5 පරිමාව

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,

- සෘජු වෘත්ත කේතුවක පරිමාව ගණනය කිරීමට
- ගෝලයක පරිමාව ගණනය කිරීමට

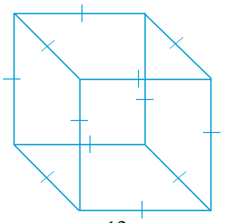
හැකියාව ලැබේ.

මීට පෙර ඔබ විසින් අධ්‍යයනය කර ඇති පරිමාව පිළිබඳ සංකල්පය නැවත සිහියට නඟා ගැනීම සඳහා පහත දක්වා ඇති පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසයෙහි යෙදෙන්න.

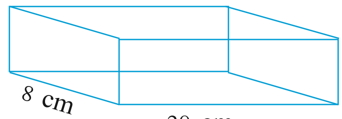
පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

1. දී ඇති මිනුම් ඇසුරෙන් පහත දක්වා ඇති ඝන වස්තුවල පරිමාව ගණනය කරන්න.

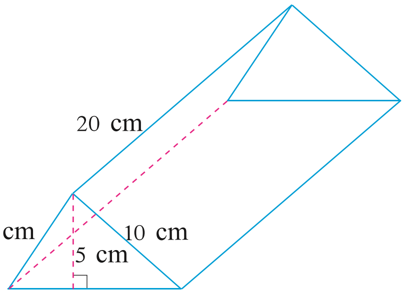
(i)



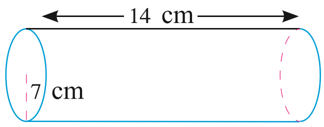
(ii)



(iii)



(iv)



2. හරස්කඩ වර්ගඵලය 20 cm^2 ද පරිමාව 320 cm^3ක් ද වූ ත්‍රිකෝණ ප්‍රිස්මයක දිග කොපමණ ද?

3. අරය 7 cm වූ හිස් සිලින්ඩරාකාර බඳුනකට ජලය 6160 cm^3ක් දැමූ විට ජල කඳේ උස කොපමණ වේ ද?

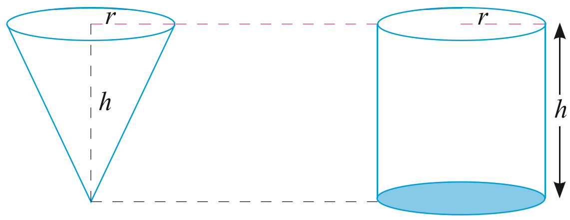
4. දිග, පළල, උස පිළිවෙළින් 16 cm, 5 cm, 4 cm වූ ඝනකාභ හැඩැති ලෝහ කුට්ටියක් උණු කර ලෝහ අපතේ නොයන පරිදි පැත්තක දිග 4 cm වූ ලෝහ ඝනක කොපමණ සෑදිය හැකි ද?

5.1 සෘජු වෘත්ත කේතුවක පරිමාව

සෘජු වෘත්ත කේතුවක් යනු කුමක් දැයි ඔබ මීට පෙර අධ්‍යයනය කර ඇත. සෘජු වෘත්ත කේතුවක පරිමාව සඳහා සූත්‍රයක් ගොඩ නැගීම සඳහා පහත දක්වා ඇති ක්‍රියාකාරකමෙහි නිරත වන්න.

ක්‍රියාකාරකම 1

පියවර 1 - පහත රූපයේ දැක්වෙන ආකාරයට සමාන අර සහ සමාන උස සහිත ආධාරකය (පතුල) රහිත කේතුවකුත් පතුල සහිත මුත් පියන රහිත සිලින්ඩරයකුත් කාඩ්බෝඩ් භාවිතයෙන් සකස් කර ගන්න.



(r හා h සඳහා අභිමත දිගක් යොදා ගත හැකි ය.)

පියවර 2 - සාදා ගත් කේතු හැඩති භාජනය සිහින් වැලිවලින් සම්පූර්ණයෙන් පුරවා ගන්න. එසේ පුරවා ගත් සිහින් වැලි සියල්ල සිලින්ඩරාකාර භාජනයට දමන්න. සිලින්ඩරාකාර භාජනය සම්පූර්ණයෙන් පිරවීමට මේ ආකාරයට කේතු හැඩැති භාජනයෙන් කී වරක් වැලි දැමිය යුතු යැයි නිරීක්ෂණය කරන්න.

සිලින්ඩරාකාර භාජනය සම්පූර්ණයෙන් පිරවීමට කේතු හැඩැති භාජනයෙන් තුන් වාරයක් සිහින් වැලි පුරවා දැමිය යුතු බව ඔබට ඉහත ක්‍රියාකාරකමේ දී නිරීක්ෂණය කිරීමට හැකියාව ලැබෙනු ඇත. ඒ අනුව,

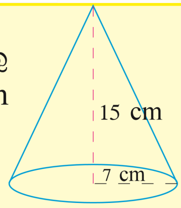
$$\text{කේතුවේ පරිමාව} \times 3 = \text{සිලින්ඩරයේ පරිමාව}$$
$$\text{කේතුවේ පරිමාව} = \frac{1}{3} \times \text{සිලින්ඩරයේ පරිමාව}$$

අරය r ද උස h ද වූ සිලින්ඩරයක පරිමාව $\pi r^2 h$ මගින් ලැබෙන බව 4 වන ශ්‍රේණියේ දී ඔබ විසින් හදාරා ඇත. එම නිසා අරය r ද උස h ද වූ කේතුවක පරිමාව $\frac{1}{3}\pi r^2 h$ මගින් ලැබිය යුතු වේ.

$$\text{කේතුවේ පරිමාව} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

මෙම පාඩමේ ගණනය කිරීම්වල දී $\pi = \frac{22}{7}$ ලෙස භාවිත කරනු ලැබේ.

නිදසුන 1



පහත රූපයේ දක්වා ඇත්තේ උපන්දින සාදයක් සඳහා සාදන ලද කේතු ආකාරයේ කේක් ගෙඩියක ආකෘතියකි. එහි අරය 7 cm හා උස 15 cm ද වේ නම් පරිමාව ගණනය කරන්න.

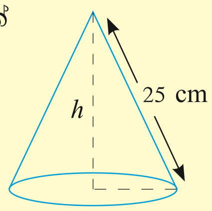
$$\text{කේතුවේ පරිමාව} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 15$$

$$= 770 \text{ cm}^3$$

$\therefore$ කේක් ගෙඩියේ පරිමාව 770 cm^3 වේ.

නිදසුන 2



ආධාරකයේ පරිධිය 44 cm වූ ද ඇල උස 25 cmක් වූ ලෝහ කේතුවක් රූපයේ දැක්වේ.

(i) කේතුවේ අරය සොයන්න.
(ii) කේතුවේ ලම්බ උස සොයන්න.
(iii) කේතුවේ පරිමාව ගණනය කරන්න.

(i) ආධාරක වෘත්තයේ පරිධිය $= 2\pi r$

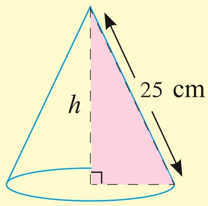
$$44 = 2 \times \frac{22}{7} \times r$$

$$\frac{44 \times 7}{22 \times 2} = r$$

$$7 = r$$

$\therefore$ කේතුවේ අරය 7 cm වේ.

(ii) අඳුරු කර දක්වා ඇති සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයට පයිතගරස් සම්බන්ධය යෙදීමෙන්,



$$25^2 = 7^2 + h^2$$

$$25^2 - 7^2 = h^2$$

$$(25 - 7)\ (25 + 7) = h^2 \quad \text{(වර්ග 2ක අන්තරයේ සාධක භාවිතයෙන්)}$$

$$18 \times 32 = h^2$$

$$576 = h^2$$

$$\sqrt{576} = h$$

$$24 \text{ cm} = h$$

$\therefore$ කේතුවේ ලම්බ උස 24 cm කි.

(iii) කේතුවේ පරිමාව $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 24$$

$$= 1232 \text{ cm}^3$$

$\therefore$ කේතුවේ පරිමාව 1232 cm^3 කි.

නිදසුන 3

අරය 10.5 cm ද පරිමාව 1155 cm^3 ද වූ සෘජු කේතුවක උස සොයන්න.

කේතුවේ උස h ලෙස සලකා, කේතුවක පරිමාව $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$$1155 = \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{21}{2} \times \frac{21}{2} \times h \qquad \left(10.5 = \frac{21}{2}\right)$$

$$1155 = \frac{11 \times 21 \times h}{2}$$

$$\frac{1155 \times 2}{11 \times 21} = h$$

$$10 = h$$

$\therefore$ කේතුවේ උස 10 cm කි.

5.1 අභ්‍යාසය

1. ලෝහවලින් තනන ලද අරය 7 cm ද උස 9 cm ද වන කේතුවක පරිමාව සොයන්න.
2. විෂ්කම්භය 12 cm ද උස 28 cm ද වන කේතුවක පරිමාව සොයන්න.
3. පතුලේ අරය 12 cm ද ඇල උස 13 cm ද වන කේතුවක
   (i) උස සොයන්න.
   (ii) පරිමාව $754\frac{2}{7}$ cm^3 බව පෙන්වන්න.
4. පතුලේ පරිධිය 66 cmක් ද සෘජු උස 12 cm ද වූ සෘජු වෘත්ත කේතුවක
   (i) අරය සොයන්න. (ii) පරිමාව සොයන්න.
5. පරිමාව 2079 cm^3 ද අරය 10.5 cm ද වූ කේතුවක සෘජු උස සොයන්න.
6. පරිමාව 33 264 cm^3ක් ද සෘජු උස 72 cm ද වූ කේතුවක අරය සොයන්න.
7. පතුලේ පරිධිය 44 cmක් වූ සිලින්ඩරයක පරිමාව 33264 cm^3 වේ. එම සිලින්ඩරයේ අරය හා උස ඇති කේතුවක,
   (i) පතුලේ අරය සොයන්න. (ii) සෘජු උස සොයන්න.
8. අරය 7 cm ද උස 27 cm ද වූ ඝන ලෝහ සිලින්ඩරයක් උණු කර අරය 3.5 cm ක් ද උස 12 cmක් ද වූ කේතු කීයක් සෑදිය හැකි ද?

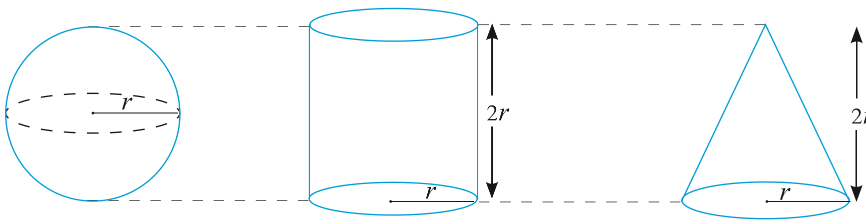
5.2 ගෝලයක පරිමාව

ගෝලයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සෙවීම සඳහා යොදා ගත් පරිසිලින්ඩරය ම භාවිත කරමින් ගෝලයක පරිමාව ද ලබා ගන්නා ආකාරය ආකිමිඩීස් නම් ගණිතඥයා විසින් පැහැදිලි කර ඇත. එම ක්‍රමය අනුව සැලසුම් කර ඇති පහත ක්‍රියාකාරකමෙහි යෙදෙන්න.

ක්‍රියාකාරකම 2

පියවර 1 - කුඩා බෝලයක් සපයා ගන්න.

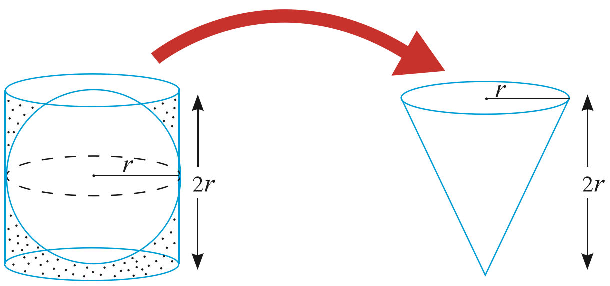
පියවර 2 - ගුරුතුමාගේ ද සහාය ඇති ව ඔබ සපයා ගත් බෝලයේ අරයට සමාන අරයක් සහ විෂ්කම්භයට සමාන උසක් ඇති පතුල සහ පියන රහිත සිලින්ඩරයක් ද ගෝලයේ අරයට සමාන අරයක් ඇති ගෝලයේ විෂ්කම්භයට සමාන උසක් ඇති පතුල රහිත කේතුවක් නිර්මාණය කරන්න.



පියවර 3 - දැන් ගෝලය සීරුවෙන් සිලින්ඩරය තුළට ඇතුළු කරන්න. එවිට ගෝලයේ පරිසිලින්ඩරය තුළ මුළු අවකාශය ම අයත් කර නොගන්නා බවත් හිස් අවකාශයක් ඉතිරිව ඇති බවත් පැහැදිලි වේ.

පියවර 4 - සිලින්ඩරයේ හිස්ව ඇති ඉහළ කොටසට සිහින් වැලි පුරවා වැලි පිටත නොයන සේ ඉහළින් කාඩ්බෝඩ් කැල්ලක් තබා පරිසිලින්ඩරය අනෙක් අතට හරවා ඉතිරි කොටස ද සිහින් වැලිවලින් පුරවන්න.

පියවර 5 - දැන් පරිසිලින්ඩරය තුළ ඇති වැලි සීරුවෙන් කේතුව තුළට දමන්න.



වැලිවලින් කුහර කේතුව සම්පූර්ණයෙන් ම පිරී යන බව ඔබට නිරීක්ෂණය කිරීමට හැකි වනු ඇත.
ඉහත ක්‍රියාකාරකමට අනුව,

පරිසිලින්ඩරයේ පරිමාව = ගෝලයේ පරිමාව + කේතුවේ පරිමාව

බව ඔබට වැටහෙන්නට ඇත. ඒ අනුව පරිසිලින්ඩරයේ පරිමාවෙන් කේතුවේ පරිමාව අඩු කිරීමෙන් ගෝලයේ පරිමාව ලැබෙන බව ද ඔබට පැහැදිලි වනු ඇත. මේ අනුව,

ගෝලයේ පරිමාව = පරිසිලින්ඩරයේ පරිමාව – කේතුවේ පරිමාව

$$= \pi r^2 h - \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$$= \frac{2}{3}\pi r^2 h$$

$h = 2r$ නිසා

$$= \frac{2}{3}\pi r^2 \times 2r$$

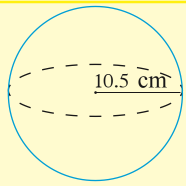
$$= \frac{4}{3}\pi r^3$$

අරය r වන ගෝලයක පරිමාව V නම්,

$$\boxed{V = \frac{4}{3}\pi r^3}$$

නිදසුන 1

අරය 10.5 cm වන ගෝලයක පරිමාව සොයන්න.



ගෝලයේ පරිමාව $= \frac{4}{3}\pi r^3$

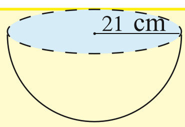
$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 10.5 \times 10.5 \times 10.5$$

$$= 4851 \text{ cm}^3$$

$\therefore$ ගෝලයේ පරිමාව 4851 cm^3 කි.

නිදසුන 2

අරය 21 cm වන ඝන අර්ධ ගෝලයක පරිමාව සොයන්න.



අර්ධ ගෝලයේ පරිමාව $= \frac{4}{3}\pi r^3 \times \frac{1}{2}$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21 \times 21 \times \frac{1}{2}$$

$$= 19\ 404 \text{ cm}^3$$

අර්ධ ගෝලයේ පරිමාව 19 404 cm^3 කි.

නිදසුන 3

පරිමාව $905\frac{1}{7}$ cm^3 වූ ගෝලයක අරය සොයන්න.

$$\text{ගෝලයේ පරිමාව} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$905\frac{1}{7} = \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times r^3$$

$$\frac{6336}{7} = \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times r^3$$

$$\frac{6336 \times 3 \times 7}{7 \times 4 \times 22} = r^3$$

$$216 = r^3$$

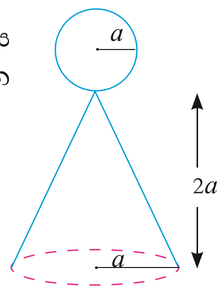
$$6^3 = r^3$$

$$6 = r$$

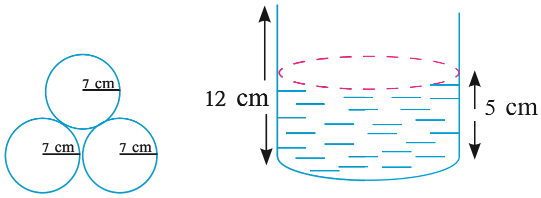
ගෝලයේ අරය 6 cm වේ.

5.2 අභ්‍යාසය

1. අරය 21 cm වූ ගෝලයක පරිමාව සොයන්න.
2. විෂ්කම්භය 12 cm වූ ගෝලයක පරිමාව සොයන්න.
3. අරය 3.5 cmක් වූ කුඩා වීදුරු ගෝලයක පරිමාව සොයන්න.
4. අරය 14 cmක් වූ ඝන අර්ධ ගෝලයක පරිමාව සොයන්න.
5. ගෝලයක පරිමාව $3054\frac{6}{7}$ cm^3 නම් ගෝලයේ අරය සොයන්න.
6. ඝන අර්ධ ගෝලයක පරිමාව $56\frac{4}{7}$ cm^3 නම් අර්ධ ගෝලයේ අරය සොයන්න.
7. අරය 12 cm වූ ඝන ගෝල 5ක් උණු කර ලෝහ අපතේ නොයන පරිදි අරය 4 cmක් වූ කුඩා ලෝහ ගෝල කොපමණ ප්‍රමාණයක් සෑදිය හැකි ද?
8. අරය 14 cmක් වූ ඝන අර්ධ ගෝලයක් උණු කර ලෝහ අපතේ නොයන සේ කුඩා ගෝල 4ක් සෑදිය හැකි නම් කුඩා ගෝලයක අරය සොයන්න.
9. රූපයේ දැක්වෙන කුසලානය තනා ඇත්තේ පතුලේ අරය a ද උස එමෙන් ම දෙගුණයක් වන සෘජු වෘත්ත කේතුවකට අරය a වන ගෝලයක් සවි කිරීමෙනි.
   (i) කුසලානයේ උස a ඇසුරින් ලියා දක්වන්න.
   (ii) කේතුවේ පරිමාව a ඇසුරින් ලියා දක්වන්න.
   (iii) සම්පූර්ණ කුසලානයේ පරිමාව $2\pi a^3$ බව පෙන්වන්න.



10. රූපයේ දක්වා ඇති පරිදි විෂ්කම්භය 28 cm ද උස 12 cm ද වන සෘජු වෘත්ත සිලින්ඩරාකාර භාජනයක 5 cm උසට ජලය පුරවා ඇත. එම ජලය සහිත බඳුනට අරය 7 cmක් වූ කුඩා ඝන ගෝල 3ක් සීරුවෙන් ගිල්වනු ලැබේ.



(i) සිලින්ඩරාකාර භාජනයේ ඇති ජල පරිමාව සොයන්න.
(ii) කුඩා ගෝලයක පරිමාව සොයන්න.
(iii) කුඩා බෝල ගිල් වූ පසු භාජනයෙන් ජලය පිටාර නොගලන බව පෙන්වන්න.

සාරාංශය

- ආධාරක වෘත්තයේ අරය r සහ සෘජු උස h වූ සෘජු වෘත්ත කේතුවක පරිමාව V නම්, $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ වේ.
- අරය r වූ ගෝලයක පරිමාව V නම්, $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ වේ.