16 වීජීය භාග

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට,
- දෙනු ලබන වීජීය පද කිහිපයක කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සෙවීමට,
- වීජීය ප්‍රකාශන කිහිපයක කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සාධක ඇසුරෙන් සෙවීමට,
- හරය සමාන නොවූ වීජීය භාග එකතු කර හෝ අඩු කර, සුළු කිරීමට

හැකියාව ලැබේ.

16.1 වීජීය පද කිහිපයක කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය (කු.පො.ගු)

වීජීය සංකේත ඇතුළත් එකතුවකින් හෝ අඩු කිරීමකින් සම්බන්ධ නොවන පද, වීජීය පද ලෙස හැඳින්වේ. ඒ අනුව x, $2a$, $3m^2$, $12xy$, $24xy^2z$ වැනි පද වීජීය පද වන අතර ඒවා, ඒක පද වීජීය ප්‍රකාශන ලෙස ද හැඳින් වේ.

දැන් අපි වීජීය පද දෙකක හෝ කිහිපයක කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සෙවීමේ ක්‍රමයක් සලකා බලමු. වීජීය පද දෙකක හෝ කිහිපයක කුඩා ම පොදු ගුණකාරය සෙවීමේදී ප්‍රථමයෙන් එක් එක් වීජීය පදය එහි සාධකවල ගුණිතයක් ලෙස ලියා ගත යුතු ය. මෙහිදී කිසියම් සංඛ්‍යාවක් වීජීය පදයේ සංගුණකය වන්නේ නම් එය ප්‍රථමක සංඛ්‍යාවල ගුණිතයක් ලෙස ලියා ඒ සමඟ වීජීය පද සාධක ලෙස ලියනු ලැබේ. අනතුරුව එක් එක් වීජීය පදය සාධකවල බලවල ගුණිතයක් ආකාරයට සකස් කර ගනු ලැබේ. අනතුරුව කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සෙවිය යුතුව ඇති වීජීය පද කිහිපයේ එකිනෙකට වෙනස් සාධකවල විශාලතම දර්ශක සහිත බල ගුණිතයක් ලෙස ලියූ විට එය එම වීජීය පද කිහිපයේ කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය ලැබේ. (විශාලතම දර්ශක සහිත බල කිහිපයක් තිබුණොත් ඉන් ඕනෑම එකක් පමණක් තෝරා ගනු ලැබේ.)

නිදසුන 1

$18x^2$, $6xy$, $8y$ යන වීජීය පද තුනේ කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සොයන්න.

$18x^2 = 2 \times 3 \times 3 \times x \times x = 2^1 \times 3^2 \times x^2$

$6xy = 2 \times 3 \times x \times y = 2^1 \times 3^1 \times x^1 \times y^1$

$8y = 2 \times 2 \times 2 \times y = 2^3 \times y^1$

පද තුනේ ම එකිනෙකට වෙනස් සාධක වන්නේ 2, 3, x හා y වේ. මේවායේ විශාලතම බල කුඩා රවුම් තුළ පෙන්වා ඇත. ඒවා නම්, 2^3, 3^2, x^2 හා y^1 වේ. (yහි විශාලතම බලය වන y^1 බලය $6xy$ හා $8y$ පද දෙකේම ඇති බැවින් y^1 ඉන් එකකින් පමණක් තෝරා ගැනේ.)
එම නිසා $18x^2$, $6xy$ හා $8y$ හි කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය $2^3 \times 3^2 \times x^2 \times y^1$ වේ.
එනම් $72x^2y$ යන්නයි. $(2^3 \times 3^2 \times x^2 \times y^1 = 72\, x^2y)$

16.1 අභ්‍යාසය

1. පහත සඳහන් එක් එක් වීජීය පද කාණ්ඩයේ කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සොයන්න.

(i) $a,\ 3a$ (ii) $4m,\ 2m$ (iii) $2x^2,\ 6x$ (iv) $y^2,\ 3y$

(v) $7ab,\ ab$ (vi) $a,\ 2a,\ 3a$ (vii) $3n,\ 6n^2,\ n$

(viii) $2p,\ 4pq,\ 6q$ (ix) $5m^2,\ 2m,\ 10m^2$ (x) $4x^2,\ 6xy,\ 8y^2$

16.2 වීජීය ප්‍රකාශන කිහිපයක කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය

$a,\ 2x,\ ay^2$ වැනි වීජීය පදයක්, සංඛ්‍යා හෝ වෙනත් වීජීය පද සමඟ + හෝ – ලකුණුවලින් සම්බන්ධ වූ විට, පද කිහිපයකින් යුත් වීජීය ප්‍රකාශන ලැබෙන බව අපි දනිමු.

වීජීය ප්‍රකාශන දෙකක හෝ කිහිපයක කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සෙවීමේ දී ඒ ඒ වීජීය ප්‍රකාශනය සාධකවල ගුණිතයක් ලෙස ලබා ගෙන එම සාධකවල විශාලතම දර්ශකය සහිත බලවල ගුණිතයෙන් කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සොයනු ලබයි. මෙය පහත නිදසුන් මගින් තවදුරටත් පැහැදිලි කර ගනිමු.

නිදසුන 1

$20,\ 5(m+3)$ ප්‍රකාශනවල කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සොයන්න.

$20 = 2 \times 2 \times 5 = 2^2 \times 5^1$

$5\ (m+3) = 5^1\ (m+3)^1$

එකිනෙකට වෙනස් සාධක 2, 5 හා $(m+3)$ වේ.

2හි විශාලතම බලය $= 2^2 = 4$

5හි විශාලතම බලය $= 5^1 = 5$

$(m+3)$හි විශාලතම බලය $= (m+3)^1 = (m+3)$

මෙවිට කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය ලෙස හැඳින්වෙන්නේ මෙම සාධකවල විශාලත ම දර්ශකය සහිත බලවල ගුණිතයයි.

විශාලතම දර්ශක සහිත බලවල ගුණිතය $= 4 \times 5 \times (m+3)$

$\therefore$ කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය $= 20(m+3)$

නිදසුන 2

$3a,\ 15(a+1)$ ප්‍රකාශනවල කු.පො.ගු. සොයන්න.

$3a = 3^1 \times a^1$

$15\ (a+1) = 3^1 \times 5^1 \times (a+1)^1$

එකිනෙකට වෙනස් සාධක 3, 5, a හා $(a+1)$ වේ.

3හි විශාලත ම බලය = 3^1 = 3
5හි විශාලත ම බලය = 5^1 = 5
aහි විශාලත ම බලය = a^1 = a

$(a+1)$ හි විශාලත ම බලය = $(a+1)$

විශාලත ම දර්ශක සහිත බලවල ගුණිතය = $3 \times 5 \times a\,(a+1)$

$\therefore$ කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය = $15a\,(a+1)$

නිදසුන 3

(a^2-4), $4(a-2)$, $2(a+2)$ ප්‍රකාශනවල කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සොයන්න.

$$a^2-4 = (a-2)\,(a+2)$$

$$4\,(a-2) = 2 \times 2 \times (a-2) = 2^2 \times (a-2)^1$$

$$2\,(a+2) = 2 \times (a+2) = 2^1 \times (a+2)^1$$

එකිනෙකට වෙනස් සාධක 2, $(a-2)$ හා $(a+2)$ වේ.

2හි විශාලත ම බලය = 2^2
$(a-2)$හි විශාලත ම බලය = $(a-2)^1$
$(a+2)$හි විශාලත ම බලය = $(a+2)^1$

විශාලත ම දර්ශක සහිත බලවල ගුණිතය = $2^2 \times (a-2) \times (a+2)$

$\therefore$ කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය = $4\,(a-2)\,(a+2)$

මේ අනුව වීජීය ප්‍රකාශනවල කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සෙවීම ඉහත නිදසුන් 1, 2, 3හි පරිදි විස්තරාත්මක පියවර ඔබේ ඉගෙනීමේ පහසුව සඳහා පැහැදිලි කරන ලදි. නමුත් ගැටලු විසඳීමේ දී ඉදිරි නිදසුන් ආකාරයට කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සෙවීමට යොමු වීමටද හැකියාව ඇත.

නිදසුන 4

$2m(1-m)^2$, $4(m^2-1)$, $6(1+m)$ යන ප්‍රකාශනවල කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සොයන්න.

$\boxed{(1-m)^2 = (m-1)^2 \text{ බැවින්}}$

$$2m(1-m)^2 = 2 \times m \times (m-1)^2$$

$$4(m^2-1) = 2 \times 2 \times (m-1)\,(m+1) = 2^2 \times (m-1)\,(m+1)$$

$$6(1+m) = 2 \times 3 \times (1+m)$$

එකිනෙකට වෙනස් සාධක 2, 3, m, $(m-1)$ හා $(m+1)$ වේ.

විශාලත ම දර්ශක සහිත බලවල ගුණිතය = $2^2 \times 3 \times m \times (m-1)^2 \times (m+1)$

$\therefore$ කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය (කු.පො.ගු.) = $12m\,(m-1)^2\,(m+1)$

නිදසුන 5

$x^2 - 6x + 9$, $x^2 + 6x + 9$, $x^2 - 9$ ප්‍රකාශනවල කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සොයන්න.

$x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2$
$x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$
$x^2 - 9 = (x - 3)\,(x + 3)$

එකිනෙකට වෙනස් සාධක $(x - 3)$ හා $(x + 3)$ වේ.
විශාලත ම දර්ශක සහිත බලවල ගුණිතය $= (x - 3)^2 \times (x + 3)^2$
$\therefore$ කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය $= (x - 3)^2\,(x + 3)^2$

සටහන

$(a - b)^2 = (b - a)^2$ ලෙස ලිවිය හැකි ය.
$(x - y) = -(y - x)$ ලෙස ලිවිය හැකි ය.
මෙවැනි අවස්ථා මතක තබා ගැනීම කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සෙවීමට පහසුවක් වේ.

16.2 අභ්‍යාසය

1. පහත වීජීය ප්‍රකාශනවල කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සොයන්න.

(i) $x,\ (x + 1)$
(ii) $4y,\ 2(y - 2)$
(iii) $6(a - 3),\ 3(a + 2)$
(iv) $p(q - 1),\ (q - 1)$
(v) $x(y + 4),\ (y - 1)$
(vi) $2a^2,\ 5(a + 2),\ 10(a + 2)$
(vii) $4b,\ 3(b - 1),\ 6(b - 1)^2$
(viii) $10,\ 2a\,(a + 2),\ 25(a + 2)^2$
(ix) $3x,\ 15(x - 1),\ 6(x - 1)^2$
(x) $5q^2,\ 4(q - r),\ 2(q - r)^2$
(xi) $(m + 2),\ (m + 2)\,(m - 2),\ (m - 2)\,(m - 5)$
(xii) $(m - n)^2,\ (m^2 - n^2),\ (m + n)^2$
(xiii) $(x^2 - 1),\ (x - 1),\ 3x(1 - x)^2$
(xiv) $(4 - y^2),\ (4 + 2y),\ (y - 2)^2$
(xv) $(2a - 4),\ a^2 - 2a - 8$
(xvi) $(a - 5),\ a^2 - 8a + 15$
(xvii) $x^2 - y^2,\ 2x^2 - xy - y^2$
(xviii) $x^2 - 4x + 3,\ x^2 - 3x + 2$
(xix) $a^2 + 2a - 35,\ 3a^2 - 16a + 5$
(xx) $a^2 + 2ab + b^2,\ a^2 - 2ab + b^2,\ a^2 - b^2$

16.3 වීජීය භාග එකතු කිරීම හා අඩු කිරීම

ලවයේ හෝ හරයේ හෝ ඒ දෙකෙහිම හෝ වීජීය පද හෝ වීජීය ප්‍රකාශන ඇතුළත් භාග වීජීය භාග වේ.

ලවයේ වීජීය පද හෝ ප්‍රකාශන හෝ අඩංගු භාග

උදා: (i) $\dfrac{x}{3}$ (ii) $\dfrac{2y}{7}$ (iii) $\dfrac{a + 2}{5}$ (iv) $\dfrac{3y - 2x}{10}$

හරයේ වීජීය පද හෝ ප්‍රකාශන හෝ අඩංගු භාග

උදා: (i) $\frac{3}{x}$ (ii) $\frac{7}{2y}$ (iii) $\frac{5}{a+2}$ (iv) $\frac{1}{x-2y}$

ලවයේත් හරයේත් වීජීය පද හෝ ප්‍රකාශන ඇති භාග

උදා: (i) $\frac{p}{2q}$ (ii) $\frac{x}{3+y}$ (iii) $\frac{2a}{5-2a}$ (iv) $\frac{3m-n}{b+2c}$

මෙම වීජීය භාග, පොදු හරයක් සහිත භාග බවට පත් කිරීමෙන් වීජීය භාග එකතු කිරීම, අඩු කිරීම කළ හැකි ය. පොදු හරයක් සහිත භාග බවට පත් කිරීමේදී එක් එක් වීජීය භාගවල හරයන්හි කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සොයා ගත යුතු ය. එය පහත දැක්වෙන නිදසුන් මගින් පැහැදිලි වනු ඇත.

නිදසුන 1

$\frac{3}{2x}+\frac{1}{4x}$ සුළු කරන්න.

$\frac{3}{2x}+\frac{1}{4x}$

$=\frac{(2\times 3)+(1\times 1)}{4x}$ [$2x$ හා $4x$ හි කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය $4x$ වේ.]

$=\frac{6+1}{4x}$

$=\frac{7}{4x}$

මෙම ගැටලුව විසඳීමේදී වීජීය භාගවල හරයන් වන $2x$ සහ $4x$ හි කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය $4x$ යන්න භාවිත කරන ලදි.

නිදසුන 2

$\frac{2}{x}+\frac{3}{(x-1)}$ සුළු කරන්න.

$\frac{2}{x}+\frac{3}{(x-1)}=\frac{2(x-1)+3(x)}{x(x-1)}$ [x, $(x-1)$හි කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය $x(x-1)$ වේ.]

$=\frac{2x-2+3x}{x(x-1)}$

$=\frac{5x-2}{x(x-1)}$

නිදසුන 3

$\dfrac{3}{a^2 - 4a + 3} + \dfrac{2}{a^2 - 3a + 2} - \dfrac{1}{(a - 3)}$ සුළු කරන්න.

$$\frac{3}{a^2 - 4a + 3} + \frac{2}{a^2 - 3a + 2} - \frac{1}{(a - 3)}$$

$$= \frac{3}{(a - 3)(a - 1)} + \frac{2}{(a - 2)(a - 1)} - \frac{1}{(a - 3)}$$

$$= \frac{3(a - 2) + 2\ (a - 3) - 1\ (a - 2)\ (a - 1)}{(a - 3)\ (a - 2)\ (a - 1)}$$

[$(a - 3)\ (a - 1)$, $(a - 2)(a - 1)$, $(a - 3)$ ප්‍රකාශනවල කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය $(a - 3)\ (a - 2)\ (a - 1)$ වේ.]

$$= \frac{3a - 6 + 2a - 6 - 1\ (a^2 - a - 2a + 2)}{(a - 3)\ (a - 2)\ (a - 1)}$$

$$= \frac{3a - 6 + 2a - 6 - 1\ (a^2 - 3a + 2)}{(a - 3)\ (a - 2)\ (a - 1)}$$

$$= \frac{3a - 6 + 2a - 6 - a^2 + 3a - 2}{(a - 3)\ (a - 2)\ (a - 1)}$$

$$= \frac{8a - a^2 - 14}{(a - 3)\ (a - 2)\ (a - 1)}$$

16.3 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන වීජීය භාග සුළු කරන්න.

(i) $\dfrac{4}{6x} + \dfrac{5}{8x}$ (ii) $\dfrac{3}{4y} + \dfrac{4}{6y}$ (iii) $\dfrac{5}{2y} + \dfrac{3}{6y} + \dfrac{7}{4y}$

(iv) $\dfrac{6}{x} + \dfrac{5}{x - 3}$ (v) $\dfrac{3}{b - 1} + \dfrac{1}{b}$ (vi) $\dfrac{4}{5k} + \dfrac{3}{(k - 2)}$

(vii) $\dfrac{1}{(m - 3)} + \dfrac{2}{5(m - 3)} + \dfrac{1}{5}$ (viii) $\dfrac{3}{x - 2} + \dfrac{5}{x + 3} + 1$

(ix) $\dfrac{4}{a - 3} + \dfrac{5}{(a - 3)(a + 2)} + \dfrac{2}{(3 - a)}$ (x) $\dfrac{7}{p^2 - 9} + \dfrac{3}{p - 3} + \dfrac{2}{p + 3}$

(xi) $\dfrac{3}{a + b} + \dfrac{2}{a - b} + \dfrac{1}{a^2 - b^2}$ (xii) $\dfrac{7}{3a^2} - \dfrac{5}{2ab}$

(xiii) $\dfrac{3}{2ab} - \dfrac{1}{4a} + \dfrac{1}{6b}$ (xiv) $3 + \dfrac{4}{p + 2} - \dfrac{1}{p - 3}$

(xv) $\dfrac{2a}{a^2 - b^2} - \dfrac{1}{a - b}$

(xvi) $\dfrac{3x}{x - y} - \dfrac{5x}{x^2 - y^2} + \dfrac{2x}{x + y}$

(xvii) $\dfrac{a - 3}{a + 2} - \dfrac{a - 2}{a^2 + 5a + 6}$

(xviii) $\dfrac{3}{y^2 + 4y + 3} + \dfrac{1}{y + 3} - \dfrac{2}{y + 1}$

(xix) $\dfrac{p}{(p - q)} - \dfrac{q}{p + q} - \dfrac{1}{p^2 - q^2}$

(xx) $\dfrac{2}{m^2 - 3m - 4} - \dfrac{1}{m - 4} + \dfrac{3}{m^2 - 2m - 8}$

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන වීජීය පද ඇතුළත් කාණ්ඩවල කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සොයන්න.

(i) $ab,\ a^2b^2,\ 9ab^2$ (ii) $8x,\ 4xy^2,\ 24x^2y$ (iii) $100a,\ b,\ a^2b$

2. පහත දැක්වෙන වීජීය ප්‍රකාශනවල කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සොයන්න.

(i) $x^2 + 2x,\ \ x^2 + x - 2$ (ii) $n^2 - n - 6,\ \ n^2 + 3n + 2$

(iii) $2b^2 + 3b - 2,\ \ 6b^2 - b - 1,\ \ 3b^2 + 7b + 4$

3. පහත දැක්වෙන වීජීය භාග සහිත ප්‍රකාශන සුළු කරන්න.

(i) $\dfrac{a}{2 + a} - \dfrac{a}{a - 2} + \dfrac{2a}{4 - a^2}$

(ii) $\dfrac{1}{(x - 2)^2} + \dfrac{3}{(x + 2)^2} - \dfrac{3}{x^2 - 4}$

(iii) $\dfrac{a + 4}{a^2 + 3a - 10} - \dfrac{a - 4}{a^2 - 5a + 6}$

(iv) $\dfrac{1}{(x - 1)} - \dfrac{1}{3(1 - x)}$

සාරාංශය

- අඥාත ඇතුළත් පද වීජීය පද වේ.
- වීජීය පදවල කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සෙවීමේ දී ද, සංඛ්‍යාවල සාධක ඇසුරෙන් කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සොයන ආකාරය ම භාවිත කරයි.
- වීජීය ප්‍රකාශනවල කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සෙවීමේ දී පළමුව ඒවා සාධකවල ගුණිත ලෙස සකසා ගත යුතු වේ.
- වීජීය භාග එකතු කිරීමේ දී හා අඩු කිරීමේ දී සාමාන්‍ය භාග එකතු කිරීමේ හා අඩු කිරීමේ ක්‍රමවේදය ම භාවිත කරයි.
- දෙන ලද වීජීය ප්‍රකාශනවලින් ඉතිරි නැතිව බෙදෙන කුඩා ම වීජීය ප්‍රකාශනය එම වීජීය ප්‍රකාශනවල කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය ලෙස හැඳින්වේ.