ආනන්ද විද්‍යාලය - කොළඹ 10

10 S I

දෙවන වාර පරීක්ෂණය - 2018 මාර්තු

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය 2019 අගෝස්තු

සංයුක්ත ගණිතය - I

Combine Maths - I

12 ශ්‍රේණිය

පැය 03 යි

Three hours

❀ උපදෙස් :

A කොටසේ ප්‍රශ්න සියල්ලටම සහ B කොටසේ ප්‍රශ්න 5කට පිළිතුරු සපයන්න.

A කොටස

01. q හි සියලු අගයන් සඳහා $x^2 + (p-q)x + (1-p-q) = 0$ වර්ගජ සමීකරණයේ මූලයන් තාත්වික ප්‍රභින්න වීම සඳහා p හි අගය පරාසය සොයන්න. මෙහි p හා q තාත්වික සංඛ්‍යා වේ.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

02. $f(x) = ax^3 + bx^2 - 3x + c$ ලෙස දී ඇත. $f(x)$ යන්න $(x^2 + x)$ වලින් බෙදූවිට ශේෂය $2(3-x)$ වේ. $(x-1)$ යන්න $f(x)$ හි සාධකයකි. a, b සහ c නියතවල අගයන් සොයන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

Scanned by CamScanner

03. $\lim_{b \to 0} \dfrac{(a+b)\sec(a+b) - a\sec a}{b} = \sec a\,(a\tan a + 1)$ බව පෙන්වන්න.

04. $\dfrac{5x^2 - 10x + 9}{(x^2 - 2x)^2 - 9}$ හි භින්න භාග සොයන්න.

Scanned by CamScanner

05. $\dfrac{x}{2x-1} < -3$ යන අසමානතාවය තෘප්ත කරන x හි අගය කුලකය සොයන්න.

06. $\sec 2x - \tan 2x = \tan\left(\dfrac{\pi}{4} - x\right)$ බව පෙන්වන්න. මෙහි $0 < x < \dfrac{\pi}{4}$ වේ.

07. P නම් අංශුවක් $t = 0$ දී 0 සිට සිරස්ව ඉහළට u ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේප කරයි. $t = \dfrac{u}{2g}$ විට තවත් Q නම් අංශුවක් සිරස්ව උඩු අතට 0 සිට විසිකරනු ලබන්නේ P අංශුව උපරිම උසට ළඟාවෙන මොහොතේදී අංශු දෙක ගැටෙන පරිදි වේ. ගැටුම දක්වා අංශු දෙකේ චලිතය සඳහා ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්තාර එකම අක්ෂ මත අඳින්න. Q අංශුවේ ආරම්භක ප්‍රවේගය සොයන්න.

08. පාදයක දිග a වූ ABCDEF සවිධි ෂඩස්‍රයක AB, BC, CD, DE, EF හා FA පාද ඔස්සේ පිළිවෙලින් p, $4p$, $2p$, $2p$, $3p$ හා $3p$ බල හයක් ක්‍රියා කරයි. පද්ධතිය යුග්මයකට ඌනනය වන බව පෙන්වා එහි විශාලත්වය සොයන්න.

09. ABC ත්‍රිකෝණයේ BC, CA, AB පාදවල දිග පිළිවෙලින් a, b, c ද නම් දෛශික තිත් ගුණිතය ඇසුරින් $2ab \cos c = a^2 + b^2 - c^2$ බව පෙන්වන්න.

10. සුමට නාදැත්තක් සුමට බිත්තියකට $\sqrt{3}\,a$ දුරින් ලක්ෂ්‍යයක සවිකර ඇත. දිග $\frac{16a}{3}$ වූ w බර AB ඒකාකාර දණ්ඩක් A කෙළවර බිත්තිය හා ස්පර්ශ වෙමින් නාදැත්ත මත නිශ්චලතාවේ සමතුලිතව තිබේ. දණ්ඩ තිරස සමග සාදන කෝණයද නාදැත්ත මත ප්‍රතික්‍රියාවද සොයන්න.

Scanned by CamScanner

දෙවන වාර පරීක්ෂණය - 2018 මාර්තු

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය 2019 අගෝස්තු

සංයුක්ත ගණිතය - I

Combine Maths - I

12 ශ්‍රේණිය

B කොටස

11. (a) $f(x) = x^2 + (3\lambda - 1)x + 2\lambda^2 - \lambda$ මගින් දෙනු ලැබේ.

(i) λ හි සියලු තාත්වික අගයන් සඳහා $f(x) = 0$ ට තාත්වික මූල පවතින බව පෙන්වන්න.

(ii) $\lambda = 1$ විට $y = f(x)$ හි දළ ප්‍රස්තාරය අඳින්න. එනයින් $f(x) = 0$ හි මූල දෙකම -2 ට වඩා අඩුවන λ හි අගය පරාසය සොයන්න.

(iii) $g(x) = f(2-x)$ නම් ද $g(x) = 0$ හි මූල α හා β නම් ද $\dfrac{\alpha^2}{\beta}$ හා $\dfrac{\beta^2}{\alpha}$ මූල ලෙස ඇති වර්ගජ සමීකරණය සොයන්න.

(b) $f(x)$ යනු හතරවන මාත්‍රයේ බහු පදයකි. $f(0) = -3$ වේ. $(2x-1)^2$ යන්න $f(x)$ හි සාධකයකි. (x^2+1) න් $f(x)$ බෙදූ විට ශේෂය $17x + 19$ වේ. $f(x)$ බහු පදය සොයන්න. එනයින් $f(x)$ හි සියලුම සාධක සොයන්න.

12. (a) $\dfrac{x^3+2}{(x-2)(x+1)^2}$ හි භින්න භාග සොයන්න.

(b) (i) $\log_{25} x^2 + (\log_5 x)^2 < 2$ අසමානතාවය තෘප්ත කරන x හි අගය පරාසය සොයන්න.

(ii) $\log_{2x+3}(3x+7) = 3 - \log_{3x+7}(2x+3)^2$ සමීකරණය විසඳන්න.

(c) (i) $x = \dfrac{1-y^2}{1+y^2}$ සමීකරණය මගින් දක්වෙන y, x හි ශ්‍රිතයන් වේ දැයි නිර්ණය කරන්න.

(ii) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ වන $f(x) = \dfrac{x}{2x+1}$ ශ්‍රිතයෙහි $f^{-1}(x)$ සොයන්න.

(iii) $f(x) = \dfrac{x^2-3x+2}{x^2+x-6}$ ලෙස දී ඇත. මෙම ශ්‍රිතයේ වසම හා පරාසය සොයන්න.

(iv) $f(x) = 5 - 3x^2$ හා $g(x) = \sqrt{x-2}$ වේ නම් $f \circ g$ සොයන්න.

Scanned by CamScanner

13. ත්‍රිකෝණයක ශීර්ෂවල ඛණ්ඩාංක ඇසුරෙන් ත්‍රිකෝණයක වර්ගඵලය සෙවීම සඳහා ප්‍රකාශනයක් ගොඩනගන්න. ABC ත්‍රිකෝණයක A හි ඛණ්ඩාංකය (-1,5) යැයි ගනිමු. B ශීර්ෂයේ ඛණ්ඩාංකය, (2, 3) හා (5 -3) ලක්ෂ්‍ය යා කරන රේඛාව අභ්‍යන්තරව 1:2 අනුපාතයෙන් බෙදෙන ලක්ෂ්‍යයි. ABC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය වර්ග ඒකක 16 කි. C ලක්ෂ්‍යයේ y ඛණ්ඩාංකය x ඛණ්ඩාංකයට වඩා 2 කින් වැඩි නම්, C හි ඛණ්ඩාංකය සොයන්න.

ABC ත්‍රිකෝණයේ,

(i) cos B හි අගය සොයන්න.

(ii) එය කුමන වර්ගයේ ත්‍රිකෝණයක්දැයි සඳහන් කරන්න.

(iii) එහි කේන්ද්‍රකයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

(iv) ABC ත්‍රිකෝණය අඩංගු තලයේ ADB සමපාද ත්‍රිකෝණයක් වන ලෙස D ලක්ෂ්‍ය පිහිටා ඇත. D හි ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

(v) තවද $2(PB)^2 + 3(PC)^2 = 5$ වන ලෙස P ලක්ෂ්‍යයේ පථය සොයන්න.

14. (a) $\tan^{-1}\left[\dfrac{\sqrt{1+x^2}+\sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1+x^2}-\sqrt{1-x^2}}\right] = \dfrac{\pi}{4}+\dfrac{1}{2}\cos^{-1}x^2$ බව පෙන්වන්න.

(b) ABC ත්‍රිකෝණයේ A කෝණය $\pi/3$ වේ. BC හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය D වේ. සම්මත ආකාරයෙන් $4(AD)^2 = b^2 + c^2 + bc$ බව පෙන්වන්න.

(c) $f(x) = 4[\sin^4 x + \cos^4 x]$ යැයි ගනිමු.

$f(x) = 3+\cos 4x$ බව සාධනය කරන්න. එනයින් හෝ වෙනත් ක්‍රමයකින් හෝ $|x| \leq \pi/2$ සඳහා $f(x) = 4(\sin^4 x + \cos^4 x)$ හි දළ ප්‍රස්තාරය අඳින්න.

15. A හා B නම් වූ දුම්රිය දෙකක් පිළිවෙලින් $5f\ ms^{-2}$ හා $2f\ ms^{-2}$ නියත ත්වරණ සහිතව සෘජු සමාන්තර මාර්ග දෙකක් ඔස්සේ එකම දිශාවට ගමන් කරන අතර දුම්රිය දෙක එකම වේලාවකදී පිළිවෙලින් $u\ ms^{-1}$ හා $2u\ ms^{-1}$ ප්‍රවේගවලින් P දුම්රිය පොළක් පසු කරයි. A දුම්රිය, P දුම්රිය පොළ පසුකර තත්පර t_1 කාලයක් දක්වා $5f\ ms^{-2}$ වූ ත්වරණය රඳවා තබා ගන්නා අතර ඉන්පසු t_1 කාලයේදී ලබාගත් නියත ප්‍රවේගයෙන්ම ධාවනය කරයි. තවද තත්පර t_1 කාලයේදී A හා B දුම්රිය දෙකම Q නම් දෙවන දුම්රිය පොළක් එකවර පසුකරයි. ඉන් අනතුරුව t_2 කාලයේදී නැවත වරක් දුම්රිය දෙක R නැමැති තෙවන දුම්රිය පොළත් එකවර පසු කරයි. P හා R දුම්රිය පොළ අතර A හා B දුම්රිය දෙකේ චලිත සඳහා ප්‍රවේග කාල වක්‍ර එකම සටහනක අඳින්න. එනයින්,

(i) $t_1 = \dfrac{2u}{3f}$ බව පෙන්වන්න.

(ii) t_1 කාලයේදී A හා B දුම්රියවල ප්‍රවේග u ඇසුරින් සොයන්න.

(iii) තත්පර t_2 කාලයේදී B හි වේගය u ඇසුරින් සොයන්න.

(iv) $t_2 = \dfrac{5u}{3f}$ බව පෙන්වන්න.

(v) P හා R දුම්රිය පොළ 2 අතර දුර u හා f ඇසුරින් සොයන්න.

Scanned by CamScanner

16. (a) $\overrightarrow{OA} = \underline{a}$ හා $\overrightarrow{OB} = \underline{b}$ මගින් නිශ්ශුන්‍ය සමාන්තර නොවන දෛශික 2ක් නිරූපණය කරයි.

$\overrightarrow{OP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OB}$ හා $\overrightarrow{PQ} = 2\overrightarrow{QA}$ වන පරිදි P හා Q ලක්ෂ්‍ය පිහිටා ඇත්නම් O අනුබද්ධයෙන්

$\overrightarrow{OQ}$ සොයන්න. දික්කල BQ රේඛාව OA රේඛාව R හිදී හමුවේ. $\overrightarrow{BQ}$ සොයා BQ : QR = 1 : k යැයි

ගැනීමෙන් $\overrightarrow{QR}$ දෛශිකය k. ඇසුරෙන් සොයන්න.

$\overrightarrow{OR} = \lambda\,\underline{a}$ යැයි ගැනීමෙන් λ ඇසුරෙන් $\overrightarrow{QR}$ ලබාගන්න.

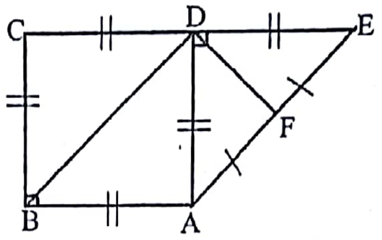
λ හා K හි අගයන් සොයා $\overrightarrow{BR}$ ලබාගන්න.

තවද,

$BR \perp AP$ නම්,

$10\,|a|\,|b| < 5\,(|a| + |b|)^2 + 3\,|b|^2 < 24\,|a|\,|b|$ විය යුතු බව පෙන්වන්න.

(b) දෘඪ වස්තුවක් මත ක්‍රියාකරන බල පද්ධතියක නිව්ටන් $P, P, 6, 4, 7\sqrt{2}$, Q හා R බල පිළිවෙලින් දී ඇති රූපයේ AB, BC, DC, DA, EA, FD හා BD පාද ඔස්සේ අකුරු අනුපිළිවෙලින් දක්වෙන දිශා ඔස්සේ ක්‍රියා කරයි. මෙහි P>0 වේ.



AB = මීටර a වේ.

(i) මෙම බල පද්ධතිය සමතුලිත නොවන බව පෙන්වන්න.

(ii) බල පද්ධතිය යුග්මයකට තුල්‍ය වේ නම් P, Q හා R මගින්,

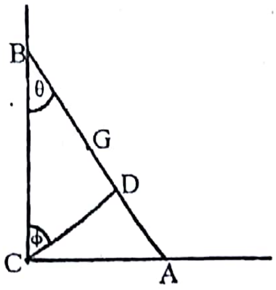
$\sqrt{2}P + Q + R = 11\sqrt{2}$ හා $\sqrt{2}P + Q - R = -13\sqrt{2}$ යන සමීකරණ දෙකම තෘප්ත කළ යුතු බව පෙන්වා එම යුග්මයේ විශාලත්වය 17a වන විට P, Q, R හි විශාලත්ව සොයන්න.

(iii) බල පද්ධතිය $\overrightarrow{AE}$ ඔස්සේ ක්‍රියාකරන තනි සම්ප්‍රයුක්ත බලයකට ඌනනය වේ නම්

$R = \frac{3(1-2p)}{\sqrt{2}}$ බව පෙන්වන්න.

17. බර w හා දිග a වන ඒකාකාර නොවන AB දණ්ඩක් ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය වන G මගින් AG:GB = x:y අනුපාතයට බෙදෙයි. දණ්ඩේ එක් කෙළවරක් සුමට CA තිරස් බිමක් මත ද, අනෙක් කෙළවර සුමට සිරස් CB බිත්තියකට ද හේත්තු වෙමින් සිරස් තලයක රූපයේ පරිදි සමතුලිතතාවයේ පවතිනුයේ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් C ලක්ෂ්‍යයට සහ දණ්ඩ මත G ලක්ෂ්‍යයට පහලින් වූ D ලක්ෂ්‍යයට සම්බන්ධ කිරීමෙනි. B ලක්ෂ්‍යයේ සහ A ලක්ෂ්‍යයේ ප්‍රතික්‍රියා පිළිවෙලින් S හා R නම් ඒ සඳහා දී ඇති අංකන වලින් ප්‍රකාශන

ලබාගෙන, තන්තුවේ ආතතිය $\frac{wx\sin\theta}{(x+y)\sin(\phi-\theta)}$ බව පෙන්වන්න.



මෙහි θ හා φ යනු පිළිවෙලින් දණ්ඩේ සහ තන්තුවේ සිරසට ආනති වේ.

AB දණ්ඩේ පිහිටීම නොවෙනස් වන සේ CD තන්තුව ඉවත් කර A හිදී තිරස් බලයක් යොදා දණ්ඩ මුල් පිහිටීමේම සමතුලිතතාවයේ තබා ඇත. එම අවස්ථාව සඳහා බල රූපයක් ඇඳ බිත්තිය මගින් දණ්ඩ මත යෙදෙන ප්‍රතික්‍රියාව S_0 නම්,

$\frac{S}{S_0} = \frac{\cos\theta.\sin\phi}{\sin(\phi-\theta)}$ බව පෙන්වන්න.

දණ්ඩ ඒකාකාර බව උපකල්පනය කර A හිදී දණ්ඩ මත ඇතිවන සම්ප්‍රයුක්ත ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය

$\frac{w}{2}\sqrt{\tan^2\theta + 4}$ බව පෙන්වන්න.

Scanned by CamScanner