21 ජ්‍යාමිතික නිර්මාණ

මෙහි දී ඔබ 1, 2, 3, 4 ශ්‍රේණිවල දී උගත් ජ්‍යාමිතික නිර්මාණයන් සිහිපත් කරමු.

21.1 මූලික පථ අවස්ථා

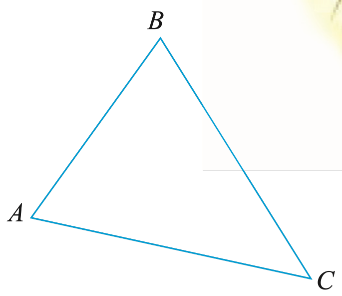
- අචල ලක්ෂ්‍යයක සිට නියත දුරකින් තලයක චලනය වන ලක්ෂ්‍යයක පථය සෑම විට ම වෘත්තයකි.
- අචල ලක්ෂ්‍ය දෙකකට සම දුරකින් චලනය වන ලක්ෂ්‍යයක පථය වන්නේ එම ලක්ෂ්‍ය දෙක යා කරනු ලබන රේඛා ඛණ්ඩයේ ලම්බ සමච්ඡේදකයේ ගමන් මාර්ගයයි.
- සරල රේඛා ඛණ්ඩයකට නියත දුරකින් චලනය වන ලක්ෂ්‍යයක පථය එම රේඛාවට දෙපසින් පිහිටියා වූ සමාන්තර සරල රේඛා දෙකකි.
- එකිනෙකට සමාන්තර නොවන සරල රේඛා දෙකකට සමදුරින් පිහිටන ලක්ෂ්‍යයන්ගේ පථය වනුයේ එම රේඛා දෙක හමුවන ලක්ෂ්‍යයේ දී සෑදෙන කෝණයේ, කෝණ සමච්ඡේදකයේ ගමන් මාර්ගයයි.

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

1. (i) පාදයක දිග 6 cmක් වූ සමපාද ත්‍රිකෝණයක් නිර්මාණය කර ශීර්ෂ P, Q, R ලෙස නම් කරන්න.
   (ii) ඉහත ත්‍රිකෝණයේ ඕනෑ ම කෝණ දෙකක සමච්ඡේදක නිර්මාණය කර ඒවායේ ඡේදන ලක්ෂ්‍යය O ලෙස නම් කරන්න.
   (iii) O හි සිට ඕනෑ ම පාදයකට ලම්බකයක් නිර්මාණය කරන්න.
   (iv) O හි සිට පාදයකට ඇති ලම්බ දුර අරය ලෙස ද O කේන්ද්‍රය ලෙස ද ගෙන වෘත්තයක් අඳින්න.
   (v) එම වෘත්තය මගින් ඉතිරි පාද දෙක ස්පර්ශ කරන්නේ දැයි සොයා බලන්න.

2. ඔබ කැමති ත්‍රිකෝණයක් ඇඳ එය ABC යැයි නම් කරන්න. එහි,
   (i) ABට සමාන්තරව C හරහා ද
   (ii) ACට සමාන්තරව B හරහා ද
   (iii) BCට සමාන්තරව A හරහා ද සමාන්තර රේඛා නිර්මාණය කර ලැබෙන ත්‍රිකෝණය $A_1B_1C_1$ ලෙස නම් කරන්න.

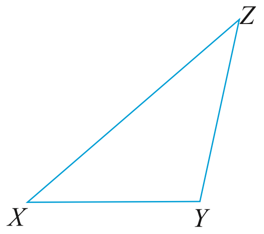
3. රූපයේ දැක්වෙන ආකාරයේ ත්‍රිකෝණයක් ඇඳ එහි,



(i) A හා B ලක්ෂ්‍යවලට සමදුරින් යන ලක්ෂ්‍යයන්ගේ පථය නිර්මාණය කරන්න.
(ii) B හා C ලක්ෂ්‍යවලට සමදුරින් යන ලක්ෂ්‍යයන්ගේ පථය නිර්මාණය කරන්න.
(iii) ඉහත පථ දෙකෙහි ඡේදන ලක්ෂ්‍යය O යැයි නම් කර O හි සිට AC සිට පාදයට ලම්බකයක් නිර්මාණය කර AC හමුවන ලක්ෂ්‍යය X යැයි නම් කර දක්වන්න.
(iv) O ලක්ෂ්‍යයේ සිට එක් එක් ශීර්ෂයට ඇති දුර මැන ලියන්න.

4. සුළු කෝණික ත්‍රිකෝණයක් ඇඳ එය PQR යැයි නම් කරන්න.
මෙම ත්‍රිකෝණයේ,
(i) $P\hat{Q}R$ හි සමච්ඡේදකය නිර්මාණය කරන්න.
(ii) $Q\hat{P}R$ හි සමච්ඡේදකය නිර්මාණය කරන්න.
(iii) ඉහත සමච්ඡේදක දෙක හමුවන ලක්ෂ්‍යය O යැයි නම් කර O හි PQ සිට පාදයට ලම්බකයක් නිර්මාණය කර PQ හමුවන ලක්ෂ්‍යය Y යැයි නම් කරන්න.
(iv) OY දුර මැන ලියන්න.

5. දී ඇති රූපයේ,



(i) XZ රේඛාවට සමාන්තර රේඛාවක් Y හරහා නිර්මාණය කරන්න.
(ii) $Z\hat{X}Y$ හි සමච්ඡේදකය නිර්මාණය කරන්න. ඉහත (i) හි ඇඳි සමාන්තර රේඛාව එයට හමුවන පරිදි දික් කරන්න. එම ලක්ෂ්‍යය O යැයි නම් කරන්න.

6. $AB = 6.5$ cm, $BC = 7$ cm සහ $A\hat{B}C = 60^\circ$, ABC වන ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න. එනයින්,
(i) AC හි දිග කොපමණ ද?
(ii) $B\hat{C}A$ හි සමච්ඡේදකය නිර්මාණය කරන්න.
(iii) AC පාදයට සමාන්තරව B හරහා රේඛාවක් අඳින්න.
(iv) ඉහත කෝණ සමච්ඡේදකය සහ සමාන්තර රේඛාව හමුවන ලක්ෂ්‍යය D යැයි නම් කර $ADBC$ චතුරස්‍රය ලබා ගන්න.

7. $AB = 6.5$ cm, $B\hat{A}C = 90^\circ$, $AC = 7$ cm වන ABC ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න.
(i) ඉහත ත්‍රිකෝණයේ $A\hat{B}C$ සමච්ඡේදකය සහ $B\hat{A}C$ සමච්ඡේදක නිර්මාණය කරන්න.
(ii) ඉහත සමච්ඡේදක දෙකෙහි ඡේදන ලක්ෂ්‍යය O යැයි නම් කර O හි සිට AB පාදයට ලම්බකයක් නිර්මාණය කර AB හමුවන ලක්ෂ්‍යය X ලෙස නම් කරන්න.
(iii) ඉහත O ලක්ෂ්‍යය කේන්ද්‍රය ලෙස ද OX දුර අරය ලෙස ද ගෙන වෘත්තයක් නිර්මාණය කරන්න.
(iv) එහි අරය සහ එම වෘත්තය ABC ත්‍රිකෝණයේ කිනම් වෘත්තය දැයි දක්වන්න.

8. $PQ = 4.5$ cm, $P\hat{Q}R = 60^\circ$, $QR = 4$ cm වන PQR ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න.

(i) PQට නියත දුරකින් R හරහා යන ලක්ෂ්‍යයන්ගේ පථය නිර්මාණය කරන්න.

(ii) ඉහත පථය මත $RS = 3.5$ cm වන පරිදි S ලකුණු කර $PQRS$ චතුරස්‍රය ලබා ගන්න.

(iii) ඉහත චතුරස්‍රයට දිය හැකි නම කුමක් ද?

(iv) ඉහත චතුරස්‍රයේ P හා Q ලක්ෂ්‍යවලට සහ Q සහ R හා ලක්ෂ්‍යවලට සමදුරින් යන ලක්ෂ්‍යයන්ගේ පථ නිර්මාණය කර දක්වන්න.

(v) ඉහත පථ දෙකෙහි ඡේදන ලක්ෂ්‍යය O යැයි නම් කර O කේන්ද්‍රය ලෙස ද එහි සිට PQR ත්‍රිකෝණයේ ශීර්ෂවලට ඇති දුර අරය ලෙස ද ගෙන වෘත්තයක් නිර්මාණය කරන්න.

(vi) එහි අරය සහ එම වෘත්තය PQR ත්‍රිකෝණයේ කුමන වෘත්තය ලෙස හැඳින්විය හැකි දැයි දක්වන්න.

9. $AB = 6.5$ cm, $A\hat{B}C = 60^\circ$, $AC = 8$ cm වන ABC ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න.

(i) $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයක් වන පරිදි D පිහිටීම ලබා ගන්න.

(ii) ACD ත්‍රිකෝණයේ ශීර්ෂ හරහා යන වෘත්තය නිර්මාණය කර එහි අරය ලියන්න.

10. $AB = 6$ cm, $A\hat{B}C = 45^\circ$ ද වන $ABCD$ රොම්බසය නිර්මාණය කරන්න.

(i) A හා B ලක්ෂ්‍යවලට සමදුරින් යන ලක්ෂ්‍යයන්ගේ පථය නිර්මාණය කරන්න.

(ii) B හා C ලක්ෂ්‍යවලට සමදුරින් යන ලක්ෂ්‍යයන්ගේ පථය ද නිර්මාණය කරන්න.

(iii) ඉහත පථ දෙකෙහි ඡේදන ලක්ෂ්‍යය O යැයි නම් කරන්න.

(iv) ABC ත්‍රිකෝණයේ පරිවෘත්තය නිර්මාණය කරන්න.

(v) එම වෘත්තයේ අරය කොපමණ ද?

11. (i) $PQ = 3.5$ cm, $P\hat{Q}R = 60^\circ$, $QR = 5$ cm වන PQR ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න.

(ii) ඉහත ත්‍රිකෝණයේ P හා R ලක්ෂ්‍යවලට සමදුරින් යන ලක්ෂ්‍යයක පථය නිර්මාණය කරන්න.

(iii) ඉහත ත්‍රිකෝණයේ PQට නියත දුරකින් වූ R හරහා යන ලක්ෂ්‍යයන්ගේ පථය ද නිර්මාණය කරන්න.

(iv) ඉහත (ii) හා (iii) හි දී ඇඳි පථ දෙක හමුවන ලක්ෂ්‍යය S යැයි නම් කර $PQRS$ චතුරස්‍රය ලබා ගන්න.

(v) PS හි දිග කොපමණ ද?

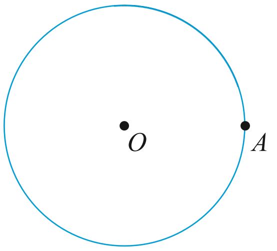
(vi) PQR ත්‍රිකෝණයේ අන්තර් වෘත්තය නිර්මාණය කර එහි අරය ලියන්න.

21.2 වෘත්ත ස්පර්ශක නිර්මාණය

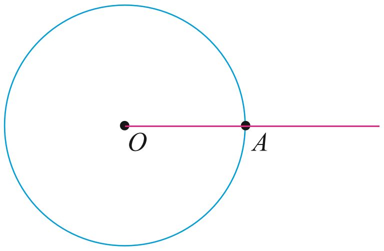
වෘත්තය මත ලක්ෂ්‍යයකදී වෘත්තයකට ස්පර්ශකයක් නිර්මාණය කිරීම

වෘත්තයක් මත ලක්ෂ්‍යයකදී අරයට ලම්බකව ඇඳි රේඛාව, එම වෘත්තයට ස්පර්ශකයක් වේ යන ප්‍රමේයය භාවිතයෙන් වෘත්තය මත ලක්ෂ්‍යයකදී ස්පර්ශකයක් නිර්මාණය කිරීම සඳහා පහත පියවර අනුගමනය කරන්න.

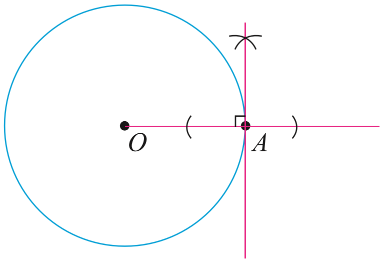
පියවර 1 - වෘත්තයක් ඇඳ වෘත්තය මත ලක්ෂ්‍යයක් ලකුණු කරන්න. කේන්ද්‍රය O ලෙස නම් කරන්න.



පියවර 2 - O සහ A ලක්ෂ්‍ය හරහා යන සරල රේඛාවක් අඳින්න.

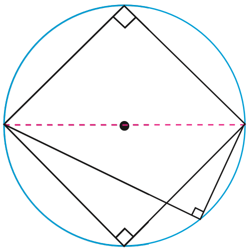


පියවර 3 - A හිදී OA ට ලම්බකයක් නිර්මාණය කරන්න. එම ලම්බකය A හිදී වෘත්තයට ඇඳි ස්පර්ශකය වේ.



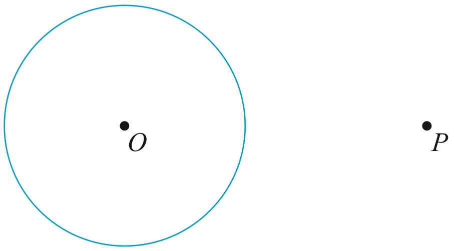
බාහිර ලක්ෂ්‍යයක සිට වෘත්තයකට ස්පර්ශකයක් නිර්මාණය කිරීම

බාහිර ලක්ෂ්‍යයක සිට වෘත්තයක සිට වෘත්තයකට ස්පර්ශක නිර්මාණය කිරීමේදී, අර්ධ වෘත්තයේ කෝණය සෘජු කෝණයක් වන බව දැන සිටීම ඉතා වැදගත් වේ.

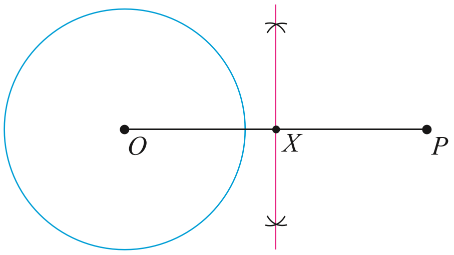


ඉහත දැක් වූ ප්‍රමේයය යොදා ගනිමින් බාහිර ලක්ෂ්‍යක සිට ස්පර්ශක නිර්මාණය කරන අයුරු පහත පියවර ඔස්සේ ගොඩ නගමු.

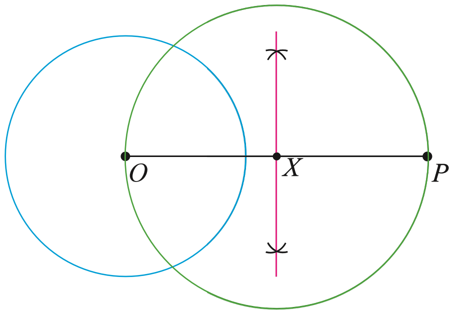
පියවර 1 - O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක් ඇඳ වෘත්තයට පිටතින් P නම් ලක්ෂ්‍යයක් ලකුණු කරන්න.



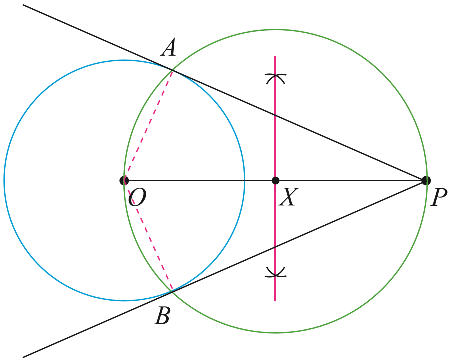
පියවර 2 - OP යා කර OPහි ලම්බ සමච්ඡේදකය ඇඳ එම ලම්බ සමච්ඡේදකය OP ඡේදනය වන ලක්ෂ්‍යය X ලෙස ලකුණු කරන්න.



පියවර 3 - XO දුර අරය ලෙස ද X කේන්ද්‍රය ලෙස ද ගෙන O හා P හරහා යන වෘත්තය අඳින්න.



පියවර 4 - වෘත්ත දෙකක ඡේදනය වන ලක්ෂ්‍යය A හා B ලෙස ලකුණු කර PA හා PB යා කරන්න.



එවිට PA හා PB මගින් P සිට O කේන්ද්‍රය වන වෘත්තයට අඳින ලද ස්පර්ශක දෙක ලැබේ.

සටහන

- මෙම ස්පර්ශක දෙකෙහි දිග සමාන වේ. එනම්, $PA = PB$ වේ.
- OP මගින් ස්පර්ශක අතර කෝණය සමච්ඡේදනය වේ. එනම්, $A\hat{P}O = B\hat{P}O$ වේ.
- AP හා BP මගින් කේන්ද්‍රයේ සමාන කෝණ ආපාතනය වේ. එනම්, $A\hat{O}P = B\hat{O}P$ වේ.

21.1 අභ්‍යාසය

1. (i) අරය 4 cm වූ වෘත්තයක් අඳින්න.
   (ii) එම වෘත්තය මත P නම් ඕනෑ ම ලක්ෂ්‍යයක් ලකුණු කරන්න.
   (iii) Pහි දී එම වෘත්තයට ස්පර්ශකයක් අඳින්න.

2. (i) අරය 5.5 cm වූ වෘත්තයක් අඳින්න. කේන්ද්‍රය O ලෙස ලකුණු කරන්න.
   (ii) එම වෘත්තය මත AB විෂ්කම්භය අඳින්න.
   (iii) A හිදී එම වෘත්තයට ස්පර්ශකයක් අඳින්න.

3. (i) AB = 6 cm, AC = 4.2 cm, BC = 5.5 cm වන ABC ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න.
   (ii) A සිට 4 cm ක් දුරින් AB මත D නම් ලක්ෂ්‍යයක් ලකුණු කරන්න.
   (iii) D සිට ABට ලම්බයක් නිර්මාණය කරන්න.
   (iv) D සිට AB ට ඇඳි ලම්බකය BC හමුවන ලක්ෂ්‍යය O ලෙස ලකුණු කරන්න.
   (v) O කේන්ද්‍රය ලෙස ගෙන Dහි දී AB ස්පර්ශ වන පරිදි වෘත්තය නිර්මාණය කරන්න.

4. (i) අරය 3 cm වූ වෘත්තය අඳින්න. කේන්ද්‍රය A ලෙස ලකුණු කරන්න.
   (ii) A සිට 7 cmක් දුරින් වෘත්තයට පිටතින් ඕනෑ ම B ලක්ෂ්‍යයක් ලකුණු කරන්න.
   (iii) B සිට A කේන්ද්‍රය වන වෘත්තයට ඇඳිය හැකි ස්පර්ශක දෙක නිර්මාණය කරන්න.

5. (i) $AB = 7$ cm, $A\hat{B}C = 60^{o}$, $BC = 6$ cm වන ABC ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න.
   (ii) $A\hat{C}B$ යේ සමච්ඡේදකය නිර්මාණය කරන්න.
   (iii) C සිට 4 cm දුරින් BC මත D ලක්ෂ්‍යයක් ලකුණු කරන්න.
   (iv) D හිදී BC පාදය ස්පර්ශ කරන $A\hat{C}B$ හි සමච්ඡේදකය මත කේන්ද්‍රය O ලෙස ගෙන වෘත්තය නිර්මාණය කරන්න.
   (v) Bහි සිට වෘත්තයට ඇඳිය හැකි අනෙක් ස්පර්ශකය නිර්මාණය කරන්න.

6. (i) $PQ = 6.2$ cm ද $Q\hat{P}R = 75^{o}$ ද $PR = 5.3$ cm වන PQR ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න.
   (ii) Q හා R හරහා යන්නා වූ ද Q හිදී PQ ස්පර්ශ වන්නා වූ ද වෘත්තය නිර්මාණය කරන්න.
   (iii) එම වෘත්තයේ අරය මැන ලියන්න.