



29

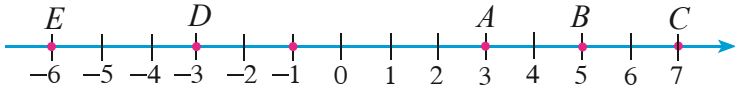
අසමානතා

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,
 ➤ අසමානතාවය අර්ථ දැක්වීමට,
 ➤ $x > b$ ආකාරයේ අසමානතා විසඳීමට,
 ➤ $x < b$ ආකාරයේ අසමානතා විසඳීමට,
 ➤ $x \pm a \leq b$ ආකාරයේ අසමානතා විසඳීමට,
 ➤ $x \pm a \geq b$ ආකාරයේ අසමානතා විසඳීමට,
 ➤ අසමානතා ප්‍රතිලෝම ගණිත කර්ම භාවිතයෙන් විසඳීමට,
 ➤ සූර්ණ සංඛ්‍යාමය විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක නිරූපණය කිරීමට,
 හැකියාව ලැබේ.

29.1 හැඳින්වීම

සජාතීය රාශි සංසන්දනය කිරීමේ දී, පහත කරුණු නිරීක්ෂණය කළ හැකි වේ. ඒවා සමාන වේ; නැතහොත් එක් රාශියක් අනෙකට වඩා විශාල වේ; නැතහොත් කුඩා වේ. රාශීන් සංසන්දනයේ දී සමාන වීම, වඩා විශාල වීම හෝ කුඩා වීම යන අවස්ථා පමණක් පවතී.

සමානතාව දැක්වීමට “ = ” යන සංකේතය
 වඩා විශාල බව හැඟවීමට “ > ” යන සංකේතය
 වඩා කුඩා බව හැඟවීමට “ < ” යන සංකේතය ද යොදනු ලැබේ.



අගයන් කිහිපයක් ඉහත දැක්වෙන සංඛ්‍යා රේඛාවේ නිරූපණය කර ඇත. තව ද ඒවා ඉංග්‍රීසි අක්ෂර මගින් ද නිරූපණය කර ඇත.
 $A = 3, B = 5, C = 7, D = -3, E = -6$ වේ.

දැන් මෙහි අගයන් දෙක බැගින් සැලකූ විට, A හා B අක්ෂර මගින් නිරූපිත අගයන් 3 හා 5 වේ. මෙහි $5 > 3$ වේ. තව ද $7 > 5, 3 > -3, -3 > -6$ ද වේ.

පටහන

වඩා විශාල සංඛ්‍යාවට අදාළ අක්ෂරය අනෙක් අක්ෂරයට දකුණු පසින් යොදයි.

ඉහත සංඛ්‍යා රේඛාව මත ඇති අගයන් නැවත සලකමු.
 $5 > 3$, මින් අදහස් වන්නේ “5 විශාලයි 3ට වඩා” ලෙස ය.
 $3 < 5$, මින් අදහස් වන්නේ “3 කුඩායි 5ට වඩා” ලෙස ය.
 එමෙන් ම, $-3 < 3, 3 < 5, 5 < 7$ ආදී ලෙස ද දැක්විය හැකි ය.



මෙසේ රාශී දෙකක් < හෝ > ලකුණු සමග සම්බන්ධ කර සෑදිය හැකි සියලුම ප්‍රකාශන අසමානතා ලෙස හැඳින්වේ.

සටහන

a හා b රාශී දෙක සංසන්දනය කළ විට,
 “ a විශාලයි b ට වඩා ” ‘ $a > b$ ’ ලෙස ද, a කුඩායි b ට වඩා යන්න $a < b$ ලෙස ද දක්වනු ලැබේ. මෙම a හා b රාශී දෙක අතර සම්බන්ධය $a = b$ හෝ $a > b$ හෝ $a < b$ ලෙස ලිවිය හැකි ය.

එහෙත් ප්‍රකාශනයක් ගණිතමය ආකාරයෙන් ලිවීමේ දී ඉහත දක්වා ඇති සංකේත තුන ම එකවර නොයෙදේ. එනම්, එකම අවස්ථාවක a, b ට සමානව ද a, b ට වඩා විශාලව ද a, b ට වඩා කුඩාව ද නොපවතී.

නමුත්, a, b ට සමාන ව හෝ a, b ට වඩා විශාල ව පැවතිය හැකි ය. මෙය සංකේත මගින් $a \geq b$ ලෙස දක්වනු ලැබේ. a, b ට සමානව හෝ a, b ට වඩා කුඩා ව පැවතිය හැකි ය. එය සංකේත මගින් $a \leq b$ ලෙස දක්වනු ලැබේ.

29.2 විජීය අසමානතා විසඳීම

විජීය අසමානතා විසඳීම පහත නිදසුන් ඇසුරින් අවබෝධ කර ගනිමු.

නිදසුන 1

රජයේ පාසල් වලට සිසුන් ඇතුළත් කර ගන්නා අවම වයස අවුරුදු 5ක් වේ.
 මෙහි දී වයස අවුරුදු x වලින් නිරූපණය කළ විට, එම ප්‍රකාශනය අනුව $x > 5$ හෝ $x = 5$ විය යුතු ය. $x < 5$ විය නොහැකි ය. විය හැකි සම්බන්ධතා දෙක ම එකවර සැලකූ විට $x \geq 5$ ලෙස ලිවිය හැකි අතර මෙය කියවනු ලබන්නේ x වැඩි හෝ සමාන 5 ලෙස ය.

නිදසුන 2

අනුරගේ වයස අවුරුදු 16ට වඩා වැඩි ය. මෙය අසමානතාවයක් ලෙස දක්වන්න.
 වයස අවුරුදු x වලින් නිරූපණය කළ විට, එම ප්‍රකාශනය අනුව $x > 16$ ලෙස සංකේතයෙන් දැක්විය හැකි ය.

නිදසුන 3

$y \leq -2$ යන අසමානතාවය ප්‍රකාශ කරන ආකාරය ලියා දක්වන්න.
 “ $y, -2$ ට සමානවේ හෝ $y, -2$ ට වඩා කුඩා වේ” යන්න මෙම අසමානතාවයෙන් කියවේ.



29.1 අභ්‍යාසය

- පහත දැක්වෙන ප්‍රකාශන අසමානතාවයන් ලෙස ලියන්න.
 - y හි අගය 8ට වඩා විශාල වේ.
 - a හි අගය 16ට වඩා කුඩා ය.
 - x හි අගය 10 හෝ 10ට වඩා අඩු ය.
 - රු. 80ට අඩුවෙන් හාල් 1kg ලබා ගත නොහැකි ය.
- පහත දැක්වෙන අසමානතා ප්‍රකාශ කරන ආකාරය ලියා දක්වන්න.
 - $x > 1$
 - $a < 0$
 - $b > 1\frac{1}{2}$
 - $a \leq 2$
 - $y \geq 3$
- දුම්රියේ වයස අඩු. 14ට වැඩි ය. මෙය අසමානතාවයක් ලෙස දක්වන්න.
- චතුර්ගේ ස්කන්ධය මෙන් තුන් ගුණය 120 kg ට වඩා අඩු ය. චතුර්ගේ ස්කන්ධය x kg නම් මෙම සම්බන්ධතාව අසමානතාවයකින් දක්වන්න.
- කුඩා ලොරියක ගෙන යා හැකි උපරිම බර 750 kg ක් වේ. x kg බැගින් වූ මිනිසුන් 10 දෙනෙක් මෙම ලොරියෙන් ගෙන යන ලදී. x සම්බන්ධ කර ගනිමින් අසමානතාවක් ගොඩ නගන්න.

29.3 අසමානතාවල විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත නිරූපණය කිරීම

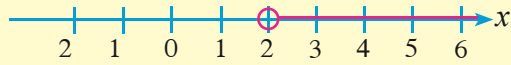
අසමානතා විසඳීමෙන් ලැබෙන විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත නිරූපණය කිරීමේ දී අදාළ ගැටලුවෙහි ප්‍රශ්නය අසා ඇති ආකාරය පිළිබඳ ව සැලකිලිමත් විය යුතු ය.

නිදසුන 1

$x > 2$ අසමානතාවයෙහි විසඳුම්, සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත නිරූපණය කරන්න.

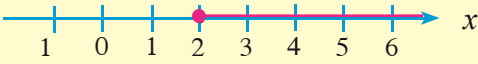
$x > 2$ යන අසමානතාවයෙහි විසඳුම් වන x හි අගයන් වන්නේ 2ට වඩා වැඩි සියලුම තාත්වික සංඛ්‍යා බව ය.

එම විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත පහත දැක්වෙන පරිදි නිරූපණය කළ හැකි ය.

එනම්,  ලෙස ය.

මෙහි දී 2 විසඳුමක් නොවේ. එය දැක්වීමට 2 දැක්වෙන ලක්ෂ්‍යය වටා පාට නොකළ කවයක් ඇඳ විසඳුම් ඇති දිශාවට තද පාටින් ලකුණු කරනු ලැබේ.

$x \geq 2$ අසමානතාවයේ විසඳුම්වලට 2ද අයත් වේ. එවිට, විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත නිරූපණය කිරීමේ දී පහත පරිදි දක්වනු ලබයි.



2ද විසඳුමට අයත් බැවින් 2 ලක්ෂ්‍යය වටා පාට කර විසඳුම් ඇති දිශාවට තද පාටකින් රේඛාව ලකුණු කරනු ලැබේ.



නිදසුන 2

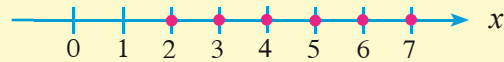
$x \geq 2$ අසමානතාවයෙහි x ට ගත හැකි නිඛිලමය විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත නිරූපණය කරන්න.

මෙම ගැටලුවෙහි නිඛිලමය විසඳුම් පමණක් විමසා ඇත.

එම නිසා, විසඳුම් වන්නේ, 2, 3, 4, 5, ... ය.

මෙම විසඳුම් කුලකයක් ලෙස $\{2, 3, 4, 5, \dots\}$ දැක්විය හැකි ය.

එය සංඛ්‍යා රේඛාවක නිරූපණ කිරීමේ දී,



මෙහි අදාළ සංඛ්‍යා පමණක් කවයක් ඇඳ පාට කරනු ලැබේ.

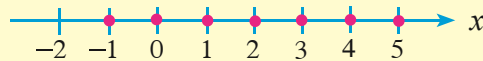
නිදසුන 3

$x > -2$ අසමානතා විසඳා නිඛිලමය විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාව මත නිරූපණය කරන්න.

$x > -2$, මෙහි x හි අගය -2 ට වඩා විශාල වේ.

එනම්, විසඳුම් $-1, 0, 1, 2, 3 \dots$ ආදී ලෙස ලැබේ.

\therefore මෙය සංඛ්‍යා රේඛාවක නිරූපණය කළ විට,

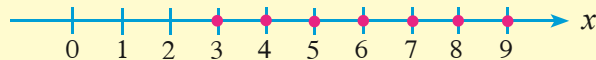


නිදසුන 4

$x \geq 3$ අසමානතාව විසඳා නිඛිලමය විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක නිරූපණය කරන්න.

$x > 3$ සලකමු.

මෙහි විසඳුම් 3 ට වඩා වැඩි පූර්ණ සංඛ්‍යාමය අගයක් ගනී. එනම් 4, 5, 6, 7, 8, ... ලෙස වූ පූර්ණ සංඛ්‍යාමය අගයක් ගනී. නමුත්, $x \geq 3$ ලෙස ඇති විට $x = 3$ ද විසඳුම්වලට අයත් වේ. එබැවින් $\therefore x \geq 3$ අසමානතාවයේ විසඳුම් වන්නේ, 3, 4, 5, 6, 7, 8, ... ලෙස වූ පූර්ණ සංඛ්‍යා වේ. මෙම අගයන් සංඛ්‍යා රේඛාවකින් නිරූපණය කළ විට,



29.2 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් අසමානතාව සංඛ්‍යා රේඛාවක නිරූපණය කරන්න.

- (i) $x > -3$
- (ii) $x \geq -1$
- (iii) $x \leq 0$
- (iv) $x \leq -4$
- (v) $x \leq 4$



සටහන

5 යන්නෙහි ප්‍රතිලෝම -5 වේ.
 -3 යන්නෙහි ප්‍රතිලෝම 3 වේ.
 අසමානතා ගැටලු විසඳීමේ දී ප්‍රතිලෝම ගණිත කර්ම භාවිත වේ.

29.4 $x \pm a \geq b$ සහ $x \pm a \leq b$ ආකාරයේ අසමානතා

නිදසුන 1

$x + 5 > 6$ අසමානතාවය විසඳා නිඛිලමය විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක නිරූපණය කරන්න.

$$x + 5 > 6$$

$$x + 5 - 5 > 6 - 5 \quad (\text{දෙපසින්ම } 5 \text{ ක් අඩු කිරීමෙන්})$$

$$x > 1$$

$\therefore x + 5 > 6$ අසමානතාවයෙහි පූර්ණ සංඛ්‍යාමය විසඳුම් වන්නේ 1 ට වැඩි පූර්ණ සංඛ්‍යා වේ. එනම්, $2, 3, 4, 5, 6, \dots$ වේ.

මෙම විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක නිරූපණය කළ විට පහත පරිදි දැක්විය හැකි ය.

නිදසුන 2

$x + 5 \geq 6$ අසමානතාවය සලකා බලමු.

එය නිදසුන 1හි ආකාරයට විසඳු විට $x \geq 1$ ලැබේ.

නිදසුන 1 ට වඩා වෙනසකට ඇත්තේ සමාන ලකුණ තිබීම පමණි. එම නිසා $x + 5 \geq 6$ අසමානතාවයේ විසඳුම් වන්නේ 1 ක් සමග 1 ට වැඩි පූර්ණ සංඛ්‍යා වේ. එනම්, $1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots$ යන පූර්ණ සංඛ්‍යා වේ.

මෙම විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක නිරූපණය කළ විට, පහත පරිදි දැක්විය හැකි ය.

නිදසුන 3

$x - 2 > 3$ අසමානතාවය විසඳා නිඛිලමය විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක නිරූපණය කරන්න.

$$x - 2 > 3$$

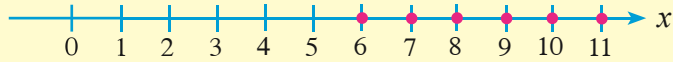
$$x - 2 + 2 > 3 + 2 \quad (\text{අසමානතාවයෙහි දෙපසටම දෙකක් එකතු කිරීමෙන්})$$

$$x > 5$$



$\therefore x - 2 > 3$ අසමානතාවයෙහි පූර්ණ සංඛ්‍යාමය විසඳුම් වන්නේ 5ට වැඩි පූර්ණ සංඛ්‍යා වේ. එනම්, 6, 7, 8, 9, ... වේ.

මෙය සංඛ්‍යා රේඛාවක පහත ආකාරයෙන් නිරූපණය කළ හැකි ය.



$x - 2 \geq 3$ අවස්ථාව සැලකූ විට, ඉහත ආකාරයට ම විසඳීමෙන් පිළිතුර ලෙස $x \geq 5$ ලැබේ. මෙහිදී වෙනසකට ඇත්තේ $x = 5$ ද පිළිතුරක් ලෙස ලැබීම ය.

$\therefore x - 2 \geq 3$ අසමානතාවයෙහි විසඳුම් වන්නේ, 5, 6, 7, 8, 9, ... යන පූර්ණ සංඛ්‍යා වේ.

මෙය සංඛ්‍යා රේඛාවකින් නිරූපණය කළ විට,



සටහන

$x \pm a \geq b$ සහ $x \pm a \leq b$ අසමානතාවල දෙපසට ම එකම සංඛ්‍යාවක් එකතු කළ විට, $x \pm a \geq b$ සහ $x \pm a \leq b$ අසමානතාවල දෙපසින් ම එකම සංඛ්‍යාවක් අඩු කළ විට අසමානතාවයේ වෙනසක් සිදු නොවේ.

29.3 අභ්‍යාසය

1. පහත අසමානතා විසඳන්න.

(i) $x + 3 < 2$

(ii) $x - 4 > 5$

(iii) $x + 5 > 8$

(iv) $x - 6 < 6$

2. පහත දැක්වෙන අසමානතා විසඳා, සියලු ම විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත නිරූපණ කරන්න.

(i) $x + 2 \geq 2$

(ii) $x - 4 \leq 4$

(iii) $x + 6 \leq 5$

(iv) $x - 2 \geq 3$

3. පහත අසමානතාවල නිඛිලමය විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත නිරූපණය කරන්න.

(i) $x + 2 \geq 2$

(ii) $x - 4 \leq 4$

(iii) $x + 6 \leq 5$

(iv) $x - 2 \geq 3$

(v) $x + 5 > 8$

(vi) $x - 6 < 4$

(vii) $x + 3 < 2$

සාරාංශය

- ↪ අසමානතාවයක් සංඛ්‍යා රේඛාවක් මගින් නිරූපණය කළ හැකි ය.
- ↪ අසමානතාවයක පූර්ණ සංඛ්‍යාමය විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක නිරූපණය කිරීමට හැකි ය.

