1 තාත්වික සංඛ්‍යා

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,
- පරිමේය සංඛ්‍යා හඳුනා ගැනීමට,
- අපරිමේය සංඛ්‍යා හඳුනා ගැනීමට,

හැකියාව ලැබේ.

1.1 හැඳින්වීම

පෙර ශ්‍රේණිවලදී ඔබ ඉගෙන ගත් විවිධ සංඛ්‍යා පද්ධති පිළිබඳව මතකයට නඟා ගනිමු.

ප්‍රකෘති සංඛ්‍යා ($\mathbb{N}$)

1, 2, 3, 4 ... යනාදී වශයෙන් ඇති ගණින සංඛ්‍යා ප්‍රකෘති සංඛ්‍යා වේ.
$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, ...\}$

පූර්ණ සංඛ්‍යා

ප්‍රකෘති සංඛ්‍යා කුලකයට 0 ද ඇතුළත් කළ විට පූර්ණ සංඛ්‍යා කුලකය ලැබේ.
$\{0, 1, 2, 3, 4, 5 ...\}$

ඉරට්ට සංඛ්‍යා

දෙකෙන් ඉතිරි නැතිව බෙදෙන සංඛ්‍යා ඉරට්ට සංඛ්‍යා වේ. 0 ද ඉරට්ට සංඛ්‍යාවක් ලෙස පිළිගනී.
$\{0, 2, 4, 6, 8 ...\}$

ඔත්තේ සංඛ්‍යා

දෙකෙන් බෙදූ විට 1ක් ඉතිරිවන සංඛ්‍යා ඔත්තේ සංඛ්‍යා ලෙස හඳුන්වයි.
$\{1, 3, 5, 7, 9, 11 ...\}$

ප්‍රථමක සංඛ්‍යා

එකට වඩා විශාල එකිනෙකට වෙනස් සාධක දෙකක් පමණක් ඇති සංඛ්‍යා ප්‍රථමක සංඛ්‍යා වේ.

උදා: $2 = 2 \times 1$ බැවින්, 2 හි සාධක 2 හා 1 පමණි.
$3 = 3 \times 1$ බැවින්, 3 හි සාධක 3 හා 1 පමණි.
$1 = 1 \times 1$ බැවින්, 1 හි සාධක 1 පමණි. (එය ප්‍රථමක සංඛ්‍යාවක් නොවේ.)

ප්‍රථමක සංඛ්‍යා කුලකය $\{2, 3, 5, 7, 11 ...\}$ වේ.

සංයුක්ත සංඛ්‍යා

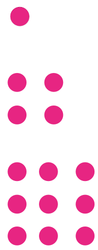
සාධක දෙකකට වැඩියෙන් ඇති සංඛ්‍යා සංයුක්ත සංඛ්‍යා ලෙස හඳුන්වයි. මුල්ම සංයුක්ත සංඛ්‍යාව 4 වේ.

උදා: 4 හි සාධක 1, 2, 4 බැවින්, 4 සංයුක්ත සංඛ්‍යාවකි.
6 හි සාධක 1, 2, 3, 6 බැවින්, 6 සංයුක්ත සංඛ්‍යාවකි.
8 හි සාධක 1, 2, 4, 8 බැවින්, 8 සංයුක්ත සංඛ්‍යාවකි.

1 ප්‍රථමක සංඛ්‍යාවක් හෝ සංයුක්ත සංඛ්‍යාවක් නොවේ.

වර්ග සංඛ්‍යා (සමචතුරස්‍ර සංඛ්‍යා)

සමචතුරස්‍රයක් සෑදිය හැකි ගණක සංඛ්‍යාවක් මගින් නිරූපණය කළ හැකි සංඛ්‍යා සමචතුරස්‍ර සංඛ්‍යා වේ.



$\longrightarrow 1^2 = 1$

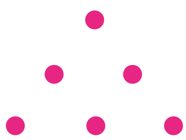
$\longrightarrow 2^2 = 4$

$\longrightarrow 3^2 = 9$

වර්ග සංඛ්‍යා කුලකය = { 1, 4, 9, 16, 25, 36, ... }

ත්‍රිකෝණ සංඛ්‍යා

ත්‍රිකෝණයක් සෑදිය හැකි ගණක සංඛ්‍යාවකින් නිරූපණය කළ හැකි සංඛ්‍යා ත්‍රිකෝණ සංඛ්‍යා වේ.



$\longrightarrow 1 \longrightarrow 1$

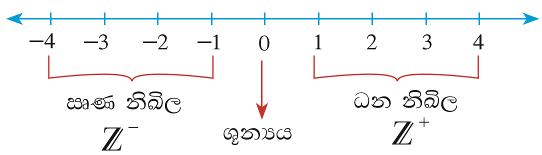
$\longrightarrow 1 + 2 \longrightarrow 3$

$\longrightarrow 1 + 2 + 3 \longrightarrow 6$

ත්‍රිකෝණ සංඛ්‍යා කුලකය = { 1, 3, 6, 10, 15, ... }

නිඛිල $\mathbb{Z}$

0 ඇතුළු ධන සහ සෘණ පූර්ණ සංඛ්‍යා නිඛිල ලෙස හඳුන්වනු ලැබේ. සංඛ්‍යා රේඛාවේ ''0'' ට දකුණු පස ඇති පූර්ණ සංඛ්‍යා + නිඛිල වන අතර 0ට වමත් පස ඇති පූර්ණ සංඛ්‍යා − නිඛිල වේ.



$\mathbb{Z} = \{ \ldots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 \ldots \}$
$\mathbb{Z}^- = \{ \ldots -3, -2, -1 \}$
$\mathbb{Z}^+ = \{ 1, 2, 3 \ldots \}$

පරිමේය සංඛ්‍යා ($\mathbb{Q}$)

$\dfrac{p}{q}$ ආකාරයෙන් ලිවිය හැකි සියලු ම සංඛ්‍යා පරිමේය සංඛ්‍යා වේ. p සහ q නිඛිල ද $q \neq 0$ ද වේ. ''නිඛිල සංඛ්‍යා කුලකය'' පරිමේය සංඛ්‍යාවලට අයත් ය.

පරිමේය සංඛ්‍යා සඳහා කුලක අංකනයක් පහත දැක්වේ.

$$\mathbb{Q} = \{ x : x = \frac{p}{q} \; ; p, q \in \mathbb{Z}, \; q \neq 0 \}$$

උදා: $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, -\frac{1}{2}, 5, -3, 0, 1.2$

මෙහි $5 = \frac{10}{2}$ ලෙසින් ද, ප්‍රකාශ කළ හැකි ය. $0 = \frac{0}{7}$ ලෙස ද ප්‍රකාශ කළ හැකි ය.

නිඛිල සංඛ්‍යා කුලකය පරිමේය සංඛ්‍යා කුලකයේ උපකුලකයක් වේ. $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$

භාග දශම බවට පත් කිරීමේදී දශම ස්ථාන ගණන අනුව, අන්ත දශම හා සාමාවර්ත දශම යනුවෙන් ආකාර දෙකකට වෙන් කර ගත හැකි ය.

අන්ත දශම: බෙදා අවසන් කළ හැකි භාග අන්ත දශම වේ.

උදා : (i) $\frac{1}{2} = 0.5$ (ii) $\frac{3}{4} = 0.75$ (iii) $\frac{1}{4} = 0.25$

(iv) $\frac{2}{5} = 0.4$ (v) $\frac{1}{8} = 0.125$

සාමාවර්ත දශම: සමහර භාග බෙදා අවසන් කළ නොහැකි නමුත් එකම සංඛ්‍යාව හෝ සංඛ්‍යා කාණ්ඩය පුන පුනා ආවර්තනය වන බව පෙනේ.

උදා : $\frac{1}{3} = 0.333...$

$\frac{5}{6} = 0.83333...$

$\frac{2}{7} = 0.285714285714...$

මෙවැනි දශමවලට සමාවර්ත දශම යැයි කියනු ලැබේ. සාමාවර්ත දශම මෙසේ කැටිකර දක්වනු ලැබේ.

උදා : $0.333 ... \longrightarrow 0.\dot{3}$

$0.83333 ... \longrightarrow 0.\dot{8}\dot{3}$

$0.565656 ... \longrightarrow 0.\dot{5}\dot{6}$

$0.285714285714 ... \longrightarrow 0.\dot{2}\dot{8}\dot{5}\dot{7}\dot{1}\dot{4}$ හෝ $0.\dot{2}8571\dot{4}$ ලෙස ද වේ.

පරිමේය සංඛ්‍යාවක් හැමවිට ම සමාවර්ත දශමයක් හෝ අන්ත දශමයක් වේ.

1.1 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන දශම, අන්ත දශම ද සමාවර්ත දශම ද යන්න සඳහන් කරන්න.

(i) 0.25 (ii) 7.364 (iii) 1.3666... (iv) 0.878787...

(v) 1.6666 ... (vi) 7.681681 ... (vii) 0.101101 ... (viii) 13.875642

1.2 හරය පරීක්ෂාවෙන් අන්ත දශම හා සමාවර්ත දශම හඳුනා ගැනීම

මෙහි දී භාග සංඛ්‍යාවේ හරය ලෙස, 2 හෝ 2හි බල එනම්, 2, 4, 8, 16, ... ද, 5 හෝ 10හි බල එනම්, 5, 10, 25, 100, ... වැනි සංඛ්‍යා යෙදුන විට ඒවා මගින් අන්ත දශම ලැබේ. ඉතිරි සංඛ්‍යා හරය ලෙස ඇති විට සමාවර්ත දශම ලැබේ.

උදා:

$\frac{1}{4}$ → අන්ත දශම $\quad$ $\frac{2}{3}$ → සමාවර්ත දශම

$\frac{3}{10}$ → අන්ත දශම $\quad$ $\frac{1}{7}$ → සමාවර්ත දශම

$\frac{2}{5}$ → අන්ත දශම $\quad$ $\frac{5}{9}$ → සමාවර්ත දශම

$\frac{7}{8}$ → අන්ත දශම $\quad$ $1\frac{1}{6}$ → සමාවර්ත දශම

1.2 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන පරිමේය සංඛ්‍යා දශම සංඛ්‍යා ලෙස ලියන්න. ඒවා අන්ත දශම ද සමාවර්ත දශම ද යන්න දක්වන්න.

(i) $\frac{1}{4}$ (ii) $\frac{3}{5}$ (iii) $\frac{2}{3}$ (iv) $\frac{5}{9}$ (v) $\frac{4}{7}$ (vi) $\frac{5}{11}$

(vii) $\frac{3}{8}$ (viii) $\frac{5}{6}$ (ix) $\frac{9}{100}$ (x) $\frac{17}{12}$ (xi) $1\frac{1}{2}$

2. පහත දී ඇති දශම සංඛ්‍යා අතරින් නිඛිල, අන්ත දශම හා සමාවර්ත දශම තෝරා ලියන්න.

	සංඛ්‍යාව	නිඛිල / අන්ත දශම / සමාවර්ත දශම
(i)	-3	
(ii)	1.64	
(iii)	0.303030	
(iv)	0.5	
(v)	2.653653	
(vi)	$0.\dot{1}\dot{7}$	
(vii)	1000	
(viii)	$1.\dot{7}3\dot{2}$	

1.3 අපරිමේය සංඛ්‍යා ($\mathbb{Q}'$)

$\frac{p}{q}$ වැනි නිඛිල දෙකක අනුපාතයක් ලෙස දැක්විය නොහැකි අන්ත දශම හෝ සමාවර්ත දශම නොවන සංඛ්‍යා අපරිමේය සංඛ්‍යා වේ. අපරිමේය සංඛ්‍යා සමාවර්ත නොවන අනන්ත දශම ලෙස ද හඳුන්වයි. පූර්ණ වර්ග නොවන සංඛ්‍යාවල වර්ගමූල බොහෝ විට අපරිමේය සංඛ්‍යා වේ.

නිදසුන 1

$\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{8}$, $\sqrt{13}$ වැනි මූල සංඛ්‍යා සියල්ල අපරිමේය වේ.

$\sqrt{2} = 1.4142 \ldots$ $\qquad$ $\sqrt{3} = 1.73205 \ldots$

$\sqrt{5} = 2.2360 \ldots$ $\qquad$ $\sqrt{8} = 2.8284 \ldots$

$\sqrt{13} = 3.6055 \ldots$ $\qquad$ $\frac{22}{7} = 3.\dot{1}4285\dot{7}$

$\pi = 3.14159265358 \ldots$

- π අපරිමේය සංඛ්‍යාවක් වුව ද $\frac{22}{7}$ අපරිමේය නොවේ. එය සමාවර්තයකි.

තාත්වික සංඛ්‍යා ($\mathbb{R}$)

ඔබ ඉගෙන ගත් සියලුම පරිමේය සංඛ්‍යා සහ අපරිමේය සංඛ්‍යා තාත්වික සංඛ්‍යා ලෙස හැඳින්වේ. $\mathbb{R}$ මගින් එය සංකේතවත් කරනු ලැබේ.

කරණි

$\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt[3]{5}$, $\sqrt[4]{7}$ වැනි අපරිමේය සංඛ්‍යා කරණි ලෙස නම් කරයි. එහෙත් $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ වැනි ඒවා පමණක් මෙම කොටසේ දී සාකච්ඡා කෙරේ. $\sqrt{4}$, $\sqrt{9}$, $\sqrt{16}$ වැනි පූර්ණ වර්ග වන සංඛ්‍යා කරණි ලෙස නම් කරනු නොලැබේ.

$\sqrt{8}$ වැනි කරණි පරිමේය සංඛ්‍යාවකත් අපරිමේය සංඛ්‍යාවකත් ගුණිතයක් ලෙස ප්‍රකාශ කළ හැකි ය. මෙවැනි කරණි අබිල කරණි ලෙස නම් කරයි. අබිල කරණිවලට නිදසුන් කිහිපයක් පහත දැක්වේ.

$\sqrt{8}$, $\sqrt{18}$, $\sqrt{48}$ මේවා එක එකක් සුළු කර දක්වමු.

නිදසුන 2

$$\sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = \sqrt{4} \times \sqrt{2}$$
$$= 2\sqrt{2}$$

(මුලින්ම $\sqrt{8}$ එක් සාධකයක් ප්‍රථමක ද අනෙක් සාධකය පූර්ණ වර්ග සංඛ්‍යාවක් ද වන සේ සාධක දෙකකට වෙන් කරන්න.)

$\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ ලෙස පරිමේය සංඛ්‍යාවකත් අපරිමේය සංඛ්‍යාවකත් ගුණිතයක් ලෙස ලිවිය හැකි බැවින්, $\sqrt{8}$ අබිල කරණියකි.

නිදසුන 3

$\sqrt{18}$ අබිල කරණිය සුළු කර දක්වන්න.

$\sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2}$

$= \sqrt{9} \times \sqrt{2}$

$\sqrt{18} = 3 \times \sqrt{2}$ ($\sqrt{9} = 3$ නිසා)

$= 3\sqrt{2}$

නිදසුන 4

$\sqrt{48}$ සුළු කර දක්වන්න.

$\sqrt{48} = \sqrt{16 \times 3}$

$= \sqrt{16} \times \sqrt{3}$

$= 4\sqrt{3}$

නිදසුන 5

$3\sqrt{5}$ යන කරණිය, අබිල කරණියක් බවට පත් කරන්න.

$3\sqrt{5} = \sqrt{9} \times \sqrt{5}$

$= \sqrt{9 \times 5}$

$= \sqrt{45}$

$\sqrt{45}$, අබිල කරණියකි.

නිදසුන 6

$2\sqrt{6}$ අබිල කරණියක් බවට පත් කරන්න.

$2\sqrt{6} = 2 \times \sqrt{6}$

$= \sqrt{4} \times \sqrt{6}$

$= \sqrt{4 \times 6}$

$= \sqrt{24}$

$\sqrt{24}$, අබිල කරණියකි.

1.4 කරණි එකතු කිරීම, අඩු කිරීම

නිදසුන 1

$2\sqrt{2} + \sqrt{32} + \sqrt{98} - \sqrt{50}$

මෙහි දී වීජ පද එකතු කිරීම හා අඩු කිරීම කළ ආකාරයට ම සජාතීය පද එකතු කිරීම හා අඩු කිරීම කරනු ලැබේ. මුලින් ම ගැටලුවේ අබිල කරණි, සුළු කිරීම කළ යුතු ය.

$2\sqrt{2} + \sqrt{16 \times 2} + \sqrt{49 \times 2} - \sqrt{25 \times 2}$

$= 2\sqrt{2} + 4\sqrt{2} + 7\sqrt{2} - 5\sqrt{2}$

$= 13\sqrt{2} - 5\sqrt{2}$

$= 8\sqrt{2}$

සටහන

$\sqrt{2} = \sqrt{2}$ ඒවා එකකි.

$5\sqrt{2} = \sqrt{2}$ ඒවා 5කි.

නිදසුන 2

$$5\sqrt{3} + \sqrt{27} - \sqrt{48}$$
$$= 5\sqrt{3} + \sqrt{9 \times 3} - \sqrt{16 \times 3}$$
$$= 5\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 4\sqrt{3}$$
$$= 4\sqrt{3}$$

1.5 හරය පරිමේය කිරීම

$\sqrt{2} \times \sqrt{2}$ සළකමු.

$$\sqrt{2} \times \sqrt{2} = \sqrt{2 \times 2} = \sqrt{4} = 2$$
$$\sqrt{3} \times \sqrt{3} = \sqrt{9} = 3$$
$$\sqrt{5} \times \sqrt{5} = \sqrt{25} = 5$$

ඕනෑ ම අපරිමේය සංඛ්‍යාවක් එම අපරිමේය සංඛ්‍යාවෙන් ගුණ කළ විට පරිමේය සංඛ්‍යාවක් ලැබේ.

$\frac{1}{\sqrt{2}}$ යන කරණිය සලකමු. මෙහි හරය අපරිමේය සංඛ්‍යාවකි. එම හරය පරිමේය සංඛ්‍යාවක් කර ගැනීම මෙලෙස විස්තර කළ හැකි ය.

තුල්‍ය භාග දැනුම අනුව,

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$$
$$= \frac{\sqrt{2}}{(\sqrt{2})^2}$$
$$= \frac{\sqrt{2}}{2}$$

නිදසුන 1

$\frac{1}{\sqrt{3}}$ හරය පරිමේය කරන්න.

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}$$
$$= \frac{\sqrt{3}}{3}$$

නිදසුන 2

$\frac{2}{\sqrt{5}}$ හරය පරිමේය කරන්න.

$$\frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}}$$
$$= \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

තාත්වික සංඛ්‍යා ($\mathbb{R}$)

පරිමේය සංඛ්‍යා ($\mathbb{Q}$)

- නිඛිල ($\mathbb{Z}$)
- භාග (දශම)
  - අන්ත දශම
  - සමාවර්ත දශම

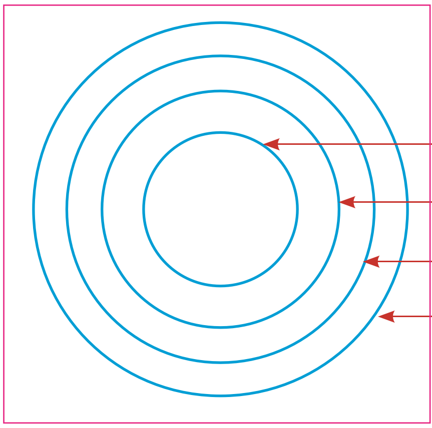
අපරිමේය සංඛ්‍යා ($\mathbb{Q}'$)

- කරණී
  - අඛිල කරණී
  - අඛිල නොවන කරණී

තව ද කුලක අංකනයෙන්

$$\boxed{\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}}$$

ඉහත සංඛ්‍යා කුලක නිරූපණයක් ලෙස පහත දැක්වේ.



1.3 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන අඛිල කරණී සුළුකර දක්වන්න.

(i) $\sqrt{32}$ (ii) $\sqrt{44}$ (iii) $\sqrt{50}$ (iv) $\sqrt{200}$
(v) $\sqrt{40}$ (vi) $\sqrt{405}$

2. පහත ඒවා අඛිල කරණී බවට පත් කරන්න.

(i) $3\sqrt{3}$ (ii) $2\sqrt{5}$ (iii) $4\sqrt{2}$ (iv) $4\sqrt{7}$
(v) $11\sqrt{2}$ (vi) $4\sqrt{63}$ (vii) $3\sqrt{12}$ (viii) $5\sqrt{27}$

3. පහත දී ඇති කරණී සුළු කරන්න.

(i) $7\sqrt{3} + 3\sqrt{3}$ (ii) $\sqrt{2} + 7\sqrt{2} + \sqrt{32}$

(iii) $\sqrt{48} - 2\sqrt{3} + \sqrt{3}$ (iv) $10\sqrt{2} - \sqrt{98} - \sqrt{2}$

(v) $\sqrt{75} + \sqrt{27} - \sqrt{48}$ (vi) $\sqrt{90} - \sqrt{40}$

4. හරය පරිමේය කර දක්වන්න.

(i) $\dfrac{1}{\sqrt{5}}$ (ii) $\dfrac{1}{\sqrt{10}}$ (iii) $\dfrac{2}{\sqrt{7}}$ (iv) $\dfrac{3}{\sqrt{2}}$

(v) $\dfrac{3}{4\sqrt{2}}$ (vi) $\dfrac{1}{\sqrt{3}} + 2\sqrt{3}$

සාරාංශය

- $\dfrac{p}{q}$ ආකාරයෙන් ලිවිය හැකි සියලු ම සංඛ්‍යා පරිමේය සංඛ්‍යා වේ. p සහ q නිඛිල ද $q \neq 0$ ද වේ.
- පරිමේය සංඛ්‍යාවක් හැමවිට ම සමාවර්ත දශමයක් හෝ අන්ත දශමයක් විය හැකි ය.
- $\dfrac{p}{q}$ වැනි නිඛිල දෙකක අනුපාතයක් ලෙස දැක්විය නොහැකි අන්ත දශම හෝ සමාවර්ත දශම නොවන සංඛ්‍යා අපරිමේය සංඛ්‍යා වේ.