ආනන්ද විද්‍යාලය - කොළඹ 10

10	S	I

අවසාන වාර පරීක්ෂණය - 2020 සැප්තැම්බර්

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය 2020 ඔක්තෝම්බර්

සංයුක්ත ගණිතය - I

Combined Maths - I

13 ශ්‍රේණිය

B කොටස

11. (a) $a, b, k \in \mathbb{R}$ යැයි ගනිමු.

$(x-a)(x-b)-k=0$ වර්ගජ සමීකරණයේ මූල $k=0$ විට තාත්වික ද $k>0$ විට තාත්වික හා ප්‍රභින්න ද වන බව පෙන්වන්න.

$k>0$ විට $(x-a)(x-b)-k=0$ වර්ගජ සමීකරණයේ මූල p, q ලෙස ගනිමු.

$(x-p)(x-q)+k=0$ වර්ගජ සමීකරණයේ මූල සොයන්න. මෙම වර්ගජ සමීකරණයට හා $(ab \neq 1)$,

$ab\,x^2-(a+b)x+1=0$ වර්ගජ සමීකරණවලට පොදු මූලයක් පවතී නම්, එම පොදු මූලය සොයන්න. එම පොදු මූලය a වේ නම් a සඳහා ගත හැකි අගයන් ගණනය කරන්න.

(b) $f(x)=x^3+ax^2+bx-9$ යන බහු පදයට $(px+q)$ ආකාරයේ එක් රේඛීය සාධකයක් පවතින අතර $f(x)$ යන්න (x^2+2x+2) න් බෙදූ විට ලැබෙන ශේෂය ලබ්ධිය මෙන් C ගුණයකි. සාධක ප්‍රමේයය භාවිතයෙන් ~~$q^3-aq^2+bq+9=0$~~ $q^3-apq^2+bp^2q+9p^3$ බව ලබාගන්න. මෙහි p, q නිශ්ශුන්‍ය නියත වේ. එනයින් හෝ අන් ක්‍රමයකින් $2a^2-(b+8)a+(2b-1)=0$ බව පෙන්වන්න.

12. (a) පාසලක වාර විභාගයක් ප්‍රශ්න පත්‍ර 6 ක් දිනකට එක ප්‍රශ්න පත්‍රය බැගින් අඛණ්ඩ දින 6ක් තුළ පැවැත්වේ. විභාගය සඳහා ගණිත ප්‍රශ්න පත්‍ර 2ක් ද අනෙකුත් විෂයන් වන භෞතික විද්‍යාව, ඉංග්‍රීසි, සාමාන්‍ය දැනීම හා තොරතුරු තාක්ෂණය එක් එක් ප්‍රශ්න පත්‍රයක් බැගින් ද වේ.

(i) ගණිත ප්‍රශ්න පත්‍ර 2 අනුයාත දින 2ක නොයෙදෙන සේ මුළු විභාගය පැවැත්වීමට හැකි එකිනෙකට වෙනස් ආකාර ගණන කීයද?

(ii) ඉංග්‍රීසි ප්‍රශ්න පත්‍රය ලබාදිය හැක්කේ භෞතික විද්‍යාව ප්‍රශ්න පත්‍රයට අනුයාත දිනයකදී පමණක්ම නම් මුළු විභාගය පැවැත්වීමට හැකි එකිනෙකට වෙනස් ආකාර ගණන කීයද?

(iii) භෞතික විද්‍යාව ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වන අතර A කොටස සඳහා ප්‍රශ්න 6 ක් ද B කොටස සඳහා ප්‍රශ්න 3 ක් ද ඇතුළත් වේ. සිසුවෙකුට A කොටසින් අඩුම වශයෙන් ප්‍රශ්න 3ක් වන ලෙස ප්‍රශ්න 5ක් තෝරාගත හැකි ආකාර ගණන කීයද?

(b) $$\frac{8.1^5+30.1^2+1}{1\times3\times5}+\frac{8.2^5+30.2^2+1}{3\times5\times7}+\frac{8.3^5+30.3^2+1}{5\times7\times9}+\frac{8.4^5+30.4^2+1}{7\times9\times11}+\ldots\ldots$$

ශ්‍රේණියේ r වන පදය U_r ලියා දක්වන්න.

$U_r=f(r)+\dfrac{g(r)}{(2r-1)(2r+1)(2r+3)}$ වන පරිදි $f(r)$ හා $g(r)$ ~~වර්ගජ~~ ශ්‍රිත දෙක සොයන්න.

$\sum\limits_{r=1}^{n} r^2=\dfrac{n}{6}(n+1)(2n+1)$ ලෙස ගෙන $\sum\limits_{r=1}^{n} f_{(r)}$ සොයන්න.

තවද $W_r=\dfrac{g(r)}{(2r-1)(2r+1)(2r+3)}$ ලෙස ගෙන $W_r=A\,V_{(r)}+B\,V_{(r+1)}+C\,V_{(r+2)}$ වන පරිදි $V_{(r)}$ සොයන්න.

එනයින් $\sum\limits_{r=1}^{n} W_r$ සොයන්න. $\sum\limits_{r=1}^{\alpha} W_r$ අපරිමිත ශ්‍රේණිය අභිසාරී වේ ද? $\sum\limits_{r=1}^{n} U_r$ අපෝහනය කරන්න.

13. (a) $\begin{array}{l} x+y=4, \\ x+2y=5 \end{array}$ සමීකරණ පද්ධතිය $Ax=B$ ආකාරයෙන් ලියා දක්වන්න. මෙහි A, B හා X යනු න්‍යාසය ඔබ විසින් නිර්ණය කළ යුතුය. එම A න්‍යාසයේ ප්‍රතිලෝම න්‍යාසය වන A^{-1} සොයන්න. එනයින් ඉහත සමීකරණ පද්ධතිය විසඳන්න. $A(\lambda I-A)=I$ වන පරිදි $\lambda\,(\in R)$ නියතයක් සොයන්න. A^{-1} යොදා ගනිමින් ඔබ සොයා ලද λ හි අගය සඳහා $A(\lambda I-A)=I$ සත්‍යාපනය කරන්න.

එනයින් A^5 හි අගය අපෝහනය කරන්න.

(b) (i) Z යනු ආගන්ඩ් තලය මත විචල්‍ය සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක් වන විට, $|Z-2| \le 3$ හා $\arg(Z+5i)=\pi/4$ යන අවශ්‍යතා සපුරාලන පථ එකම ආගන්ඩ් තලය මත ඇඳ දක්වන්න.

තවද මෙම අවශ්‍යතා දෙකම එකවර තෘප්ත කරන පරිදි $|Z|$ ට ගත හැකි අඩුතම අගය හා වැඩිතම අගය සොයන්න.

(ii) ඕනෑම $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා ද මුවාවර් ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කරන්න. එනයින්,

$$\left(-\sqrt{3}+3i\right)^{31} = (2\sqrt{3})^{31}\left(-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \text{ බවත්}$$

$$\left(\frac{1+\cos 2\theta+i\sin 2\theta}{1+\cos 2\theta-i\sin 2\theta}\right)^n=\cos 2n\theta+i\sin 2n\theta \quad n\in\mathbb{Z}^+ \text{ බවත් පෙන්වන්න.}$$

14. (a) $\sin y = x\sin(p+y)$ නම් $\sin p\dfrac{dy}{dx}-\sin^2(p+y)=0$ බව පෙන්වන්න.

මෙහි p නියතයකි. තවද $x^2\sin p\dfrac{d^2y}{dx^2}+(2x\sin p-\sin 2y)\dfrac{dy}{dx}=0$ බව පෙන්වන්න.

(b) $x\neq 2$ සඳහා $f(x)=\dfrac{5x}{(x-2)^2}$ යයි ගනිමු. $x\neq 2$ සඳහා $f(x)$ හි පළමු ව්‍යුත්පන්නය සොයන්න. හැරුම් ලක්ෂ්‍ය, ස්පර්ශෝන්මුඛ දක්වමින් $y=f(x)$ හි දළ සටහනක් අඳින්න.

තවද $f''(x)=\dfrac{10(x+4)}{(x-2)^4}$ දී ඇත්නම් අවශ්‍ය ප්‍රාන්තරවලදී අවතලතාව දක්වමින් නතිවර්තන ලක්ෂ්‍යවල ඛණ්ඩාංක සොයන්න. $\left(-4,-\frac{5}{9}\right)$ ලක්ෂ්‍යයේදී වක්‍රයට ඇඳි ස්පර්ශකයේ අනුක්‍රමණය ලබා ගන්න. එනයින් එම ලක්ෂ්‍යයේදී ඇඳි ස්පර්ශකයේ සමීකරණය ලබාගෙන එය ප්‍රස්ථාරයේ ඇඳ දක්වන්න.

(c) ත්‍රිපිසියමක ආධාරකය හැරුණු කොට අනෙක් පද තුනෙහි දිග 10 cm බැගින් වේ. ත්‍රිපිසියමේ වර්ගඵලය උපරිම වන අවස්ථාවේ එහි ආධාරකයේ දිග ලබා ගන්න. එමගින් ත්‍රිපිසියමේ උපරිම වර්ගඵලය සොයන්න.

15. (a) $\displaystyle\int_2^3 \frac{x}{(x-1)(x^2+1)}\,dx$ අගයන්න.

(b) (i) සුදුසු ආදේශයක් මගින් $\displaystyle\int\frac{\sqrt{x}}{1+x}\,dx$ අනුකලනය කරන්න.

(ii) කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන් $\displaystyle\int\left(\tan^{-1}\sqrt{x}\right)dx$ සොයන්න.

(c) $\displaystyle\int_0^a f(x)\,dx=\int_0^a f(a-x)\,dx$ බව සාධනය කරන්න. $\displaystyle\int_0^{\pi/2}\left[2\log(\sin x)-\log(\sin 2x)\right]dx$ අගයන්න.

16. P ලක්ෂ්‍යයේදී ඡේදනය වන ℓ_1, ℓ_2 සරල රේඛා පිළිවෙලින් $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ සහ $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ සමීකරණවලින් නිරූපණය වේ. ℓ_1 හා ℓ_2 රේඛා ඡේදන ලක්ෂ්‍යය හරහා යන ඕනෑම රේඛාවක සමීකරණය $\ell_1 + \lambda \ell_2 = 0$ බව සාධනය කරන්න. මෙහි λ යනු තාත්වික පරාමිතියකි.

$\ell_1 = x - y - 5 = 0$ හා $\ell_2 = 3y - x + 9 = 0$ ලෙස ගනිමු. ℓ_1 හා ℓ_2 හි ඡේදන ලක්ෂ්‍යය හරහා යමින් [illegible] ලක්ෂ්‍යය හරහා යන සරල රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

ℓ_1 හා ℓ_2 හි ඡේදන ලක්ෂ්‍ය P යයි ගනිමු. $\ell_1 = 0$ හා $\ell_2 = 0$ ට සමාන්තරව O මූලය හරහා යන [illegible] රේඛා OR හා OQ ලෙස ගනිමු. OQPR සමාන්තරාස්‍රයේ ශීර්ෂවල ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

OP ජ්‍යායක් ලෙස හා y අක්ෂය මත කේන්ද්‍රය පිහිටන $s_1 = 0$ වෘත්තයේ සමීකරණය ලබාගන්න. [illegible] QR විෂ්කම්භයක් වන $s_2 = 0$ වන වෘත්තයේ සමීකරණය $x^2 + y^2 - 3x + 2y - 45 = 0$ බව පෙන්වන්න.

$s_1 = 0$ වෘත්තයේ බාහිරව ස්පර්ශ කරමින් හා $s_2 = 0$ වෘත්තය අභ්‍යන්තරව ස්පර්ශ කරමින්ද පැවතිය [illegible] වෘත්තයේ කේන්ද්‍රයේ පථය සොයන්න.

17. (a) $\dfrac{\sin(\theta + A)}{\sin(\theta + B)} = \sqrt{\dfrac{\sin 2A}{\sin 2B}}$ නම් $\tan^2\theta = \tan A \cdot \tan B$ බව පෙන්වන්න.

(b) ABC ත්‍රිකෝණයේ BC පාදයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය D වන අතර වර්ගඵලය Δ ලෙස නිරූපණය වේ නම් $\cot\theta = \dfrac{b^2 - c^2}{\Delta}$ බව පෙන්වන්න. මෙහි $A\hat{D}B = \theta$ වේ.

(c) $f(x) = 2\sqrt{3}\sin^2 x + 4\sqrt{3}\cos^2 x + 3\sin 2x$ නම්, $f(x) = a + b\cos(2x - \alpha)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකා[illegible] කරන්න. මෙහි a, b, α යනු නිර්ණය කල යුතු නියත වේ. $f(x)$ හි උපරිම හා අවම අගය නිර්ණය ක[illegible] $0 \le x \le \pi$ පරාසය සඳහා $y = f(x)$ හි දළ සටහනක් අඳින්න.

අවසාන වාර පරීක්ෂණය - 2020 සැප්තැම්බර්

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය 2020 ඔක්තෝම්බර්

සංයුක්ත ගණිතය - II

Combined Maths - II

13 ශ්‍රේණිය

B කොටස

$V(>U)\ kmh^{-1}$ වේගයෙන් ධාවනය වන මෝටර් රථයක් වේග සීමාව $U\ kmh^{-1}$ වන නගරයකට ඇතුලුවීම සඳහා $f\ kmh^{-2}$ ඒකාකාර මන්දනයක් යටතේ චලිත වී $U\ kmh^{-1}$ වේගයෙන් නගරයේ වේග සීමා ආරම්භක ස්ථානය පසු කරයි. එම මන්දනයෙන්ම තවත් කාලයක් චලිත වීමෙන් අනතුරුව මෝටර් රථය නැවත $2f\ kmh^{-2}$ ත්වරණ යටතේ චලිතවීමෙන් $U\ kmh^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන්ම නගරයේ වේග සීමා අවසාන ස්ථානය පසු කරයි. නගරයේ වේග සීමා ස්ථාන අතර දුර $3d\ km$ වේ. මෙම චලිතය පැවතීමට අවශ්‍යතාව $U \leq 2\sqrt{fd}$ බව පෙන්වන්න. මෝටර් රථය ලබාගන්නා අඩුතම වේගය, නගර සීමා අතර ධාවනයට ගතවන කාලය හා මෝටර් රථය මන්දනයෙන් ගමන් කිරීම ආරම්භ කල ස්ථානයේ සිට නගර සීමාවට ඇති දුර සොයන්න.

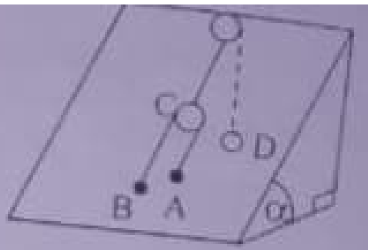
මෙම මෝටර් රථය පිළිබඳ සැක සිතූ වේග සීමාව අවසන් ස්ථානයේ නවතා තැබූ පොලිස් බයිසිකලයක් මෝටර් රථය නගර සීමාව පසුකරත්ම මෝටර් රථය නවතා ගැනීමේ අරමුණෙන් $5f$ ඒකාකාර ත්වරණයෙන් t කාලයක් චලිත වේ. $U > \frac{3}{2}ft$ නම් පොලිස් බයිසිකලයට කිසිසේත්ම මෝටර් රථය පසු කිරීමට නොහැකි වන බව පෙන්වන්න.

සමාන්තර ඉවුරු සහිත $U\ ms^{-1}$ සතත වේගයෙන් බටහිර සිට නැගෙනහිරට ජලය ගලායන ගඟක පළල $x\ m$ වේ. නිසල ජලයේ $2V\ ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් පැද යා හැකි ඔරුවක් ගඟෙහි එක් ඉවුරක වූ A තොටුපලක සිට අනෙක් ඉවුරේ වූ B තොටුපල වෙත ළමයකු රැගෙන යයි. ජලය ගලායන දිශාවට ආනතව B තොටුපල පිහිටා ඇත්තේ $AB = 2x$ වන පරිදි වේ. B තොටුපලට බෝට්ටුව ළඟා වූ අවස්ථාවේ ඉවුරට ලම්බකව $\ell\ m$ දුරින් වූ C ලක්ෂයක වූ ලී කොටයක් දකින සැනින්ම ළමයා $\sqrt{3}\ U\ ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් ලී කොටය වෙත දිව යයි. එසැනින්ම ළමයා දකුණෙන් 30° බටහිර දිශාවට B ට ඉහළින් ඉවුරේ යාබද ජලය මත වන D ලක්ෂයක් වෙත තිරසට 60° ආනතව $U\ ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් ලී කොටය විසි කරයි. D ලක්ෂයට වැටුණු ලී කොටය B ලක්ෂය තෙක් ඉවුරට සමාන්තරව ගසා ගෙන එයි. B තොටුපලේදී ලී කොටය ඔරුවට දමා ගන්නා තොටියා එසැනින්ම නැවත A තොටුපල වෙත ජලයට සාපේක්ෂව $2V$ ප්‍රවේගයෙන් ඔරුව පැද යයි. ලී කොටය ගඟට දමූ වහාම එය ජලයේ ප්‍රවේගය ලබා ගනී යයි ද, නිසල කාලගුණයක් සහිත දිනයක් යයි ද උපකල්පනය කරමින් $2V > U$ නම් තොටියාගේ චලිතය සඳහා සාපේක්ෂ ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ එකම සටහනක නිර්මාණය කරන්න. A සිට B දක්වා ද B සිට A දක්වා ද තොටියාගේ පොළොවට සාපේක්ෂ ප්‍රවේග සොයන්න.

(i) ළමයාගේ චලිතය ආරම්භයේ සිට ලී කොටය B වෙත ළඟාවීම දක්වා චලිතයට ගතවන සම්පූර්ණ කාලය $\frac{2\sqrt{3}\,\ell}{U} + x\,\frac{\left(\sqrt{3}\,U - \sqrt{16V^2 - U^2}\right)}{U^2 - 4V^2}$ බව පෙන්වන්න.

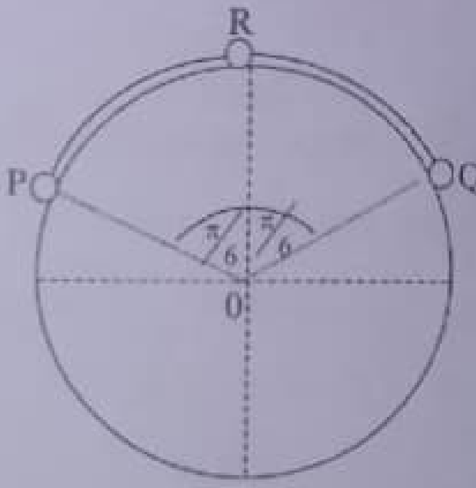
(ii) AD හා AB අතර ආනතිය 30° නම් ℓ හා x අතර සම්බන්ධතාව සොයන්න.

... සුමට කුඤ්ඤයකි.



ආරම්භයේදී සිරස් මුහුණත සමග D අංශුව යන්තමින් ස්පර්ශ වෙමින් පවතින අතර D ට සම්බන්ධ කල තන්තුව කුඤ්ඤයේ ඉහළම දාරයේ අචල සුමට කප්පියක් මතින් ගොස් අනෙක් කෙළවර ආනත මුහුණත මත චලිත වීමට අවකාශ ඇති සැහැල්ලු C කප්පියට සම්බන්ධ කර ඇත. සචල C කප්පිය වටා දැමූ තවත් සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක දෙකෙළවරට රූපයේ දක්වෙන ආකාරයට A හා B අංශු දෙකක්, ඈද ඇත. A, B හා D අංශුවල ස්කන්ධ පිළිවෙලින් 2m, m හා 2m වේ. පද්ධතිය සීරුවෙන් මුදා හැරිය පසු කුඤ්ඤයේ ත්වරණය සොයන්න.

(b) දෘඪව සවිකරන ලද කේන්ද්‍රය O හා අරය a වන සුමට ගෝලාකාර කබොලක පිටත පෘෂ්ඨය මත $\frac{1\pi a}{3}$ දිග වූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් යා කරන ලද ස්කන්ධය m බැගින් වූ P හා Q අංශු දෙකක් ගෝල්යේ කේන්ද්‍රය ඔස්සේ යන සිරස් රේඛාව වටා සමමිතික වන පරිදි තබා ඇත.



ගෝලයේ ඉහළම ලක්ෂයේදී තන්තුව ස්කන්ධය m වූ R පබළුවක් තුලින් වැටී ඇත්තේ R පබළුවට ගෝල පෘෂ්ඨය මත තන්තුව දිගේ ගමන් කිරීමට අවකාශය තිබෙන පරිදිය. R පබළුව ගෝලයේ ඉහළම ලක්ෂයේ තබා සීරුවෙන් Q ලක්ෂයය දෙසට මුද හැරේ. පබළුව ගෝල පෘෂ්ඨය ඔස්සේ චලිත වී නිසලතාවයේ ඇති Q අංශුව සමඟ ගැටී සංයුක්ත වේ.

R පබළුව Q සමඟ ගැටීමට මොහොතකට පෙර එහි ස්පර්ශීය ප්‍රවේගය හා අභිලම්භ ප්‍රතික්‍රියා

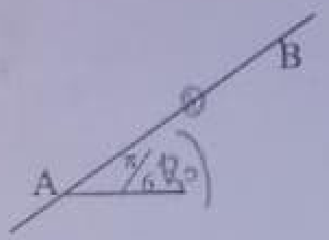
සොයන්න. අනතුරුව ඇතිවන චලිතයේ දී P අංශුව ආරම්භක පිහිටීමේ සිට $\alpha < \frac{\pi}{6}$ කෝණික

විස්ථාපනයක් ලබාගන්නා විට එහි ප්‍රවේගය $\frac{1}{3}\sqrt{ga\left[(2-\sqrt{3})+9\sqrt{3}\,(1-\cos\alpha)+3\sin\alpha\right]}$ බව පෙන්වන්න

13. AC හා CB යනු ස්වාභාවික දිග ℓ වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තු දෙකක් වන අතර ඒවායේ ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංක පිළිවෙළින් 2 mg හා 3 mg වේ.

C හිදී ස්කන්ධය 2 m වූ අංශුවකට දෙපසින් එම තන්තු දෙක ගැට ගසා AB = 4l වන සේ රූපයේ දක්වෙන

මගින් අංශුව B සිට E දක්වා ඒමට ගන්නා කාලය සොයන්න.
E සහ F අතර සිදුවන චලිත විස්තාරය සොයා අනුරූප වන චලිතය සැලකීමෙන් E සිට D දක්වා කාලය සොයන්න. B හා D අතර මුලු චලිතයේ කාලාවර්තය $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2l}{5g}}\left(\pi+2\sqrt{\frac{5}{2}}\cos^{-1}\frac{5}{7}-2\cos^{-1}\frac{5}{17}\right)$ බව පෙන්වන්න.



(a) OAB ත්‍රිකෝණයේ $\overline{OA}=\underline{a}$, $\overline{OB}=\underline{b}$ වන අතර $\frac{OF}{FA}=\frac{2}{3}$ සහ $\frac{OE}{EB}=\frac{1}{3}$ වන සේ F හා E ලක්ෂ්‍යය පිළිවෙලින් OA හා OB මත පිහිටයි.
AE හා BF රේඛා R හිදී ඡේදනය වෙයි.

$\frac{AR}{RE}$ සහ $\frac{BR}{RF}$ සොයන්න.

දික්කරන ලද OR මගින් AB පාදය D හිදී හමුවේ. $\frac{AD}{DB}$ සොයන්න.(b)

(b) දෘඩ වස්තුවක් මත වූ B, C හා D ලක්ෂ්‍ය තුනක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $\underline{b}=4\underline{i}+6\underline{j}$, $\underline{c}=3\underline{i}+3\underline{j}$, $d=-2\underline{i}+\underline{j}$ වේ. $5\sqrt{10}$ N විශාලත්වයෙන් යුත් P බලයක් $\overline{CB}$ ඔස්සේ ක්‍රියා කරයි. $4\sqrt{29}$ N විශාලත්වයෙන් යුත් Q බලයක් $\overline{CD}$ ඔස්සේ ක්‍රියා කරයි. R තුන්වෙනි බලයක් A ලක්ෂ්‍යයක් ඔස්සේ ක්‍රියා කරයි. P, Q බල $X\underline{i}+Y\underline{j}$ ආකාරයෙන් සොයන්න.

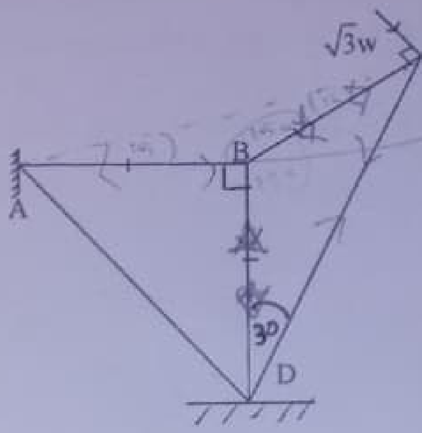
(i) බල පද්ධතිය යුග්මයකට ඌනනය වේ නම් R බලය $X\underline{i}+Y\underline{j}$ ආකාරයෙන් සොයන්න.

(ii) බල පද්ධතිය සමතුලිත වේ නම් R හි ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

(iii) බල පද්ධතිය $\underline{i}-2\underline{j}$ ලක්ෂ්‍යයේදී ක්‍රියා කරන $4\underline{i}+3\underline{j}$ තනි සම්ප්‍රයුක්ත බලයකට ඌනනය වේ නම්, R බලය $X\underline{i}+Y\underline{j}$ ආකාරයෙන් සොයන්න. R බලයේ ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණයද සම්ප්‍රයුක්ත බලයේ ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණයද සොයන්න.

15. (a) දිග 4a හා බර 2w වූ AB, AD දඬු 2ක් හා දිග 3a හා බර w බැගින් වූ BC, CD දඬු දෙකක් A, B, C, D ලක්ෂ්‍යවලදී සුමටව සන්ධිකර A වලින් නිදහසේ එල්ලා ඇත්තේ, $A\hat{B}C = A\hat{D}C = 90°$ වන සේ හා පිළිවෙලින් BC හා CD හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය වන P හා Q වලට සම්බන්ධ කරන ලද AP, AQ සැහැල්ලු දඬු 02 ක් මගිනි.

දඬු සිරස් තලයක සමතුලිතව ඇත්නම් C සන්ධියේ ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න. තවද AP හා AQ දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල සොයන්න.



(b) රූපයේ ඇත්තේ සැහැල්ලු දඬු 05 කින් සැදි රාමු සැකිල්ලකි. AB තිරස් වන අතර BD සිරස් වේ. මෙය A හිදී සුමටව අසවුකර D හිදී සුමට ආධාරකයක් මත තබා සිරස් තලයක සමතුලිතව තබා ඇත්තේ C හිදී BC දණ්ඩට ලම්බව යොදන $\sqrt{3}w$ බලයකිනි.

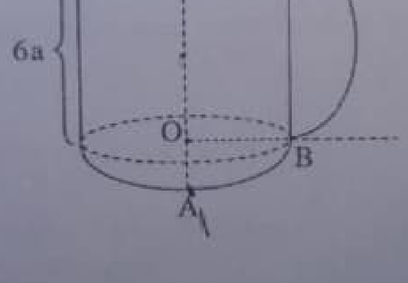
D හිදී ප්‍රතික්‍රියාව සොයා දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල සෙවීමට බෝ අංකනය භාවිතයෙන් ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් අඳින්න. එනයින් දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල සොයා ඒවා ආතතිද තෙරපුම්ද යන්න සඳහන් කරන්න.

16. අරය a වන අර්ධ වෘත්ත චාපයක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයේ පිහිටීම සොයන්න.

අරය 2a හා පෘෂ්ඨීක ඝනත්වය ρ වන අර්ධ ගෝලාකාර කබොලකින් එහි කේන්ද්‍රයේ සිට a දුරකින් ඔබ්බෙහි වූ කලාපයක් කපා ඉවත් කල විට ලැබෙන කොටසේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය සොයන්න.

එයට එම ද්‍රව්‍යයෙන්ම සෑදූ වෘත්තාකාර පතුලක් කුඩා විවෘත කොටසට සම්බන්ධ කළ විට සෑදෙන සංයුක්ත වස්තුව අරය 2a වූ සෘජු කුහර උස 6a වන සිලින්ඩරාකාර කොටසකට ඒවායේ සමාන වෘත්තාකාර දාර පැස්සීමෙන් හිස් භාජනයක් සාදනු ලැබේ. එහි ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයේ පිහිටීම A සිට $\frac{97a}{29}$ දුරකින් AD මත වන බව පෙන්වන්න.

දන් රූපයේ දක්වෙන පරිදි හිස් භාජනයේ ඉහළ හා පහළ සිලින්ඩර දාරවලට රේඛීය ඝනත්වය $ka\rho$ වූ අර්ධ වෘත්තාකාර අඬුවක් සවි කිරීමෙන් කෝප්පයක හැඩැති භාජනයක් සාදා ගනු ලැබේ. OD ඔස්සේ ඉහළ දිශාවේ Y අක්ෂය ද OB දිශාවේ X අක්ෂය ද ගෙන මෙම භාජනයේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය $(\bar{x}, \bar{y})$ ආකාරයෙන් සොයන්න. මෙහි $K \in \mathbb{R}$ නියතයකි.



17. (a) පෙට්ටියක කාඩ්පත් $n_1+n_2+n_3$ ප්‍රමාණයක් ඇති අතර එයින් කාඩ්පත් n_1 ප්‍රමාණයක අංක 1 ද, කාඩ්පත් n_2 ප්‍රමාණයක අංක 2 ද, කාඩ්පත් n_3 ප්‍රමාණයක අංක 3 ද සටහන් කර ඇත. භාජන 3 ක් අංක 1, 2, 3 ලෙස නම් කර ඇත. $j\,(j=1,2,3)$ වන භාජනයේ රතු බෝල γi ද, කහ බෝල bi ද ප්‍රමාණයක් ඇත. පෙට්ටියෙන් කාඩ්පතක් සසම්භාවී ලෙස ගෙන එම කාඩ්පත අංකය ඇති භාජනයෙන් බෝලයක් ඉවතට ගන්නා ලදී.

(i) ඉවතට ගන්නා ලද බෝලය රතු එකක් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(ii) ඉවතට ගන්නා ලද බෝලය රතු එකක් වී එය දෙවන භාජනයෙන් ගත් එකක් වීමේ

සම්භාවිතාව $\dfrac{n_2\gamma_2}{(\gamma_2+b_2)\sum_{i=1}^{3}\left(\dfrac{n_i\,\gamma_i}{\gamma_i+b_i}\right)}$ බව පෙන්වන්න.

(b) (i) සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක මධ්‍යනය $\overline{x}$ අර්ථ දක්වන්න. a උපකල්පිත මධ්‍යනය හා c ධන නියතයක් වූ $u=\dfrac{x-a}{c}$ කේතනය අනුසාරයෙන් $\overline{x}=a+c\,\overline{u}$ බව පෙන්වන්න. විචලතාවය σ^2 යන්න. $\sigma^2=\dfrac{\sum f(x_i-\overline{x})^2}{\sum f_i}$ අර්ථ දැක්වීමෙන් පටන් ගෙන ඉහත කේතනය යෙදීමෙන්

$\sigma^2=c^2\left[\dfrac{\sum f\,u_i^2}{\sum f_i}-\overline{u}^2\right]$ බව ද පෙන්වන්න.

(ii) පාසලක උසස් පෙළ ශිෂ්‍යයන් 50 ක කණ්ඩායමක් සඳහා සාමාන්‍ය දැනුම ප්‍රශ්නයකට ඔවුන් ලබාගත් ලකුණුවල ව්‍යාප්තියක් පහත වගුවේ දක්වේ.

ලකුණුවල පරාසය	ශිෂ්‍ය සංඛ්‍යාව
10 - 20	08
20 - 30	10
30 - 40	12
40 - 50	14
50 - 60	6

මෙම ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යනය සොයන්න. සම්මත අපගමනය $4\sqrt{10}$ බව පෙන්වන්න. වෙනත් පාසලක ශිෂ්‍යයන් 150 දෙනෙකු සඳහා එම ප්‍රශ්නය ලබා දෙන ලදී. ව්‍යාප්තියේ සම්මත අපගමනය $4\sqrt{5}$ වන අතර මධ්‍යනය පාසල් දෙකේ ම එකම වේ. පාසල් දෙකම සැලකූ විට සියුත් 200 දෙනා ලබාගත් ලකුණුවල සම්මත අපගමනය 10 වන බව පෙන්වන්න.