25 සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්ති

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,
- දෙන ලද සමූහිත දත්තවල මධ්‍යන්‍යය, මධ්‍ය අගය ඇසුරින් ගණනය කිරීමට,
- දෙන ලද සමූහිත දත්තවල මධ්‍යන්‍යය උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය ඇසුරින් ගණනය කිරීමට

හැකියාව ලැබේ.

සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක මධ්‍යන්‍යය සෙවීම පිළිබඳව 3 ශ්‍රේණියේ දී ඔබ ඉගෙන ඇත. මධ්‍යන්‍යය ආශ්‍රිත ඔබ උගත් කරුණු සිහිපත් කිරීමට පහත පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසයේ යෙදෙන්න.

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙනුයේ ලේ දන්දීමේ වැඩසටහනකට සහභාගීවූවන්ගේ වයස (අවුරුදු 25 සිට 30 තෙක්) හා සහභාගී වූ සංඛ්‍යාව පිළිබඳ තොරතුරු ඇතුළත් සංඛ්‍යාත වගුවකි.

වයස (අවුරුදු) (x)	සහභාගී වූ ගණන (f)
25	4
26	5
27	6
28	7
29	4
30	4

(i) වැඩියෙන් සහභාගී වී ඇත්තේ අවුරුදු කීයක් වයසින් යුත් අය ද ?
(ii) සහභාගී වූවන්ගේ මධ්‍යන්‍යය වයස සෙවීමට $f \times x$ ඇතුළත් වගුවක් පිළියෙළ කරන්න.
(iii) එමගින් මධ්‍යන්‍යය වයස සොයන්න.

2. පන්තියක සිසුන්ගේ ස්කන්ධය (ආසන්න කිලෝග්‍රෑමයට) දැක්වෙන සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් පහත දැක්වේ.

බර (kg)	35	36	37	38	39	40	41	42
සිසුන් ගණන	2	3	2	3	4	2	1	3

(i) 38 kg ක් ස්කන්ධය ඇති සිසුන් ගණන කීය ද?
(ii) සිසුන්ගේ ස්කන්ධයෙහි මාතය කීය ද?
(iii) සිසුවෙකුගේ මධ්‍යන්‍යය ස්කන්ධය ආසන්න කිලෝග්‍රෑමයට සොයන්න.

3. එකතු කිරීම පිළිබඳ දැලිස ක්‍රියාකාරකමක දී පිරිවෙනක සිසුන් සමූහයක් ගත් කාලය ආසන්න මිනිත්තුවට පහත වගුවේ දී ඇත.

ක්‍රියාකාරකම නිම කිරීමට ගත වූ කාලය (මිනිත්තු)	3 - 5	6 - 8	9 - 11	12 - 14	15 - 17	18 - 20	21 - 23	24 - 26
සිසුන් ගණන	2	4	7	6	11	8	6	6

(i) ක්‍රියාකාරකම නිම කිරීමට ගත වූ කාලයේ මාත පන්තිය කුමක් ද?

(ii) ක්‍රියාකාරකම නිම කිරීමට ගත වූ කාලයේ මධ්‍යස්ථ පන්තිය සොයන්න.

(iii) ඉහත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියට මධ්‍ය අගය තීරුවක් හා $f \times x$ තීරුවක් එක් කර, ක්‍රියාකාරකම නිම කිරීමට ගත වූ කාලයේ මධ්‍යන්‍යය ආසන්න පූර්ණ සංඛ්‍යාවට සොයන්න.

25.1 දෙන ලද සමූහිත දත්තවල මධ්‍යන්‍යය, මධ්‍ය අගය ඇසුරින් තවදුරටත් ගණනය කිරීම

සමූහිත දත්තවල මධ්‍යන්‍යය, මධ්‍ය අගය ඇසුරින් ගණනය කිරීම මීට පෙර ද ඔබ ඉගෙන ඇත. එය තවදුරටත් තහවුරු කිරීම සඳහා පහත නිදසුන සලකමු.

නිදසුන 1

එළවළු අසුරා තිබූ පෙට්ටි 40ක ස්කන්ධය පහත වගුවේ දැක්වේ.

ස්කන්ධය (kg)	5 - 7	7 - 9	9 - 11	11 - 13	13 - 15	15 - 17
පෙට්ටි ගණන	3	4	10	12	7	4

මෙහි (5 - 7) යනු 5 kg හෝ ඊට වැඩි හා 7 kg ට අඩු යන්නයි.
($5 \leq W < 7$,මෙහි W යනු ස්කන්ධය වේ.)

මෙම තොරතුරු භාවිතයෙන් මධ්‍යන්‍යය සෙවීම සඳහා මධ්‍ය අගය තීරුවක් හා $f \times x$ තීරුවක් සකස් කර ගත් අයුරු සිහිපත් කර ගන්න. පන්ති ප්‍රාන්තරයකට දී ඇති ඉහළ හා පහළ අගයන් 2ක එකතු කර, 2න් බෙදීමෙන් ඊට අදාළ පන්ති ප්‍රාන්තරයේ, මධ්‍ය අගය සෙවිය හැකි ය.

ඒ අනුව,

$$\text{පන්ති ප්‍රාන්තරයක මධ්‍ය අගය} = \frac{\text{ඉහළ සීමාවේ අගය} + \text{පහළ සීමාවේ අගය}}{2}$$

දැන් අපි මධ්‍යන්‍යය සෙවීම සඳහා සංඛ්‍යාත වගුවක් පහත පරිදි පිළියෙල කරමු.

පන්ති ප්‍රාන්තර	මධ්‍ය අගය	සංඛ්‍යාතය (f)	$f \times x$
5 - 7	6	3	18
7 - 9	8	4	32
9 - 11	10	10	100
11 - 13	12	12	144
13 - 15	14	7	98
15 - 17	16	4	64
		$\Sigma f = 40$	$\Sigma fx = 456$

ඉන් පසුව මධ්‍යන්‍යය සෙවීම සඳහා, $\dfrac{\Sigma fx}{\Sigma f}$ යොදා ගැටලුව විසඳමු.

$$\text{ඒ අනුව මධ්‍යන්‍යය} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f}$$

$$= \frac{456}{40}$$

එළවළු අසුරා ඇති පෙට්ටියක මධ්‍යන්‍යය ස්කන්ධය $= 11.4$ kg

25.2 සමූහිත දත්තවල මධ්‍යන්‍යය උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය ඇසුරින් ගණනය කිරීම

පළමුව අසමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක මධ්‍යන්‍යය, උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය ඇසුරින් ගණනය කරන ආකාරය විමසා බලමු.

නිදසුන 1

පහත දැක්වෙනුයේ සති අන්ත පොළක විකිණීමට තිබූ 1 kg බැගින් ගොඩ ගසා තිබූ දෙහි ගොඩවල්වල එක් ගොඩක අඩංගු දෙහි ගෙඩි ප්‍රමාණය සහ එම දෙහි ගෙඩි ප්‍රමාණය සහිත ගොඩවල් සංඛ්‍යාව පිළිබඳ සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියකි.

1 kg ට අල්ලන දෙහි ගෙඩි ගණන	18	19	20	21	22	23	24
දෙහි ගොඩවල් ගණන	1	2	4	5	3	4	1

මෙම සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියේ ඕනෑම අගයක්, උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය ලෙස ගෙන පහත ආකාරයේ වගුවක් පිළියෙල කළ හැකි ය. මෙහිදී උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය ලෙස 21 යොදා ගනිමු.

1 kg ට අල්ලන දෙහි ගෙඩි ගණන	දෙහි ගෙඩවල් ගණන (f)	අපගමනය (d)	$f \times d$	
18	1	−3	−3	
19	2	−2	−4	එකතුව −11
20	4	−1	−4	
21 ← A	5	0	0	
22	3	+1	+3	
23	4	+2	+8	එකතුව 14
24	1	+3	+3	

$\Sigma f = 20$ $\qquad\qquad$ $\Sigma fd = -11 + 14 = +3$

ඉහත ආකාරයට අපි උපකල්පනය කළ මධ්‍යන්‍යය (A) අගය 21 ලෙස ගෙන ඊට ඉහළින් ඇති සංඛ්‍යා හා පහළින් ඇති සංඛ්‍යාවලින් උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය අඩු කළ විට, අපගමනය දැක්වෙන තීරුව සකස් කළ හැකි ය.

උදා: $18 - 21 = -3$ (දහඅට අඩු කිරීම විසි එක = ඍණ තුන)

$19 - 21 = -2$ (දහනවය අඩු කිරීම විසි එක = ඍණ දෙක)

$20 - 21 = -1$ (විස්ස අඩු කිරීම විසි එක = ඍණ එක)

$21 - 21 = 0$ (විසි එක අඩු කිරීම විසි එක = බින්දුව)

$22 - 21 = +1$ (විසි දෙක අඩු කිරීම විසි එක = ධන එක)

$23 - 21 = +2$ (විසි තුන අඩු කිරීම විසි එක = ධන දෙක)

$24 - 21 = +3$ (විසි හතර අඩු කිරීම විසි එක = ධන තුන)

ඉන් පසුව අපගමන තීරුවේ ඇති අගයන් සංඛ්‍යාතය (දෙහි ගෙඩවල් ගණන) තීරුවේ අගයන් සමඟ ගුණ කර $f \times d$ තීරුව සකස් කළ ආකාරය වගුව දෙස බැලීමෙන් ඔබට පැහැදිලි වනු ඇත.

ඉන් පසුව අපගමන සියල්ලේ ම අගයන්වල එකතුව (Σfd) සොයා ගැනීමට ඍණ අපගමනවල එකතුව හා ධන අපගමනවල එකතුව අතර වෙනස කීයදැයි සෙවීම කළ යුතු ය.

Σfd = ඍණ අපගමනවල එකතුව + ධන අපගමනවල එකතුව

$= -11 + 14$

$= +3$

දැන් අපි පහත සූත්‍රය යොදා මධ්‍යන්‍යය ගණනය කරමු.

$$\text{මධ්‍යන්‍යය} = \text{උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය} + \frac{\text{අපගමන සියල්ලේ ම මුළු එකතුව}}{\text{මුළු දත්ත සංඛ්‍යාව}}$$

$$\text{මධ්‍යන්‍යය} = A + \frac{\Sigma fd}{\Sigma f}$$

ඒ අනුව ඉහත සංඛ්‍යාත වගුවේ

මධ්‍යන්‍යය $= A + \left(\frac{\Sigma fd}{\Sigma f}\right)$ සූත්‍රයට ආදේශ කළ විට,

$= 21 + \left(\frac{3}{20}\right)$

$= 21 + 0.15$

1 kgට අල්ලන දෙහි ගොඩක තිබෙන මධ්‍යන්‍යය දෙහි ගෙඩි ගණන $= 21.15$
පූර්ණ සංඛ්‍යාවට වටැයූ විට එහි අගය 21 වේ.

- ඉහත වගුවේ උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය ලෙස වෙනත් අගයක් යොදා ගැනීමෙන් ද ඉහත පිළිතුර ම ලැබෙන ආකාරය පහත වගුව සම්පූර්ණ කර අභ්‍යාසයේ යෙදීමෙන් ඔබට තහවුරු කර ගත හැකි ය.

1 kg ට අල්ලන දෙහි ගෙඩි ගණන	ගොඩවල් ගණන (සංඛ්‍යාතය) f	අපගමනය (d)	$f \times d$	
18	1	−2	−2	....
......	2	......	......	
20 ← A	4	0	0	
21	5	+1	5	....
......	......	+2	......	
......	......	......	......	
......	......	......	......	
	$\Sigma f = 20$		$\Sigma fd =$	

මධ්‍යන්‍යය $= A + \frac{\Sigma fd}{\Sigma f}$

$= 20 + \frac{......}{.....}$

$=$ ....

ආසන්න පූර්ණ සංඛ්‍යාව = ...

ඉහත ඔබ යෙදුනු අභ්‍යාසය අනුව උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය සඳහා කුමන අගය සැලකුව ද මධ්‍යන්‍යය සඳහා එකම පිළිතුර ලැබෙන බව පැහැදිලි වනු ඇත.

දැන් අපි පන්ති ප්‍රාන්තරවලට බෙදා ඇති සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක මධ්‍යන්‍යය උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය භාවිතයෙන් සොයන ආකාරය විමසා බලමු.

නිදසුන 2

පහත දැක්වෙනුයේ එක්තරා දිස්ත්‍රික්කයක නියඟය නිසා ගොවීන්ට වී වගා කිරීමෙන් සිදු වූ හානියට රජය විසින් පිරිනැමූ සහනාධාර මුදල් (1000 ගුණාකාරවලින්) හා ගොවීන් ගණන දැක්වෙන සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියකි.

සහනාධාර මුදල් රුපියල් (1000 ගුණාකාරවලින්)	10 - 12	12 - 14	14 - 16	16 - 18	18 - 20	20 - 22
ගොවීන් ගණන	6	12	20	14	5	3

(10 - 12 යනු $10000 \leq x < 120000$ වේ. මෙහි x යනු සහනාධාර මුදල වේ.)

දැන් අපි මෙම වගුව මධ්‍යන්‍යය සෙවීමට ගැළපෙන ලෙස පහත පරිදි සකස් කර ගනිමු.

සහනාධාර මුදල් (රු.1000 ගුණාකාරවලින්)	මධ්‍ය අගය	ගොවීන් ගණන (සංඛ්‍යාතය) f	අපගමනය (d)	$f \times d$	
10 - 12	11	6	-4	-24	-48
12 - 14	13	12	-2	-24	
14 - 16	15 $\leftarrow A$	20	0	0	
16 - 18	17	14	$+2$	28	$+66$
18 - 20	19	5	$+4$	20	
20 - 22	21	3	$+6$	18	

$\Sigma f = 60$

$\Sigma fd = -48 + 66$
$= +18$

ඉහත දැක්වෙන පරිදි වගුව පිළියෙල කිරීමෙන් පසුව උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය 15 ලෙස ගෙන මධ්‍යන්‍යය සෙවීම කළ හැකි ය.

මධ්‍යන්‍යය $= A + \dfrac{\Sigma fd}{\Sigma f}$

$= 15 + \dfrac{18}{60}$

$= 15 + 0.3$

$= 15.3$

ඒ අනුව ගොවියෙකුට ලැබෙන මධ්‍යන්‍යය සහනාධාර මුදල $=$ රු. 15.3×1000

$=$ රු. 15300

25.1 අභ්‍යාසය

1. පිරිවෙනක සිසුන් 15 දෙනෙකුගේ උස සෙන්ටිමීටරවලින් මැන පහත දක්වා ඇත.

166, 165, 163, 160, 161, 162, 163, 165, 164,
166, 161, 160, 161, 162, 162

(i) මෙම අගයන් සියල්ලේ ම එකතුව සොයා මධ්‍යන්‍යය සොයන්න.
(ii) අසමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් පිළියෙල කර, උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය 162 ලෙස ගෙන මධ්‍යන්‍යය සොයන්න.

2. පහත දැක්වෙනුයේ "ගණිත දිනය" වෙනුවෙන් පවත්වනු ලබන තරග විභාගයකදී එක්තරා දිස්ත්‍රික්කයක පිරිවෙන් සිසුන් 40ක් ලබා ගත් ලකුණු ඇතුළත් සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියකි.

ලකුණු	මධ්‍ය අගය (x)	සංඛ්‍යාතය (f)	මධ්‍ය අගය × සංඛ්‍යාතය $f \times x$
1 - 15	8	5	40
16 - 30	23	10	......
31 - 45	38	10	380
46 - 60	......	8	......
61 - 75	......	3	......
76 - 90	......	4	......
		$\Sigma f =$	$\Sigma fx =$ ......

(i) මෙම වගුව ඔබේ අභ්‍යාස පොතේ පිටපත් කරගෙන වගුවේ හිස්තැන් පුරවන්න.
(ii) මාත පන්තිය කුමක් ද?
(iii) ශිෂ්‍යයෙකු ලබා ගත් මධ්‍යන්‍යය ලකුණු ප්‍රමාණය ගණනය කරන්න.
(iv) ලකුණු 16 සිට 45 තෙක් ලබා ගත් සිසුන් ගණන 50 % ක් බව නිමල් පවසයි. එම ප්‍රකාශයේ සත්‍ය, අසත්‍ය බව හේතු සහිතව පැහැදිලි කරන්න.

3. විදේශ රැකියාවක නියුතු ශ්‍රී ලාංකිකයන් පිරිසක් එක්තරා දිනක රැගෙන ආ ගමන් මළුවල ස්කන්ධය (kg) පහත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියෙන් දැක්වේ.

ගමන් මල්ලක ස්කන්ධය (kg)	0 - 10	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50
ශ්‍රී ලාංකිකයන් ගණන	8	11	14	9	8

(i) ඉහත තොරතුරු දැක්වීමට මධ්‍ය අගය හා $(f \times x)$ තීරු ඇතුළත් වගුවක් පිළියෙල කරන්න.
(ii) මාත පන්තිය කුමක් ද?
(iii) විදේශයේ සිට පැමිණි මුළු පිරිස කීය ද?
(iv) ඔවුන් සියලු දෙනාම රැගෙන ආ ගමන් මළුවල මුළු ස්කන්ධය කොපමණ ද?
(v) එදින විදේශයේ සිට පැමිණි ශ්‍රී ලාංකිකයෙකු ගෙන ආ ගමන් මල්ලක මධ්‍යන්‍යය ස්කන්ධය කොපමණ ද?

4. එක්තරා ගණිත ගැටලුවක් ඉක්මනින් හා සාර්ථකව විසඳීමට සිසුන් 50 දෙනෙකු ගත් කාලය (මිනිත්තු) ඇතුළත් සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් පහත දැක්වේ.

කාලය (මිනිත්තු)	මධ්‍ය අගය (x)	අපගමනය (d)	සිසුන් ගණන (සංඛ්‍යාතය) f	$f \times d$
4 - 6	....	....	5	....
7 - 9	8	....	4	....
10 - 12	11	-3	9	-33
13 - 15	14 $\leftarrow A$	0	11	....
16 - 18	17	....	7	....
19 - 21	20	....	9	....
22 - 24	....	$+9$	5	....

$\Sigma fd =$ ...... $\Sigma f = 50$

(i) ඉහත වගුවේ හිස්තැන් පුරවන්න. (ii) මාත පන්තිය කුමක්ද?
(iii) ඉහත සංඛ්‍යා ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය සොයන්න.

5. එක්තරා කර්මාන්ත ශාලාවක සේවකයන්ගේ එක්තරා මාසයක වැටුප කාණ්ඩවලට බෙදා පහත දැක්වෙන ආකාරයට වගු ගත කර ඇත.

සේවකයෙකුගේ වැටුප (රුපියල්)	20000 - 24000	24000 - 28000	28000 - 32000	32000 - 36000	36000 - 40000	40000 - 44000
සේවකයින් ගණන	12	26	30	20	10	2

(i) කර්මාන්ත ශාලාවේ මුළු සේවකයින් ගණන කීය ද?
(ii) මාත පන්තිය කුමක් ද? (iii) මධ්‍යස්ථ පන්තිය සොයන්න.
(iv) 28000 - 32000 පන්ති ප්‍රාන්තරයේ මධ්‍ය අගය උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය ලෙස ගෙන සේවකයෙකුගේ මධ්‍යන්‍යය මාසික වැටුප සොයන්න.
(v) රුපියල් 40000ට වඩා වැටුප් ලබන සේවක පිරිස මුළු සේවක පිරිසේ ප්‍රතිශතයක් ලෙස දක්වන්න.

සාරාංශය

- සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක මධ්‍යන්‍යය සෙවීමට මධ්‍ය අගය ඇතුළත් සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් පිළියෙල කළ යුතු වේ.
- මධ්‍ය අගය ඇතුළත් සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක,

  මධ්‍යන්‍යය $= \dfrac{\Sigma fx}{\Sigma f}$ සම්බන්ධය භාවිතයෙන් මධ්‍යන්‍යය ගණනය කළ හැකි ය.
- සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය (A) යොදා ගෙන පිළියෙළ කරන වගුවක,

  මධ්‍යන්‍යය $= A + \dfrac{\Sigma fd}{\Sigma f}$ සූත්‍රය භාවිතයෙන් මධ්‍යන්‍යය ගණනය කරනු ලැබේ.