඉගෙනීමේ දී ද සේවා පරිශ්‍රයන් තුළ දී ද පෞද්ගලික ජීවිතයේ දී ද තොරතුරු සහ සන්නිවේදන තාක්ෂණය උපයෝගී කර ගැනීම

(ii) **පෞරුෂත්ව වර්ධනය අදාළ නිපුණතා**

- නිර්මාණශීලී බව, අපසාරී චින්තනය, ආරම්භක ශක්තිය, තීරණ ගැනීම, ගැටලු නිරාකරණය කිරීම, විචාරශීලී හා විග්‍රාත්මක චින්තනය, කණ්ඩායම් හැඟීමෙන් කටයුතු කිරීම, පුද්ගලාන්තර සබඳතා, නව සොයා ගැනීම් සහ ගවේෂණය වැනි වර්ගීය කුසලතා
- ඍජු ගුණය, ඉවසා දරා සිටීමේ ශක්තිය සහ මානව අභිමානයට ගරු කිරීම වැනි අගයයන්
- චිත්තවේගී බුද්ධිය

(iii) **පරිසරයට අදාළ නිපුණතා**

මෙම නිපුණතා සාමාජික, ජෛව සහ භෞතික පරිසරයන්ට අදාළ වේ.

සමාජ පරිසරය : ජාතික උරුමයන් පිළිබඳ අවබෝධය, බහුවාර්ගික සමාජයක සාමාජිකයන් වීම හා සම්බන්ධ සංවේදීතාව හා කුසලතා, සාධාරණ යුක්තිය පිළිබඳ හැඟීම, සමාජ සම්බන්ධතා, පුද්ගලික චර්යාව, සාමාන්‍ය හා නෛතික සම්ප්‍රදායයන්, අයිතිවාසිකම්, වගකීම්, යුතුකම් සහ බැඳීම්

ජෛව පරිසරය : සජීවී ලෝකය, ජනතාව සහ ජෛව පද්ධතිය, ගස්වැල්, වනාන්තර, මුහුදු, ජලය, වාතය සහ ජීවය- ශාක, සත්ත්ව හා මිනිස් ජීවිතයට සම්බන්ධ වූ අවබෝධය, සංවේදී බව හා කුසලතා

භෞතික පරිසරය : අවකාශය, ශක්තිය, ඉන්ධන, ද්‍රව්‍ය, භාණ්ඩ සහ මිනිස් ජීවිතයට ඒවායේ ඇති සම්බන්ධතාව, ආහාර, ඇඳුම්, නිවාස, සෞඛ්‍ය, සුව පහසුව, නින්ද, නිස්කලංකය, විවේකය, අපද්‍රව්‍ය සහ මළපහ කිරීම යනාදිය හා සම්බන්ධ වූ අවබෝධය, සංවේදීතාව හා කුසලතාව, ඉගෙනීම, වැඩ කිරීම සහ ජීවත් වීම සඳහා මෙවලම් සහ තාක්ෂණය ප්‍රයෝජනයට ගැනීමේ කුසලතා මෙහි අඩංගු වේ.

(iv) **වැඩ ලෝකයට සූදානම් වීමේ නිපුණතා**
ආර්ථික සංවර්ධනයට දායක වීම
තම වෘත්තීය ලැදියා සහ අභියෝගතා හඳුනා ගැනීම
හැකියාවන්ට සරිලන අයුරින් රැකියාවක් තෝරා ගැනීම සහ වාසිදායක හා තිරසාර ජීවනෝපායක නිරත වීම
යන හැකියාවන් උපරිම කිරීමට හා ධාරිතාව වැඩි කිරීමට අදාළ සේවා නියුක්තිය හා සම්බන්ධ කුසලතා

(v) **ආගම සහ ආචාර ධර්මයන්ට අදාළ නිපුණතා**
පුද්ගයන්ට තම දෛනික ජීවිතයේ දී ආචාරධර්ම, සදාචාරාත්මක හා ආගමානුකූල හැසිරීම් රටාවන්ට අනුගත වෙමින් වඩාත් උචිත දේ තෝරා එයට සරිලන සේ කටයුතු කිරීම සඳහා අගයයන් උකහා ගැනීම හා ස්වීයකරණය

(vi) **ක්‍රීඩාව සහ විවේකය ප්‍රයෝජනයට ගැනීමේ නිපුණතා**
සෞන්දර්යය, සාහිත්‍යය, සෙල්ලම් කිරීම, ක්‍රීඩා හා මලල ක්‍රීඩා, විනෝදාංශ හා වෙනත් නිර්මාණාත්මක ජීවන රටාවන් තුළින් ප්‍රකාශ වන විනෝදය, සතුට, ආවේග සහ එවන් මානුෂික අත්දැකීම්

(vii) **"ඉගෙනීමට ඉගෙනීම" පිළිබඳ නිපුණතා**
ශීඝ්‍රයෙන් වෙනස් වන, සංකීර්ණ හා එකිනෙකා මත යැපෙන ලෝකයක පරිවර්තන ක්‍රියාවලියක් හරහා වෙනස්වීම් හසුරුවා ගැනීමේ දී හා ඊට සංවේදී ව හා සාර්ථක ව ප්‍රතිචාර දැක්වීමත් ස්වාධීනව ඉගෙන ගැනීමත් සඳහා පුද්ගලයින් හට ශක්තිය ලබාදීම

පටුන

	පිටුව
අධ්‍යක්ෂ ජනරාල්තුමියගේ පණිවිඩය	iv
අධ්‍යක්ෂතුමාගේ පණිවිඩය	v
විෂයමාලා කමිටුව	vi
ගුරු මාර්ගෝපදේශය පරිශීලනය සඳහා උපදෙස්	vii
ජාතික පොදු අරමුණු	viii
පොදු නිපුණතා සමූහ	x
ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා උපදෙස්	
පළමු වාරය	1
දෙවන වාරය	27
තුන්වන වාරය	50
පාසල පදනම් කරගත් තක්සේරුකරණය	68

පළමු වාරය

ගණිතය - I

නිපුණතාව 13 : **ගැටලු විසඳීමට ශ්‍රිතයක ව්‍යුත්පන්නය භාවිත කරයි.**

නිපුණතා මට්ටම 13.1 : ශ්‍රිතයක ව්‍යුත්පන්නය විවරනය කරයි.

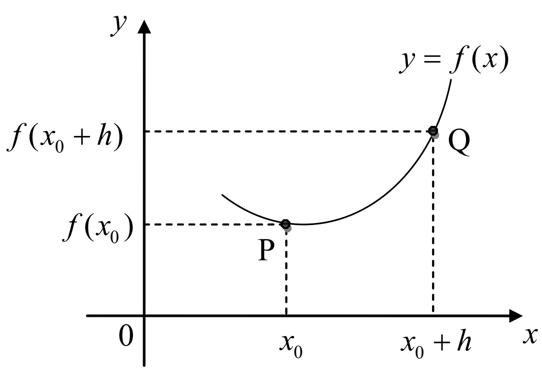
කාලච්ඡේද ගණන : 04

ඉගෙනුම් පලය :

1. ලක්ෂ්‍යයකදී ව්‍යුත්පන්නය අර්ථ දක්වයි
2. ලක්ෂ්‍යයකදී වක්‍රයකට ඇඳි ස්පර්ශක රේඛාව හා එහි බෑවුම ලබා ගනියි.
3. වෙනස් වීමේ සීඝ්‍රතාව ව්‍යුත්පන්නය ලෙස විස්තර කරයි.
4. වෙනස් වීමේ සීඝ්‍රතාව යොදා ගනියි.

ඉගෙනුම් ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලියට අත්වැලක් :

1. y යනු x හි ශ්‍රිතයක් යයි සිතමු. එවිට $y = f(x)$ වේ.



P යනු x ඛණ්ඩාංකය x_0 වන $y = f(x)$ වක්‍රය මත අචල ලක්ෂ්‍යයක් යයි ගනිමු. එවිට $P = \left(x_0, f(x_0)\right)$.

$y = f(x)$ වක්‍රය මත P ට ආසන්න Q ලක්ෂ්‍යය සලකන්න. Q හි x ඛණ්ඩාංකය $x+h$ යයි සිතමු. එවිට $Q \equiv \left(x_0 + h, f(x_0 + h)\right)$ වේ.

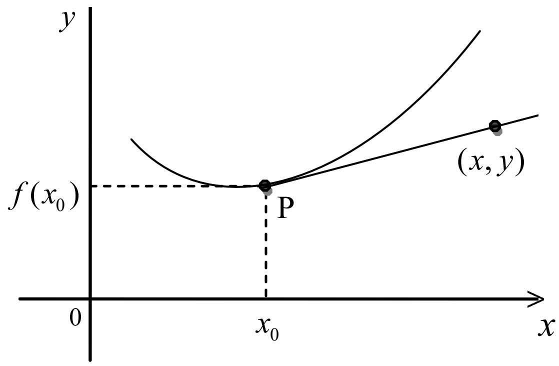
m_{PQ} මගින් PQ ඡේදන රේඛාවේ බෑවුම දක්වන්නේ යයි සිතමු.

එවිට $m_{PQ} = \dfrac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{x_0 + h - x_0}$; $h \neq 0$ සඳහා

$$= \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} \quad ; h \neq 0 \text{ සඳහා}$$

$\lim_{h\to 0} m_{PQ}$ තාත්වික අගයක් පවතී නම්, එවිට එය P හිදී $y = f(x)$ වක්‍රයට ඇඳි ස්පර්ශක රේඛාවේ අනුක්‍රමණය m ලෙස අර්ථ දක්වයි.

එනම්, $m_{PQ} = \lim_{h\to 0} \dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$



P හිදී $y = f(x)$ වක්‍රයට වූ ස්පර්ශක රේඛාවේ සමීකරණය

$y - f(x_0) = m_{PQ}(x - x_0)$

2. ස්පර්ශක රේඛාවේ බෑවුම අර්ථ දැක්වීමට භාවිත කරන $\lim_{h\to 0} \dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ සඳහා නමක් හා අංකනයක් ඇත්තේ එය තවත් බොහෝ අවස්ථාවල දී යොදාගන්නා බැවිනි. $\lim_{h\to 0} \dfrac{f(x+h)-f(x_0)}{h}$ ට පරිමිත අගයක් පවතී නම් එයට $x = x_0$ හිදී $f(x)$ හි $x = x_0$ ව්‍යුත්පන්නය යයි කියන අතර එය $f'(x_0)$ මගින් දක්වයි. එනම් $f'(x_0)$ පවතීනම්, $x = x_0$ හිදී $f(x)$ ශ්‍රිතය අවකලනය වේ යයි කියනු ලැබේ.

සුදුසු උදාහරණ යොදා ගනිමින් පහත අවස්ථාවල දී $x = x_0$ දී $f(x)$ හි ව්‍යුත්පන්නය නොපවතින බව පෙන්වා දෙන්න.

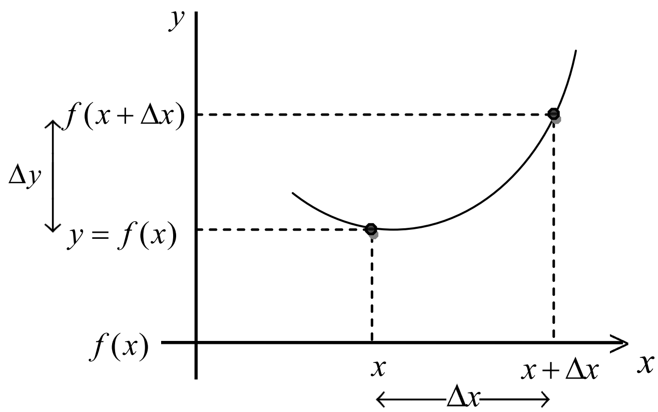
- $\lim_{h\to o} \dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ නොපවතී.
- $\lim_{h\to 0} \dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ පරිමිත නොවේ.

f හි ව්‍යුත්පන්නය පවතින සියලුම x අගයන් ඇතුළත් වසම තුළ f' ශ්‍රිතයට $f(x)$ හි ව්‍යුත්පන්නය යයි කියනු ලැබේ.

එනිසා $(f')(x) = f'(x)$ සහ

මෙහි $f'(x) = \lim_{h\to 0} \dfrac{f(x+h)-f(x)}{h}$

3. $y = f(x)$ මගින් දෙනු ලබන x හි ශ්‍රිතයයි ගනිමු. ඕනෑම x අගයක් සඳහා x හි වෘද්ධිය Δx යැයි ගනිමු. එවිට x හා $x+\Delta x$ එහි අන්ත ලක්ෂ්‍යය වන සංවෘත ප්‍රාන්තරය තුල x හි වෙනස Δx වේ.



x අගයෙහි Δx වෙනස් වීමට අනුරූප y අගයෙහි වෙනස් වීම Δy මගින් දක්වමු. එය $f(x+\Delta x)-f(x)$ ට සමාන වේ. එම නිසා x හා $x+\Delta x$ අන්ත ලක්ෂ්‍යය වූ සංවෘත ප්‍රාන්තරයේ x ට අනුබද්ධව y හි වෙනස් වීමේ සාමාන්‍ය සීඝ්‍රතාව $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ වේ.

මෙය $\dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$

Δx යනු සංකේතයක් බවත් එය Δ හා x හි ගුණිතය නොවන බවත් සිසුන්ට අවධාරණය කරන්න.

x ට අනුබද්ධව y හි වෙනස් වීමේ (ක්ෂණික) සීඝ්‍රතාව

$\lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$ ලෙස අර්ථ දක්වමු. මෙම සීමාව තාත්වික සංඛ්‍යාවක් ලෙස පවතින බව දී ඇත.

$\lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = f'(x)$ සලකන්න.

$\lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta y}{\Delta x}$, $\dfrac{dy}{dx}$ මගින් ද දක්වයි.

එනයින් $f'(x)$, $\dfrac{dy}{dx}$ ම වේ.

4. ව්‍යුත්පන්නයේ භාවිත ඇතුළත් ගැටලු විසඳීම සිසුන්ට මග පෙන්වන්න.

නිපුණතා මට්ටම 13.2 : බහුපද, ඝාතීය හා ලඝුගණක ශ්‍රිතවල ව්‍යුත්පන්න සොයයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 06

ඉගෙනුම් පල : 1. පහත දෑ සඳහා සූත්‍ර ලබා ගනියි.

- $\dfrac{dx^n}{dx} = nx^{n-1}$

- $\dfrac{de^x}{dx} = e^x$

- . $x > 0$ සඳහා $\dfrac{d\,ln(x)}{dx} = \dfrac{1}{x}$;

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලියට අත්වැලක් :

1. x^2, x^4 වැනි සරල ශ්‍රිතවල ව්‍යුත්පන්නය ලබා ගන්න.

$\lim\limits_{x \to a}\left(\dfrac{x^n - a^n}{x - a}\right) = na^{x-1}$ x^n හි ව්‍යුත්පන්නය ලබා ගන්න.

මෙහි n යනු පරිමේය සංඛ්‍යාවකි.

- $1 + \dfrac{x}{1!} + \dfrac{x^2}{2!} + \ ...+ \dfrac{x^n}{n!} + ...$ අපරිමිත ශ්‍රේණියේ එකතුව e^x මගින් ලැබෙන බව ප්‍රකාශ කරන්න.

- e^x ට ප්‍රකෘති ඝාතීය ශ්‍රිතය යයි කියනු ලැබේ.

- • $\lim\limits_{x \to \infty} e^{-x} = 0$

  • $\lim\limits_{x \to \infty} e^{x} = \infty$

  • $\dfrac{de^x}{dx} = e^x$ බව ප්‍රකාශ කරන්න.

  ප්‍රකෘති ඝාතීය ශ්‍රිතය ඇතුළත් ගැටලු විසඳීමට සිසුන්ට මග පෙන්වන්න.

- $y = \ln\, x$ නම් හා නම්ම පමණක් $x = e^y$ මගින් $x > 0$ සඳහා $\ln x$ අර්ථ දක්වයි. $\ln x$ ට x හි ප්‍රකෘති ලඝුගණක ශ්‍රිතය යයි කියනු ලැබේ.

- $\ln x$, $x > 0$ සඳහා පමණක් අර්ථ දැක්වේ.
- $x \in \mathbb{R}$ සඳහා $\ln(e^x) = x$
- $x > 0$ සඳහා $e^{\ln x} = x$
- $\dfrac{d}{dx}(\ln x) = \dfrac{1}{x}$, $x > 0$ සඳහා ලබා ගන්න.

$\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(a^x) = \ln x . a^x$; $x > 0$ යන ප්‍රතිඵලය අපෝහණය කරන්න.

$\ln x, x > 0$ ආශ්‍රිත ගැටළු විසඳීම සඳහා සිසුන් යොමු කරන්න.

නිපුණතා මට්ටම 13.3 : ශ්‍රිතයන් දෙකක එකතුව, ගුණිතය හා බෙදීම සඳහා ව්‍යුත්පන්නය ලබා ගැනීමට පවතින සූත්‍ර භාවිත කරයි. එම සූත්‍ර ගැටලු විසඳීමට යොදා ගනියි.

කාලච්ඡේද ගණන : 05

ඉගෙනුම් පල : 1. ශ්‍රිතයන් දෙකක එකතුව, ගුණිතය හා බෙදීම සඳහා වූ සූත්‍ර ව්‍යුත්පන්න කර ශ්‍රිතයක් අවකලනය කිරීමට යොදා ගනියි.

2. ඉහත නීති ගැටලු විසඳීමට භාවිත කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1.
- K නියතයක් විට
  - $f(x)=K$, නම් එවිට $f'(x)=0$
  - $f(x)=K\,g(x)$ නම් එවිට $f'(x)=K\,g'(x)$ බව ප්‍රකාශ කරන්න.

- ආකලන නීතිය හෝ ව්‍යාකලන නීතිය

  $f(x)=g(x)\pm h(x)$ නම් එවිට $f'(x)=g'(x)\pm h'(x)$

- ගුණන නීතිය

$$\frac{d}{dx}[f(x)\cdot g(x)]= f(x)\frac{d}{dx}[g(x)]+g(x)\frac{d}{dx}[f(x)]$$

$$= f(x).g'(x)+g(x).f'(x)$$ බව ප්‍රකාශ කරන්න.

- බෙදීමේ නීතිය

$$\frac{d}{dx}\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]=\frac{g(x)\frac{d}{dx}[f(x)]-f(x)\frac{d}{dx}[g(x)]}{\{g(x)\}^2};\quad g(x)\neq 0$$ වන විට

$$=\frac{g(x).f(x)-f(x).g(x)}{\{g(x)\}^2}$$

2. ආකලන නීතිය, ගුණන නීතිය හා බෙදීමේ නීතිය ඒවා භාවිත කළ හැකි අවස්ථාවලදී යොදා ගනිමින් ශ්‍රිතයක් අවකලනය කිරීමට සිසුන්ට මග පෙන්වන්න.

නිපුණතා මට්ටම 13.4 : ව්‍යුත්පන්න සෙවීම සඳහා දාම නීතිය භාවිත කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 06

ඉගෙනුම් පල : සංයුක්ත ශ්‍රිතවල ව්‍යුත්පන්න සෙවීමට දාම නීතිය යොදයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලියට අත්වැලක් :

1. y යනු u හි අවකල්‍ය ශ්‍රිතයක් නම් හා u යනු xහි අවකල්‍ය ශ්‍රිතයක් නම්, y යනු x හි අවකල්‍ය ශ්‍රිතයක් වන අතර

   $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{dy}{du} \cdot \dfrac{du}{dx}$ වේ.

   මෙයට දාම නීතිය යයි කියනු ලැබේ.

   - $y = f(x)$ මගින් අර්ථ දැක්වෙන ශ්‍රිතය $g(x, y) = 0$ සමීකරණය සපුරාලයි නම්
     එයට අධ්‍යාහෘත ශ්‍රිතයක් යයි කියනු ලැබේ. මෙය උදාහරණ භාවිත කර පැහැදිලි කරන්න.

   - $g(x, y) = 0$ සමීකරණයෙන් අර්ථ දැක්වෙන $y = f(x)$ අධ්‍යාහෘත ශ්‍රිතයේ ව්‍යුත්පන්නය ලබාගැනීමේ දී, $g(x, y) = 0$ සමීකරණය විසඳීම (සමහරවිට එය කළ නොහැක) හෝ y යන්න x අනුබද්ධයෙන් ලිවීම හෝ අත්‍යවශ්‍ය නොවන අතර, එය ලබාගැනීම දාම නීතිය යොදා $g(x, y) = 0$ සමීකරණය අවකලනයෙන් කළ හැකි ය.

   - C වක්‍රයක් $x = f(t)$ හා $y = g(t)$ පරාමිතික සමීකරණ මගින් අර්ථ දැක්වෙන විට $\dfrac{dy}{dx}$ සෙවීමට සිසුන්ට මග පෙන්වන්න. මෙහි t යනු පරාමිතියකි.

   - ඉහත යෙදුම් භාවිතාකර ගැටළු විසඳීමට සිසුන් යොමුකරවන්න.

නිපුණතා මට්ටම 13.5 : ව්‍යුත්පන්නය භාවිත කර ශ්‍රිතයක හැසිරීම නිර්ණය කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 04

ඉගෙනුම් පල : 1. අවකලනය භාවිතයෙන් වැඩිවන හා අඩුවල ශ්‍රිත විස්තර කරයි.

2. ස්ථාවර ලක්ෂ්‍යය සොයයි.

3. ස්ථානීය උපරිම හා ස්ථානීය අවම සොයයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1.
   - I ප්‍රාන්තරය මත වැඩිවන $f(x)$ ශ්‍රිතය $x_1, x_2, \in I$ හා $x_1, < x_2$ වන විට $f(x_1) \leq f(x_2)$ වන සේ වූ ශ්‍රිතයක් ලෙස විස්තර කරන්න.
   - $x \in I,$ සඳහා $f'(x) > 0$ නම් එවිට $f(x)$ නිතිමතින් I මත වැඩිවන ශ්‍රිතයක් බව පැහැදිලි කරන්න.
   - I ප්‍රාන්තරය මත අඩුවන $f(x)$ ශ්‍රිතය $x_1, x_2, \in I$ හා $x_1, < x_2$ වන විට $f(x_1) \geq f(x_2)$ වන සේ වූ ශ්‍රිතයක් ලෙස විස්තර කරන්න.
   - $x \in I,$ සඳහා $f'(x) < 0$ නම් එවිට $f(x)$ නිතිමතින් I මත අඩුවන ශ්‍රිතයක් බව පැහැදිලි කරන්න.
2.
   - ශ්‍රිතයක ව්‍යුත්පන්නය ශුන්‍ය වන ලක්ෂ්‍යය, ශ්‍රිතයේ ස්ථාවර ලක්ෂ්‍යයක් වේ. එමනිසා, $f'(c) = 0$ නම්, $x = c$ හිදී ශ්‍රිතයට ස්ථාවර ලක්ෂ්‍යයක් ඇත. සුදුසු උදාහරණ මගින් පැහැදලි කරන්න.
3.
   - සියලු $x \in (c - \delta, c + \delta),$ සඳහා $f(x) \leq f(c)$ වන පරිදි $\delta > 0$ පවතී නම් එවිට $f(x)$ ට $x = c$ හිදී උපරිමයක් පවතින බව ප්‍රකාශ කරන්න.
   - සියලු $x \in (c - \delta, c + \delta),$ සඳහා $f(x) \geq f(c)$ වන පරිදි $\delta > 0$ පවතී නම් එවිට $f(x)$ ට $x = c$ හිදී අවමයක් පවතින බව ප්‍රකාශ කරන්න.
   - ස්ථානීය උපරිම හා ස්ථානීය අවම සඳහා පළමු ව්‍යුත්පන්න පරීක්ෂාව විස්තර කරන්න.
   - ස්ථානීය උපරිමයක් හෝ ස්ථානීය අවමයක් නොවන ස්ථාවර ලක්ෂ්‍යය පවතින බව ප්‍රකාශ කරන්න.
   - $f'(c) = 0$ වන නමුත් ස්ථානීය උපරිමයක් හෝ ස්ථානීය අවමයක් නොවන ලක්ෂ්‍ය සඳහා උදාහරණ මගින් සාකච්ඡා කරන්න.
   - නතිවර්තන ලක්ෂ්‍යය හඳුන්වා දෙන්න.

නිපුණතා මට්ටම 13.6 : ව්‍යුත්පන්නය භාවිත කර සරල වක්‍රවල දළ සටහන් අඳියි.

කාලච්ඡේද ගණන : 07

ඉගෙනුම් පල : 1. ව්‍යුත්පන්නය භාවිත කර සරල වක්‍රවල දළ සටහන් අඳියි.

2. සිරස් හා තිරස් ස්පර්ශෝන්මුඛ ප්‍රකාශ කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. ශ්‍රිත ව්‍යුත්පන්න භාවිත කර ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන් ඇඳීමට සිසුන්ට මග පෙන්වන්න.

2. ස්පර්ශෝන්මුඛ ඇති ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන් ඇඳීමට සිසුන්ට මග පෙන්වන්න.

   සිරස් හා තිරස් ස්පර්ශෝන්මුඛ පමණක් අපේක්ෂා කෙරේ.

නිපුණතා මට්ටම 13.7 : සාපේක්ෂ ශ්‍රීඝ්‍රතා ඇතුළත් ගැටලු විසඳීමට ව්‍යුත්පන්නය භාවිත කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 08

ඉගෙනුම් පල : 1. සාපේක්ෂ ශ්‍රීඝ්‍රතා ඇතුළත් ගැටලු විසඳයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. සාපේක්ෂ ශ්‍රීඝ්‍රතා ඇතුළත් ගැටලු විසඳීමට සිසුන්ට මග පෙන්වන්න.

ගණිතය - II

නිපුණතාව 04 : **අහඹු සංසිද්ධි ගණිතමය ලෙස විශ්ලේශණය කරයි.**

නිපුණතා මට්ටම 4.3 : අසම්භාව්‍ය සම්භාවිතාවේ පදවලින් සිද්ධියක විය හැකියාව විස්තර කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 08

ඉගෙනුම් පල :
1. අසම්භාව්‍ය සම්භාවිතාව අර්ථ දක්වයි.
2. අසම්භාව්‍ය සම්භාවිතාව සහිත ප්‍රමේයයන් ප්‍රකාශ කර සාධනය කරයි.
3. අසම්භාව්‍ය සම්භාවිතාව ඇතුළත් ගැටලු විසඳයි.
4. සිද්ධි දෙකකට වඩා වැඩි ගණනක් සඳහා නීතිය භාවිත කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. සසම්භාවී පරීක්ෂණයක නියදි අවකාශය S හා A හා B යනු $P(B)>0$ ලෙස වූ S හි සිද්ධි දෙකක් යයි ගනිමු. B සිදු වී ඇතැයි දී ඇති විට A සිද්ධිය සිදුවීමේ අසම්භාව්‍ය සම්භාවිතාව $P(A|B)$ මගින් දක්වන අතර $P(A|B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}$ ලෙස අර්ථ දක්වන්න.
2. පහත ප්‍රතිඵල සාධකය කරන්න.

- $P(A)>0$ නම් එවිට $P(\phi|A)=0$
- $$P(\phi|A)=\frac{P(\phi\cap A)}{P(A)}=\frac{P(\phi)}{P(A)}=\frac{0}{P(A)}=0$$
- $A,B\in S$ නම් හා $P(B)>0$ එවිට $P(A'|B)=1-P(A|B)$
- $P(B'|A)=\dfrac{P(B'\cap A)}{P(A)}$
- $P(B'\cap A)=P(A)-P(A\cap B)\quad [\because P(A)=P(A\cap B)+P(A\cap B')]$

එනයින් $P(A'|B)=\dfrac{P(B)-P(A\cap B)}{P(B)}=1-P(A|B)$

එමනිසා $P(A'|B)=1-P(A|B)$

3.
- අසම්භාව්‍ය සම්භාවිතාව ඇතුළත් ගැටලු විසඳීමට සිසුන්ට මග පෙන්වන්න.
- අසම්භාව්‍ය සම්භාවිතාව විස්තර කිරීමට රුක් සටහන භාවිත කරන්න.
- රුක් සටහන භාවිත කර අසම්භාව්‍ය සම්භාවිතාව ඇතුළත් ගැටලු විසඳීමට සිසුන්ට මග පෙන්වන්න.

4. සිද්ධි දෙකකට වඩා වැඩි ගණනක් සඳහා දාම නීතිය භාවිත කරන්න

නිපුණතා මට්ටම 4.4 : සසම්භාවී සිද්ධි දෙකක ස්වායත්තතාව විවරණය කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 04

ඉගෙනුම් පල :
1. සිද්ධි දෙකක ස්වායත්තතාව අර්ථ දක්වයි.
2. යුගල වශයෙන් ස්වායත්තතාව අර්ථ දක්වයි.
3. අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් ස්වායත්තතාව අර්ථ දක්වයි.
4. සිද්ධි දෙකක හෝ තුනක ස්වායත්තතාව ගැටලු විසඳීම සඳහා භාවිත කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. A_1 හා A_2 යනු සිද්ධි අවකාශයේ සිද්ධි දෙකක් යනු ගනිමු.

   A_1 හා A_2 ස්වායත්ත යයි කියනු ලබන්නේ $P(A_1 | A_2) = P(A_1)$ නම් හා නම්ම පමණි

   එවිට A_1 හා A_2 ස්වායත්ත බව පෙන්විය හැක.

   - A හා B ස්වායත්ත සිද්ධි නම් එවිට $P(A_1 \cap A_2) = P(A_1).P(A_2)$
     - A_1 හා A_2'
     - A_1' හා A_2
     - A_1' හා A_2' ද ස්වායත්ත සිද්ධි වේ.

2. සසම්භාවී පරික්ෂණයක S නියදි අවකාශයකට අනුරූප සිද්ධි අවකාශයක $A_1,\ A_2,\ A_3$ සිද්ධි තුනක් යයි ගනිමු.

   $P(A_1 \cap A_2) = P(A_1).P(A_2)$

   $P(A_2 \cap A_3) = P(A_2).P(A_3)$

   $P(A_3 \cap A_1) = P(A_3).P(A_1)$

   නම් එවිට A_1, A_2, A_3 යුගල වශයෙන් ස්වායත්ත සිද්ධි යයි ද

3. සසම්භාවී පරික්ෂණයක S නියදි අවකාශයකට අනුරූප සිද්ධි අවකාශයක $A_1,\ A_2,\ A_3$ සිද්ධි තුනක් යයි ගනිමු.

$P(A_1 \cap A_2) = P(A_1).P(A_2)$

$P(A_2 \cap A_3) = P(A_2).P(A_3)$

$P(A_3 \cap A_1) = P(A_3).P(A_1)$ සහ

$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = P(A_1).P(A_2).P(A_3)$

නම් එවිට A, B හා C ස්වායත්ත සිද්ධි යයි කියලු ලැබේ.

සැලකිය යුතුයි : යුගල වශයෙන් ස්වායත්ත වේ යන්නෙන් අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් ස්වායත්ත වේ යන්න ගම්‍ය නොවේ.

4.
- අසම්භාව්‍ය සම්භාවිතාව ඇතුළත් ගැටලු විසඳීමට සිසුන්ට මඟ පෙන්වන්න.
- සිද්ධි දෙකක් සඳහා ගුණන නීතිය ප්‍රකාශ කරන්න.

  පරික්ෂණයක A_1 හා A_2, $P(A_1) > 0$ වන සිද්ධි දෙකක් යයි ගන්න

  $$P(A_1 \cap A_2) = P(A_1).P(A_2 \backslash A_1)$$

  සිද්ධි තුනක් සඳහා ගුණන නීතිය ප්‍රකාශ කරන්න.

  පරික්ෂණයක A_1 හා A_2, $P(A_1) > 0$ වන සිද්ධි දෙකක් යයි ගන්න Let

  මෙහි $P(A_1) > 0$. $P(A_1 \cap A_2) > 0$ වේ

  $$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = P(A_1)P(A_2|A_1).P(A_3 \mid A_1 \cap A_2)$$

- රුක් සටහන් මාර්ගයෙන් සිද්ධි දෙකක් සඳහා ගුණන නීතිය ද, සිද්ධි තුනක් සඳහා ගුණන නීතිය ද, විස්තර කරන්න.
- ගුණන නීතිය භාවිතයෙන් ගැටළු විසඳීමට සිසුන්ට මඟ පෙන්වන්න.

නිපුණතා මට්ටම 4.5 : මුලු සම්භාවිතා ප්‍රමේයයේ ආපෝහනයක් ලෙස බේයස් ප්‍රමේයය භාවිත කරයි.

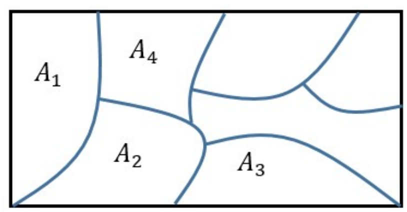
කාලච්ඡේද ගණන : 08

ඉගෙනුම් පල :
1. නියැදි අවකාශයේ විභාගනය අර්ථ දක්වයි.
2. මුලු සම්භාවිතා ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කරයි.
3. මුලු සම්භාවිතා ප්‍රමේයය සාධනය කරයි.
4. බේයස් ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කර සාධනය කරයි.
5. බේයස් ප්‍රමේයය භාවිත කර ගැටළු විසඳයි

ඉගෙනුම් -ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලියට සඳහා අත්වැලක් :

1. එක්තරා S නියදි අවකාශයක් මත අර්ථ දක්වෙන $A_1, A_2, A_3, ..., A_n$ සිද්ධි නියැදි අවකාශයේ විභාගනයක් යයි කියනු ලබන්නේ $A_1, A_2, A_3, ..., A_n$ යන්න පහත අවශ්‍යතා තෘප්ත කරන අවස්ථාවේ දීය.

- $A_i \cap A_j = \phi$ සියලු $i \neq j$ සඳහා (අන්‍යොන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර)
- $\overset{n}{\underset{i=1}{U}} A_i = S$ (සමූහිකව නිරවශේෂ)
- $A_i \neq \phi$ සියලු i සඳහා



2. සසම්භාවී පරීක්ෂණයක $\{A_1, A_2, ... A_n\}$ S නියැදි අවකාශයේ විභාගනයන් ලෙස ගනිමු. B යනු එම S නියදි අවකාශය හා සම්බන්ධ සිද්ධි අවකාශයේ සිද්ධියක් නම්

$$P(B) = \sum_{i=1}^{n} P(B|A_i).P(A_i)$$ මෙය මුළු සම්භාවිතා ප්‍රමේයය ලෙස අර්ථ දක්වේ.

3. සාධනය : $B = (B \cap A_1) \cup (B \cap A_2) \cup .... \cup (B \cap A_n)$

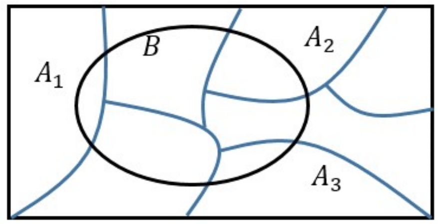
$$= \overset{n}{\underset{i=1}{U}} B \cap A_i$$

$$\therefore P(B) = P\left\{\overset{n}{\underset{i=1}{U}}(B \cap A_i)\right\}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} P(B \cap A_i)$$ ($(A_i \cap B)$ අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාරවේ.)

$$= \sum_{i=1}^{n} P(B|A_i).P(A_i)$$

4. බේයස් ප්‍රමේය



$A_1, A_2, ... A_n$ යනු සසම්භාවී පරීක්ෂණයක S නියැදි අවකාශයේ විභාගනයක් යයි සිතමු. $P(B)>0$ වන සේ B යනු S හි ඕනෑම සිද්ධියක් නම්

$$P(A_i|B)=\frac{P(B|A_i)\,P(A_i)}{\sum_{j=1}^{n} P(B|A_j).P(A_j)}$$

සාධනය :

$$P(A_i|B)=\frac{P(A_i \cap B)}{P(B)}$$

$$P(A_i|B)=\frac{P(B|A_i)\,P(A_i))}{P(B)}$$

$$P(A_i|B)=\frac{P(B|A_i)\,P(A_i)}{\sum_{j=1}^{n} P(B|A_j).P(A_j)}$$ {මුළු සම්භාවිතා ප්‍රමේයයෙන්}

5. • මුළු සම්භාවිතා ප්‍රමේය හා බේයස් ප්‍රමේය ඇතුළත් ගැටලු විසඳීමට සිසුන්ට මග පෙන්වන්න.
(උපරිම වශයෙන් කොටස් 3ක විභාජනය ඇතුළත් ගැටලු)

නිපුණතා මට්ටම 4.6 : සසම්භාවී විචල විවරණය කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 02

ඉගෙනුම් පල : 1. සසම්භාවී විචල්‍ය අර්ථ දක්වයි.
2. සසම්භාවි විචල්‍ය සඳහා විය හැකි අගයන් විස්තර කරයි..
3. විවික්ත හා සසම්භාවී විචල්‍ය අර්ථ දක්වය
4. සන්තතික සසම්භාවී විචල්‍ය අර්ථ දක්වයි

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. S යනු සසම්භාවී පරික්ෂණයක නියැදි අවකාශය ලෙස ගනිමු. සසම්භාවී විචල්‍යයක් යනු S නියැදි අවකාශයේ සිට තාත්වික රේඛා මත තාත්වික සංඛ්‍යා කුලකයට වූ ශ්‍රිතයකි සසම්භාවී විචල්‍ය සාමාන්‍යයෙන් X, Y, Z....... ආදී වශයෙන් දක්වමු.

   X යනු S සිට $\mathbb{R}$ ට වූ ශ්‍රිතයකි.

   $X : S \to \mathbb{R}$

   $X(s) = x$ මෙහි $s \in S$ හා $x \in \mathbb{R}$

2. එකවර කාසි තුනක් උඩ දමන සසම්භාවී පරීක්‍ෂණය සලකමු. එයට අනුරූප නියැදි අවකාශය S පහත දක්වේ.

   S = { (H, H, H), (H, H, T), (H, T, H), (H, T, T), (T, H, H), (T, H, T),
   (T, T, H), (T, T, T)}

   එක්තරා නැහැසුමක දී හිස වැටෙන ගණන යන සසම්භාවී X විචල්‍යය අර්ථ දක්වමු.

X (H, H, H) = 3	X (H, H, T) = 2
X (H, T, H) = 2	X (H, T, = 1
X (T, H, H) = 2	X (T, H, T) = 1
X (T, T, H) = 1	

   හිස වැටෙන වාර ගණන මත දිනුම රඳා පවතින ක්‍රීඩාවක් සඳහා මෙම උදාහරණය අනුරූප වේ. මෙහිදී අප නිශ්චිත ප්‍රතිඵලයක් පිළිබඳ ව උනන්දු නොවන අතර, තිබුණු හිස් සංඛ්‍යාව ගැන පමණක් දැන ගැනීම ප්‍රමාණවත් වේ.

3. සසම්භාවී විචල්‍යක් යයි ගනිමු. X හි අගයන්ගෙන් කුලකය (X හි පරාසය) පරිමිත නම් හෝ ගැනිය හැකි අපරිමිතයක් නම් එවිට සසම්භාවී විචල්‍ය විවික්ත යයි කියනු ලැබේ.

4. X සසම්භාවී විචල්‍යක් යයි ගනිමු. X හි පරාසය ගැනිය නොහැකි නම් එවිට X සසම්භාවී විචල්‍යයට සන්තතික යනු කියනු ලැබේ.

නිපුණතා මට්ටම 4.7 : සන්තතික හා විවික්ත සසම්භාවී විචල්‍යයන්හි සම්භාවිතා ව්‍යාප්තිවල ලක්ෂණ විශ්ලේෂණය කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 12

ඉගෙනුම් පල : 1. විවික්ත සසම්භාවී විචල්‍යයක සම්භාවිතා ව්‍යාප්තිය විස්තර කරයි. (සම්භාවිතා ස්කන්ධ ශ්‍රිතය)

2. සන්තතික සසම්භාවී විචල්‍යයක සම්භාවිතා ව්‍යාප්තිය විස්තර කරයි. විස්තර කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :-

1. සසම්භාවී පරීක්ෂණයක නියදි අවකාශය S යයි ගනිමු. **X** යනු S මත අර්ථ දක්වන ලද විවික්ත සසම්භාවී විචල්‍යකි.

$\mathrm{X} : \mathrm{S} \rightarrow \mathbb{R}$

X හි අගයයන් $\left\{x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n\right\}$ යයි සිතමු.

$\left\{x_1, x_2, \ldots\ldots, x_n\right\}$ මත **P** නම් ශ්‍රිතය පහත අයුරු අර්ථ දක්වයි.

එනම් $\mathrm{P}(x) = \begin{cases} \mathrm{P}(\mathrm{X} = x); & x = x_i,\ i = 1, 2, \ldots\ldots., n \\ 0\ ; & \textit{එසේ නැතහොත්} \end{cases}$

$P\left(X = x\right)$ යන්නෙන් $X = x$ වීමේ සම්භාවිතාව අදහස් වේ.

- P (x) ට **X** හි සම්භාවිතා ස්කන්ධ ශ්‍රිතය යයි කියනු ලැබේ.

- $\left\{\left(x_1, P\left(x_1\right)\right) : i = 1, 2, \ldots., n\right\}$ පටිපාටිගත යුගල කුලකය සම්භාවිතා ව්‍යාප්තිය වේ.

එය පහත වගුවේ දැක්වෙන අයුරු පෙන්විය හැක.

X	x_1	x_2		x_n
$P(X = x)$	$P(x_1)$	$P(x_2)$		$P(x_n)$

සම්භාවිතා ස්කන්ධ ශ්‍රිතයේ ලක්ෂණ

- $(i = 0, 1, 2, ..., n)$ $P\left(X = x_i\right) \geq 0$; සඳහා
- $\sum_{i=1}^{n} P\left(X = x_i\right) = 1$

දින 30 ක ජංගම දුරකතන අලෙවිය පිළිබඳ දත්ත සමූහයක් අප සතු ව ඇතැයි සිතමු. දිනක දී අලෙවි කරන ලද ජංගම දුරකතන සංඛ්‍යාව පහත වගුවේ දැක්වේ.

දුරකතන සංඛ්‍යාව	0	1	2	3	4
දින ගණන	3	5	12	6	4

දිනය දී විකුණන ජංගම දුරකථන සංඛ්‍යාව X පිළිබඳ සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් ගොඩනගමු.

X	දින ගණන	සාපේක්ෂ සංඛ්‍යාතය
0	3	$\frac{3}{30}$
1	5	$\frac{5}{30}$
2	12	$\frac{12}{30}$
3	6	$\frac{6}{30}$
4	4	$\frac{4}{30}$
එකතුව	30	1

එමනිසා X හි සම්භාවිතා ස්කන්ධ ශ්‍රිතය පහත දැක්වේ.

X	0	1	2	3	4
P(X)	$\frac{3}{30}$	$\frac{5}{30}$	$\frac{12}{30}$	$\frac{6}{30}$	$\frac{4}{30}$

සම්භාවිතා ඝණත්ව ශ්‍රිතය සන්තතික සසම්භාවී විචල්‍ය සඳහා අර්ථ දක්වයි.

2. සම්භාවිතා ඝනත්ව ශ්‍රිතයට අනුරූපව සුමට කරන ලද සාපේක්ෂ සංඛ්‍යාත ජාල රේඛයක් සඳහා වක්‍රයට යටින් වූ වර්ගඵලය සම්භාවිතාව නිරූපනය කරයි. එනයින් සම්භාවිතා ඝනත්ව ශ්‍රිතයට යටින් වූ මුලු වර්ගඵලය එකක් විය යුතුය.

X සසම්භාවි විචල්‍යයේ සම්භාවිතා ඝනත්ව ශ්‍රිතය $f(x)$ මගින් දක්වමු.

$f(x)$ හි ලක්ෂණ

- සියලු x සඳහා $f(x) \geq 0$
- $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx = 1$
- $P(a < X < b) = \int_{a}^{b} f(x)\,dx$

පහත සම්භාවිතා ඝනත්ව ශ්‍රිතය සලකන්න.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{6}{29}(x^2 - 5x + 6) & ; \quad 2 \leq x \leq 3 \\ 0 & ; \quad \text{එසේ නැතහොත්} \end{cases}$$

$f(x)$ යනු සම්භාවිතා ඝනත්ව ශ්‍රිතයක් බව පෙන්වීමට, පහත කරුණු සනාථ කිරීම අවශ්‍ය වේ.

- $f(x) \geq 0$ සියළු x සඳහා (ප්‍රස්තාරයක් ඇඳීම මගින්)
- $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1.$

X හි අගය a හා b අතර වන විට, X හි සම්භාවිතාව $\int_{b}^{a} f(x)dx.$

නිපුණතා මට්ටම 4.8 : සසම්භාවී විචල්‍යයක ගණිතමය අපේක්ෂාව විවරණය කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 12

ඉගෙනුම් පල :
1. විවික්ත සසම්භාවී විචල්‍යයක ගණිතමය අපේක්ෂාව අර්ථ දක්වයි
2. සන්තතික සසම්භාවී විචල්‍යයක ගණිතමය අපේක්ෂාව අර්ථ දක්වයි
3. විවික්ත සසම්භාවී විචල්‍යයක විචලතාව අර්ථ දක්වයි
4. සන්තතික සසම්භාවී විචල්‍යයක විචලතාව අර්ථ දක්වයි

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. X විවික්ත සසම්භාවී විචල්‍යයකට අනුරූප සම්භාවිතා ස්කන්ධ ශ්‍රිතය $P(x)$ යැයි ගනිමු.

$$\mathrm{P}(x)=\begin{cases}\mathrm{P}(\mathrm{X}=x); & x_i=1,2,.........n)\\ 0\ ; & \text{එසේ නැතහොත්}\end{cases}$$

එවිට X හි මධ්‍යන්‍යය හෝ X හි අපේක්ෂිත අගය

E(X) හෝ μ හා $\mathrm{E}(\mathrm{X})=\sum_{i=1}^{n} x_i\,\mathrm{P}(x_i)$ මගින් දක්වමු.

සටහන: E(X) නියතයක් වේ. (X_i හා $\mathrm{P}(\mathrm{X}_i)$ නියත වේ)

2. X සන්තතික සසම්භාවී විචල්‍යයක් සඳහා සම්භාවිතා ඝනත්ව ශ්‍රිතය $f(x)$ ලෙස ගනිමු.
X හි මධ්‍යන්‍යය හෝ X හි අපේක්ෂිත අගය

E(X) හෝ μ මගින් දක්වයි.

$$\mu=\mathrm{E}(\mathrm{X})=\int_{-\infty}^{+\infty} x\,f(x)\,dx$$

3. X විවික්ත සසම්භාවී විචල්‍යයකට අනුරූප සම්භාවිතා ස්කන්ධ ශ්‍රිතය $P(x)$ යැයි ගනිමු.

$$\mathrm{P}(x)=\begin{cases}\mathrm{P}(\mathrm{X}=x); & x_i=1,2,.........n)\\ 0\ ; & \text{එසේ නැතහොත්}\end{cases}$$

X හි විචලතාව var(X) හෝ σ^2 මගින් දක්වමු.

$$\sigma^2=\mathrm{var}(\mathrm{X})=\mathrm{E}\left[\mathrm{X}-\mathrm{E}(\mathrm{X})\right]^2$$

එසේම

$$\mathrm{E}\left[\mathrm{X}-\mathrm{E}\left(\mathrm{X}\right)\right]^2 = \mathrm{E}\left(\mathrm{X}^2\right)-\left[\mathrm{E}\left(\mathrm{X}\right)\right]^2$$

$\mathrm{E}\left(\mathrm{X}^2\right) = \sum_{i=1}^{n} x_i^{\,2}\, \mathrm{P}\left(x_i\right)$ බව පෙන්විය හැක.

සම්මත අපගමනය (σ) යනු විචලතාවයේ ධන වර්ගමූලය ලෙස අර්ථ දක්වමු.

4. සන්තතික සසම්භාවී විචල්‍යයක් සඳහා සම්භාවිතා සණත්ව ශ්‍රිතය $f\left(x\right)$ ලෙස ගනිමු.

X හි විචලතාව Var(X) මගින් අංකනය වන විට

$\mathrm{Var}\left(\mathrm{X}\right) = \mathrm{E}\left[\mathrm{X}-\mu\left(x\right)\right]^2$ මගින් දැක්වේ.

මෙහිදී, $\mathrm{E}\left[\mathrm{X}-\mu\right]^2 = \mathrm{E}\left(\mathrm{X}^2\right)-\left[\mathrm{E}\left(\mathrm{X}\right)\right]^2$ බව පෙන්විය හැක.

එමෙන්ම $\mathrm{E}\left(\mathrm{X}^2\right) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x)dx$ වේ.

- විවික්ත සසම්භාවී විචල්‍යයක් සඳහා පහත ප්‍රතිඵල ලබාගැනීමට සිසුන් යොමු කරන්න.

- a, b නියත නම්

$$\mathrm{E}\left(a\mathrm{X}+b\right) = a\,\mathrm{E}\left(x\right)+b$$

හා $\mathrm{Var}\left(a\mathrm{X}+b\right) = a^2\mathrm{Var}\left(\mathrm{X}\right)$ බව පෙන්විය හැක.

නිපුණතා මට්ටම 4.9 : සසම්භාවී විචල්‍යයක සමුච්චිත ව්‍යාප්ති ශ්‍රිතය නිර්ණය කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 20

ඉගෙනුම් පල : 1. විවික්ත සසම්භාවී විචල්‍යයක සමුච්චිත ව්‍යාප්ති අර්ථ දක්වයි.

2. සන්තතික සසම්භාවී විචල්‍යයක සමුච්චිත ව්‍යාප්ති ශ්‍රිතය අර්ථ දක්වයි.

3. දී ඇති සම්භාවිතා ස්කන්ධ ශ්‍රිතය (ස. ස්. ශ්‍රි.) සඳහා සමුච්චිත ව්‍යාප්ති ශ්‍රිතය (ස. ව. ශ්‍රි.) සොයයි.

4. දී ඇති සම්භාවිතා ඝනත්ව ශ්‍රිතය සඳහා සමුච්චිත ව්‍යාප්ති ශ්‍රිතය සොයයි.

5. විවික්ත සසම්භාවී විචල්‍යක් සඳහා සමුච්චිත ඝනත්ව ශ්‍රිතය ප්‍රස්තාරගත කරයි.

6. සන්තතික සසම්භාවී විචල්‍යක් සඳහා සමුච්චිත ව්‍යාප්ති ශ්‍රිතය ප්‍රස්තාරගත කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. සම්භාවිතා ව්‍යාප්තීන් තුළ **X** හි එක්තරා අගයක් දක්වා සම්භාවිතාවන්හි එකතුව සමුච්චිත සම්භාවිතාව ලබා දෙයි. සමුච්චිත සම්භාවිතා ශ්‍රිතය $F(x)$ ලෙස ලියනු ලැබේ.

   X විවික්ත සසම්භාවී විචල්‍යක් සඳහා සම්භාවිතා ස්කන්ධ ශ්‍රිතය $\mathrm{P}(x)$ නම්,

   සමුච්චිත ව්‍යාප්ති ශ්‍රිතය $F(x) = \sum_{\mathrm{X} \le x} \mathrm{P}(\mathrm{X} = x)$ මගින් දෙනු ලැබේ.

2. **X** සන්තතික සසම්භාවී විචල්‍යක් සඳහා සම්භාවිතා ඝනත්ව ශ්‍රිතය $f(x)$ සඳහා

   සමුච්චිත ව්‍යාප්ති ශ්‍රිතය $F(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx$ මගින් දෙනු ලැබේ.

3. සුදුසු උදාහරණ දක්වමින් දෙන ලද සම්භාවිත ස්කන්ධ ශ්‍රිතයක් සඳහා සමුච්චිත ව්‍යාප්ති ශ්‍රිතය සෙවීම සඳහා සිසුන් යොමු කරන්න.

4. සුදුසු උදාහරණ දක්වමින් දෙන ලද සම්භාවිතා ඝනත්ව ශ්‍රිතයක් සඳහා සමුච්චිත ව්‍යාප්ති ශ්‍රිතය සෙවීම සඳහා සිසුන් යොමු කරන්න.

5. සුදුසු උදාහරණ දක්වමින් සන්තතික සසම්භාවී විචල්‍යයක් සඳහා සමුච්චිත ව්‍යාප්ති ශ්‍රිතයට අදාල ප්‍රස්තාරය ඇඳීම සඳහා සිසුන් යොමු කරන්න.

දෙවන වාරය

ගණිතය - I

නිපුණතාව 14 : ශ්‍රිතයක නිශ්චිත හා අනිශ්චිත අනුකලනය සොයයි.

නිපුණතා මට්ටම 14.1 : අනිශ්චිත අනුකලනය අවකලනයේ ප්‍රතිවිරුද්ධ ක්‍රියාවලිය ලෙස සොයයි. (ශ්‍රිතයක ප්‍රතිව්‍යුත්පන්නය)

කාලච්ඡේද ගණන : 02

ඉගෙනුම් පල :
1. ව්‍යුත්පන්නයේ ප්‍රතිඵල භාවිත කර අනුකලනය කරයි.
2. අනුකලන ප්‍රමේය භාවිත කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. • දෙන ලද $f(x)$ ශ්‍රිතය සඳහා

   $\frac{d}{dx}\{F(x)+c\}=f(x)$ වන පරිදි $F(x)$ ශ්‍රිතය පවතී නම් $F(x)$ට $f(x)$ හි ප්‍රතිව්‍යුත්පන්නය යයි ද මෙම ක්‍රියාවලියට ප්‍රතිඅවකලනය යයි ද කියනු ලැබේ.

   • $F(x)$ යනු $f(x)$ හි ප්‍රතිව්‍යුත්පන්නය නම් එවිට

   $\frac{d}{dx}\{F(x)+c\}=f(x)$ වේ.

   එනයින් $\int f(x)dx = F(x)+c$,

   මෙහි C අභිමත නියතයකි.

   • ශ්‍රිතයක ඕනෑම ප්‍රතිව්‍යුත්පන්න දෙකක් වෙනස් විය හැක්කේ නියතයකින් පමණි.

2. • පහත ප්‍රතිඵල පැහැදිලි කරන්න.

   • $\int \{f(x)+g(x)\}dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$

   • $\int K f(x)dx = K\int f(x)dx$,

   මෙහි f හා g යනු x හි ශ්‍රිත වන අතර K යනු නියතයකි.

   • සිසුන්ට ඉහත ප්‍රමේය ගැටලුවලට යොදා ගැනීමට මග පෙන්වන්න.

නිපුණතා මට්ටම 14.2 : මූලික ශ්‍රිතවල අනුකල හඳුනා ගැනීම හා අනුකලන ප්‍රතිඵල හඳුනා ගැනීම

කාලච්ඡේද ගණන : 10

ඉගෙනුම් පල :
1. සම්මත ප්‍රතිපල භාවිත කර අනුකලන ගැටලු විසඳයි.
2. අනුකලන සෙවීමට සූත්‍ර භාවිත කරයි.
3. අනුකලන සෙවීමට භින්න භාග භාවිත කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලියට අත්වැලක් :

1. පහත මූලික ශ්‍රිතවල අනුකලන ප්‍රකාශ කරන්න.

- $\int x^n dx = \dfrac{x^{n+1}}{n+1} + c \quad (n \neq -1)$
- $\int \dfrac{1}{x} dx = \ln|x| + c \quad (x \neq 0)$
- $\int e^x dx = e^x + c$

2. පහත සම්මත ප්‍රතිඵල යොදා ගැනීමට සිසුන් යොමු කරන්න.

- $\int [f(x)]^n f'(x) dx = \dfrac{[f(x)]^{n+1}}{n+1} + c,$ මෙහි $f(x)$ යනු $f'(x)$හි ප්‍රතිව්‍යුත්පන්නයයි.
- $\int \dfrac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln|f(x)| + c$

3. භින්න භාග භාවිතයෙන් අනුකල සෙවීම සඳහා සිසුන්ට මඟ පෙන්වන්න.

නිපුණතා මට්ටම 14.3 : කලනයේ මූලික ප්‍රමේය භාවිත කර නිශ්චිත අනුකලනය නිර්ණය කරයි.

ඉගෙනුම් පල : 06

කාලච්ඡේද ගණන :
1. කලනයේ මූලික ප්‍රමේය ප්‍රකාශ කරයි.
2. නිශ්චිත අනුකලනයේ අගයයන් සොයයි.
3. නිශ්චිත අනුකලනයේ ගුණ භාවිත කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. $\int_a^b f(x)dx = \left[F(x)\right]_a^b = F(b) - F(a)$, අර්ථ දක්වන්න මෙහි $F(x)$ යනු $f(x)$ හි ප්‍රතිව්‍යුත්පන්නයයි.

2. නිශ්චිත අනුකලනය හා සම්බන්ධ විවිධ ගැටලුවල විසඳුම් සෙවීමට සිසුන් යොමු කරන්න.

3. නිශ්චිත අනුකලනය මත පහත ප්‍රතිඵල සාකච්ඡා කරන්න.

   - $\int_a^b \{f(x) + g(x)\}dx = \int_a^b f(x) + \int_a^b g(x)dx$
   - $\int_a^b k\ f(x) + dx = k\int_a^b f(x)dx$, මෙහි k යනු නියතයකි.
   - $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$
   - $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$, මෙහි $a < c < b$

ඉහත ප්‍රතිඵල භාවිතයෙන් ගැටළු විසඳීමට සිසුන් යොමුකරන්න.

නිපුණතා මට්ටම 14.4 : අනුකලනය සඳහා වෙනස් ක්‍රම භාවිත කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 04

ඉගෙනුම් පල : 1. භින්න භාග භාවිත කර ගැටලු විසඳයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. භින්න භාග භාවිත කර පරිමේය ශ්‍රිත අනුකලනය කරන්න.

$\int \frac{p(x)}{q(x)} dx$ මෙහි $p(x)$ හා $q(x)$ බහුපද වන අතර $q(x)$ සාධක කැඩිය හැකි මාත්‍රය ≤ 4 වන බහුපදයකි. (අඥාත 4ක උපරිමයක් ඇති භින්න භාග)

- භින්න භාග යොදාගෙන අනුකල සෙවීමට සිසුන්ට යොමු කරන්න.

නිපුණතා මට්ටම 14.5 : කොටස් මගින් අනුකලන ක්‍රමය භාවිත කර අනුකලනය කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 04

ඉගෙනුම් පල : සුදුසු ගැටලු අනුකලනයට කොටස් මගින් අනුකලනය භාවිත කරයි.

ඉගෙුන්ම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. කොටස් මගින් අනුකලනය යොදා ගැනීමට සිසුන් යොමු කරන්න.

- කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන් ගැටළු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.

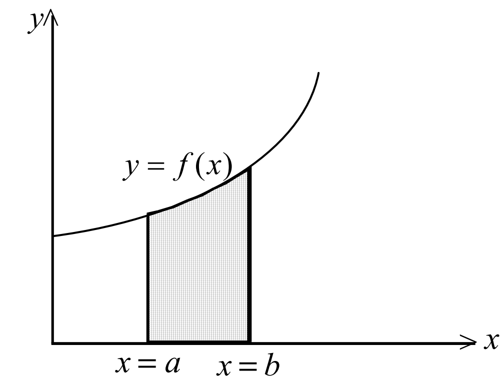
$\int u\left(\frac{dv}{dx}\right)dx = u.v - \int v\left(\frac{dv}{dx}\right)dx$, මෙහි u හා v , x හි අවකලනය ශ්‍රිත වේ.

- කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන් ගැටළු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.

නිපුණතා මට්ටම 14.6	:	අනුකලනය භාවිත කර වක්‍රවලින් මායිම් වන ප්‍රදේශයක වර්ගඵලය නිර්ණය කරයි.
කාලච්ඡේද ගණන	:	08
ඉගෙනුම් පල	:	1. වක්‍රයක් යටින් වූ වර්ගඵලය සෙවීමට නිශ්චිත අනුකලනය භාවිත කරයි. 2. වක්‍ර දෙකක් අතර වූ වර්ගඵලය සෙවීමට නිශ්චිත අනුකලනය භාවිත කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

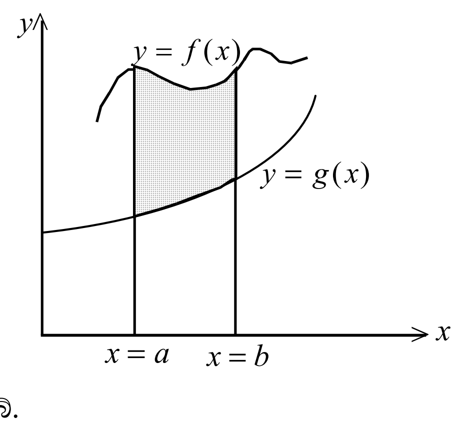
1. වක්‍රයට යටින් වූ වර්ගඵලය නිශ්චිත අනුකලනයක් ලෙස අර්ථ දක්වන්න.
$y = f(x)$ යනු සන්තතික ශ්‍රිතයක් යයි ගනිමු. $f(x) \geq 0$, යයි $x \in [a,b]$ සඳහා දී ඇත.



$y = f(x)$ වක්‍රයෙන් x අක්ෂයෙන් $x = a$ හා $x = b$ රේඛා දෙකෙන් මායිම් වන වර්ගඵලය $\int_a^b f(x)dx$ මගින් දෙනු ලැබේ.

මෙය $x = a$ සිට $x = b$ දක්වා $y = f(x)$ වක්‍රයට යටින් වූ වර්ගඵලය ලෙස විමර්ශනය කරනු ලැබේ.

2. වක්‍ර දෙකක් අතර වර්ගඵලය සෙවීමට සිසුන් යොමු කරන්න.
$[a,b]$ ප්‍රාන්තරයේ $f(x) \geq g(x)$ වන සේ වූ $y = f(x)$ හා $y = g(x)$ වක්‍ර දෙක සලකන්න. මෙම වක්‍ර දෙකෙන් $x = a$ හා $x = b$ රේඛා දෙකෙන් මායිම් වන වර්ගඵලය



$\int_a^b (f(x) - g(x))dx$ මගින් දෙනු ලැබේ.

- මෙවැනි වර්ගයේ ප්‍රස්තාර පමණක් අපේක්ෂා කෙරේ.

නිපුණතා මට්ටම 14.7 : ගැටලු විසඳීමට සන්නිකර්ශණ ක්‍රමය භාවිත කරයි.

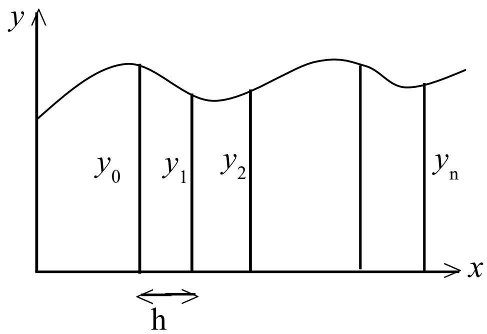
කාලච්ඡේද ගණන : 08

ඉගෙනුම් පල : 1. ත්‍රපිසාභ නීතිය භාවිත කර අනුකලන ගැටලු විසඳයි.

2. සිම්සන් නීතිය භාවිත කර අනුකලන ගැටලු විසඳයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. ත්‍රපිසාභ නීතිය:



$\int_a^b f(x)dx$ මගින් නිරූපණය කරන වර්ගඵලය සලකන්න.

පළල h වූ සමාන තීරු n ගණනකට වර්ගඵලය බෙදන්න.
එවිට ත්‍රපිසාභ නීතිය

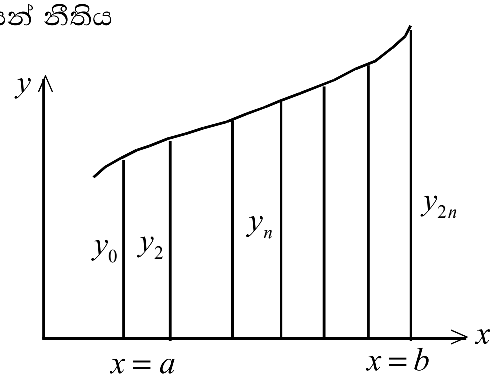
$$\int_a^b f(x)dx = \frac{1}{2}h(y_0 + y_1) + \frac{h}{2}(y_1 + y_2) + \ldots + \frac{h}{2}(y_{n-1} + y_n)$$

$$= \frac{h}{2}[(y_0 + y_n) + 2(y_1 + y_2 + \ldots y_{n-1})]$$

මෙහි $h = \dfrac{b-a}{n}$

- ත්‍රපිසාභ නීතිය භාවිතා කර ගැටළු විසඳීමට සිසුන් යොමුකරන්න.

2. සිම්සන් නීතිය



$\int_a^b f(x)dx$ මගින් නිරූපණය වන වර්ගඵලය සලකන්න. මෙය ඒකක තරම h වන සමාන තීරු $2n$ වලට බෙදන්න.
එවිට සිම්සන් නීතිය

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{3}[(y_0 + y_{2n}) + 4(y_1 + y_3 + .. + y_{2n-1}) + 2(y_2 + y_4 + .. + y_{2n-2})]$$

මෙහි $h = \dfrac{b-a}{2n}$ මගින් දෙනු ලැබේ.

සටහන : සිම්සන් නීතියට තීරු ඉරට්ටේ ගණනක් (කෝටික ඔත්තේ ගණනක්) අවශ්‍ය වේ.

ගණිතය – II

නිපුණතා මට්ටම 4.1 : සසම්භාවි සංසිද්ධිය ගණිතානුකුල ව විශ්ලේෂණය කරයි.

නිපුණතා මට්ටම 4.1 : සසම්භාවි පරීක්ෂණයක සිද්ධි නිර්ණය කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 14

ඉගෙනුම් පල :
1. බනුලි ව්‍යාප්තිය විස්තර කරයි.
2. ඒකාකාර ව්‍යාප්තිය විස්තර කරයි.
3. ද්විපද ව්‍යාප්තිය විස්තර කරයි.
4. පොයිසොන් ව්‍යාප්තිය විස්තර කරයි.
5. ඉහත ව්‍යාප්ති සම්බන්ධ වන ගැටලු විසඳයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :-

1. **බනුලි නැහැසුම**

සසම්භාවී පරීක්ෂණයක ප්‍රතිඵල දෙකක් පමණක් ලැබිය හැකිනම්, එවැනි පරීක්ෂණයක් බනුලි නැහැසුමක් යැයි කියනු ලැබේ. මෙයින් එක් ප්‍රතිඵලයක් 'සාර්ථකය' ලෙසද, අනෙක 'අසාර්ථකය' ලෙසද හඳුන්වනු ලැබේ.

උදාහරණ : 1. කාසියක් උඩ දැමීමේ පරීක්ෂණයකදී හිස වැටීම සාර්ථකයක් ලෙස සලකනු ලැබේ.

2. දාදු කැටයක් උඩ දැමීමේ පරීක්ෂණයකදී ඉරට්ටේ අගයක් වැටීම සාර්ථකයක් වේ.

අපගේ අවශ්‍යතාවය අනුව 'සාර්ථකය' අප විසින් අර්ථ දක්වන්නක් බව සැලකිය යුතු අතර, බනුලි නැහැසුම් යනු ද්විපද, ගුණෝත්තර වැනි විවිධ විවික්ත සම්භාවිත ව්‍යාප්තිවල තැනුම් ඒකක ලෙස හැඳින්වේ.

බනුලි ව්‍යාප්තිය

බනුලි නැහැසුමක සසම්භාවී විචල්‍යය X, ප්‍රතිඵලය සාර්ථකයක් වූ විට, X =1 ද ප්‍රතිඵලය අසාර්ථකයක් වූවිට, X=0 ද ලෙස ගනිමු. එවිට සාර්ථකයක් ලැබීමේ සම්භාවිතාව p ද, අසාර්ථකයන් ලැබීමේ සම්භාවිතාව 1-p ද ගනිමු, එවිට X යන සසම්භාවී විචල්‍යයේ සම්භාවිතා ව්‍යාප්තිය $P(X=x)=p^x(1-p)^{1-x}; x=0,1$ උදාහරණ මගින් පැහැදිලි කරන්න.

මල්ලක එකම තරමේ සුදු බෝල 6ක් හා රතු බෝල 3ක් දමා ඇතැයි සලකන්න. එක බෝලයක් බැගයෙන් අහඹු ලෙස ගනු ලැබේ. X සසම්භාවී විචල්‍ය මගින් රතු බෝල සංඛ්‍යාව නිරූපණය කරන්නේ යයි ගනිමු.

$$p(x)=\left(\frac{2}{3}\right)^x\left(1-\frac{2}{3}\right)^{1-x}$$

$= 0$ එසේ නොවේ නම්

x	0	1
$p(x)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$

2. සියල්ල සමසේ භව්‍ය $x_1, x_{2,3}, ..., x_n$ ප්‍රභින්න n අගය කුලකය මත අර්ථ දැක්වෙන X සසම්භාවී විචල්‍ය සලකන්න. එවිට X විවික්ත ඒකාකාර ව්‍යාප්තියක් අනුගමනය කරයි.

සම්භාවිතා ස්කන්ධ ශ්‍රිතය

$$P(x) = \begin{cases} \frac{1}{6} \ ; & x = 1, 2, \dots, 6 \\ 0 \ ; & \text{එසේ නොවන විට} \end{cases}$$

උදාහරණ මගින් පැහැදිලි කරන්න.
අනභිනත දාදු කැටයක් එකවරක් පෙරලන අවස්ථාව සලකන්න. X සසම්භාවී විචල්‍ය උඩ මුහුණතේ දැක්වෙන සංඛ්‍යාව දක්වන්නේ යයි සිතමු.

$$P(x) = \begin{cases} \frac{1}{6} \ ; & x = 1, 2, \dots, 6 \\ 0 \ ; & \text{එසේ නොවන} \end{cases}$$

x	1	2	3	4	5	6
$p(x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

3. **ද්විපද ව්‍යාප්තිය**

බහුලි නැහැසුම නැවත නැවත n වරක් ස්වායත්තව සිදු කළ විට, නැහැසුම් n සංඛ්‍යාවක සාර්ථකයන් සසම්භාවී විචල්‍යය X මගින් අර්ථ දක්වමු. මෙහිදී සියලු නැහැසුම්වලදී සාර්ථකයන්හි සම්භාවිතාවන් නියත යැයිද, එක නැහැසුමක ප්‍රතිඵලය, අනෙක් ප්‍රතිඵලවලින් ස්වායත්ත යැයිද උපකල්පනය කරමු.
එවිට සසම්භාවී විචල්‍යය X හි සම්භාවිතා ව්‍යාප්තිය
$P(X = x) = {}^nC_x\, p^x(1-p)^{n-x}$; $x = 0, 1, 2, \ldots..n$
මගින් දෙනු ලැබේ.

මෙය n හා p පරාමිතීය සහිත ද්විපද සම්භාවිත ව්‍යාප්තිය ලෙස හඳුන්වනු ලැබේ.
මෙහිදී X හි සම්භාවිතාව n හා p අනුව වෙනස් වන බව සැලකිය යුතුය.

උදාහරණ 1: සාධාරණ කාසියක් 15 වරක් පෙරළීමේදී නිසැකවම 5 වතාවක් හිස ලැබීමේ සම්භාවිතාව සොයමු.

මෙහිදී අපගේ අවශ්‍යතාවය වන්නේ හිස වැටීමේ වාර ගණන සෙවීම බැවින් හිස වැටීම සාර්ථකයක් ලෙස අර්ථ දක්වමු.

එවිට හිස වැටීමේ සම්භාවිතාව $p = 0.5$ වන අතර වාර ගණන $n = 15$ වන බැවින්, අවශ්‍ය සම්භාවිතාව

$$\mathrm{P}(\mathrm{X}=5) = {}^{15}C_5\,(0.5)^5(1-0.5)^{15-5} = 3003\times 0.00003052 = 0.09165$$

උදාහරණ 2 : එක්තරා යන්ත්‍රයක් මගින් නිෂ්පාදනය කරනු ලබන භාණ්ඩයක් දෝෂ සහිත වීමේ සම්භාවිතාව 1% වේ. අහඹු ලෙස තෝරාගත් භාණ්ඩ 10ක් අඩංගු නියැදියක් පරීක්ෂාවක් සඳහා තෝරා ගන්නේ නම්, එහි දෝෂ සහිත භාණ්ඩ 1කට වඩා වැඩියෙන් තිබීමේ සම්භාවිතාව පහත පරිදි සොයා ගත හැකිය.

මෙහිදී අපගේ අවශ්‍යතාවය වන්නේ දෝෂ සහිත භාණ්ඩ සංඛ්‍යාව වන බැවින්, දෝෂ සහිත භාණ්ඩයක් ලැබීම සාර්ථකයක් ලෙස අර්ථ දක්වමු.එවිට $p = 0.01$ ද $n = 10$ ද වේ. එවිට අවශ්‍ය සම්භාවිතාවය

$\mathrm{P}(\mathrm{X} > 1) = 1 - [\mathrm{P}(\mathrm{X}=0) + \mathrm{P}(\mathrm{X}=1)] = 1 - [0.9044 + 0.0914] = 0.0042$ වේ.

4. **පොයිසෝන් ව්‍යාප්තිය**

X නම් සසම්භාවී විචල්‍යයක් පහත සම්භාවිතා ව්‍යාප්තිය අනුගමනය කරයි නම් X ට පොයිසෝන් සම්භාවිතා ව්‍යාප්තියක් ඇතැයි කියලු ලැබේ.

$\mathrm{P}(\mathrm{X}=x) = \dfrac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!};\ x = 0,\ 1,\ 2, ...$ මෙහි λ යනු X හි මධ්‍යන්‍යය යි. $\lambda > 0$ වන අතර e හි අගය ආසන්න වශයෙන් 2.718 වේ.

මෙම සම්භාවිතා ශ්‍රිතය පැයකදී කාර්යාලයකට ලැබෙන දුරකථන ඇමතුම් සංඛ්‍යාවන, පිටුවක මුද්‍රණය වී ඇති දෝෂ සංඛ්‍යාව යනාදී වශයෙන් විවිධ ගණන් කිරීමේ ක්‍රියාදාමයන් ගණනාවකදී යෙදිය හැකිය.

උදාහරණ : නිමා කරන ලද භාණ්ඩයක ඇති පළුදු සංඛ්‍යාව මධ්‍යයනය $\lambda = 2$ වන පොයිසෝන් ව්‍යාප්තිය පිළිපදින්නේ නම්, පළුදු ශුන්‍යනකට වඩා අඩුවෙන් ඇති භාණ්ඩයක් තිබීමේ සම්භාවිතාවය පහත පරිදි ගණනය කරන්න.

$$\mathrm{P}(\mathrm{X}<3) = \mathrm{P}(\mathrm{X}=0) + \mathrm{P}(\mathrm{X}=1) + \mathrm{P}(\mathrm{X}=2) = \frac{e^{-2}2^0}{0!} + \frac{e^{-2}2^1}{1!} + \frac{e^{-2}2^2}{2!}$$

$$= 0.1353 + 0.2706 + 0.2706 = 0.6765$$

5. ඉහත ව්‍යාප්ති ඇතුළත් ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරවන්න.

නිපුණතාව 5 :- ඒකජ ප්‍රක්‍රමන ගැටලුවක ප්‍රශස්ත විසඳුම තීර්ණය කරයි.

නිපුණතා මට්ටම 5.1 :- ඒකජ ප්‍රක්‍රමන ආකෘතිය ගොඩනගයි.

කාලච්ඡේද ගණන :- 10

ඉගෙනුම් පල :- 1. ඒකජ ප්‍රක්‍රමනය පැහැදිලි කරයි.
2. තීරණ විචල්‍ය ප්‍රකාශ කරයි.
3. අරමුණු ශ්‍රිතය ගොඩනගයි.
4. සංරෝධන අර්ථ දක්වයි.
5. පිළිතුර ප්‍රකාශ කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්

1 ඒකජ ප්‍රක්‍රමන ආකෘතිය විස්තර කරන්න.

ඒකජ ප්‍රක්‍රමනය යනු,
කළමනාකරුවන්ට තීරණ ගැනීම පහසු කරනු ලබන ගණිතමය ප්‍රශස්තකරන ක්‍රම ශිල්පයකි. එනම් මෙය එක්තරා සංරෝධන යටතේ විශේෂ අරමුණක් උපරිම හෝ අවම කිරීමට උත්සාහ කරනු ක්‍රමයකි.
ලී බඩු නිෂ්පාදකවරයෙකු එකම අමුද්‍රව්‍ය සහ එකම යන්ත්‍ර මගින් ඩෙස්ක්, පුටු හා මේස නිෂ්පාදනය කරනු ලබන අවස්ථාවක් සලකමු.
සීමිත පහසුකම් ඇති බැවින්, මෙම ආයතනයට බොහෝ ලී බඩු නිෂ්පාදනය කළ නොහැකිය. එවැනි අවස්ථාවකදී ඒකජ ප්‍රක්‍රමනය භාවිතයෙන් උපරිම ලාභයක් ලැබෙන පරිදි එක් එක් භාන් වර්ගයෙන් ඒකක කොපමණ ප්‍රමාණයක් නිෂ්පාදනය කළ යුතුදැයි සෙවිය හැකිය.
ලාභය/ ආදායම උපරිම කිරීමට, පිරිවැය/කාලය අවම කිරීමට ඒකජ ප්‍රක්‍රමනය, සංරෝධන යටතේ යොදා ගත හැකිය.

2. ඒකජ ප්‍රක්‍රමන ආකෘතියේ සංරචක සාකච්ඡා කරන්න. සංරචක විස්තර කිරීමට උදාහරණ දෙන්න. එක්තරා ආයතනයක් මේස හා පුටු නිෂ්පාදනය කරති. එක් මේසයකින් රු 400/= ලාභයක්ද, එක් පුටුවකින් රු 500/= ලාභයක්ද ලැබේ. මේසයක් නිෂ්පාදනයේදී ලේත් යන්ත්‍රය පැය 4ක්ද, කැපුම් යන්ත්‍රය පැය 2ක්ද භාවිත කෙරේ. පුටුවක් නිෂ්පාදනයට ලේත් යන්ත්‍රය පැය 6ක්ද, කැපුම් යන්ත්‍රය පැය 1ක්ද භාවිත කෙරේ. මාසයක් තුළදී ලේත් යන්ත්‍රය උපරිම වශයෙන් පැය 120ක්ද කැපුම් යන්ත්‍රය උපරිම ලෙස පැය 72ක්ද භාවිතයට ගත හැකිය. දැන් ගැටලුව වන්නේ, ලාභය උපරිම වන පරිදි මාසයකදී නිපදවිය යුතු පුටු හා මේස ගණන සෙවීමයි.
මෙම ගැටලුව විසඳීමට නම්, ඉහත කරුණු ගණිතමය ආකෘතියකට යුතුයි.

(1) ඒකජ ප්‍රක්‍රමනය යනු ගණිතමය ප්‍රශස්තකරන ක්‍රම ශිල්පයකි.
එනම් මෙය එක්තරා සංරෝධන යටතේ විශේෂ අරමුණක් උපරිම හෝ අවම කිරීමට උත්සහ කරන ක්‍රමයකි.
උදාහරණ : ලාභය උපරිම කිරීම
පිරිවැය අවම කිරීම

(2) ඒකජ ප්‍රක්‍රමන ආකෘතියේ සමීකරණවල පහතපද උදාහරණ සහිතව පැහැදිලි කරන්න.

* තීරන විචල්‍ය
* අරමුණු ශ්‍රිතය
* සංරෝධන
* ඍණ නොවන තත්ව

විවිධ ඒකජ ප්‍රක්‍රමන ආකෘති සාකච්ඡා කරන්න.

(3) *උදාහරණ*

$Z = ax + by$ අවම හෝ උපරිම කරන්න.

(4) $cx + dy \leq k_1$

$ex + fy \geq k_2$

$x \geq 0, y \geq 0$ යන සංරෝධනවලට යටත්ව විචල්‍ය දෙකකට වඩා වැඩි ඒකජ ප්‍රක්‍රමන ආකෘති ගොඩනගන්න.

(5) පහත ආකාර සාකච්ඡා කරන්න.

(i) විසඳුමක් නොමැති ගැටලු
(ii) එක විසඳුමක් ඇති ගැටලු
(iii) බහු විසඳුම් ඇති ගැටලු

පියවර 1 : තීරණ විචල්‍ය අර්ථ දක්වන්න.

x - මාසයක් සඳහා නිෂ්පාදනය කළ යුතු මේස සංඛ්‍යාව
y - මාසයක් සඳහා නිෂ්පාදනය කළ යුතු පුටු සංඛ්‍යාව

පියවර 2 : අරමුණු ශ්‍රිතය අර්ථ දක්වන්න.

එවිට ලාභ ශ්‍රිතය $Z = 400x + 500y$ ලෙස ලිවිය හැකි ය.

මෙය අරමුණු ශ්‍රිතය ලෙස හඳුන්වයි. මෙය ලාභ අවස්ථාව නිසා ලාභය වැඩි කිරීමේ අරමුණු වේ. එම නිසා එය, වැඩිතම $Z = 400x + 500y$ ලෙස ලිවිය හැකි ය.

පියවර 3 : සංරෝධන අර්ථ දක්වන්න.

කැපුම් යන්ත්‍රය සහ lathe යන්ත්‍රය සඳහා අවශ්‍ය මුළු යන්ත්‍ර කාලය $4x + 6y$ සහ $2x + 1$ මගින් දැක්වේ. පවතින උපරිම යන්ත්‍ර ප්‍රමාණය අනුව මසකට අවශ්‍ය පැය ගණන 120ක් සහ 72 වේ. මේ සඳහා වූ ගණිතමය ප්‍රකාශන පහත පරිදි වේ.

$$4x + 6y \le 120$$

$$2x + y \le 72$$

පියවර 4 : නිර්ඍණ සංරෝධන අර්ථ දක්වන්න.

ඕනෑ ම ඒකජ ප්‍රක්‍රමණ සඳහා පවතින තවත් සංරෝධනයක්, නිර්ඍණ සංරෝධන ලෙස හඳුන්වනු ලැබේ. පුටු සහ මේස ගණන ඍණ අගයක් විය නොහැකි නිසා, $x \ge 0$ සහ $y \ge 0$ වේ. එවිට සම්පූර්ණ ආකෘතිය පහත පරිදි වේ. උපරිම $Z = 400x + 500y$

උපරිම කිරීම අරමුණු ශ්‍රිතය
සංරෝධන අනුව,

$$4x + 6y \le 120$$
$$2x + y \le 72$$

නිර්ඍණ සංරෝධන

$x \ge 0$ සහ $y \ge 0$

සංරෝධන $\ge, \le$ " හෝ $=$ ආකාරයේ විය හැකි ය.

නිපුණතාව 5 : ඒකජ ප්‍රක්‍රමන ගැටලුවල විසඳුම් ප්‍රස්තාරිකව නිර්ණය කරයි.

නිපුණතා මට්ටම 5.2 :- ඒකජ ප්‍රක්‍රමන ගැටලුවල විසඳුම් ප්‍රස්තාරිකව නිර්ණය කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන :- 15

ඉගෙනුම් පල :-
- ශක්‍යතා (විය හැකි) හා අශක්‍යතා (විය නොහැකි) විසඳුම් ප්‍රදේශ හඳුනාගනියි
- උපරිමකරණ ආකෘතියක හා අවමකරණ ආකෘතියක විසඳුම් සොයයි
- ගැටලුවල විය නොහැකි විසඳුම් තනි විසඳුම් සහ බහු විසඳුම් ලබා ගනී
- ඒකජ ප්‍රක්‍රමණ ඇතුළත් ගැටලු විසඳයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. ප්‍රස්තාරික ක්‍රමය විස්තර කරන්න.
   තීරණ විචල්‍ය දෙකක් සහිත ඒකජ ප්‍රක්‍රමන ආකෘති විසඳීමේ ප්‍රස්තාරික ක්‍රමය විස්තර කරන්න.
   ප්‍රස්තාරික ක්‍රමය යොදාගන්නා ආකාරය පැහැදිලි කරන්න.

2. විය හැකි ප්‍රදේශ සොයන ආකාරය පැහැදිලි කරන්න.
   සුදුසු උදාහරණ භාවිත කරමින් කාටිසියානු ඛණ්ඩාංක තලය සංරෝධන විදහා දක්වන අකාරය පැහැදිලි කරන්න.
   වියහැකි ප්‍රදේශ හඳුනාගන්නා අයුරු පැහැදිලි කරන්න. එසේ ම මෙම වර්ගඵලය අදාල සංරෝධන (අසමානතා) තෘප්ත විය යුතුයි.
   එසේම මෙම ප්‍රදේශ පළමු වෘත්ත පාදකය තුල තිබිය යුතුයි. මක්නිසාද සංරෝධන ඍණ නොවන තත්ව නිසා ය.

   එනම් $x \geq 0$ සහ $y \geq 0$ වේ.

   පොදු ප්‍රදේශ හඳුනාගත නොහැකි නම්, එය විය නොහැකි ප්‍රදේශ ලෙස හඳුන්වයි. නිදසුන් ලෙස පහත සංරෝධන සලකන්න.

   $x \geq 3$

   $x \geq 5$

   මෙම අවස්ථාවේදී පොදු ප්‍රදේශය සංරෝධන දෙකම තෘප්ත කළ යුතු වුව ද එවැනි ප්‍රදේශයක් හඳුනාගත නොහැකි බව පැහැදිලි ය, මෙවැනි අවස්ථාවලදී ගැටලුව සඳහා විසඳුමක් සෙවිය නොහැකි අතර එසේ නොවේ නම් සංරෝධන තවදුරටත් සංවර්ධනය කල යුතුවේ.

3. ඒකජ ප්‍රක්‍රමන ගැටලුවක විසඳුම සොයන ආකාරය පැහැදිලි කරන්න.
   විසඳුම විය හැකිනම්, අරමුණ ශ්‍රිතයෙහි උපරිම (අවම) අගය විය හැකි ප්‍රදේශයෙහි කෙලවර ලක්ෂවල ඒකක ඛණ්ඩාංක මගින් ලබාදෙයි.

   කෙලවර ලක්ෂ්‍ය (ඡේදන ලක්ෂ්‍ය) සොයාගන්නා ආකාරය පැහැදිලි කිරීමත් අරමුණු ශ්‍රිතය සඳහා කෙලවර ලක්ෂ්‍යවල x හා y අගයන් සඳහා ආදේශ කරන ආකාරයත් වැඩිම අගය සහිත කෙලවර ලක්ෂ්‍යය හඳුනාගැනීමත් උපරිම අගය සහිත උපරිමකරණ ආකෘති සඳහා කෙලවර ලක්ෂ්‍ය හඳුනාගැනීමත් අවමකරණ ආකෘති සඳහා අඩුම අගය සහිත කෙලවර ලක්ෂ්‍යය සඳහා අවශ්‍ය වේ.

3. සම ලාභ රේඛාව, සම වියදම් රේඛාව ද විස්තර කරන්න.

විසඳුම x හා y ආකාරයෙන් ලබා ගන්න.

ඉන්පසුව මුල් ගැටළුවේ ස්වභාවයෙන් විසඳුම විවරණය කරන ආකාරය විස්තර කිරීම අවශ්‍යවේ.

සටහන : සිම්ප්ලෙක්ස් ක්‍රමය මගින්, විචල්‍ය ඕනෑම ගණනක් සඳහා ආකෘතිය විසඳිය හැකි ඉය විස්තර කරන්න. පරිගණක දියුණුව ඇසුරින්, මෙම විසඳීමේ ක්‍රම තව තවත් සරල වී ඇත. ඕනෑම ඒකජ ප්‍රක්‍රමන ගැටළුවක් විසඳීමට Ms-excel හි ඇති ගැටලු විසඳීමේ ක්‍රමවේදය සාකච්ඡා කළ යුතු නැත. මෙහි අරමුණ විචල්‍ය දෙකකට වඩා වැඩි ගැටලු විසඳීම සඳහා වෙනත් ක්‍රමවේද ඇති බවට සිසුන් දැනුවත් කිරීමයි.

නිපුණතාව 8 : ගැටලු විසඳීමේ ගණිතමය ආකෘතියක් ලෙස නිශ්චායක හසුරුවයි.

නිපුණතා මට්ටම 8.1 : ගණය දෙක හා තුන වන නිශ්චායකවල ගුණ විවරණය කරයි..

කාලච්ඡේද ගණන : 04

නිපුණතා මට්ටම 8.1 :
1. නිශ්චායක නිර්ණය කරයි
2. නිශ්චායක අගය සොයයි
3. නිශ්චායක ගුණ ප්‍රකාශ කරයි
4. නිශ්චායක හා එහි ගුණ ඇතුළත් ගැටළු කරයි

ඉගෙනුම් පල : 1.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. • 2x2 හා 3x3 ආකාරයේ නිශ්චායක ප්‍රකාශ කරන්න.
2x2 නිශ්චායකයක ප්‍රසාරණය

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$$ නම් එවිට

$$\Delta = a_1 b_2 - a_2 b_1 \,,$$

මෙහි a_1, a_2, b_1, b_2 තාත්වික සංඛ්‍යාවේ

• 3 x 3 නිශ්චායකයක ප්‍රසාරණය

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_2 & c_3 \end{vmatrix}$$ ලෙස ගනිමු එවිට

$$\Delta = a_1 \begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} - b_1 \begin{vmatrix} a_2 & c_2 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix} + c_1 \begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix}$$

$$= a_1 (b_2 c_3 - b_3 c_2) - b_1 (a_2 c_3 - a_3 c_2) + c_1 (a_2 b_3 - a_3 b_2)$$

මෙහි $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_{3,} c_1, c_2, c_3$ තාත්වික සංඛ්‍යාවේ.

සටහන : අපට නිශ්චායකයක් පේළියක් දිගේ හෝ තීරුවක් දිගේ ප්‍රසාරණය කළ හැක. කෙසේ වුවත් එකම ප්‍රතිඵලය ලැබේ.

2. උදාහරණ මගින් නිශ්චායක සෙවීමට, සිසුන්ට මග පෙන්වන්න.

3. 2 x 2 හා 3 x 3 නිශ්චායක සඳහා පහත ලක්ෂණ සාකච්ඡා කරන්න.

- Δ_1 හි පේළි (තීරු) දෙකක් අතුරු මාරු කිරීමෙන් Δ_2 ලබා ගන්නේ නම් එවිට $\Delta_2 = -\Delta_1$

- නිශ්චායකයක පේළි (තීරු) දෙකක් සමාන වන්නේ නම් එවිට නිශ්චායකය ශූන්‍ය වේ.

- ඕනෑම පේළියක (තීරුවක) ගුණාකාරයක් වෙනත් පේළියකට (තීරුවකට) එකතු කළ විට නිශ්චායකයේ අගය වෙනස් නොවී පවතී.

- නිශ්චායකයක (Δ) එක පේළියක් (තීරුවක්) λ අදිශයකින් ගුණ කල විට ගුණ කල නිශ්චායකයේ අගය $\lambda\,\Delta$ ට සමාන වේ.

- නිශ්චායකයක පේළියක (තීරුවක) සියලුම අවයව ශූන්‍ය වේ නම් නිශ්චායකයේ අගය ශූන්‍ය වේ.

- $\Delta = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & a_1 + b_1 \\ x_2 & y_2 & a_2 + b_2 \\ x_3 & y_3 & a_3 + b_3 \end{vmatrix}$ ලෙස ගනිමු.

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & a_1 \\ x_2 & y_2 & a_2 \\ x_3 & y_3 & a_3 \end{vmatrix}, \Delta_2 = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & b_1 \\ x_2 & y_2 & b_2 \\ x_3 & y_3 & b_3 \end{vmatrix}$$

එවිට $\Delta = \Delta_1 + \Delta_2$

නිපුණතා මට්ට 8.2 : විචල්‍ය දෙකක් හෝ තුනක් සහිත සමීකරණ විසඳයි.

නිපුණතා මට්ටමකාලච්ඡේද ගණන : 06

ඉගෙනුම් පල :

1. සමගාමී සමීකරණ යුගලයක විසඳුම් පිළිබඳ සාකච්ඡා කරයි.
2. න්‍යාස භාවිතයෙන් සමගාමී සමීකරණ විසඳයි.
3. න්‍යාස ගුණිතය හා සම්බන්ධ ගැටලු විසඳයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. • Let $a_1x + b_1y = c_1$ —— (i)

$a_2x + b_2y = c_2$. —— (ii)

$AX = C$ ආකාරයට, සමගාමී සමීකරණ ලිවීමෙන්

$$A = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix}, \; X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \text{ සහ } C = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix}.$$

A^{-1} පවතී නම්,

$$A^{-1}(AX) = A^{-1}C$$

$$\left(A^{-1}A\right)X = A^{-1}C$$

$$X = A^{-1}C$$

පහත කරුණු විස්තර කරන්න.

- අනන්‍ය විසඳුමක්
- අපරිමිත විසඳුම්
- විසඳුම් නැත

2. න්‍යාස භාවිතයෙන් සමගාමී සමීකරණ විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.

3. න්‍යාස ගුණිතය ආශ්‍රිත ගැටලු විසඳීම සඳහා සිසුන් යොමු කරන්න.

නිපුණතාව 9 : න්‍යාස වීජය හසුරුවයි.

නිපුණතා මට්ටම 9.1 :- න්‍යාස වීජය විස්තර කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන :- 08

ඉගෙනුම් පල :-
1. න්‍යාස හඳුන්වයි.
2. න්‍යාසයක පේළිය, තීරය හා ගණය ලියයි.
3. තිර න්‍යාසයක, පේළි න්‍යාසයක ලියයි.
4. න්‍යාස එකතු කිරීමට හා ගුණ කිරීමට අවශ්‍යතාව විස්තර කරයි.
5. සංවෘත ගුණය ප්‍රකාශ කරයි.
6. ආකලනයට න්‍යාසදේශ න්‍යාය හා සංඝටක නයාස යොදා ගනියි.
7. න්‍යාසයක්, අදිශයකින් ගුණ කරයි.
8. ආකලනය යටතේ අදිශ ගණිතය සඳහා විසටන න්‍යාස යොදා ගනියි.
9. න්‍යාස ආකලනය ඇතුළත් ගැටළු විසඳයි

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :-

1. න්‍යාසයක් යනු සංඛ්‍යාවල ඍජුකෝණාස්‍ර පද වැලකි න්‍යාසයක් A,B,C,..... අක්ෂර මගින් දක්වමු.

$$\text{Let } A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & . & . & . & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & . & . & . & a_{2n} \\ . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . \\ a_{m1} & a_{m2} & . & . & . & a_{mn} \end{pmatrix}$$

2. A න්‍යාසයට පේළි m හා n තීරු ඇති අතර A න්‍යාසයේ තරම (ගණය) $m \times n$ වේ. A , $(a_{ij})m \times n$ ලෙස ලිවිය හැක.

   න්‍යාසයක අවයව:

   a_{ij} යනු A න්‍යාසයේ i වන පේළියේ j වන තීරුවේ අවයවයයි.

3. පේළි න්‍යාස:
   එක පේළියක් පමණක් ඇති න්‍යාසයකට පේළි න්‍යාසයක් හෝ පේළි දෛශිකයක් යයි කියනු ලැබේ.

   තීරු න්‍යාස:
   එකම එක තීරුවක් ඇති න්‍යාසයක්, තීරු න්‍යාසයක් හෝ තීර දෛශිකයක් යයි කියනු ලැබේ.

   ශුන්‍ය න්‍යාස:
   සියලුම අවයව ශුන්‍ය වන න්‍යාසයක් ශුන්‍ය න්‍යාසයක් යයි කියනු ලැබේ.

4. • A හා B යනු එකම ගණයේ න්‍යාස දෙකක් යයි ගනිමු.

$A=(a_{ij})_{m\times n}, B=(b_{ij})_{m\times n}$

$a_{ij}=b_{ij}$ නම් සියලු i, j සඳහා

එවිට $A=B$

• න්‍යාස දෙකක් එකතු කිරීමට අවශ්‍යතාව ප්‍රකාශ කරන්න.
න්‍යාස එකම ගණයේ විය යුතු ය. එවිට අනුරූප අවයව එකතු කළ හැකි ය.
එවිට අනුරූප අවයව එකතු කළ හැකි ය.

$A=(a_{ij})_{m\times n}, B=(b_{ij})_{m\times n}$ සලකන්න.

එවිට $A+B=(a_{ij})_{m\times n}+(b_{ij})_{m\times n}$

$=(a_{ij}+_{ij})_{m\times n}$

5. එකතු කිරීම සඳහා සංවරණ න්‍යාය පැහැදිලි කර ප්‍රකාශ කරයි.

6. සටහන

(i) එකතුව සංවෘතවේ.

(ii) එකතුව න්‍යාදේශවේ.

$A+B=B+A$

එකතුව සංඝටනවේ.

$(A=B)+C=A+(B+C)$

7. න්‍යාස සඳහා අදිශ ගුණිතය පැහැදිලි කරයි.

$A=(a_{ij})m\times n$ හා $\lambda\in\mathbb{R}$ යයි ගනිමු

$\lambda A=(\lambda a_{ij})_{m\times n}$.සියලු $i.j$ සඳහා

$\lambda=-1$ විට

$(-1)A=-A$ ට A න්‍යාසයේ ඍණ න්‍යාසය යයි කියනු ලැබේ.

A, B එකම ගණයේ න්‍යාස දෙකක් ලෙස ගනිමු.

එවිට, $A-B=A+(-1)B.$

8. න්‍යාස ආකලනය සහ න්‍යාසවල ගුණ ආශ්‍රිත ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.

නිපුණතා මට්ටම 9.2 :- සමචතුරස්‍ර න්‍යාසයක ලක්ෂණ විමර්ශනය කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන :- 12

ඉගෙනුම් පල :- 1. සමචතුරස්‍ර න්‍යාසයක් දැයි අර්ථ දැක්වීම ඇසුරින් පරීක්ෂා කර බලයි.

2. න්‍යාස දෙකක් ගුණ කල හැකිද නැද්ද යන වග පරීක්ෂා කරයි.

3. ඕනෑම න්‍යාස දෙකක් සඳහා $AB \neq BA.$ ද යන්න පරීක්ෂා කරයි.

4. ඒකක න්‍යාස හා විකර්ණ න්‍යාස අර්ථ දක්වයි.

5. පෙරළුම් න්‍යාසයක අර්ථ දක්වයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :-

(1) $m \times n$ ගණය ඇති A න්‍යාසයක් $m = n$ විට ගනය n වන සමචතුරස්‍ර න්‍යාසයක් වේ යයි අර්ථ දක්වමු.

A යනු ගණය n වන සමචතුරස්‍ර න්‍යාසයක් යයි ගනිමු.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \ldots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \ldots & a_{3n} \\ & & & \\ a_{n1} & a_{n2} \ldots & & a_{nn} \end{bmatrix}$$

$(a_{11}, a_{22}, a_{33}, ..a_{nn})$ ප්‍රධාන විකර්ණය වේ.

2. $A = (a_{ij}) m \times p$ හා $B = (b_{ij}) p \times n$ යයි ගනිමු.

$p = q,$ විට AB ගුණිතය අර්ථ දැක්වේ.

A $= (a_{ij}) m \times p$ හා B$= (b_{ij}) p \times n$ නම්

එවිට AB $= (\sum_{k=1}^{p} (a_{ik} b_{kj})_{m \times n}$

ගණනය $m \times n$ වේ.

3. (i) AB අර්ථ දැක්වුනද BA අර්ථ දැක්වීම අත්‍යවශ්‍ය නොවේ.

(ii) සාමාන්‍යයෙන් $AB \neq BA.$

4. n වන ගණයේ සමචතුරස්‍ර න්‍යාසයක්,

$$a_{ij} = 1 \;\; ; \;\; i = j \text{ නම්}$$
$$= 0 \;\; ; \;\; i \neq j \text{ නම්}$$

අවශ්‍යතා සම්පූර්ණ කරන්නේ නම්, එය ඒකක න්‍යාසයක් ලෙස හඳුන්වන අතර I_n මගින් සංකේතවත් කෙරේ.

- $i \neq \underline{j}$ වන සෑම අවස්ථාවක ම $a_{ij} = 0$ වන්නේ නම්, එම සමචතුරස්‍ර න්‍යාසය, විකර්ණ න්‍යාසයක් ලෙස හඳුන්වනු ලැබේ.
- සියළු i,s $\underline{j}$ සඳහා $a_{ij} = 0$ වන්නේ නම්, එම සමචතුරස්‍ර න්‍යාසය ශූන්‍ය න්‍යාසයක් ලෙස හඳුන්වනු ලැබේ.

A,B හා C එකම ගණයේ සමචතුරස්‍ර න්‍යාස සඳහා

A(BC) = (AB) C (ගුණන යටතේ සංඝටන)

A(B+C) = AB +AC (විඝටන)

(B+C)A = BA +CA (විඝටන)

A + 0 = A = 0 + A [0- සමචතුරස්‍ර න්‍යාසයකි]

A x I = A = I x A (I- ඒකන න්‍යාසය)

5. A යනු $m\,x\,n$ ගනයේ න්‍යාසයක් ලෙස ගනිමු.

$$A = (a_{ij})_{mxn}$$

Aහි පෙරළුම A^T මගින් දක්වන අතර

$$A^T = (b_{ij})_{nxm}$$

මෙහි $b_{ij} = a_{ji}$ සියලු i , j. සඳහා ලෙස අර්ථ දක්වයි.

න්‍යාසයක පෙරළුමේ ගුණ

$$(A+B)^T = A^T + B^T$$
$$(KA)^T = K.A^T \;,\; k \in \mathbb{R}$$

$$(A^T)^T = A$$

$$(AB)^T = B^T.A^T$$

තෙවන වාරය

ගණිතය - I

නිපුණතාව 9 : ධන නිඛිල දර්ශක සඳහා ද්විපද ප්‍රසාරණය ගවේෂණය කරයි

නිපුණතා මට්ටම 9.1 : ද්විපද ප්‍රසාරණයේ මූලික ගුණ විස්තර කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 08

ඉගෙනුම් පල : 1. ${}^n c_r$ අංකනය අර්ථ දක්වයි.

2. ද්විපද ප්‍රසාරණය මගින් $(a+b)^n$ ප්‍රසාරණය කරයි.

3. $(a+b)^n$ ප්‍රසාරණයේ සාධාරණ පදය ලියයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. $${}^n c_r = \frac{n!}{(n-r)!\, r!}$$

2. ධන නිඛිල දර්ශකයක් සඳහා ද්විපද ප්‍රමේයේ ප්‍රකාශ කරන්න.

$$(a+b)^n = {}^n C_o a^n + {}^n C_1 a^{n-1} b + {}^n C_2 a^{n-2} b^2 + \dots\dots\dots\dots + {}^n C_n B^n$$

$$= \sum_{r=0}^{n} {}^n C_r a^{n-r} b^r \quad \text{මෙහි} \quad {}^n c_r = \frac{n!}{(n-r)!\, r!}\ (0 \le r \le n)$$

ප්‍රසාරණයේ

- ${}^n C_1, {}^n C_2, {}^n C_3, \dots {}^n C_n$ පද ද්විපද සංගුණක ලෙස හඳුන්වයි.
- ${}^n C_0 a^n + {}^n C_1 a^{n-1} + {}^n C_2 a^{n-2} + \dots\dots + {}^n C_n$ යනු ප්‍රසාරණයේ පදයි.
- ප්‍රසාරණයේ ඇති පද ගණන $n+1$ වේ.
- ද්විපද ප්‍රකාශන ප්‍රසාරණය කිරීමට සිසුන් යොමු කරන්න.

3. $(a+b)^n$ ද්විපද ප්‍රසාරණයේ සාධාරණ පදය T_{r+1} නම්

$T_{r+1} = {}^n C_r a^{n-r} b^r$, $T_r = {}^n C_{r-1} a^{a-r+1} b^{r-1}$

මෙහි b හි දර්ශකය ආරෝහන ක්‍රමයට ඇති බව නිරීක්ෂණය කරයි.

- ද්විපද ප්‍රසාරණය හා බැඳුණු ගැටලු විසඳීම සිසුන් යොමු කරයි.
  කමාරෝපිත n අර්ථ දක්වයි.

නිපුණතා මට්ටම 9.2 : ද්විපද ප්‍රමේය භාවිතයේ යොදවයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 08

ඉගෙනුම් පල : 1. ද්විපද ප්‍රමේය භාවිතයෙන් $(1+x)^n$ ප්‍රසාරණය කරයි.

2. $(1+x)^n$ ප්‍රසාරණය සාධාරණ පදය ලියයි.

3. ද්විපද ප්‍රමේය හා බැඳුණු ගැටලු විසඳයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. $(1+x)^n$ හි ප්‍රසාරණය

$(1+x)^n = {}^nC_o + {}^nC_1 x + {}^nC_2 x^2 + {}^nC_3 x^3 + ... + {}^nC_n x^n$ ලෙස සිසුන්ට පහදා දෙන්න.

$$= \sum_{r=0}^{n} {}^nC_r x^r \qquad \text{මෙහි} \quad {}^nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!} \qquad (0 \le r \le n)$$

${}^nC_0, {}^nC_1, {}^nC_2, {}^nC_3, ... {}^nC_n$ යනු ද්විපද සංගුණක වේ.

2. සාධාරණ පදය වන T_{r+1}

$T_{r+1} = {}^nC_r x^r$ සහ $T_r = {}^nC_{r-1} x^{r-1}$ ගත හැකි බව සිසුන්ට පහදා දෙන්න.

3. ද්විපද ප්‍රසාරණය හා බැඳුණු ගැටලු විසඳීමට සිසුන්ව යොමු කරන්න.

නිපුණතාව 10 : අපරිමිත ශ්‍රේණියක ඓක්‍යය සොයයි.

නිපුණතා මට්ටම 10.1 : පරිමිත ශ්‍රේණි සහ ඒවායේ ලක්ෂණ විස්තර කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 08

ඉගෙනුම් පල : 1. සමාන්තර ශ්‍රේණියක සහ ගුණෝත්තර ශ්‍රේණිය ඓක්‍යය සොයයි.

2. සමාන්තර ශ්‍රේණියක සහ ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක සාධාරණ පදය සොයයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. සමාන්තර ශ්‍රේණි අර්ථ දක්වයි.

කිසියම් ශ්‍රේණියක පළමු පදයට පසු ලැබෙන සෑම පදයකම පෙර පදය සහ පසු පදය අතර වෙනස නියතයක් නම් එම ශ්‍රේණිය සමාන්තර ශ්‍රේණියක් වේ.

- සාධාරණ පදය වන T_r

  මෙහි a යනු පළමු පදය ය d නු පෙදු අන්තරය ද වේ

  පද n ගණන ඓක්‍යය $T_r = a+(r-1)d$

- පද n ගණන ඓක්‍යය

  $$S_n = \frac{n}{2}[2a+(n-1)d] = \frac{n}{2}[a+l]$$

  මෙහි l යනු ශ්‍රේණියේ n වන පදයයි

2. ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක අර්ථ දැක්වීම

යම් ශ්‍රේණියක පළමු පදයෙන් පසු ලැබෙන සෑම පදවලම පෙර පදය පසු පදයට දක්වන අනුපාතය නියත නම් එම ශ්‍රේණිය ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක් වේ.

- සාධාරණ පදය

  $T_p = ar^{p-1}$ බව පෙන්වන්න. මෙහි a යනු පළමු පදය ද r යනු පොදු අනුපාතයද වේ.

- පද n ගණන එකතුව S_n පෙන්වා දෙන්න. ඉහත සමීකරණය භාවිතය

  $$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}; \quad \text{විට } |r|<1$$

  $$= \frac{a(r^n-1)}{(r-1)} \quad \text{විට } |r|>1$$

- $$\underset{n\to\infty}{Lt}\, S_n = \frac{a}{1-r} \quad \text{විට } |r<1|$$

- ශ්‍රේණි හා බැඳුණු ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.

නිපුණතා මට්ටම 10.2 : සමාන්තර ශ්‍රේණි හා ගුණෝත්තර ශ්‍රේණි ආශ්‍රිත ගැටලු විසඳයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 08

ඉගෙනුම් ප : 1. ශ්‍රේණි $\sum$ අංකනයෙන් ලියා එහි ඓක්‍යය සොයයි.

2. සිග්මා අංකනයෙන් ලියා ඇති සමාන්තර ශ්‍රේණි සහ ගුණොත්තර ශ්‍රේණිය භාවිතය

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. ශ්‍රේණියක සාධාරණ පදය Ur ලෙස ප්‍රකාශ කර පද n හි එකතුව $\sum_{r=1}^{n} U_r$ ලෙස ලියයි.

   ප්‍රකාශ කරයි.

   (i) $\sum_{r=1}^{n}(u_r + V_r) = \sum_{r=1}^{n} u_r + \sum_{r=1}^{n} V_r$

   (ii) $\sum_{r=1}^{n} kU_r = k\sum_{r=1}^{n} U_r$ මෙහි k නියතයක් වේ.

   $\sum_{r=1} U_r V_r \neq \left(\sum_{r=1}^{n} U_r\right)\left(\sum_{r=1}^{n} V_r\right)$ ප්‍රකාශ කරන්න.

2. සමාන්තර ශ්‍රේණි සහ ගුණොත්තර ශ්‍රේණි සම්බන්ධ ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.

නිපුණතා මට්ටම 10.3 : මූලික ශ්‍රේණිවල එකතුව සොයයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 10

ඉගෙනුම් පල : 1. ගණිත අභ්‍යුගත භාවිතයෙන් $\sum_{r=1}^{n} r, \sum_{r=1}^{n} r^2, \sum_{r=1}^{n} r^3$, හි අගයන් සඳහා සූත්‍ර සාධනය කර භාවිත කරයි.

2. ශ්‍රේණියක එකතුව සෙවීමට ඉහත සූත්‍ර යොදා ගනියි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. $\sum_{r=1}^{n} r, \sum_{r=1}^{n} r^2, \sum_{r=1}^{n} r^3$ නිර්නය කරන්න.

   ගණිත අභ්‍යුහන මුලධර්මය මඟින් වෙන් කරන්න. පහත ප්‍රතිඵල සාධනය කිරීමට සිසුන් යොමු කරන්න.

$$\sum_{r-1}^{n} r = \frac{n}{2}(n+1)$$

$$\sum_{r-1}^{n} r^2 = \frac{n}{6}(n+1)(2n+1)$$

$$\sum_{r-1}^{n} r^3 = \left[\frac{n}{2}(n+1)\right]^2$$

2. ඉහත ප්‍රතිඵල සම්බන්ධිත ශ්‍රේණි ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.
3. අන්තර් ක්‍රමය මඟින් ශ්‍රේණියක ඓක්‍යය සෙවීම සිසුනට විස්තර කරන්න.
4. ශ්‍රේණියක අභිසාරීතාව නිර්ණය කිරීමට සිසුන් යොමු කරවන්න.

ගණිතය - II

නිපුණතාව 4 : අහඹු සංසිද්ධි ගණිතානුකූලව විශ්ලේෂණය කරයි.

නිපුණතා මට්ටම 4.11 : න්‍යායාත්මක ආදර්ශ භාවිතයෙන් සම්භාවිතාව ගණනය කර විශේෂිත සන්තතික සම්භාවිතා ව්‍යපත්තිවල ඝනත්ව ශ්‍රිත විවරනය කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 15

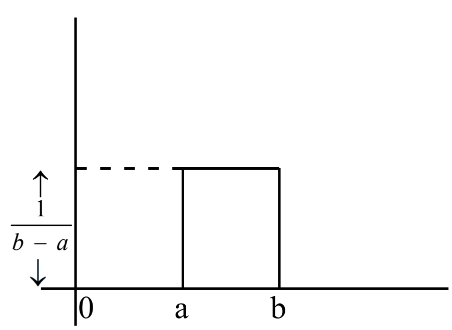
ඉගෙනුම් පල :
1. ඒකාකාර ව්‍යාප්තිය විස්තර කරයි.
2. ප්‍රමත ව්‍යාප්තිය විස්තර කරයි.
3. සම්මත ප්‍රමත ව්‍යාප්තිය විස්තර කරයි.
4. ඉහත ව්‍යාප්ති ආශ්‍රිත ගැටලු විසඳයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. X යනු සන්තතික සසම්භාවී විචල්‍යයක් සහ අගයන් a සහ b අතර ඇතිවිට එහි සම්භාවිතා ගණත්ව ශ්‍රිතය ඒකාකාරව ව්‍යාප්තව ඇත.

$a \leq x \leq b$ පරාසයේදී මෙම ව්‍යාප්තිය ඒකාකාරය ව්‍යාප්තිය වන විට මෙම ව්‍යාපෘතිය, ඒකාකාර ව්‍යාප්තියක් ලෙස සලකන අතර එය $X \sim U_{(a,b)}$ මගින් දක්වේ. මෙහි a, b යනු ව්‍යාප්තියේ පරාමිතීන් වේ.

සම්භාවිතා ඝනත්ව ශ්‍රිතය $f(x) = \dfrac{1}{(b-a)}$ වේ.



ඍජුකෝණාස්‍රාකාර කොටස තුළ මුළු වර්ගඵලය

$$= \frac{1}{(b-a)} \times (b-a)$$
$$= 1$$

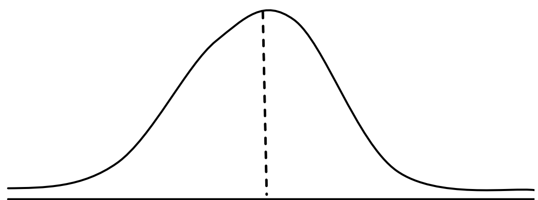
2. X යනු සන්තතික සසම්භාවී විචල්‍යයක් නම්

X යනු මධ්‍යන්‍යය μ සහ සම්මත අපගමනය σ^2 වන ප්‍රමාන ව්‍යාප්තියක් විට එහි සම්භාවිතා ගණත්ව ශ්‍රිතය

$$f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}},-\infty<x<\infty$$

$X \sim N(\mu,\sigma^2)$, μ - මධ්‍යයන්‍ය σ^2 - විචලතාවය

ප්‍රමාන ව්‍යාප්තිය වක්‍රයක් මගින් නිරූපණය කළ හැකි අතර එම වක්‍රය ප්‍රමාණ ව්‍යාප්ති වක්‍ර ලෙස හැඳින්වේ.

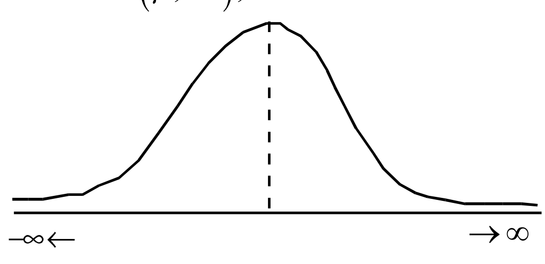


මෙලෙස පෙන්වීම පිළිවන

ප්‍රමාණ ව්‍යාප්ති වක්‍රයක පහත ලක්ෂණ ඇත.

* එය ගන්ටාරයක හැඩය ගනි
* එය මධ්‍යන්‍යය (μ). වටා සමමිතික වේ
* එය $-\infty$ සිට $+\infty$ දක්වා පැතිරේ
* $f(x)$ හි උපරිම අගය $\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$
* වක්‍රයෙන් වට වූ මුළු වර්ගඵලය ඒකක 1 වේ

If $X \sim N\left(\mu,\sigma^2\right)$,

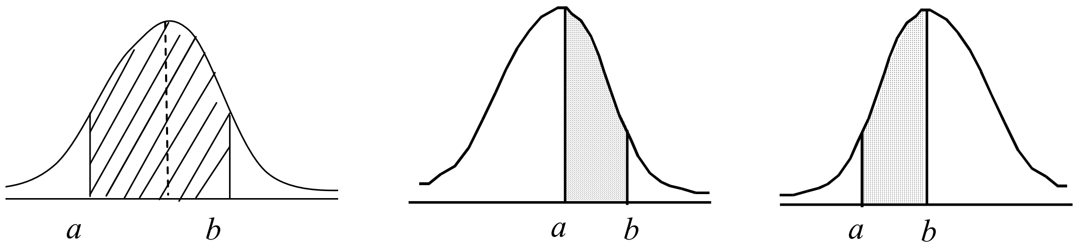


$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$ නම්

* ආසන්න ලෙස ව්‍යාප්තියේ 95% ම මධ්‍යන්‍යයේ සිට සම්මත අපගමනය දෙකක් දුරින් පිහිටයි.
* ආසන්න ලෙස ව්‍යාප්තියේ 99.75% මධ්‍යනයයේ සිට සම්මත අපගමන තුනක් දුරින් පිහිටයි.

a සහ b අතර ඇති X අගයක සම්භාවිතාවය $P(a < x < b) =$ ප්‍රමන ව්‍යාප්තිය යටතේ වක්‍රයෙ a සහ b අතර වර්ගඵලය ලෙස ලියනු ලැබේ.

එය පහත වක්‍රවලින් එකක් විය හැක



3. X යනු මධ්‍යයනය μ යන සම්මත අපගමනය σ වන ප්‍රමාන ව්‍යාප්තියක් නම්

$$X \sim N(\mu, \sigma^2).$$

මධ්‍යයනය 0 සහ සම්මත අපගමනය 1 වන විට X සම්මත කර වේ.

$$Z = \frac{x-\mu}{\sigma}$$ අර්ථ දක්වයි.

$$\bar{Z} = \frac{\bar{x}-\mu}{\sigma}$$

$$\bar{Z} = 0$$

$$\sigma_Z^2 = \frac{\sigma_X^2}{|\sigma^2|}$$

$$\sigma_Z^2 = 1$$

$$\therefore \; Z \sim N(0,1)$$

Z හි සම්මත ගනත්ව ශ්‍රිතය $\phi(Z) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{1}{2}Z^2}$

මෙම ව්‍යාප්තිය සම්මත ප්‍රමත ව්‍යාප්තියක් ලෙස හඳුන්වනු ලැබේ.

Eg. : $X \sim N(40,9)$ යැයි සිතමු

$$Z = \frac{X-40}{9}$$ අර්ථ දක්වයි.

$$\overline{Z} = \frac{\overline{X}-40}{3}$$

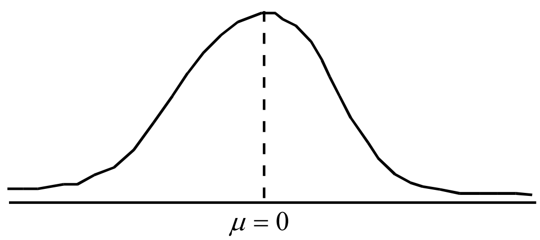
$$\overline{Z} = 0$$

$$\sigma_Z^2 = \frac{\sigma_Z^2}{3^2}$$

$$\sigma_Z^2 = 1$$

$$\therefore\ \overline{Z} \sim N(0,1)$$

'



4.
- අගයන් දෙකක් අතර වර්ගඵලය සෙවීමට සිසුන් යොමු කරන්න.
- ව්‍යාප්ති හා බැඳුණු ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.

නිපුණතාව 7 : ජාල භාවිතයෙන් ව්‍යාප්ති විශ්ලේෂණය කරයි.

නිපුණතා මට්ටම 7.1 : ජාල විස්තර කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 10

ඉගෙනුම් පල : 1. ජාල අර්ථ දක්වයි යන ගැටලු විසඳීමට භාවිත කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. ජාලයක් යන්න පැහැදිලි කරයි සහ ජාලයක සංරචක හඳුනා ගනියි.

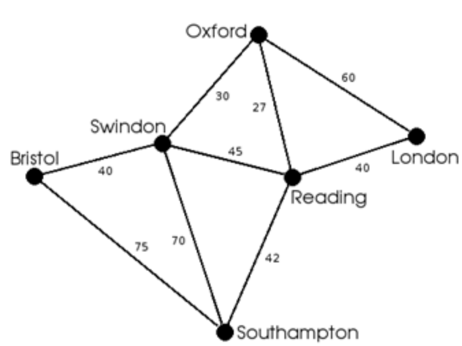
ජාල :

බොහෝ ව්‍යාපාරික ගැටලු (සමහර විශේෂ රේඛීය ප්‍රමාණ ආකෘති අඩංගු) විසඳීමට ජාල යොදා ගත හැක. ජාලයක් යනු ගැටලුව රූපමය ඉදිරිපත් කිරීමකි. එහි ශීර්ෂ හා පථ අඩංගු වේ. ශීර්ෂ මගින් සාමාන්‍යයෙන් නගර හන්දි හෝ ව්‍යාපෘතිය ආරම්භය සහ අන්තය නිරූපණය කරයි. පථ (අතු) මගින් ශීර්ෂ සම්බන්ධ කරුණ අතර සමාන්‍යයෙන් රේඛා මගින් නිරූපණය කරයි. බොහෝ දුරට රේඛා මගින් අදියෙහි මාර්ග වතුර නල ගංගා ව්‍යාපෘතියක ක්‍රියා (ව්‍යාපෘති කලමනාකරණය) නිරූපණය කරයි.

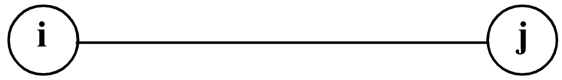
ජාල සඳහා සරල උදාහරණ:

ශීර්ෂ	පථ	ගැලීම්
නගර	මාර්ග	වාහන
දුරකථන මධ්‍යස්ථාන	දුරකථන රැහැන්	දුරකථන ඇමතුම
වතුර බටවල යන්ධි	වතුර බට	ජලය

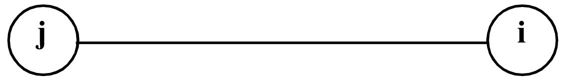
ජාල සඳහා උදාහරණ :



දිශානුගත නොවූ රේඛා මගින් ශිර්ෂ අතර ගැලීම් සහ චලනයන් දෙපසටම සිදුවිය හැක.



දිශානුගත රේඛා මගින් ගැලීම් සහ චලනයන් එක් දිශාවට පමණක් සිදුවේ. උදාහරණ ගංගා සහ එක් දිශාවකට යොමු කළ පාරවල්



2. ජාල ශිල්පීය ක්‍රම අදහස සහ ජාල තාක්ෂණයේ භාවිතය සාකච්ඡා කරයි.

ජාල තාක්ෂණය:

ජාල ශිල්පීය ක්‍රම විවිධ ගැටලු විසඳීම සඳහා යොදා ගත හැක. සමහර ගැටලු කෙටියෙන් පහත සාකච්ඡා කරයි.

i. ප්‍රවාහන ගැටලු

නිෂ්පාදන නිෂ්පාදනය කළ ස්ථානයේ සිට බෙදා ගන්නා ස්ථානවල ප්‍රවාහනය කිරීමේදී වියදම් අඩු කරගැනීම සඳහා යොදා ගනියි.

ii. නැවෙන් නැවට මාරු කිරීමේ ගැටලු

මෙය ප්‍රවාහන ගැටලුවල විශේෂ අවස්ථාවක් වන අතර අතර මැදි ප්‍රභවයක් හරහා ආහාර හෝ ද්‍රව්‍ය ප්‍රවාහනය

iii. කෙටිම පරායන ගස

මෙම ශිල්පීය ක්‍රමය මගින් අවශ්‍ය ප්‍රදේශවලට උපරිම ජලය ප්‍රවාහනය හා සම්බන්ධ ගැටලු විසඳීම තවද මෙම ක්‍රමය දුරකථන ජාල සම්බන්ධ ගැටලු විසඳීමට යොදා ගත හැක.

iv. කෙටි ගමන් පථ හා බැඳුණු ගැටලු

කෙටිම ගමන් මග හා බැඳුණු ගැටලු ද ඉතා වැදගත් ජාල ගැටලුවක් වේ. මෙහිදී කිසියම් අන්ත දෙකක් අතර කෙටිම දුර සෙවීම සිදු කරයි. නඩත්තු හා ප්‍රතිසංවිධාන කටයුතු අවම වන පරිදි උපකරණ නිසි පරිදි තැබීමට අවශ්‍ය කාලය සෙවීම

v. උපරිම ගැලීම්

මෙම ජාල ශිල්පීය ක්‍රමය මගින් කිසියම් කාලයදී ජලය හරහා ගමන් කළ හැකි උපරිම ධාරිතාව නිර්නය කරනු ලබයි. උදාහරණ ලෙස යාල වැනි අභය භූමියක

ඇතුලු කළ හැකි උපරිම ජිප් රථ ගණන නිර්නය කිරීම වැනි ගැටලු සඳහා යොදා ගත හැකිය.

vi. ව්‍යාපෘති කළමනාකරණය

විශේෂ ජාල ශිල්පීය ක්‍රමයක් වශයෙන් ව්‍යාපෘතියක සැලැස්ම කාල සටහන සහ පාලනය කිරීම සඳහා යොදා ගනියි. මෙම පරිසර සාධක සංකීර්ණ වන විට මෙම ක්‍රමය ඉතා ප්‍රයෝජනවත් වේ. මෙම ක්‍රමය මගින් ඵලදායී කළමනාකරණයක් සහ ව්‍යාපෘතිය නිම කිරීමට ගතවන කාලය නිවැරදිව නිර්ණය කළ හැක. කිසියම් ව්‍යාපෘතිය එක් එක් අවස්ථාවල ඇති සංකීර්ණ අවස්ථා හඳුනා ගැනීම සඳහා ඒකක කාල අන්තර්වලදී නිවැරදි තිරණ ගැනීම සඳහා විශ්ලේෂණය කිරීම සඳහා ද ඇති සම්පත් උපරිම වශයෙන් ප්‍රයෝජනයට ගැනීම සඳහාත් නිවැරදි කළමනාකරණය සහ පාලනයටත් මෙම ශිල්පීය ක්‍රමය යොදා ගත හැකිය.

සටහනː පරායන ගැටලු උපරිම ගලා යන පථ අඩංගු ගැටලු ව්‍යාපෘති කළමනාකරණය 7.2 යටතේ වැඩිදුරටත් සාකච්ඡා කෙරේ.

නිපුණතා මට්ටම 7.2 : ජාල භාවිතයෙන් ගැටලු විසඳයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 15

ඉගෙනුම් ඵල : 1. පරායන රුක් හඳුන්වා දෙයි.

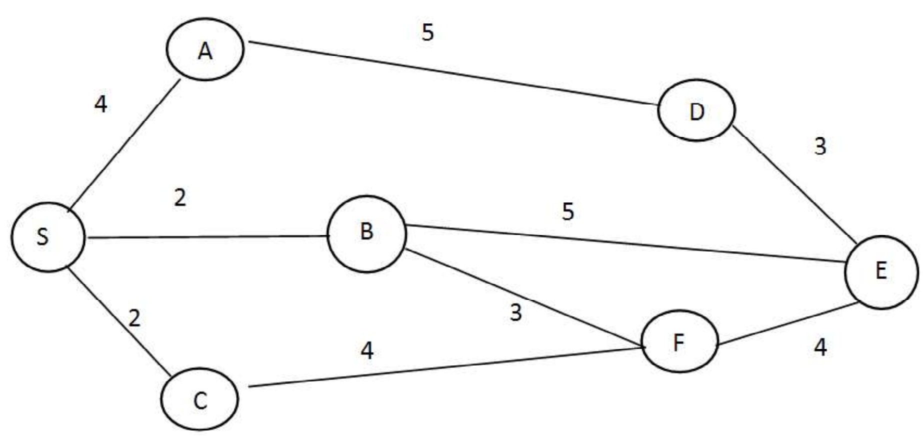
2. උපරිම ගැලීම් විස්තර කරයි.

3. ව්‍යාපෘති කළමණාකරනය සහ අවධි පත ආශ්‍රිත ගැටලු විසඳයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. පරායන රුක් ගැටලු හඳුන්වා දෙයි.

පරායන රුක් සම්බන්ධ ගැටලු 7.1 කොටසේදී හඳුන්වා දෙන ලදී. මෙම කොටසේ උදාහරණයක් මගින් ගැටලුව විසඳන ආකාරය පිළිබඳ විස්තර කරයි. විශාල නගරයක ජනතාවගේ පහසුව සඳහා වතුර සපයන ජලනල ව්‍යාපෘතියක් සැදීමට අදහස් කර ඇත. මෙම වැඩසටහනට අනුව විශාල ටැංකි හතක් නගරයේ විවිධ ස්ථානවල සැදීමට බලාපොරොත්තු වේ. මෙම ටැංකි සම්බන්ධ කරමින් බට නල එළීමට, වතුර ගබඩා කිරීමට අපේක්ෂා කෙරෙන සැළසුම්කරුවන්ට අඩුනම බටනල යොදාගෙන මෙම ටැංකි සම්බන්ධ කිරීමට අවශ්‍ය වේ . එක් එක් ටැංකි අතර දුර කිලෝ මීටර්වලින් රේඛා දිගින් නිරූපණය කරයි.



පහත ක්‍රම ඡේදය භාවිතා කරමින් ගැටලුව විසඳන ආකාරය පැහැදිලි කරන්න.

1. ඕනෑම සන්ධියක අහඹු ලෙස තෝරාගෙන ළඟම සන්ධිය සමඟ සම්බන්ධ කරන්න.
2. සම්බන්ධිත සන්ධියට ආයත්ත අනෙකුත් සන්ධි හඳුනාගන්න. එම සන්ධිය සම්බන්ධ කරන්න. සියලූ ම සන්ධි සම්බන්ධ වන ලෙස මෙම පියවර අනුගමනය කරන්න.

2. **උපරිම ගැලීම් ගැටලු විස්තර කරයි**

ඉහත දී මෙම ගැටලු වර්ග පිළිබඳ ඉදිරිපත් කරන ලදී. එම කොටසේ දී විසඳුම් ක්‍රමවේදය උදාහරණයක් මගින් පහත ඉදිරිපත් කර ඇති පරිදි විස්තර කරනු ලැබේ.

ජනප්‍රිය සත්ව උද්‍යානයක් නගරයක එක් කෙළවරක පිහිටා ඇත. සත්ව උද්‍යානයට එන වාහන නගරයට ඇතුලු විය යුත්තේ ගඟක් හරහා වැටී ඇති පාලමක් මතින් වේ. පහත රූප සටහන මගින් දිශාවකට එක් දිනක දී ගමන් කළ හැකි උපරිම වාහන ධාරිතාව (1000 තත්පර) නිරූපණය කරයි. සමහර පාරවල්වල එක් අතකට පමණක් දිව යයි. නගර නිර්මාණකරුවන් පාරවල් ජාලය හරහා සත්ව උද්‍යානයට පැමිණිය හැකි උපරිම වාහන සංඛ්‍යාව දැන ගැනීමට අවශ්‍ය ව ඇත.

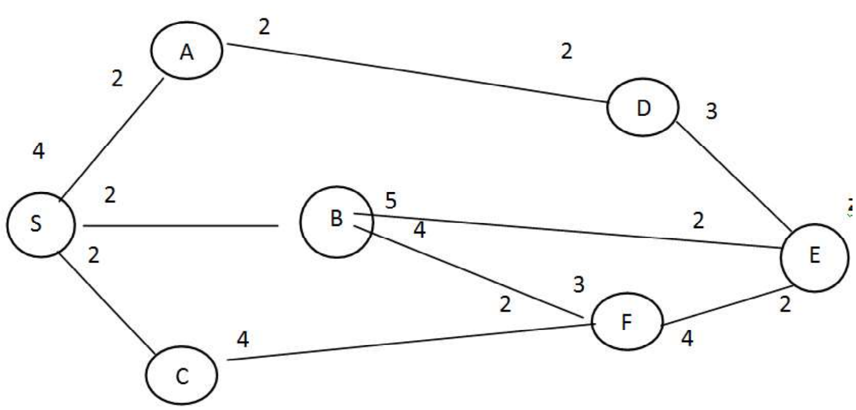
4. ප්‍රශ්න විසඳුම හඳුනාගන්නා තෙක් පළමු පියවරේ සිට තුන්වන පියවර දක්වා නැවත නැවත සිදු කරන්න.

3. **ව්‍යාපෘති සැලසුම්කරණය හා අවධිපථ සම්බන්ධ ගැටලු විසඳීම**

ව්‍යාපෘතියේ අර්ථ දැක්වීම විස්තර කරන්න. ව්‍යාපෘතියක සැලසුම් කිරීම, සැළසුම් නිර්මාණය කිරීම සහ ක්‍රියාවේ යෙදීමේ යන කරුණු අභිමතාර්ථ සම්පූර්ණ කර ගැනීමට අන්තර්ගත වේ. ව්‍යාපෘති සඳහා උදාහරණ කිහිපයක් සාකච්ඡා කරන්න. උදා: නිවසක් සෑදීම, පාසලක නිවාසාන්තර ක්‍රීඩා උත්සවයක් සංවිධානය කිරීම, මෘදුකාංග සංවර්ධනය

නිවසක් තැනීම යන ව්‍යාපෘතියක් සිසුන් සමඟ සාකච්ඡා කිරීමේ දී සංකල්පීය අරමුණු (ක්‍රියාකාරකම්) පැහැදිලි කරන්න. මෙවැනි පුරෝගාමී ක්‍රියාකාරකම් හඳුනාගන්න. එනම් ප්‍රථමයෙන් නිම කළ යුතු ක්‍රියාකාරකම් මොනවාදැයි හඳුනාගන්න. එනම් නිවසක බිත්ති බැඳීමට ප්‍රථමයෙන් විනසේ අත්තිකාරම දමා නිමකළ යුතු ය.

ජාල භාවිතයෙන් ව්‍යාපෘතියක් ඉදිරිපත්කරන ආකාරය විස්තර කරන්න. මේ සඳහා ක්‍රම දෙකක් යොදා ගනී. ක්‍රියාකාරකම්



පාසල් පාදක තක්සේරුව

පාසල පදනම් කරගත් තක්සේරුකරණය – හැඳින්වීම

ඉගෙනුම- ඉගැන්වීම සහ ඇගයීම අධ්‍යාපන ක්‍රියාවලියේ වැදගත් සංරචක තුනක් බවත් ඉගෙනුමෙහි සහ ඉගැන්වීමෙහි ප්‍රගතිය දැනගැනීම පිණිස ඇගයීම යොදා ගතයුතු බවත් සෑම ගුරුවරයකු විසින් ම දත යුතු පැහැදිලි කරුණකි. ඒවා අන්‍යෝන්‍ය බලපෑමෙන් යුතු ව ක්‍රියා කරන බවත් එසේ ම එකිනෙකෙහි සංවර්ධනය කෙරෙහි එම සංරචක බලපාන බවත් ගුරුවරු දනිති. සන්තතික (නිරන්තරයෙන් සිදුවන) ඇගයීම් මූලධර්ම අනුව ඇගයීම සිදුවිය යුත්තේ ඉගෙනීම හා ඉගැන්වීම කෙරෙන අතරතුර දීය. මෙය ඉගෙනුම්- ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය අරම්භයේ දී හෝ මැද දී හෝ අග දී හෝ යන ඕනෑම අවස්ථාවක දී සිදුවිය හැකි බව තේරුම් ගැනීම ගුරුවරයකුට අවශ්‍ය ය. එලෙස තම සිසුන්ගේ ඉගෙනුම් ප්‍රගතිය ඇගයීමට අපේක්ෂා කරන ගුරුවරයකු ඉගෙනුම ඉගැන්වීම සහ ඇගයිම පිළිබඳ සංවිධානාත්මක සැලැස්මක් යොදාගත යුතුවෙයි.

පාසල පදනම් කරගත් ඇගයීම් වැඩපිළිවෙළ හුදු විභාග ක්‍රමයක් හෝ පරීක්ෂණ පැවැත්වීමක් හෝ නොවේ. එය හඳුන්වනු ලබන්නේ සිසුන්ගේ ඉගෙනීමත්, ගුරුවරුන්ගේ ඉගැන්වීමත් වැඩි දියුණු කිරීම සඳහා යොදාගනු ලබන මැදිහත් වීමක් වශයෙනි. මෙය සිසුන්ට සමීප ව සිටිමින් ඔවුන්ගේ ප්‍රබලතා සහ දුබලතා හඳුනාගෙන ඒවාට පිළියම් යොදමින් සිසුන්ගේ උපරිම වර්ධනය ළඟා කර ගැනීමට යොදාගත හැකි වැඩපිළිවෙලකි.

ඉගෙනුම් - ඉගැන්වීම් ක්‍රියාකාරකම් තුළින් අනාවරණ ක්‍රියාවලියකට සිසුන් යොමු කෙරෙන අතර, ගුරුවරයා සිසුන් අතර ගැවසෙමින් ඔවුන් ඉටුකරන කාර්ය නිරීක්ෂණය කරමින් මාර්ගෝපදේශකත්වය සපයමින් කටයුතු කිරිම පාසල් පදනම් කරගත් ඇගයීම් වැඩපිළිවෙළ ක්‍රියාත්මක කිරීමේ දී අපේක්ෂා කෙරේ. මෙහි දී ශිෂ්‍යයා නිරතුරු ව ඇගයීමට ලක්විය යුතු අතර, ශිෂ්‍ය හැකියා සංවර්ධනය අපේක්ෂිත අන්දමින් සිදුවන්නේ දැයි ගුරුවරයා විසින් තහවුරු කරනු ලැබිය යුතු වෙයි.

ඉගෙනීම සහ ඉගැන්වීම මගින් සිදුවිය යුත්තේ සිසුන්ට නිසි අත්දැකීම් ලබා දෙමින් ඒවා සිසුන් විසින් නිසි පරිදි අත්පත් කර ගෙන තිබේ දැයි තහවුරු කර ගැනීම ය. ඒ සඳහා නිසි මාර්ගෝපදේශය සැපයීම ය. ඇගයීමේ (තක්සේරු කිරීමේ) යෙදී සිටින ගුරුවරුන්ට තම සිසුන් සඳහා දෙයාකාරයක මාර්ගෝපදේශකත්වය ලබා දිය හැකි ය. එම මාර්ගෝපදේශ පොදුවේ හඳුන්වන්නේ ප්‍රති පෝෂණය (Feed Back) හා ඉදිරි පෝෂණය (Feed Forward) යනුවෙනි. සිසුන්ගේ දුබලතා හා නොහැකියා අනාවරණය කරගත් විට ඔවුන්ගේ ඉගෙනුම් ගැටලු මගහරවා ගැනීමට ප්‍රතිපෝෂණයත් සිසු හැකියා සහ ප්‍රබලතා හඳුනා ගත් විට දක්ෂතා වැඩි දියුණු කිරිමට ඉදිරි පෝෂණයත් ලබා දීම ගුරු කාර්යය වෙයි.

ඉගෙනුම්- ඉගැන්නුම් ක්‍රියාවලියේ සාර්ථකත්වය සඳහා පාඨමාලාවේ අරමුණු අතරෙන් කවර අරමුණු කවර මට්ටමින් සාක්ෂාත් කළ හැකි වූයේ දැයි හඳුනා ගැනීම සිසුන්ට අවශ්‍ය වෙයි. ඇගයීම් වැඩපිළිවෙල ඔස්සේ සිසුන් ළඟා කර ගත් ප්‍රවීණතා මට්ටම් නිශ්චය කිරීම මේ අනුව ගුරුවරුන්ගෙන් බලාපොරොත්තු වන අතර සිසුන් හා දෙමව්පියන් ඇතුළු වෙනත් අදාළ පාර්ශවවලට

සිසු ප්‍රගතිය පිළිබඳ තොරතුරු සන්නිවේදනය කිරීමට ගුරුවරුන් යොමුවිය යුතු ය. මේ සඳහා යොදාගත හැකි හොඳම ක්‍රමය වන්නේ සන්තතිකව සිසුන් ඇගයීමට පාත්‍ර කිරීමට ඉඩ ප්‍රස්ථා සලසන පාසල පදනම් කරගත් ඇගයීම් ක්‍රමයයි.

යථෝක්ත අරමුණ සහිතව ක්‍රියා කරන ගුරුවරුන් විසින් තම ඉගැන්නුම් ක්‍රියාවලියත් සිසුන්ගේ ඉගෙනුම් ක්‍රියාවලියත් වඩාත් කාර්යක්ෂම කිරීම පිණිස වඩා හොඳ කාර්යක්ෂමතාවෙන් යුක්ත ඉගෙනුම්, ඉගැන්නුම් සහ ඇගයීම් ක්‍රම යොදා ගත යුතු වෙයි. මේ සම්බන්ධයෙන් සිසුන්ට සහ ගුරුවරුන්ට යොදා ගත හැකි ප්‍රවේශ පිළිබඳ ප්‍රභේද කිහිපයක් මතු දැක්වෙයි. මේවා බොහෝ කලක සිට ගුරුවරුන් වෙත විභාග දෙපාර්තමේන්තුව විසින් ද ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය විසින් ද තොරතුරු සම්පාදනය කරන ලද ක්‍රමවේද වෙයි. එහෙයින් ඒවා සම්බන්ධයෙන් පාසල් පද්ධතියේ ගුරුවරුන් හොඳින් දැනුවත් වී ඇතැයි අපේක්ෂා කෙරේ. එම ප්‍රභේද මෙසේය.

01.	පැවරුම්	02.	ව්‍යාපෘති
03.	සමීක්ෂණ	04.	ගවේෂණ
05.	නිරීක්ෂණ	06.	ප්‍රදර්ශන /ඉදිරිපත් කිරීම
07.	ක්ෂේත්‍ර චාරිකා	08.	කෙටි ලිඛිත පරීක්ෂණ
09.	ව්‍යුහගත රචනා	10.	විවෘත ග්‍රන්ථ පරීක්ෂණ
11.	නිර්මාණාත්මක ක්‍රියාකාරකම්	12.	ශ්‍රවණ පරීක්ෂණ
13.	ප්‍රායෝගික ක්‍රියාකාරකම්	14.	කථනය
15.	ස්ව නිර්මාණ	16.	කණ්ඩායම් ක්‍රියාකාරකම්
17.	සංකල්ප සිතියම්	18.	ද්විත්ව සටහන් ජර්නල
19.	බිත්ති පුවත්පත	20.	ප්‍රශ්න විචාරාත්මක වැඩ සටහන්
21.	ප්‍රශ්න හා පිළිතුරු පොත්	22.	විවාද
23.	සාකච්ඡා මණ්ඩල	24.	සම්මන්ත්‍රණ
25.	ක්ෂණික කථා	26.	භූමිකා රංගන

හඳුන්වා දී ඇති මෙම ඉගෙනුම්, ඉගැන්නුම් සහ ඇගයීම් ක්‍රම සෑම එකක් ම සෑම විෂයයක් සම්බන්ධයෙන් සෑම විෂයය ඒකකයකට ම යොදා ගත යුතු යැයි අපේක්ෂා නොකෙරෙයි. තම විෂයයට, විෂය ඒකකයට ගැළපෙන ප්‍රභේදයක් තෝරා ගැනීමට ගුරුවරුන් දැනුවත් විය යුතුය; වග බලා ගත යුතුය.

මෙම ගුරු මාර්ගෝපදේශ සංග්‍රහවල ගුරුවරුන්ට තම සිසුන්ගේ ඉගෙනුම් ප්‍රගතිය තක්සේරු කිරීම සඳහා යොදාගත හැකි ඉගෙනුම් - ඉගැන්නුම් හා ඇගයීම් ප්‍රභේද පිළිබඳ සඳහනක් තිබේ. ඒවා ගුරුවරුන් විසින් සුදුසු පරිදි තම පන්තියේ සිසුන්ගේ ප්‍රගතිය තක්සේරු කිරීම පිණිස යොදාගත යුතු වෙයි. ඒවා භාවිත නොකොට මග හැරීම සිසුන්ට තම ශාස්ත්‍රීය හැකියා මෙන්ම ආවේදනික ගති ලක්ෂණත් මනෝචාලක දක්ෂතාත් පිළිබඳ වර්ධනයක් ළඟා කර ගැනීමත් ප්‍රදර්ශනය කිරීමත් පිළිබඳ අඩුපාඩු ඇති කරවයි.

විමර්ශන

Bstock, L. and Chandler, J.(1993). *Pure Mathematics I* ,Stanley Thrones (Publishers) Ltd.

Bstock, L. and Chandler, J.(1993). *Pure Mathematics II,* Stanley Thrones (Publishers) Ltd.

Crawshaw..j and chambers.J, .(2002). *Advanced Level Statistics* Stanley Thrones (Publishers) Ltd.

Bostock, L. and Chandler, J.(1993). *Applied Mathematics II,* Stanley Thrones (Publishers) Ltd.

ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනයේ ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව මඟින් පහත දැක්වෙන සම්පත් පොත් මුද්‍රණය කර බෙදා හැර ඇත.

සංකරණ හා සංයෝජන

වර්ගජ ශ්‍රිත සහ වර්ගජ සමීකරණ

බහු පද ශ්‍රිත සහ පරිමේය සංඛ්‍යා

තාත්වික සංඛ්‍යාසහ ශ්‍රිත

අසමානතා

ස්ථිතිකය

ව්‍යුත්පන්නයේ භාවිත

සරල රේඛාව

ව්‍යුත්පන්නය