18 සම්භාවිතාව

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,

- ස්වායත්ත හා පරායත්ත සිද්ධි වෙන් කොට හඳුනා ගැනීමට,
- ස්වායත්ත සිද්ධි අවස්ථා දෙකකින් යුත් සසම්භාවී පරීක්ෂණ රුක් සටහන් මගින් නිරූපණය කර ගැටලු විසඳීමට,
- පරායත්ත සිද්ධි අවස්ථා දෙකකින් යුත් සසම්භාවී පරීක්ෂණ රුක් සටහන් මගින් නිරූපණය කර ගැටලු විසඳීමට

හැකියාව ලැබේ.

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

1. 1 සිට 4 දක්වා අංක යොදන ලද නොනැඹුරු චතුස්තලාකාර දාදු කැටයක් උඩ දැමීමේ පරීක්ෂණය සලකන්න.

   (i) මෙම පරීක්ෂණයේ නියැදි අවකාශය ලියා දක්වන්න.

   (ii) X යනු අංක 3 වැටීමේ සිද්ධිය ද
   Y යනු ඉරට්ට සංඛ්‍යාවක් වැටීමේ සිද්ධිය ද
   Z යනු ඔත්තේ සංඛ්‍යාවක් වැටීමේ සිද්ධිය ද නම් මෙම එක් එක් සිද්ධියට අදාළ ප්‍රතිඵල කුලකය ලියා දක්වන්න.

   (iii) මෙහි ඇති සරල සිද්ධිය කුමක් ද?

   (iv) මෙහි ඇති සංයුක්ත සිද්ධියක් නම් කරන්න.

   (v) අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධි දෙකක් නම් කරන්න.

   (vi) අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර නොවන සිද්ධි දෙකක් නම් කරන්න.

   (vii) X සිද්ධියේ සම්භාවිතාව කීය ද?

   (viii) X හි අනුපූරක සිද්ධිය හෙවත් අංක 3 හැර වෙනත් සංඛ්‍යාවක් ලැබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

18.1 ස්වායත්ත සිද්ධි

එක් සිද්ධියක සිදුවීම හෝ සිදු නොවීම තවත් සිද්ධියක සිදු වීම හෝ සිදු නොවීම කෙරෙහි බල නොපායි නම්, එම සිද්ධි දෙක ස්වායත්ත සිද්ධි දෙකක් ලෙස හඳුන්වයි.
A හා B ස්වායත්ත සිද්ධි දෙකක් නම්,

$P(A \cap B) = P(A) \,.\, P(B)$ වේ.

නිදසුන 1

කාසියක් සහ 1 සිට 6 තෙක් අංක යොදන ලද නොනැඹුරු ඝනකාකාර දාදු කැටයක් එකවර උඩ දමනු ලැබේ. මෙහි දී කාසියේ වැටෙන පැත්ත දාදු කැටයේ වැටෙන පැත්ත කෙරෙහි බලපෑම් ඇති නොකරයි. එනිසා මෙම සිද්ධි දෙක ස්වායත්ත සිද්ධි වේ.

නිදසුන 2

මල්ලක් තුළ සුදු පාට පබළු 3ක් සහ කළු පාට පබළු 5ක් ඇත. ළමයෙකු අහඹු ලෙස මල්ලෙන් පබළුවක් ගෙන එහ වර්ණය සටහන් කර නැවත ආපසු දමා තවත් වරක් පබළුවක් ඉවතට ගෙන එහි වර්ණය සටහන් කර ගනී. මෙම අවස්ථාවේදී පළමුවර ලැබෙන පබළුවේ වර්ණය දෙවනවර ලැබෙන පබළුවේ වර්ණය කෙරෙහි බලපෑමක් ඇති නොකරයි. එනම් මෙම සිද්ධි දෙක ස්වායත්ත සිද්ධි වේ.

18 .2 පරායත්ත සිද්ධි

සසම්භාවී පරීක්ෂණයකදී එක් සිද්ධියක සිදුවීම හෝ සිදු නොවීම තවත් සිද්ධියක සිදුවීම හෝ සිදු නොවීම කෙරෙහි බලපෑමක් ඇති කරයි නම් එම සිද්ධි දෙක පරායත්ත සිද්ධි ලෙස හඳුන්වයි. එනම්, එක් සිද්ධියක් සිදුවීම හෝ සිදු නොවීම මත අනෙක් සිද්ධිය සිදුවීම හෝ සිදු නොවීමේ සම්භාවිතාවයේ වෙනසක් ඇති වේ.

නිදසුන 1

එක්තරා පිරිවෙණක 5 ශ්‍රේණියේ සිසුන් 10ක් ඇත. මේ අය අතරින් පළමුව පන්ති නායකයා තෝරා ගන්නා අතර ඉන් පසුව ඉතිරි අයගෙන් උපනායකයා තෝරා ගනී. පන්ති නායකයා තෝරා ගැනීම උපනායකයා තෝරා ගැනීම කෙරෙහි බලපෑමක් ඇති කරයි. එනම් මෙම සිද්ධි දෙක පරායත්ත සිද්ධි වේ.

නිදසුන 2

මල්ලක් තුළ සුදු පාට පබළු 3ක් සහ කළු පාට පබළු 5ක් ඇත. ළමයෙකු අහඹු ලෙස මල්ලෙන් පබළුවක් ගෙන එහි වර්ණය සටහන් කර නැවත ආපසු නොදමා තවත් පබළුවක් ඉවතට ගෙන එහි වර්ණය සටහන් කරගනී. මෙම අවස්ථාවේදී පළමුවර ලැබෙන පබළුවේ වර්ණය දෙවනවර ලැබෙන පබළුවේ වර්ණය කෙරෙහි බලපෑමක් ඇති කරයි. එනම් මෙම සිද්ධි දෙක පරායත්ත සිද්ධි වේ.

18.1 අභ්‍යාසය

1. පහත සඳහන් සිද්ධි ස්වායත්ත සිද්ධි වේ ද පරායත්ත සිද්ධි වේ ද යන්න සඳහන් කරන්න.

(i) A = {නිමල් සාමාන්‍ය පෙළ විභාගයේදී A සාමාර්ථ 9ක් ලබා ගැනීම}
B = {අමල් සාමාන්‍ය පෙළ විභාගයේදී A සාමාර්ථ 9ක් ලබා ගැනීම}

(ii) කාසි දෙකක් එකවර උඩ දැමූ විට,
X= {පළමු කාසියේ සිරස ලැබීම}
Y ={දෙවන කාසියේ සිරස ලැබීම}

(iv) නිල් පැන් 3ක් හා කළු පැන් 2ක් ඇති පෙට්ටියකින් එකකට පසු එකක් වශයෙන් ප්‍රතිස්ථාපන රහිතව පැන් දෙකක් ඉවතට ගත් විට,

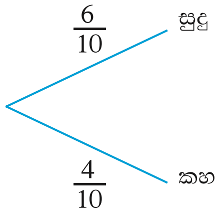
A= {පළමු පෑන නිල් පාට වීම}
B ={දෙවන පෑන නිල් පාට වීම}

(v) මල්ලක අමු අඹ ගෙඩි 6ක් හා ඉදුණු අඹ ගෙඩි 4ක් ඇත. ළමයෙක් මෙම මල්ලෙන් අහඹු ලෙස ගෙඩියක් ඉවතට ගෙන ඉදී තිබේ නම්, කෑමට ගන්නා අතර අමු අඹ ගෙඩියක් නම් එය නැවත දමා වෙනත් අඹ ගෙඩියක් ගනී.

P = {පළමුවර අමු අඹ ගෙඩියක් ලැබීම}
Q ={දෙවනවර අමු අඹ ගෙඩියක් ලැබීම}

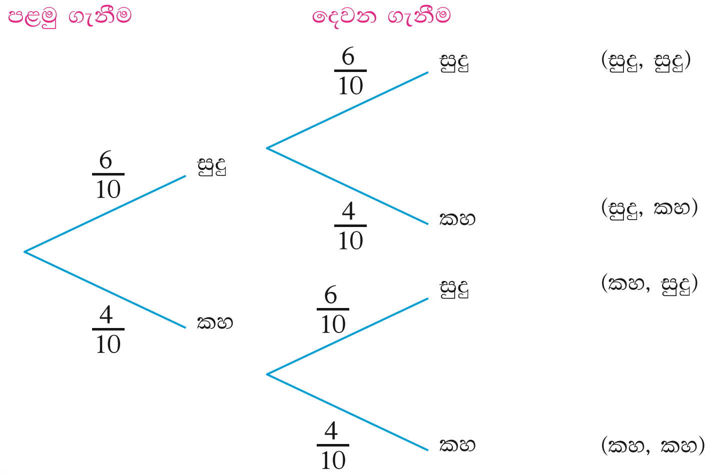
18.3 රුක් සටහන් භාවිතයෙන් ගැටලු විසඳීම (ස්වායත්ත සිද්ධි)

මල්ලක් තුළ සුදු පැහැති කාඩ්පත් 6ක් සහ කහ පැහැති කාඩ්පත් 4ක් ඇත. ළමයෙකු මින් අහඹු ලෙස කාඩ්පතක් ඉවතට ගනී. ලැබිය හැකි ප්‍රතිඵල රුක් සටහනක මෙසේ නිරූපණය කළ හැකි වේ.



මෙහිදී විය හැකි සිද්ධි දෙකක් පවතී.

ඔහු එම කාඩ්පත නැවත මල්ලට දමා අහඹු ලෙස තවත් කාඩ්පතක් ඉවතට ගනී. අවස්ථා දෙකේදී ම ලැබිය හැකි ප්‍රතිඵල නිරූපණය සඳහා ඔබ ඇඳි රුක් සටහන මෙලෙස දීර්ඝ කළ හැකි ය.



අවස්ථා දෙක ම සැලකිල්ලට ගැනීමේ දී මෙහි සිදුවීම් 4ක් ඇත.

- පළමු ගැනීම සුදු සහ දෙවන ගැනීම සුදු (සුදු, සුදු)
- පළමු ගැනීම සුදු සහ දෙවන ගැනීම කහ (සුදු, කහ)
- පළමු ගැනීම කහ සහ දෙවන ගැනීම සුදු (කහ, සුදු)
- පළමු ගැනීම කහ සහ දෙවන ගැනීම කහ (කහ, කහ)

ඉවතට ගත් කාඩ් පත් දෙක ම සුදු පාට කාඩ්පත් වීමේ සම්භාවිතාව

$$\frac{6}{10} \times \frac{6}{10} = \frac{36}{100}$$

ඉවතට ගත් කාඩ් පත් දෙක ම කහ පාට කාඩ්පත් වීමේ සම්භාවිතාව

$$\frac{4}{10} \times \frac{4}{10} = \frac{16}{100}$$

ඉවතට ගත් පළමු කාඩ් පත සුදු පාට සහ දෙවන කාඩ්පත කහ පාට වීමේ සම්භාවිතාව

$$\frac{6}{10} \times \frac{4}{10} = \frac{24}{100}$$

ඉවතට ගත් කාඩ් පත් දෙකෙන් එකක් සුදු පාට සහ අනෙක කහ පාට වීමේ සම්භාවිතාව

(සුදු, කහ) + (කහ, සුදු)

$$\left(\frac{6}{10} \times \frac{4}{10}\right) + \left(\frac{4}{10} \times \frac{6}{10}\right)$$

$$= \frac{24}{100} + \frac{24}{100}$$

$$= \frac{48}{100}$$

ඉවතට ගත් කාඩ් පත් දෙකෙන් අඩු තරමින් එක් කාඩ් පතක්වත් සුදු පාට කාඩ් පතක් වීමේ සම්භාවිතාව

(සුදු, සුදු) + (සුදු, කහ) (කහ, සුදු)

$$= \left(\frac{6}{10} \times \frac{6}{10}\right) + \left(\frac{6}{10} \times \frac{4}{10}\right) + \left(\frac{4}{10} \times \frac{6}{10}\right)$$

$$= \frac{36}{100} + \frac{24}{100} + \frac{24}{100}$$

$$= \frac{84}{100}$$

යටත් පිරිසෙන් එක් කාඩ්පතක්වත් සුදු පාට කාඩ්පතක් වීමේ සිද්ධිය සැලකීමේ දී එයට නොගැලපෙන්නේ අවස්ථා දෙකේදී ම කහ පාට කාඩ්පතක් ලැබීමේ සිද්ධිය පමණි. එම නිසා අවස්ථා දෙකේදී ම කහ පාට කාඩ්පතක් ලැබීමේ සිද්ධිය A ලෙස ගෙන එහි සම්භාවිතාව සොයා A හි අනුපූරක සිද්ධියේ සම්භාවිතාව සෙවීමෙන් ද ඉහත පිළිතුර ලබා ගත හැකි ය.

$$P(A) = \frac{4}{10} \times \frac{4}{10} = \frac{16}{100}$$

$$P(A') = 1 - P(A)$$

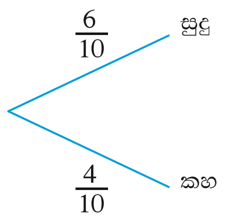
$$= 1 - \frac{16}{100}$$

$$= \frac{100}{100} - \frac{16}{100}$$

$$= \frac{84}{100}$$

මෙම ස්වායත්ත සිද්ධියේ පළමු ගැනීමට අදාළ රුක් සටහන නැවතත් සළකමු.

පළමු ගැනීම



මෙම ශාඛා දෙක මත ඇති සම්භාවිතාවල ඓක්‍යය $= \frac{6}{10} + \frac{4}{10}$

$= 1$

18.2 අභ්‍යාසය

1. බඳුනක රතු පබළු 3ක් සහ සුදු පබළු 2ක් ඇත. ළමයෙකු බඳුනෙන් අහඹු ලෙස පබළුවක් ඉවතට ගෙන එහි වර්ණය සටහන් කරගෙන ආපසු බඳුනට දමා නැවත වරක් බඳුනෙන් අහඹු ලෙස පබළුවක් ඉවතට ගනී.

   (i) නියැදි අවකාශය රුක් සටහනක දක්වන්න.
   (ii) අවස්ථා දෙකේදී ම රතුපාට පබළුවක් ලැබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.
   (iii) අවස්ථා දෙකේදී ම ලැබුණු පබළුවල වර්ණය එකිනෙකට වෙනස් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.
   (iv) ඉවතට ගත් පබළු දෙකෙන් අඩු තරමින් එක පබළුවක්වත් රතු පාට එකක් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

2. පවුලක සිටින දරුවන් දෙදෙනෙකු පිරිමි හෝ ගැහැණු වීමේ අවස්ථා දැක්වෙන රුක් සටහනක් අඳින්න. ඒ අනුව පහත සිද්ධිවල සම්භාවිතා සොයන්න.

   (i) දරුවන් දෙදෙනා ම ගැහැණු දරුවන් වීම.
   (ii) පළමු දරුවා පිරිමි සහ දෙවන දරුවා ගැහැණු වීම.
   (iii) එක් දරුවෙකු පිරිමි සහ අනෙක් දරුවා ගැහැණු දරුවකු වීම.
   (iv) අඩු තරමින් එක් දරුවෙකුවත් පිරිමි දරුවෙකු වීම.

3. X හා Y කණ්ඩායම් දෙකක් සහභාගීවන තරගයක් වට දෙකකින් පැවැත්වීමට තීරණය කර ඇත. එක වටයක X හෝ Y කණ්ඩායම් දෙකෙන් එකක් අනිවාර්යයෙන් ම ජය ගන්නා අතර එහිදී X ජය ගැනීමේ සම්භාවිතාව $\frac{4}{7}$ ක් බව අත්දැකීමෙන් දනී. කණ්ඩායමක් සමස්ථ තරගය ජය ගැනීමට නම් වට දෙකම ජය ගත යුතු අතර එක වටය බැගින් දිනා ගත් විට ජය පැරදුමෙන් තොර වේ.

(i) මෙම තරගාවලියේ එක් වටයක දී Y කණ්ඩායම තරගාවලිය ජය ගැනීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.
(ii) විය හැකි සියලු ප්‍රතිඵල දැක්වෙන රුක් සටහනක් අඳින්න.
(iii) තරගයේ ජය X කණ්ඩායමට ලැබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.
(iv) Y කණ්ඩායමට තරගය ජය ගැනීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.
(v) තරගය ජය පැරදුමෙන් තොරව අවසන් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

4. එක්තරා බීජ වර්ගයක් ප්‍රරෝහණය සම්භාවිතාව 80% කි. සුරේෂ් මෙම වර්ගයේ බීජ දෙකක් සිටවනු ලැබේ.

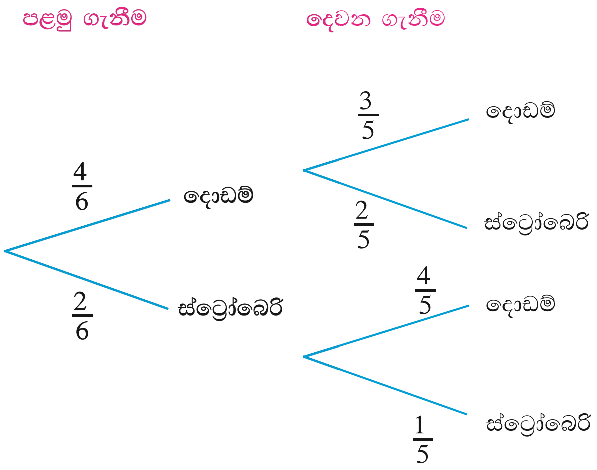
(i) සුරේෂ් සිටවූ බීජ දෙක පැලවීමේ හා නොවීමේ සියලු අවස්ථා දැක්වෙන රුක් සටහනක් අඳින්න.
(ii) සිට වූ බීජ දෙක ම පැල වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.
(iii) සිට වූ බීජ දෙක ම පැල නොවීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.
(iv) අඩු තරමින් එක බීජයක්වත් පැල වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

5. A භාජනයේ නිල් පැන් 3ක් සහ කළු පැන් 2ක් ඇත. B නම් තවත් භාජනයක නිල් පැන් 4ක් සහ කළු පැන් 1ක් ඇත. සුපුන් පළමුව A භාජනයෙන් අහඹු ලෙස පැනක් ඉවතට ගනියි. ඉන්පසුව B භාජනයෙන් තවත් පැනක් ඉවතට ගනී.

(i) නියැදි අවකාශය රුක් සටහනක දක්වන්න.
(ii) භාජන දෙකෙන් ම ඉවතට ගත් පැන් නිල් පැන් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.
(iii) A භාජනයෙන් නිල් පැනක් සහ B භාජනයෙන් කළු පැනක් ලැබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.
(iv) ඉවතට ගත් පැන් දෙකෙන් එකක් නිල් පාට පැනක් ද අනෙක කළු පාට පැනක් ද වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

18.4 රුක් සටහන් මගින් ගැටලු විසඳීම (පරායත්ත සිද්ධි)

පෙට්ටියක දොඩම් රස ටොෆි 4ක් සහ ස්ට්‍රෝබෙරි රස ටොෆි 2ක් ඇත. අහඹු ලෙස ළමයෙකු මෙම පෙට්ටියෙන් ටොෆියක් ඉවතට ගෙන එය රස බලා නැවත වරක් පෙට්ටියෙන් අහඹු ලෙස තවත් ටොෆියක් ගෙන එය ද රස බලයි. මෙයට අදාළ නියැදි අවකාශය රුක් සටහනක පහත පරිදි නිරූපණය කළ හැකි ය.



මෙම රුක් සටහන මගින් පහත සිද්ධිවල සම්භාවිතාව සොයන ආකාරය සලකා බලමු.

අවස්ථා දෙකේදී ම දොඩම් රස ටොෆි ලැබීමේ සම්භාවිතාව

$$\frac{4}{6} \times \frac{3}{5} = \frac{12}{30}$$

අවස්ථා දෙකේදී ම ස්ට්‍රෝබෙරි රස ටොෆි ලැබීමේ සම්භාවිතාව

$$\frac{2}{6} \times \frac{1}{5} = \frac{2}{30}$$

ඉවතට ගත් ටොෆි දෙකෙන් එකක් දොඩම් රස ද අනෙක ස්ට්‍රෝබෙරි රස ද වීමේ සම්භාවිතාව

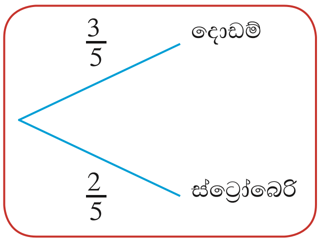
$$\left(\frac{4}{6} \times \frac{2}{5}\right) + \left(\frac{2}{6} \times \frac{4}{5}\right)$$

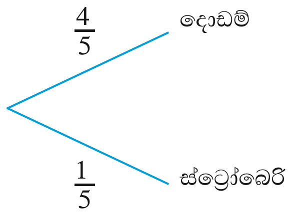
$$= \frac{8}{30} + \frac{8}{30}$$

$$= \frac{16}{30}$$

මෙම පරායත්ත සිද්ධියේ දෙවන ගැනීමට අදාළ රුක් සටහන නැවතත් සළකමු.

දෙවන ගැනීම





මෙහි වෙන් කර දක්වා ඇති ශාඛාව මත ඇති සම්භාවිතාවල එකතුව $= \frac{3}{5} + \frac{2}{5}$

$= 1$

සටහන

රුක් සටහනක එක තැනකින් බෙදෙන ශාඛා මත ඇති සම්භාවිතාවල එකතුව 1 විය යුතු ය.

18.3 අභ්‍යාසය

1. රාක්කයක් උඩ ඇති පොත් ගොඩක එක සමාන වූ තනි රූල් පොත් 3ක් සහ කොටු රූල් පොත් 2ක් ඇත. ශිෂ්‍යයෙකු මෙයින් අහඹු ලෙස පොතක් ඉවතට ගෙන එය ආපසු නොතබා තවත් පොතක් ඉවතට ගනියි.
   (i) ලැබිය හැකි නියැදි අවකාශය රුක් සටහනක දක්වන්න.
   (ii) ඉවතට ගත් පොත් දෙක ම තනි රූල් පොත් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.
   (iii) ඉවතට ගත් පොත් දෙක ම කොටු රූල් පොත් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.
   (iv) ඉවතට ගත් පොත් දෙකෙන් එකක් තනි රූල් හා අනික කොටු රූල් පොතක් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

2. ලංගම බස් රථයක් සහ පුද්ගලික බස් රථයක් එක ළඟ නවතා ඇත. ලංගම බස් රථයේ පිරිමි 6ක් සහ ගැහැණු 4ක් ඇත. පුද්ගලික බස් රථයේ පිරිමි 3ක් සහ ගැහැණු 2ක් ඇත. අහඹු ලෙස ලංගම බස් රථයෙන් බැස යන අයෙක් පුද්ගලික බස් රථයට ගොඩ වෙයි. ඉන් අනතුරුව පුද්ගලික බස් රථයෙන් ද අහඹු ලෙස අයෙකු බැස යයි. බස් රථ දෙකෙන් බැස ගිය දෙදෙනා පිරිමි හෝ ගැහැණු වීමේ සියලු අවස්ථා දැක්වෙන රුක් සටහනක් අඳින්න. ඒ ඇසුරින් පහත සිද්ධිවල සම්භාවිතාව සොයන්න.
   (i) ලංගම බස් රථයෙන් බැස ගිය කෙනා ගැහැණු අයෙකු වීම
   (ii) බස් රථ දෙකෙන්ම ගැහැණු අයෙකු බැස යාම
   (iii) යටත් පිරිසෙන් බැස ගිය එක් අයෙකුවත් පිරිමි අයෙකු වීම

3. එක්තරා බීජ වර්ගයක් පැලවීමේ සම්භාවිතාව 80 % ක් බව ද පැළ වූ බීජයකින් එල හට ගැනීමේ සම්භාවිතාව 60 %ක් බව ද දී ඇත. මේ අනුව බීජයක් පැළවීම හා එහි එල හට ගැනීමේ සියලු අවස්ථා දැක්වෙන රුක් සටහනක් අඳින්න. එය ඇසුරින් පහත සිද්ධිවල සම්භාවිතාව සොයන්න.

(i) බීජයක් පැළ නොවීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.
(ii) බීජයක් පැළ වුවද එල හට නොගැනීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

4. එක්තරා පරිගණක පාඨමාලාවක් සඳහා සුදුස්සන් තෝරා ගැනීමට පළමුව ලිඛිත පරීක්ෂණයකට ද ඉන් පසුව ප්‍රායෝගික පරීක්ෂණයකට ද පෙනී සිටිය යුතු ය. පාඨමාලාව සඳහා සුදුසුකම් ලැබීමට නම් පරීක්ෂණ දෙකෙන් ම සමත් විය යුතු ය. ලිඛිත පරීක්ෂණය අසමත් සිසුන් ප්‍රායෝගික පරීක්ෂණය සඳහා යොමු කරනු නොලැබේ. අපේක්ෂකයෙකු ලිඛිත පරීක්ෂණය සමත් වීමේ සම්භාවිතාව $\frac{5}{8}$ ක් ද ප්‍රායෝගික පරීක්ෂණය සමත් වීමේ සම්භාවිතාව $\frac{3}{4}$ ක් ද වේ.

(i) මෙම පාඨමාලාවට ඉල්ලුම් කළ අපේක්ෂකයෙකු අහඹු ලෙස තෝරා ගත් විට විය හැකි සිද්ධි ඇතුළත් නියැදි අවකාශය රුක් සටහනක දක්වන්න.
(ii) සිසුවා පාඨමාලාව සඳහා සුදුසුකම් ලබන අයෙකු වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

සාරාංශය

- සසම්භාවී පරීක්ෂණයකදී එක් සිද්ධියක සිදුවීම තවත් සිද්ධියක සිදුවීම කෙරෙහි බලපෑම් නොකරයි නම් එම සිද්ධි දෙක ස්වායත්ත සිද්ධි ලෙස හඳුන්වයි. A හා B ස්වායත්ත සිද්ධි දෙකක් විට, $P(A \cap B) = P(A)\ P(B)$ වේ.
- සසම්භාවී පරීක්ෂණයකදී එක් සිද්ධියක සිදුවීම, තවත් සිද්ධියක සිදුවීම කෙරෙහි බලපෑමක් ඇතිකරයි නම් එම සිද්ධි දෙක පරායත්ත සිද්ධි ලෙස හඳුන්වයි.