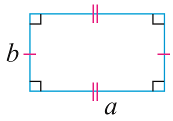
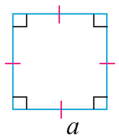
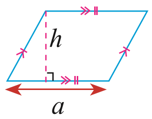
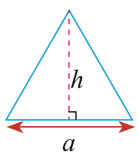
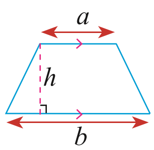
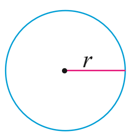
14 වර්ගඵලය

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,
- කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩවල වර්ගඵලය ගණනය කිරීමට,
- කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ ඇතුළත් සංයුක්ත තල රූපවල වර්ගඵලය ආශ්‍රිත ගැටලු විසඳීමට

හැකියාව ලැබේ.

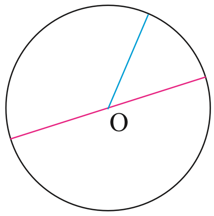
14.1 තල රූපවල වර්ගඵලය

බොහෝ තල රූපවල වර්ගඵලය සූත්‍ර භාවිතයෙන් ගණනය කළ හැකි ය. පහත වගුවේ දැක්වෙන්නේ තල රූප කිහිපයක වර්ගඵලය සෙවීම සඳහා භාවිතයට ගනු ලබන සූත්‍ර වේ.

	තල රූපය	වර්ගඵලය ගණනය කරන ආකාරය	වර්ගඵලය (A) සඳහා සූත්‍රය
සෘජුකෝණාස්‍රය		දිග × පළල	$A = a \times b$
සමචතුරස්‍රය		(පැත්තක දිග)^2	$A = a^2$
සමාන්තරාස්‍රය		ආධාරකය × ලම්බ උස	$A = a \times h$
ත්‍රිකෝණය		$\frac{1}{2}$ × ආධාරකය × ලම්බ උස	$A = \frac{1}{2} \times a \times h$
ත්‍රපීසියම		$\frac{1}{2}$ × සමාන්තර පාද දෙකෙහි දිගෙහි එකතුව × සමාන්තර පාද අතර ලම්බ දුර	$A = \frac{1}{2}(a + b) \times h$
වෘත්තය		π × (අරය)^2	$A = \pi r^2$

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

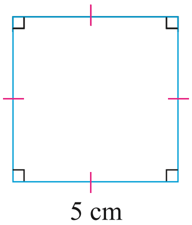
1. රූපයේ දී ඇති O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තාකාර ආස්තරය අනුව හිස් තැන් සම්පූර්ණ කරන්න.



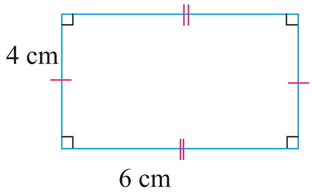
(i) නිල් පැහැයෙන් දක්වා ඇති රේඛා ඛණ්ඩය .... නම් වේ.
(ii) රෝස පැහැයෙන් දක්වා ඇති රේඛා ඛණ්ඩය .... නම් වේ.
(iii) රෝස පැහැ රේඛා ඛණ්ඩයේ දිග 14 cm නම් නිල් පැහැති රේඛා ඛණ්ඩයේ දිග .... ක් වේ.

2. පහත දී ඇති එක් එක් තල රූපයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

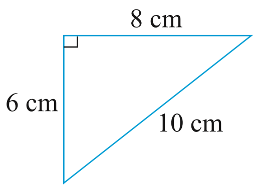
(i)



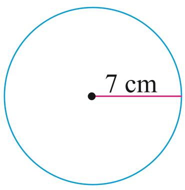
(ii)



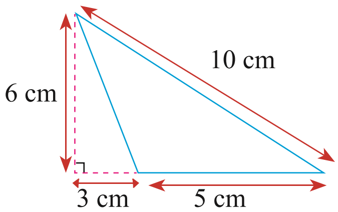
(iii)



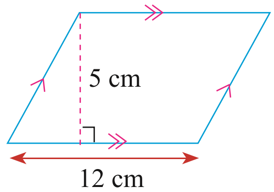
(iv)



(v)

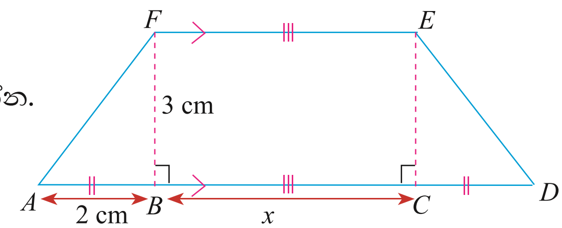


(vi)

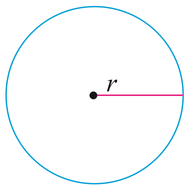


3. රූපයේ දැක්වෙන්නේ සෘජුකෝණාස්‍රයක් සහ එක සමාන ත්‍රිකෝණ දෙකක් එක් වීමෙන් සෑදුනු වර්ගඵලය 24 cm^2 ක් වූ ත්‍රපීසියමකි. එම සෘජුකෝණාස්‍රයේ,

(i) වර්ගඵලය සොයන්න.
(ii) x මඟින් දැක්වෙන දිග සොයන්න.



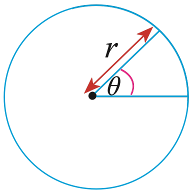
4. රූපයේ දක්වා ඇති වෘත්තයේ වර්ගඵලය 154 cm^2 නම්, වෘත්තයේ අරය සොයන්න.



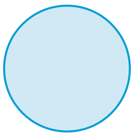
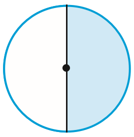
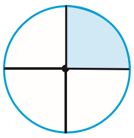
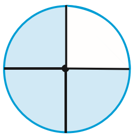
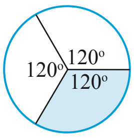
14.2 කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක වර්ගඵලය

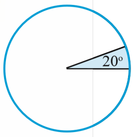
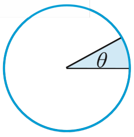
වෘත්තයක අර දෙකකින් හා චාප කොටසකින් වෙන් වූ කොටස කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක් ලෙස හැඳින්වෙන බවත් එහි කේන්ද්‍රයේ දී වෙන් වන කෝණය කේන්ද්‍ර කෝණය බවත් වෘත්තයක පරිධිය සොයන සූත්‍රය භාවිතයෙන් කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක චාප දිග සොයන ආකාරයත් මේ වන විට ඔබ විසින් උගෙන ඇත.

කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක වර්ගඵලය සොයන ආකාරය අපි දැන් විමසා බලමු.

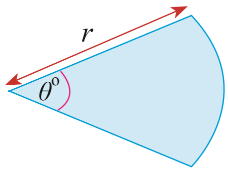


පහත වගුවේ දැක්වෙන්නේ කේන්ද්‍ර කෝණය විශේෂ අගයන් ගන්නා අවස්ථාවල දී එම කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය සොයා ඇති ආකාරයයි.

කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩය	අඳුරු කළ කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩය වෘත්තයෙන් භාගයක් ලෙස	කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය
	$\frac{360^\circ}{360^\circ} = 1$	πr^2
	$\frac{180^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{2}$	$\pi r^2 \times \frac{1}{2}$
	$\frac{90^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{4}$	$\pi r^2 \times \frac{1}{4}$
	$\frac{270^\circ}{360^\circ} = \frac{3}{4}$	$\pi r^2 \times \frac{3}{4}$
	$\frac{120^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{3}$	$\pi r^2 \times \frac{1}{3}$

	$\frac{20^o}{360^o}$	$\pi r^2 \times \frac{20^o}{360^o}$
	$\frac{\theta^o}{360^o}$	$\pi r^2 \times \frac{\theta^o}{360^o}$

වගුවේ රටාව අනුගමනය කළ විට,
අරය r හා කේන්ද්‍ර කෝණය θ^o වන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක



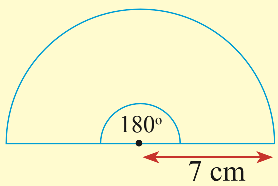
කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය = $\pi r^2 \times \frac{\theta^o}{360^o}$ වේ.

මෙම ප්‍රතිඵලය භාවිතයෙන් කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක වර්ගඵලය සොයන අයුරු නිදසුන් ඇසුරින් විමසා බලමු.

මෙම පාඩමේ දැක්වෙන නිදසුන් සහ අභ්‍යාසවලදී π හි අගය $\frac{22}{7}$ ලෙස සලකනු ලැබේ.

නිදසුන 1

පහත රූපයේ දැක්වෙන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය සොයන්න.



රූපයේ දැක්වෙන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ කේන්ද්‍ර කෝණය 180^0 ක් බැවින් එය වෘත්තයෙන් බාගයක් ලෙස සැලකිය හැකි ය.

එවිට වර්ගඵලය $= \pi r^2 \times \frac{1}{2}$

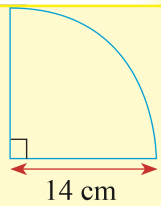
$= \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times \frac{1}{2}$

$= 77$

එනම් වර්ගඵලය 77 cm^2 වේ.

නිදසුන 2

පහත රූපයේ දැක්වෙන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය සොයන්න.



රූපයේ දැක්වෙන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ කේන්ද්‍ර කෝණය 90^0 ක් බැවින් එය වෘත්තයෙන් කාලක් $(\frac{1}{4})$ ලෙස සැලකිය හැකි ය.

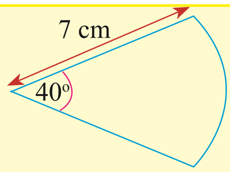
එවිට වර්ගඵලය $= \pi r^2 \times \frac{1}{4}$

$$= \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \times \frac{1}{4}$$
$$= 154$$

එනම් වර්ගඵලය 154cm^2 වේ.

නිදසුන 3

පහත දැක්වෙන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය සොයන්න.



රූපයේ දැක්වෙන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ කේන්ද්‍ර කෝණය 40^0 ක් බැවින්,

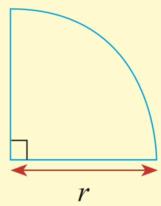
එවිට වර්ගඵලය $= \pi r^2 \times \frac{40^0}{360^0}$

$$= \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times \frac{40^0}{360^0}$$
$$= \frac{154}{9}$$
$$= 17\frac{1}{9}$$

එනම් වර්ගඵලය $17\frac{1}{9}$ cm^2 වේ.

නිදසුන 4

රූපයේ දැක්වෙන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය 616 cm^2 නම්, එහි අරය සොයන්න.



අරය සෙන්ටිමීටර r ලෙස ගනිමු.

වර්ගඵලය $= \pi r^2 \times \frac{90^0}{360^0}$

$616 = \pi r^2 \times \frac{1}{4}$

$616 = \frac{22}{7} \times r^2 \times \frac{1}{4}$

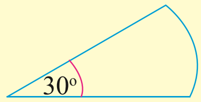
$\frac{616 \times 7 \times 4}{22} = r^2$

$\therefore 28 = r$

එනම් අරය 28 cm වේ.

නිදසුන 5

රූපයේ දැක්වෙන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය $28\frac{7}{8}$ cm^2 නම්, එහි අරය සොයන්න.



වර්ගඵලය $= \pi r^2 \times \frac{30^\circ}{360^\circ}$

$$28\frac{7}{8} = \frac{22}{7} \times r^2 \times \frac{1}{12}$$

$$\frac{231}{8} = \frac{22}{7} \times r^2 \times \frac{1}{12}$$

$$\frac{231 \times 7 \times 12}{8 \times 22} = r^2$$

$$\frac{\overset{21}{\cancel{231}} \times 7 \times \overset{3}{\cancel{12}}}{\underset{2}{\cancel{8}} \times \underset{2}{\cancel{22}}} = r^2$$

$$\frac{21 \times 21}{4} = r^2$$

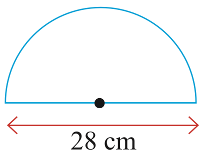
$$\therefore 10.5 = r$$

එනම් අරය 10.5 cm වේ.

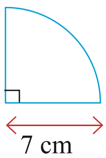
14.1 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

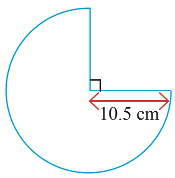
(i)



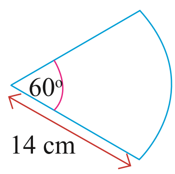
(ii)



(iii)

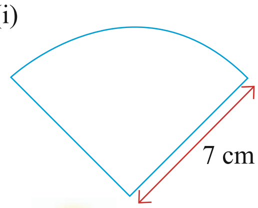


(iv)

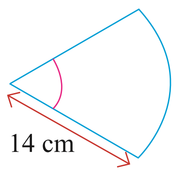


2. පහත දී ඇති කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩවල වර්ගඵල පිළිවෙළින් 77 cm^2, 154 cm^2 හා $57\frac{3}{4}$ cm^2 වේ. එක් එක් කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ කේන්ද්‍ර කෝණය සොයන්න.

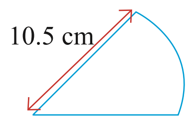
(i)



(ii)

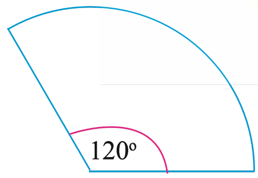


(iii)



3. විහාර මළුවට ඇතුළු වන දොරටුව පාමුල නිර්මාණය කර ඇති අර්ධ වෘත්තාකාර සඳකඩ පහනක වර්ගඵලය 7700 cm^2 ක් නම් සඳකඩ පහනේ විෂ්කම්භය සොයන්න.

4. රූපයේ දැක්වෙන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය $9\frac{3}{7}$ cm^2 වේ නම්, එහි අරය සොයන්න.

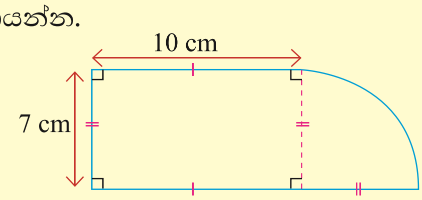


14.3 කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ ඇතුළත් සංයුක්ත තල රූපවල වර්ගඵලය

කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ සමග සෘජුකෝණාස්‍ර, ත්‍රිකෝණ වැනි සරල තල රූප සම්බන්ධ වීමෙන් සෑදෙන තල රූපවල වර්ගඵලය පිළිබඳ විමසා බලමු.

නිදසුන 1

පහත දැක්වෙන්නේ සෘජුකෝණාස්‍රයකින් හා කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයකින් සැඳුම් ලත් තල රූපයකි. එහි වර්ගඵලය සොයන්න.



සෘජුකෝණාස්‍රයේ වර්ගඵලය $= 10 \times 7$

$= 70\ cm^2$

කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ අරය සෘජුකෝණාස්‍රයේ පැත්තක දිගට සමාන නිසා,

කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ අරය $= 7\ cm$

වෘත්තයකින් $\frac{1}{4}$ ක වර්ගඵලය $= \pi r^2 \times \frac{1}{4}$

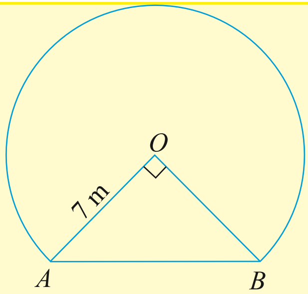
$= \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times \frac{1}{4} = 38.50$

$\therefore$ සංයුක්ත රූපයේ වර්ගඵලය $= 70\ cm^2 + 38.5\ cm^2$

$= 108\ .\ 5\ cm^2$

නිදසුන 2

රූපයේ දැක්වෙන්නේ පොකුණක මතුපිට සැලැස්මකි. එහි ජල පෘෂ්ඨය කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයකින් සකස් වී ඇති අතර ත්‍රිකෝණාකාර කොටසින් දැක්වෙන්නේ පීඨිකාවකි.



(i) පොකුණේ ජල පෘෂ්ඨයේ මතුපිට වර්ගඵලය සොයන්න.
(ii) පොකුණේ වර්ගඵලය සොයන්න.

(i) ජල පෘෂ්ඨයේ වර්ගඵලය $= \pi r^2 \times \frac{270^\circ}{360^\circ}$

$= \pi r^2 \times \frac{3}{4}$

$= \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times \frac{3}{4}$

$= \frac{231}{2}$

$= 115.5 \text{ m}^2$

(ii) පොකුණේ වර්ගඵලය = ජල පෘෂ්ඨයේ වර්ගඵලය + පීඨිකාවේ වර්ගඵලය

$= 115.5 + (\frac{1}{2} \times 7 \times 7)$

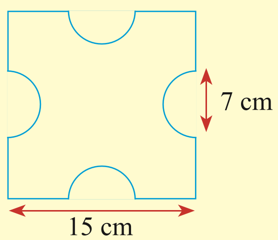
$= 115.5 + 24.5$

$= 140$

$= 140 \text{ m}^2$

නිදසුන 3

පැත්තක දිග 15 cm ක් වූ සමචතුරස්‍රාකාර තහඩුවක සෑම පැත්තකින් ම හරි මැදින් විෂ්කම්භය 7 cm වූ අර්ධ වෘත්තාකාර කොටස් ඉවත් කළ විට ඉතිරිවන කොටස රූපයේ දක්වා ඇත. එම කොටසේ වර්ගඵලය, දී ඇති දත්ත ඇසුරින් සොයන්න.



ඉවත් කළ අර්ධ වෘත්තයක අරය $\frac{7}{2}$ cm වේ. එබැවින් ඉවත් කළ අර්ධ වෘත්ත 4 හි වර්ගඵලය, අරය $\frac{7}{2}$ cm වූ වෘත්ත දෙකක වර්ගඵලයට සමාන වේ.

එමනිසා,

ඉවත් කර ඇති වෘත්ත තහඩු කොටස්වල වර්ගඵලය $= \pi r^2 \times 2$

$= \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times 2$

$= 77 \text{ cm}^2$

කොටස් ඉවත් කිරීමට පෙර සමචතුරස්‍ර තහඩුවේ වර්ගඵලය $= 15 \times 15$
$= 225$
$= 225 \text{ cm}^2$

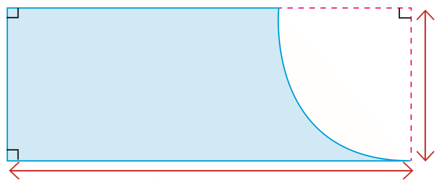
$\therefore$ රූපයේ දක්වා ඇති කොටසේ වර්ගඵලය $=$ (සමචතුරස්‍ර තහඩුවේ මුල් වර්ගඵලය) $-$ (ඉවත් කළ වෘත්ත තහඩු කොටස්වල වර්ගඵලය)

$= 225 - 77$
$= 148$
$= 148 \text{ cm}^2$

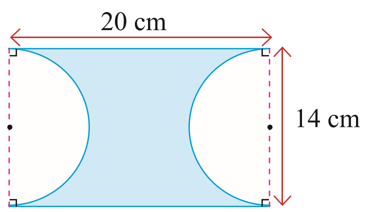
14.2 අභ්‍යාසය

1. මෙම රූපවල කඩ ඉරිවලින් දැක්වෙන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩවල අරය හෝ විෂ්කම්භය අනුව එම රූපවල අඳුරු කර දක්වා ඇති කොටස්වල වර්ගඵලයන් ගණනය කරන්න.

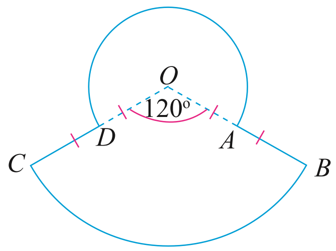
(i)



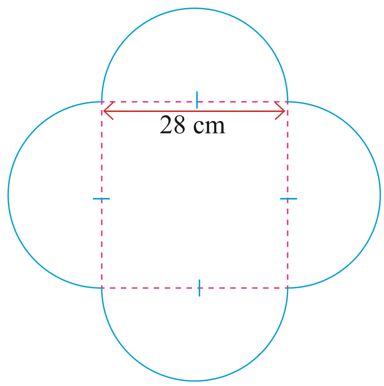
(ii)



2. පහතින් දක්වා ඇති රූපයේ $OA = 10.5$ cm ද $OB = 21$ cm ද වේ. රූපයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

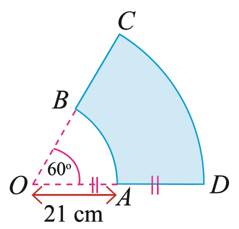


3. පහත රූපයේ දැක්වෙන්නේ සමචතුරස්‍රයකට අර්ධ වෘත්තාකාර කොටස් හතරක් සම්බන්ධ කර සාදා ගත් සංයුක්ත තල රූපයකි. දී ඇති දත්ත ඇසුරින් සංයුක්ත රූපයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

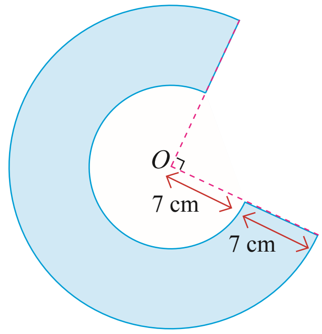


4. පහත රූපවල අඳුරු කර දක්වා ඇති කොටස්වල වර්ගඵලයන් දී ඇති දත්ත ඇසුරින් සොයන්න.

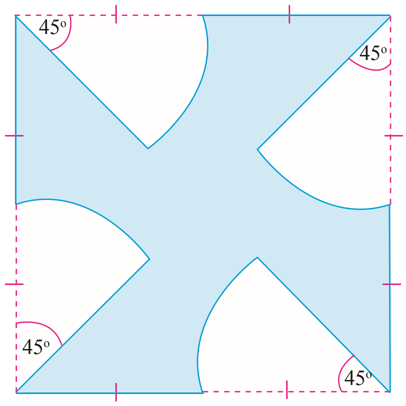
(i)



(ii)



5. රූපයේ දැක්වෙන්නේ පැත්තක දිග 14 cm ක් වූ සමචතුරස්‍රාකාර තහඩුවකින් සමාන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ 4 ක් මුලු හතරෙන් ම ඉවත් කිරීමෙන් ලබා ගත් කොටසකි. එම තහඩුවේ ඉතිරි වන කොටස අඳුරු කර දක්වා ඇත. එම කොටසේ වර්ගඵලය සොයන්න.



සාරාංශය

- අරය r හා කේන්ද්‍ර කෝණය θ වන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක වර්ගඵලය $\pi r^2 \times \frac{\theta}{360}$ වේ.