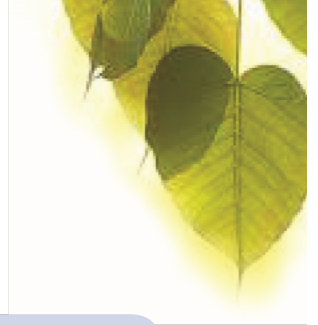




විෂය අසමානතා



මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,

- $ax \geq b, a \neq 0$ ආකාරයේ අසමානතා විසඳීමට,
- $ax \leq b, a \neq 0$ ආකාරයේ අසමානතා විසඳීමට,
- $ax + b > c$ හා $ax + b \geq c$ ආකාරයේ අසමානතා විසඳා නිඛිලමය විසඳුම් කුලකය ලිවීමට,
- $ax + b < c$ හා $ax + b \leq c$ ආකාරයේ අසමානතා විසඳා නිඛිලමය විසඳුම් කුලකය ලිවීමට,
- $ax + b \leq cx + d$ ආකාරයේ අසමානතා විසඳා නිඛිලමය විසඳුම් කුලකය ලිවීමට,
- $ax + b \leq cx + d \leq qx + e$ ආකාරයේ අසමානතාවල විසඳුම් ප්‍රාන්තර සංඛ්‍යා රේඛාවක නිරූපණය කිරීමට

හැකියාව ලැබේ.

අසමානතා පිළිබඳ ඔබ මෙතෙක් ඉගෙන ගත් දේ නැවත මතකයට නගා ගැනීමට පහත පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසවල යෙදෙන්න.



පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

1. දී ඇති ප්‍රකාශන අසමානතා ලකුණු භාවිත කර නැවත ලියා දක්වන්න.
 - (i) x යනු 3ට සමාන හෝ 3ට වැඩි හෝ සංඛ්‍යාවකි.
 - (ii) $a, 3$ ට අඩු වේ.
 - (iii) b ධන සංඛ්‍යාවකි.
 - (iv) a බිංදුව හෝ බිංදුවට අඩු සංඛ්‍යාවකි.

2. පහත අසමානතා ප්‍රකාශ කරන ආකාරය ලියා දක්වන්න.
 - (i) $x \geq 3$ (ii) $a < -3$ (iii) $y \leq 2$ (iv) $x > 0$

3. පහත අසමානතා විසඳා, සියලුම විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක් මගින් නිරූපණය කරන්න.
 - (i) $x - 5 > 6$ (ii) $x + 3 \geq 3$ (iii) $x - 4 \leq 5$ (iv) $x + 4 \geq 1$



23.1 $ax \geq b$ ආකාරයේ අසමානතා විසඳීම

අසමානතාවයක් ධන සංඛ්‍යාවකින් ගුණ කිරීම හෝ බෙදීම

නිදසුන 1

$3x \geq 15$ යන අසමානතාවය විසඳා x ට ගත හැකි නිඛිලමය විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත නිරූපණය කරන්න.

$$\frac{3x}{3} \geq \frac{15}{3} \quad (\text{දෙපසම } 3\text{න් බෙදූ විට})$$

$$x \geq 5$$

3න් බෙදීම හේතුවෙන් අසමානතාවයෙහි වෙනසක් සිදු නොවේ.

x හි නිඛිලමය විසඳුම් $\{5, 6, 7, 8, 9, \dots\}$ වේ.

මෙම විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත නිරූපණය කළ විට,



නිදසුන 2

$\frac{x}{2} \geq 4$ අසමානතාවයේ නිඛිලමය විසඳුම් සොයන්න.

$\frac{x}{2} \geq 4$ අසමානතාවයේ දෙපසම 2න් ගුණ කළ විට, $x \geq 8$

අසමානතාවයේ වෙනසක් නොවේ.

x හි නිඛිලමය විසඳුම් $\{8, 9, 10, 11, \dots\}$ වේ.

සටහන

අසමානතාවයක් ධන සංඛ්‍යාවකින් ගුණ කළ විට හෝ බෙදූ විට හෝ එම අසමානතාවයෙහි වෙනසක් සිදු නොවේ.

අසමානතාවක් ඍණ සංඛ්‍යාවකින් ගුණ කිරීම හෝ බෙදීම

නිදසුන 3

$5 > 3$ අසමානතාව සලකන්න.

මෙම අසමානතාවයෙහි දකුණු පස ඇත්තේ 5 වේ. එය (-2) න් ගුණ කළ විට,
 $(-2) \times 5 = (-10)$ ලැබේ.

මෙම අසමානතාවයෙහි වම් පස ඇත්තේ 3 වේ. එය (-2) න් ගුණ කළ විට,
 $(-2) \times 3 = (-6)$ ලැබේ.

එලෙස ලැබෙන (-6) සහ (-10) සැලකූ විට වඩා විශාල සංඛ්‍යාව වන්නේ (-6) වේ. එය $(-10) < (-6)$ ලෙස ලිවිය යුතු ය.

ඒ අනුව පෙනී යන්නේ ඍණ සංඛ්‍යාවකින් අසමානතාවයක් ගුණ කළ විට එම අසමානතාවයේ ලකුණ ප්‍රතිවිරුද්ධ වන බවයි. (එනම් $-5 < -3$)





නිදසුන 4

$8 > 6$ අසමානතාව සලකන්න.
 මෙම අසමානතාවයෙහි දකුණු පස ඇත්තේ 8 වේ. එය (-2) න් බෙදූ විට,
 $\frac{8}{-2} = (-4)$ ලැබේ.
 මෙම අසමානතාවයෙහි වම් පස ඇත්තේ 6 වේ. එය (-2) න් බෙදූ විට,
 $\frac{6}{-2} = (-3)$ ලැබේ.
 එලෙස ලැබෙන (-4) සහ (-3) සැලකූ විට වඩා විශාල සංඛ්‍යාව වන්නේ (-3) වේ. එය
 $(-4) < (-3)$ ලෙස ලිවිය යුතු ය.

ඒ අනුව පෙනී යන්නේ සෘණ සංඛ්‍යාවකින් අසමානතාවයක් බෙදූ විට එම අසමානතාවයේ ලකුණ ප්‍රතිවිරුද්ධ වන බවයි.

නිදසුන 5

$-9 < -6$ අසමානතාව සලකන්න.
 මෙම අසමානතාවයෙහි දකුණු පස ඇත්තේ (-9) වේ. එය (-3) න් ගුණ කළ විට,
 $(-3) \times (-9) = 27$ ලැබේ.
 මෙම අසමානතාවයෙහි වම් පස ඇත්තේ (-6) වේ. එය (-3) න් ගුණ කළ විට,
 $(-3) \times (-6) = 18$ ලැබේ.
 එලෙස ලැබෙන 27 සහ 18 සැලකූ විට වඩා විශාල සංඛ්‍යාව වන්නේ 27 වේ. එය
 $27 > 18$ ලෙස ලිවිය යුතු ය.

ඒ අනුව පෙනී යන්නේ සෘණ සංඛ්‍යා සහිත අසමානතාවයක් සෘණ සංඛ්‍යාකින් ගුණ කළ විට එම අසමානතාවයේ ලකුණ ප්‍රතිවිරුද්ධ වන බවයි.

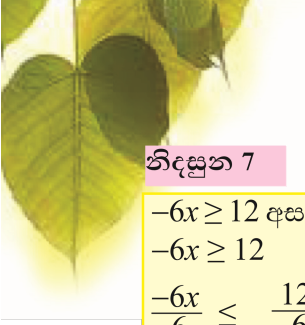
නිදසුන 6

$-9 < -6$ අසමානතාව සලකන්න.
 මෙම අසමානතාවයෙහි දකුණු පස ඇත්තේ (-9) වේ. එය (-3) න් බෙදූ විට,
 $\frac{-9}{-3} = 3$ ලැබේ.
 මෙම අසමානතාවයෙහි වම් පස ඇත්තේ (-6) වේ. එය (-3) න් බෙදූ විට,
 $\frac{-6}{-3} = 2$ ලැබේ.
 එලෙස ලැබෙන 3 සහ 2 සැලකූ විට වඩා විශාල සංඛ්‍යාව වන්නේ 3 වේ. එය
 $3 > 2$ ලෙස ලිවිය යුතු ය.

ඒ අනුව පෙනී යන්නේ සෘණ සංඛ්‍යා සහිත අසමානතාවයක් සෘණ සංඛ්‍යාකින් බෙදූ විට එම අසමානතාවයේ ලකුණ ප්‍රතිවිරුද්ධ වන බවයි.

සටහන

අසමානතාවක දෙපස ම සෘණ සංඛ්‍යාවකින් ගුණ කිරීමෙන් හෝ බෙදීමෙන් අසමානතාවයේ ලකුණ ප්‍රතිවිරුද්ධ වේ.



නිදසුන 7

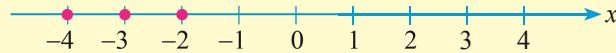
$-6x \geq 12$ අසමානතාවය විසඳා x ට ගත හැකි නිඛිලමය විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක දක්වන්න.

$$-6x \geq 12$$

$$\frac{-6x}{-6} \leq \frac{12}{-6} \quad (-6\text{න් බෙදූ විට})$$

$$x \leq -2 \quad (-6\text{න් බෙදූ විට අසමානතා ලකුණ වෙනස් වේ.})$$

$x \leq -2$ විසඳුම් පහත පරිදි වේ.



සටහන

ඉදිරිපත් කරනු ලබන ගැටලුවේ නිඛිලමය විසඳුම් විමසා නොමැති අවස්ථාවක පිළිතුරු ලෙස තාත්වික සංඛ්‍යා ගත යුතු වේ.

නිදසුන 8

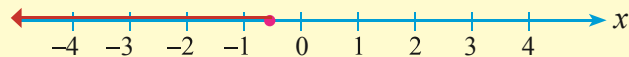
$-2x \geq 1$ අසමානතාවය විසඳා x ට ගත හැකි විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත නිරූපණය කරන්න.

$$-2x \geq 1$$

$$\frac{-2x}{-2} \leq \frac{1}{-2} \quad (\text{දෙපස ම } -2\text{න් බෙදීමෙන්})$$

$$x \leq -\frac{1}{2}$$

මෙහි x ට ගත හැකි අගයන් සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත නිරූපණය කළ විට,



23.1 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන අසමානතා විසඳා x ට ගත හැකි විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත නිරූපණය කරන්න.

(i) $4x \leq 8$

(ii) $-3x \geq 12$

(iii) $-10x \geq -5$

(iv) $-6x \leq -15$

(v) $-8x \geq 36$

2. ඉහත ගැටලුවෙහි දී ඇති සියලුම අසමානතා සඳහා නිඛිලමය විසඳුම් ලියා ඒවා සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත නිරූපණය කරන්න.





23.2 $ax + b \geq c$ ආකාරයේ අසමානතා විසඳීම

නිදසුන 1

$5x + 6 \geq 11$ අසමානතාවය විසඳා x ට ගත හැකි නිඛිලමය විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත නිරූපණය කරන්න.

$$5x + 6 \geq 11$$

$$5x + 6 - 6 \geq 11 - 6 \quad (\text{දෙපසින් } 6 \text{ ක් අඩු කිරීමෙන්})$$

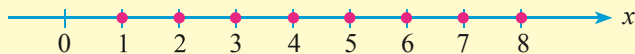
$$5x \geq 5$$

$$\frac{5x}{5} \geq \frac{5}{5} \quad (\text{දෙපස } 5 \text{ න් බෙදීමෙන්})$$

$$x \geq 1$$

ඒ අනුව විසඳුම් වන්නේ 1 ට විශාල හෝ සමාන සියලු තාත්වික සංඛ්‍යා වුව ද නිඛිලමය විසඳුම් යන්න සඳහන් කර ඇති නිසා විසඳුම් වන්නේ 1 ට විශාල හෝ සමාන නිඛිල වේ. එනම්, 1, 2, 3 ... ආදී සංඛ්‍යා වේ. විසඳුම් කුලකය = {1, 2, 3, ...} වේ.

මෙම විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක නිරූපණය කළ විට,



නිදසුන 2

$11 - 4x \geq 3$ අසමානතාවය විසඳා x ට ගත හැකි නිඛිලමය විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත නිරූපණය කරන්න.

$$11 - 4x \geq 3$$

$$11 - 11 - 4x \geq 3 - 11 \quad (\text{දෙපසින් } 11 \text{ ක් අඩු කිරීමෙන්})$$

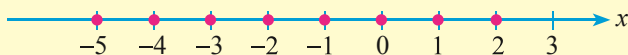
$$-4x \geq -8$$

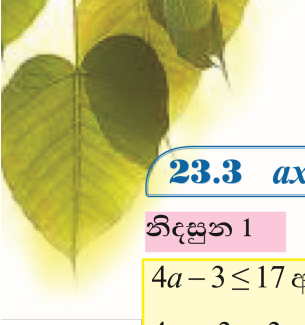
$$\frac{-4x}{-4} \leq \frac{-8}{-4} \quad (\text{දෙපස } -4 \text{ න් බෙදූ විට})$$

$$x \leq 2$$

∴ විසඳුම් කුලකය {2, 1, 0, -1, -2, ...} වේ.

මෙම විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක නිරූපණය කළ විට,





23.3 $ax + b \leq c$ ආකාරයේ අසමානතා විසඳීම

නිදසුන 1

$4a - 3 \leq 17$ අසමානතාවය විසඳා x ට ගත හැකි නිඛිලමය විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක දක්වන්න.

$$4a - 3 + 3 \leq 17 + 3 \quad (\text{දෙපසට } 3 \text{ ක් එකතු කිරීමෙන්})$$

$$4a \leq 20$$

$$\frac{4a}{4} \leq \frac{20}{4} \quad (\text{දෙපස ම } 4 \text{ න් බෙදීමෙන්})$$

$$a \leq 5$$

අසමානතාවයේ විසඳුම් වන්නේ 5ට අඩු හෝ සමාන සියලුම තාත්වික සංඛ්‍යා වේ. නිඛිලමය විසඳුම් වන්නේ 5ට අඩු හෝ සමාන සියලු නිඛිලයයි.

එනම්, $\{5, 4, 3, 2, 1, 0, -1, -2, \dots\}$ වේ.

මෙම නිඛිලමය විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවේ නිරූපණය කළ විට,



නිදසුන 2

$-5x - 8 \leq 2$ අසමානතාවය විසඳා x ට ගත හැකි නිඛිලමය විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක දක්වන්න.

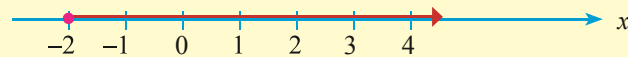
$$-5x - 8 + 8 \leq 2 + 8 \quad (\text{දෙපසට } 8 \text{ ක් එකතු කිරීමෙන්})$$

$$-5x \leq 10$$

$$\frac{-5x}{-5} \geq \frac{10}{-5} \quad (\text{දෙපස ම } -5 \text{ න් බෙදීමෙන්})$$

$$x \geq -2$$

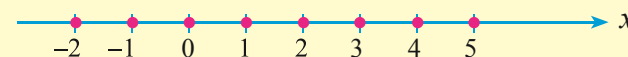
අසමානතාවයෙහි විසඳුම් වන්නේ -2ට වැඩි හෝ සමාන සියලුම තාත්වික සංඛ්‍යා වේ. එය සංඛ්‍යා රේඛාවක නිරූපණය කළ විට,

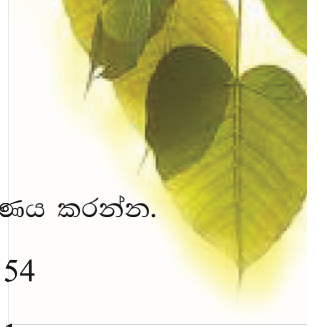


මෙම අසමානතාවයෙහි නිඛිලමය විසඳුම් වන්නේ -2ට වැඩි හෝ සමාන සියලු නිඛිල වේ. එනම්;

$\{-2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$ වේ.

මෙම නිඛිලමය විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක නිරූපණය කළ විට,





23.2 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන අසමානතා විසඳා, විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත නිරූපණය කරන්න.

(i) $2x - 9 \geq 3$ (ii) $5x + 7 \geq 12$ (iii) $8x + 30 \leq 54$

(iv) $3 - 2x \geq 9$ (v) $5 - 2x \leq 3$ (vi) $5x + 1 \leq 11$

(vii) $\frac{x}{-2} + 3 \leq 5$ (viii) $\frac{5x}{6} + 4 \geq 14$ (ix) $\frac{x}{2} + 5 \leq 7$

(x) $\frac{1}{5}x - 1 < 0$

2. ඉහත අසමානතාවල නිඛිලමය විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත වෙන වෙන ම නිරූපණය කරන්න.

23.4 $ax + b \geq cx + d$ ආකාරයේ අසමානතා විසඳීම

නිදසුන 1

$x + 8 \geq 7x + 14$ අසමානතාවය විසඳා නිඛිලමය විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත නිරූපණය කරන්න.

$x + 8 \geq 7x + 14$

$x + 8 - x \geq 7x + 14 - x$ (දෙපසින් ම x අඩු කිරීමෙන්)

$8 \geq 6x + 14$

$8 - 14 \geq 6x + 14 - 14$ (දෙපසින් ම 14ක් අඩු කිරීමෙන්)

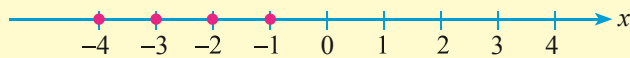
$-6 \geq 6x$

$\frac{-6}{6} \geq \frac{6x}{6}$ (දෙපස ම 6න් බෙදීමෙන්)

$-1 \geq x$

∴ නිඛිලමය විසඳුම් කුලකය වන්නේ $\{-1, -2, -3, \dots\}$ වේ.

මෙම නිඛිලමය විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක නිරූපණය කළ විට,



නිදසුන 2

$5x - 14 \leq 9x + 4$ අසමානතාවයේ විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත නිරූපණය කරන්න.

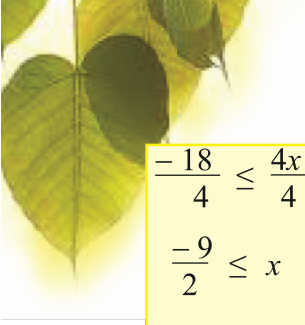
$5x - 14 \leq 9x + 4$

$5x - 14 - 5x \leq 9x + 4 - 5x$ (දෙපසින් ම $5x$ අඩු කිරීමෙන්)

$-14 \leq 4x + 4$

$-14 - 4 \leq 4x + 4 - 4$ (දෙපසින්ම 4ක් අඩු කිරීමෙන්)

$-18 \leq 4x$



$$\frac{-18}{4} \leq \frac{4x}{4}$$

(4න් බෙදීමෙන්)

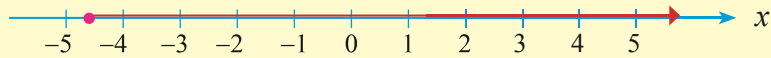
$$\frac{-9}{2} \leq x$$

$$-4\frac{1}{2} \leq x$$

$$-4.5 \leq x$$

විසඳුම් වන්නේ -4.5 ට වැඩි සියලුම තාත්වික සංඛ්‍යා වේ.

මෙය සංඛ්‍යා රේඛාවකින් නිරූපණය කළ විට,



නිදසුන 3

$2x + 3 \geq x + 5$ යන අසමානතාවයෙහි නිඛිලමය විසඳුම් ලියන්න. එය සංඛ්‍යා රේඛාව මත නිරූපණය කරන්න.

$$2x + 3 \geq x + 5$$

$$2x + 3 - x \geq x + 5 - x \quad (\text{දෙපසින්ම } x \text{ අඩු කිරීමෙන්})$$

$$x + 3 \geq 5$$

$$x + 3 - 3 \geq 5 - 3 \quad (\text{දෙපසින්ම } 3 \text{ ක් අඩු කිරීමෙන්})$$

$$x \geq 2$$

∴ නිඛිලමය විසඳුම් කුලකය $\{2, 3, 4, 5, \dots\}$ වේ.

මෙම විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක නිරූපණය කළ විට,



23.5 $ax + b \leq cx + d \leq qx + e$ ආකාරයේ අසමානතා

නිදසුන 1

$8 < 2x - 2 < 18$ අසමානතාව තෘප්ත කරන විසඳුම් සොයා එය සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත දක්වන්න.

$$8 < 2x - 2 < 18$$

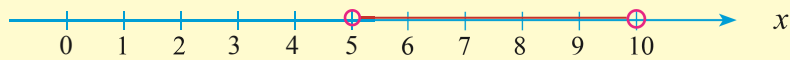
මෙම අසමානතාව වෙන් වෙන් වශයෙන් සලකමු.



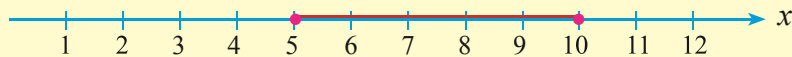


$$\begin{array}{ll}
 8 < 2x - 2 & \text{හා} & 2x - 2 < 18 \\
 8 + 2 < 2x - 2 + 2 & & 2x - 2 + 2 < 18 + 2 \\
 10 < 2x & & 2x < 20 \\
 \frac{10}{2} < \frac{2x}{2} & & x < 10 \\
 5 < x & &
 \end{array}$$

මෙම අගයන් දෙක ම සම්බන්ධ කිරීමෙන්, $5 < x < 10$ වේ.
 ඉහත විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක නිරූපණය කළ විට,



ඉහත අසමානතාවය, $8 \leq 2x - 2 \leq 18$ ලෙස නිවුණි නම්, එහි විසඳුම, $5 \leq x \leq 10$ ලෙස ලැබේ. එම විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක නිරූපණය කළ විට,



23.3 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් අසමානතාව විසඳා, එයට ගත හැකි සියලු විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත නිරූපණය කරන්න.

- | | | |
|----------------------------------|------------------------------------|-------------------------------|
| (i) $3x - 8 > x + 6$ | (ii) $4x + 5 < x + 11$ | (iii) $5x + 2 \geq 11 - 4x$ |
| (iv) $7x + 4 \geq 4x - 5$ | (v) $2x + 8 \geq 7x + 14$ | (vi) $-6x - 10 \leq 16x + 30$ |
| (vii) $4 - 2x \geq 2 - 4x$ | (viii) $5x - 12 \leq 9x + 4$ | |
| (ix) $\frac{6x + 4}{4} > 2x + 6$ | (x) $3x - 5 \leq \frac{2x - 4}{2}$ | |

2. පහත දැක්වෙන අසමානතාවල විසඳුම් ලබා ගෙන එම විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත දක්වන්න.

- | | |
|--|---|
| (i) $-2 < x + 3 < 7$ | (ii) $2x + 3 \leq 4x + 7 \leq 3x + 9$ |
| (iii) $5x - 3 \leq 6x - 2 \leq 5x + 2$ | (iv) $\frac{x}{2} + 1 \leq x + 6 \leq 3x - 6$ |

සාරාංශය

- ☞ අසමානතාවයක දෙපසම ධන සංඛ්‍යාවකින් ගුණ කිරීමෙන් හෝ බෙදීමෙන් හෝ අසමානතාවයෙහි වෙනසක් සිදු නොවේ.
- ☞ අසමානතාවක දෙපස ම ඍණ සංඛ්‍යාවකින් ගුණ කිරීමෙන් හෝ බෙදීමෙන් අසමානතා ලකුණ ප්‍රතිවිරුද්ධ වේ.

