සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි.

ආනන්ද විද්‍යාලය - කොළඹ 10
Ananda College, Colombo 10

අවසාන වාර පරීක්ෂණය - 2016 ජූනි

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2016 අගෝස්තු

සංයුක්ත ගණිතය I
Combined Mathematics I

13 ශ්‍රේණිය

පැය තුනයි
Three hours

A කොටසේ ප්‍රශ්න සියල්ලටම ද, B කොටසින් ප්‍රශ්න පහකට ද පිළිතුරු සපයන්න

A කොටස

1. $f(x)$ යනු x හි බහුපදයක් වන අතර $f(1) = a$ ද $f(-1) = b$ ද $f(0) = c$ ද වේ. $f(x)$ යන්න $x^2 - 1$ න් බෙදූ විට ශේෂය $\frac{1}{2}\left[(a-b)x + (a+b)\right]$ බව පෙන්වන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

සිසු දිරිය

2. $1 + r + r^2 + \ldots\ldots$ යන ශ්‍රේණියේ පද n සංඛ්‍යාවක ඓක්‍යය S_n නම්, $S_1 + S_2 + S_3 + \ldots\ldots + S_{n-1} = \frac{n - S_n}{1 - r}$ බව පෙන්වන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

alsciencepapers .blogspot.com

Scanned by CamScanner

3. $\dfrac{(1+i)^3}{(1-i)^3} - \dfrac{(1-i)^3}{(1+i)^3}$ යන්න $a + ib$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කර, එහි මාපාංකය හා විස්තාරය සොයන්න.

alsciencepapers .blogspot.com

4. $\left(2x + \dfrac{3}{x}\right)^{14}$ ප්‍රසාරණයේ අනුයාත පද දෙකක සංගුණක සමාන වන පද දෙක සොයන්න.

Scanned by CamScanner

5. $\frac{2x}{x-1} + \frac{x-5}{x-2} > 3$ අසමිකරණය තෘප්ත කරන x , කුලකයක් ලෙසින් දක්වන්න.

alsciencepapers .blogspot.com

සිසු දිරිය

6. y යනු x හි අවකල්‍ය ශ්‍රිතයක් ද, $x = \sin\theta$ ද නම්, $\frac{dy}{d\theta}$ හා $\frac{d^2y}{d\theta^2}$ ඇසුරෙන් $\frac{d^2y}{dx^2}$ ප්‍රකාශ කරන්න.

Scanned by CamScanner

7. $\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^b f(a+b-x)\,dx$ බව පෙන්වා එනයින්, $\int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{\sin x}{\sin x + \cos x}\,dx = \pi/12$ බව පෙන්වන්න.

alsciencepapers .blogspot.com

8. රොම්බසයක විකර්ණයක් $2x+y-1=0$ වන අතර එක් පාදයක් $y-x-4=0$ වේ. $(2,-3)$ ලක්ෂ්‍යය එක් ශීර්ෂයක් වන්නේ නම්, අනෙක් ශීර්ෂවල ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

Scanned by CamScanner

9. වෘත්තයක කේන්ද්‍රය $x = 2y$ රේඛාව මත පිහිටන අතර එම වෘත්තය $(-1, 2)$ හා $(3, -2)$ ලක්ෂ්‍ය හරහා යයි නම්, වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.

alsciencepapers .blogspot.com

සිසු දිරිය

10. $\tan^{-1}\left(\frac{x-1}{x-2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{x+1}{x+2}\right) = \frac{\pi}{4}$ සමීකරණය x සඳහා විසඳන්න.

Scanned by CamScanner

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි.

ආනන්ද විද්‍යාලය - කොළඹ 10

අවසාන වාර පරීක්ෂණය - 2016 ජුනි

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2016 අගෝස්තු

සංයුක්ත ගණිතය I
Combined Mathematics I

13 ශ්‍රේණිය

❖ ප්‍රශ්න 5 කට පිළිතුරු සපයන්න.

B කොටස

11. (a) (i) $x^2 - bx + c = 0$ සමීකරණයට තාත්වික මූල තිබේ නම්ද, එම එක් එක් මූල 1 ට වඩා විශාල වන්නේ නම් $c+1 > b > 2$ බව පෙන්වන්න.

(ii) a, b, c, d, p යනු එකිනෙකට අසමාන තාත්වික සංඛ්‍යා වේ. $(a^2+b^2+c^2)p^2 - 2(ab+bc+cd)p + b^2+c^2+d^2 = 0$ බව දී ඇත. a, b, c, d ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක පිහිටන බව පෙන්වන්න.

(iii) $y = \frac{x}{x^2+2ax+b}$, x තාත්ත්වික විට, $b<0$ නම් y ට ඕනෑම අගයක් ගතහැකි බව පෙන්වන්න.

(b) $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \dots + a_{n-1}x + a_n$, $a_0 \neq 0$ බහුපද ශ්‍රිතය $x^2 - a^2$ න් බෙදූවිට ශේෂය R නම් $R = \frac{1}{2}\left\{\left[\frac{f(a)-f(-a)}{a}\right]x + f(a) + f(-a)\right\}$ බව පෙන්වන්න.

$n = 4,\ a_0 = 4,\ a_1 = 4,\ a_2 = -9,\ a_3 = -1,\ a_4 = 2$ නම් $a = \frac{1}{2}$ විට R සොයන්න. එනයින් ප්‍රකාශනයේ සාධක සොයන්න.

(c) $\frac{5(x^2+2x)+13}{(x^2+2x)^2+(4x^2+8x-5)}$ යන්න භින්න භාග ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.

12. (a) $r\%$ ක වාර්ෂික පොලී අනුපාතය යටතේ රු. A ප්‍රමාණයක් බැංකුවකින් ණයට ගන්නා පුද්ගලයෙක් වසර n කදී මුදල හා පොලිය ගෙවා නිම කිරීමට සැළසුම් කරයි. පළමු, දෙවන හා තෙවන වසර අගදී ගෙවීමට ඉතිරි මුදල සඳහා ප්‍රකාශන ලබාගන්න. ඒනයින් හෝ අන් ක්‍රමයකින්

$$B = A\,\frac{(R-1)R^n}{(R^n-1)}$$ බව පෙන්වන්න.

alsciencepapers .blogspot.com

මෙහි B යනු වසර n අවසානයේදී ගෙවීමට ඉතිරි වන මුදල වන අතර හා $R = \frac{100+r}{100}$ වේ.

$A = 600000/-$, $n = 15$, $r = 12$ වන විට B ලබාගන්න. එමගින් මසකදී ගෙවිය යුතු වාරිකය ගණනය කරන්න.

(b) ශීර්ෂ $(0,0)$, $(0,21)$ හා $(21,0)$ වූ ත්‍රිකෝණය තුළ පිහිටි නිඛිලමය ලක්ෂ්‍ය ගණන කොපමණ ද? (නිඛිලමය ලක්ෂ්‍යය යනු ඛණ්ඩාංක දෙකම නිඛිල වූ ලක්ෂ්‍යයයි)

Scanned by CamScanner

13. (I) (a) $A = \begin{pmatrix} x & 0 \\ 2 & y \end{pmatrix}$ ලෙස දී ඇත.

$A^2 - 3A + 2J = 0$ වන ලෙස ඇති න්‍යාස දෙක සොයන්න.

(b) $P = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ හා $Q = \begin{pmatrix} 1/3 & -1/6 \\ 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

PQ හා QP න්‍යාස සොයන්න.

$(PQ)^{-1} = Q^{-1}\, P^{-1}$ බව සත්‍යාපනය කරන්න.

(II) (a) $z_1 = x_1 + i\,y_1$ හා $z_2 = x_2 + i\,y_2$ නම් $|z_1 z_2| = |z_1|\,|z_2|$ හා $\left|\dfrac{z_1}{z_2}\right| = \dfrac{|z_1|}{|z_2|}$ බව පෙන්වන්න.

(b) $u + iv = (z-1)(\cos\alpha + i\sin\alpha) + (\cos\alpha + i\sin\alpha)(z-1)^{-1}$ ලෙස දී ඇති සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවේ u හා v තාත්වික හා අතාත්වික අගයන් සොයන්න. මෙහි $z = x + iy$ හා α තාත්වික අගයකි.
$v = 0$ විට z හි පථය අරය ඒකකයක් වන කේන්ද්‍රය $(1, 0)$ ලක්ෂ්‍යයේ වන වෘත්තයක් හා එම වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය හරහා යන සරල රේඛාවක් බව පෙන්වන්න.

14. (a) $x \in [-1, 1]$ සහ $y \in [0, \pi]$ සඳහා x විෂයයෙන් $\cos^{-1} x$ හි ව්‍යුත්පන්නය සොයන්න.

$x = \cos\theta$ යයි ගැනීමෙන් හා x විෂයයෙන් $\cos^{-1} x$ හි ව්‍යුත්පන්නය උපයෝගී කර ගනිමින් x විෂයයෙන් $\cos^{-1}(4x^3 - 3x)$ සහ $\tan^{-1}\left\{\dfrac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}\right\}$ හි ව්‍යුත්පන්නය සොයන්න.

$\tan^{-1}\dfrac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}$ විෂයයෙන් $\cos^{-1}(4x^3 - 3x)$ හි ව්‍යුත්පන්නය අපෝහනය කරන්න.

(b) $f(x) = \dfrac{x^4}{4} + \dfrac{x^3}{3} - 3x^2 + 10$ යන්නෙහි හැරුම් ලක්ෂ්‍යයන් ලබා ගනිමින් $y = f(x)$ වක්‍රයේ දළ ප්‍රස්තාරයක් ඇඳ දක්වන්න.
එමගින්,

$3x^4 + 4x^3 - 36x^2 + 120 - 12k = 0$ සමීකරණයට

(i) තාත්වික මූල නොතිබීමට,
(ii) එක් තාත්වික මූලයක් තිබීමට,
(iii) තාත්වික මූල දෙකක් තිබීමට,
(iv) තාත්වික මූල තුනක් තිබීමට,
(v) තාත්වික මූල හතරක් තිබීමට,

k හි අගය හෝ අගය පරාස සොයන්න.

15. (a) සුදුසු ආදේශයක් යෙදීමෙන් අනුකලනය කරන්න. $\displaystyle\int \frac{a^x}{\sqrt{1 - a^{2x}}}\,dx$

(b) කොටස් වශයෙන් අනුකලනය කරන්න. $\displaystyle\int \frac{xe^x}{\sqrt{(1+x)^2}}\,dx$

(c) $\displaystyle\int_2^3 \frac{6x^2 + 9x + 21}{x^3 + 3x^2 + 9x - 13}\,dx$ අගයන්න.

Scanned by CamScanner

16. (a) මූල ලක්ෂ්‍යය හා (α, β) ලක්ෂ්‍ය දෙක $ax + by + c = 0$ රේඛාවේ එකම පැත්තේ හෝ දෙපැත්තේ පිහිටීම සඳහා අවශ්‍යතාව $c(a\alpha + b\beta + c) \gtrless 0$ බව පෙන්වන්න.

ABC ත්‍රිකෝණයේ AB පාදය $x - 2y + 5 = 0$ වේ. BAC කෝණයේ සමච්ඡේදකයේ සමීකරණය $x - y = 0$ වේ. AC පාදයේ සමීකරණය සොයන්න. ABC ත්‍රිකෝණයේ අන්තර්වෘත්ත කේන්ද්‍රය මූල ලක්ෂ්‍යය වනවිට හා BC පාදය $11x - 2y = 0$ ට සමාන්තර නම්, BC සොයන්න.

(b) $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ හා $x^2 + y^2 = r^2$ වෘත්ත ස්පර්ශ කරයි නම් $4r^2(g^2 + f^2) = (c + r^2)^2$ බව පෙන්වන්න.

S විචල්‍ය වෘත්තය $x^2 + y^2 = 4$ වෘත්තය ස්පර්ශ කරන අතර $x^2 + y^2 + 8x - 4y + 12 = 0$ වෘත්තයේ පරිධිය සමච්ඡේදනය කරයි. විචල්‍ය S වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය $3x^2 - 4xy + 24x - 12y + 36 = 0$ පථය මත පිහිටන බව ඔප්පු කරන්න.

17. (a) $\cos^2\alpha + \cos^2(\alpha + \beta) - 2\cos\alpha . \cos\beta . \cos(\alpha + \beta) = \sin^2\beta$ බව පෙන්වන්න.

(b) $f(x) = \cos x . \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ නම්,

$f(x)$ යන්න $a\sin(bx + \alpha) + c$ ආකාරයට ප්‍රකාශ කරන්න.

මෙහි a, b, c හා $\alpha \left(0 < \alpha < \frac{\pi}{2}\right)$ නිර්ණය කළයුතු නියත වේ.

$g(x) = 4f(x) - \sqrt{2}$ ලෙස ගනිමු.

$-\frac{\pi}{8} \le x \le \frac{7\pi}{8}$ සඳහා $y = g(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

(c) සුපුරුදු අංකනයෙන් ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සයින් නියමය ප්‍රකාශ කරන්න.
ABC ත්‍රිකෝණයක, A ඔස්සේ යන මධ්‍යස්ථයේ දිග m වන අතර එය, AB හා AC සමග පිළිවෙලින් θ හා ϕ කෝණ සාදයි.

$2m(\sin\theta - \sin\phi) = a(\sin B - \sin C)$ බව පෙන්වා

එමගින් $2m\sin\frac{(\theta - \phi)}{2} = (b - c)\sin\frac{A}{2}$ බව සාධනය කරන්න.

□□□

Scanned by CamScanner

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි.

අවසාන වාර පරීක්ෂණය - 2016 ජුනි
අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2016 අගෝස්තු

සංයුක්ත ගණිතය II
Combined Mathematics II
13 ශ්‍රේණිය

පැය තුනයි
Three hours

◈ A කොටසෙහි ප්‍රශ්න සියල්ල සහ B කොටසින් ප්‍රශ්න 5 කට පිළිතුරු සපයන්න.

A කොටස

1. P නම් අංශුවක් O ලක්ෂ්‍යයේදී ගුරුත්වය යටතේ U ප්‍රවේගයෙන් සිරස් ලෙස ඉහළට ප්‍රක්ෂේප කෙරේ. $\frac{U}{2g}$ කාලයකට පසු Q නම් තවත් අංශුවක් O ලක්ෂ්‍යයේදී ගුරුත්වය යටතේ V (> U) ප්‍රවේගයෙන් සිරස් ලෙස ඉහළට ප්‍රක්ෂේප කෙරේ. A යනු P අංශුව ළඟාවන ඉහළම ලක්ෂ්‍යය යැයිද P හා Q අංශු A හි දී හමුවෙයි නම්

(i) $OA = \frac{U^2}{2g}$ බවත් (ii) $V = \frac{5U}{4}$ බවත් පෙන්වන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

alsciencepapers .blogspot.com
සිසු දිරිය

2. දකුණු දිශාවට සෘජු මාර්ගයක් දිගේ $U \text{ km h}^{-1}$ වේගයෙන් දුවන පිරිමි ළමයෙකුට සුළඟක් නැගෙනහිර දිශාවට හමා යනු දැනේ. උතුරු දිශාවට සෘජු මාර්ගයක් දිගේ එම වේගයෙන්ම ඔහු දුවන විට ඔහුට සුළඟ ගිණිකොණ දිශාවට හමා යනු දැනේ. සුළඟේ චලිත සඳහා සාපේක්ෂ ප්‍රවේගවල ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ එකම රූපසටහනක අඳින්න. ඒ නයින් සුළඟේ සත්‍ය වේගය හා දිශාව සොයන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

Scanned by CamScanner

3. තිරසට α කෝණයකින් ආනත සුමට තලයක් මුදුනෙහි වූ අචල සුමට කප්පියක් මතින් යන, එක් කෙළවරක 3m ස්කන්ධයක් නිදහසේ එල්ලෙමින් පවතින ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවක් මගින් ස්කන්ධය 2m වන අංශුවක්, තලයේ වැඩිතම බෑවුම් රේඛාව දිගේ ඉහළට අදිනු ලැබෙයි. පද්ධතිය නිශ්චලතාවෙන් මුදා හැරේ නම්, අංශුවල ත්වරණ සහ තන්තුවෙහි ආතතිය සොයන්න.

alsciencepapers .blogspot.com

4. n ට 1 ක් වන ආනතියක් සහිත සුමට මාර්ගයක් ඔස්සේ ස්කන්ධය M වන දුම්රියක් ඉහළට ගමන් කරයි. දුම්රියේ ප්‍රවේගය V වනවිට ත්වරණය f වෙයි. දුම්රියේ චලිතයට එරෙහි ප්‍රතිරෝධය නොගිණිය හැකි යැයි උපකල්පනය කරමින්, එන්ජිමෙහි සඵල ජවය $\frac{MV}{n}(g+nf)$ බව සාධනය කරන්න.

Scanned by CamScanner

7. $\underline{a}$, $\underline{b}$ හා $(\ell\underline{a} - 2\underline{b})$ වන පිහිටුම් දෛශිකයන් තුන මගින් නිරූපණය වන ලක්ෂ්‍යයන් එකම රේඛාවක පිහිටයි නම් ℓ හි අගය සොයන්න.

alsciencepapers .blogspot.com

8. විශාලත්වය 2P, 3P සහ 4P වන බල තුනක් පිළිවෙලින් පැත්තක දිග a වන ABC සමපාද ත්‍රිකෝණයක AB, BC සහ CA පාද දිගේ ක්‍රියා කරයි. සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය සහ දිශාව සොයන්න. සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාව AC හමුවන ලක්ෂ්‍යයට A සිට ඇති දුරද සොයන්න.

5. සුමට තිරස් තලයක් මත වූ ස්කන්ධය m වන P අංශුවක් ස්වාභාවික දිග ℓ සහ ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය 2 mg වන සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යස්ථ දුන්නක එක් කෙළවරකට සම්බන්ධ කර ඇති අතර දුන්නෙහි අනෙක් කෙළවර තලය මත අචල O ලක්ෂ්‍යයකට සම්බන්ධ කර ඇත. ආරම්භයේදී දුන්න නොඇදී පවතින අතර, OP දිශාව දිගේ ℓ ට වඩා අඩු විස්ථාපනයක් අංශුවට දී එය මුදාහරිනු ලැබේ. t කාලයකදී, අංශුවේ x විස්ථාපනය, $\ddot{x} + \frac{2g}{\ell}x = 0$ සමීකරණය සපුරාලන බව සාධනය කරන්න. අංශුවේ වැඩිතම ප්‍රවේගය $\sqrt{\frac{g\ell}{2}}$ නම් චලිතයේ විස්තාරය සොයන්න.

....

....

....

....

....

alsciencepapers .blogspot.com

....

....

....

....

....

....

....

6. දිග මීටර 2 ක් වන ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවක එක් කෙළවරක් සීලිමක අචල ලක්ෂ්‍යයකට සම්බන්ධ කර ඇති අතර අනෙක් කෙළවර ස්කන්ධය 2 kg වන අංශුවක් දරයි. අංශුව සිරස් තලයක දෝලනය වෙයි. යටි අත් සිරසේ සිට තන්තුවෙහි කෝණික විස්ථාපනය $\pi/3$ වනවිට අංශුවේ ප්‍රවේගය $3\ ms^{-1}$ නම්, එම මොහොතෙහිදී තන්තුවේ ආතතිය සොයන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

Scanned by CamScanner

9. $P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.8$, $P(B/A) = 0.6$ නම් $P(A/B)$ සහ $P(A \cup B)$ සොයන්න.

alsciencepapers .blogspot.com

සිසු දිරිය

10. 2, 3, 2x සහ 11 යන සංඛ්‍යාවල සම්මත අපගමනය 3.5 ක් වේ. x සඳහා ගතහැකි අගයයන් සොයන්න.

Scanned by CamScanner

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි.

ආනන්ද විද්‍යාලය - කොළඹ 10

දෙවැනි වාර පරීක්ෂණය - 2016 ජුනි

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2016 අගෝස්තු

සංයුක්ත ගණිතය - II
Combined Mathematics - II

13 ශ්‍රේණිය

B කොටස

11. (a) නිශ්චලතාවයෙන් ගමන් අරඹන රොකට්ටුවක් පළමු තත්. 10 තුළ $20\,ms^{-2}$ ත්වරණයකින්ද, ඊළඟ තත්. 20 තුළදී $10\,ms^{-2}$ ක ත්වරණයකින් ද ගමන් කර එහි එන්ජිම ක්‍රියා විරහිත වූ බැවින් ඉන්පසු නිදැල්ලේ චලනය වේ. රොකට්ටුවේ චලිතය සඳහා ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාරයක් ඇඳ එමගින් රොකට්ටුව බිමට පතිත වන වේගය සොයන්න.

(b) X සහ Y වූ කලී $4V\,ms^{-1}$ ප්‍රවේගයකින් ගලා බසින සමාන්තර ඉවුරු වූ පළල am ගඟක ප්‍රතිවිරුද්ධ ලක්ෂ්‍ය 2 කි. නිශ්චල ජලයේ $3V\,ms^{-1}$ ප්‍රවේගයකින් පිහිනිය හැකි ළමයෙක් ගඟේ ඉහළට ඉවුර සමග θ කෝණයකින් X ලක්ෂ්‍යයේ සිට පිහිනයි. ඉවුරට සාපේක්ෂව ළමයාගේ ප්‍රවේගය $V\sqrt{25-24\cos\theta}$ බවත් ගඟේ යටි දිශාව සමග ගමන් දිශාව සාදන කෝණය α නම් $\tan\alpha = \dfrac{3\sin\theta}{4-3\cos\theta}$ බවත් පෙන්වන්න. එවිට ගඟ පහළට ගමන් කර ඇති දුර $\dfrac{a(4-3\cos\theta)}{3\sin\theta}$ බවත් පෙන්වන්න. අනික් ඉවුරේ වූ Z නම් ලක්ෂ්‍යයේ සිට ඉවුර දිගේ $2V\,ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් Y දක්වා දිව යයි. ළමයාට X සිට Y දක්වා යාමට ගතවන මුළු කාලය $T = \dfrac{a}{6V}(6\operatorname{cosec}\theta - 3\cot\theta)$ බව පෙන්වන්න. $\theta = 60$ නම් අඩුතම කාලයකදී ළමයාට Y ලක්ෂ්‍යයට පැමිණිය හැකි බව පෙන්වන්න.

12. ස්කන්ධය λm සහ දාරයක දිග $2a$ වූ ඒකාකාර ඝනක කොටයක් සුමට තිරස් මේසයක් මත තබා ඇත. ඝනකය තුළින් තුනී ඍජු සිදුරක් හාරා ඇත්තේ සමාන්තර සිරස් මුහුණත් දෙකක් හරි මැදින් වූ සිරස් තලයේ ය . එම සිදුරු ඝනකයේ එක් උඩත් දාරයක මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය වූ A හරහාද ප්‍රතිවිරුද්ධ මුහුණතේ පහළ දාරයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය වූ B හරහාද යන අතර, සිදුරේ තිරසට ආනතිය $\alpha(< 45^\circ)$ වේ. ස්කන්ධය m වූ සුමට P අංශුවක් A හිදී සිදුරේ තබා පද්ධතිය සමතුලිතතාවයෙන් මුදාහරිනු ලැබේ. රේඛීය ගම්‍යතා සහ ශක්ති සංස්ථිති නියම පද්ධතිය සඳහා යෙදීමෙන් $AP = x$ වනවිට කොටයට සාපේක්ෂව P අංශුවේ ප්‍රවේගය $\dot{x}$ දෙනු ලබන්නේ $\dot{x}^2 = \dfrac{2(\lambda+1)\,gx\sin\alpha}{\lambda+\sin^s\alpha}$ මගින් බව පෙන්වන්න.

එනයින්, කොටයට සාපේක්ෂව P අංශුවේ ත්වරණය සොයන්න. P අංශුව සිදුරේ අනෙක් කෙළවරින් නිකුත් වන්නේ $2\sqrt{\dfrac{a(\lambda+\sin^2\alpha)}{g(\lambda+1)\sin\alpha\cdot\cos\alpha}}$ කාලයකට පසුව බවත් මෙම කාලයේ අවම අගය $2\cdot\sqrt{\dfrac{a}{g}}\cdot 2\sqrt{\dfrac{\lambda}{\lambda+1}}$ බවද පෙන්වන්න.

මෙම අවම කාලයේදී කොටය ලබාගන්නා චාලක ශක්තියද සොයන්න.

Scanned by CamScanner

13. (a) දිග ℓ වන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් A හා B වලදී ගැට ගසා ඇත්තේ B ට ඉහළින් A වන පරිදි එකම සිරස් තලයේය.
C හි ඇති පබළුව AB වටා ඒකාකාර ω කෝණික ප්‍රවේගයකින් වෘත්තාකාර චලිතයක යෙදේ. තන්තුව සිරස් නොවන විට, $\cos A - \cos B = \dfrac{g\ell}{ab\omega^2}$ බව පෙන්වන්න.
මෙහි $CA = b$, $BC = a$, $B\hat{A}C = A$, $A\hat{B}C = B$ වේ. එනයින් BC තිරස් විට කෝණික ප්‍රවේගය සොයන්න.

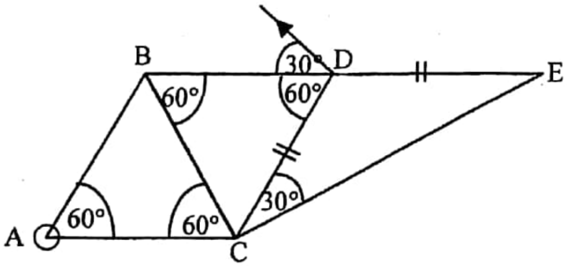
(b) ස්වාභාවික දිග ℓ වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථතා තන්තුවක් මගින් O දෘඪ ලක්ෂ්‍යයක එල්ලා ඇති ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් O ලක්ෂ්‍යයේදී නිශ්චලතාවේ තබා නිදහසේ පහළට වැටීමට ඉඩ හැරිය විට අංශුවේ චලිතයෙන් කොටසක් සරල අනුවර්තී බව පෙන්වන්න.
O සිට අංශුව ගමන් කරන උපරිම දුර $\ell \cot^2 \theta/2 \; (\theta < \pi/2)$ නම් ද තන්තුවේ ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය $\dfrac{1}{2} mg \tan^2\theta$ නම් ද අංශුව චලනය වනවිට තන්තුව ඇදී පවතින කාලය $\sqrt{\dfrac{8\ell}{g}}\,\{(\pi - \theta)\cot\theta\}$ බව පෙන්වන්න.

14. (a) ABCD රොම්බසයේ AB, BC, CD හා DA පාද ඔස්සේ P, P, Q හා Q බල හතරක් ක්‍රියා කරයි. එහි කේන්ද්‍රය වන O වටා බල පද්ධතියේ ඝූර්ණයෙහි වීජ ඓක්‍යය $\dfrac{2.OA\cdot OB(P+Q)}{\sqrt{(OA)^2+(OB)^2}}$ බව පෙන්වන්න.
O සිට $\dfrac{1}{2}\dfrac{(P+Q)}{(P-Q)}\cdot BD$ දුරකින් ක්‍රියාකරන බවද පෙන්වන්න.

(b) A හා B ලක්ෂ්‍යවල t කාලයේදී පිහිටුම් දෛශික $\underline{\gamma_A} = (1+t^2)\,\underline{i}+\underline{j}$
$\underline{\gamma_B} = 3\underline{i} - t^2\underline{j}$ වේ.
අංශු දෙකම $t = 0$ විට චලිත වී ඇත්නම් ඒවා අතර කෙටිම දුර හා එසේ වන අවස්ථාව සොයන්න.

15. (a) දිගින් සමාන වූ AB, BC, CD, DE ඒකාකාර දඬු හතරක් B, C හා D හිදී සුමට ලෙස සන්ධි කර ඇත. AB හා DE දඬුවල බර W වන අතර BC හා CD හි බර W′ වේ. A හා E වලින් පද්ධතිය එල්ලා ඇත්තේ $AE = 2a$ වන පරිදිය. AE විෂ්කම්භයක් වන අර්ධ වෘත්තයක් මත B, C, D ලක්ෂ්‍ය පිහිටයි නම් $w = (2\sqrt{2}+1)\,w'$ බව පෙන්වන්න. C හි දී ප්‍රතික්‍රියාව w ඇසුරෙන් සොයන්න.

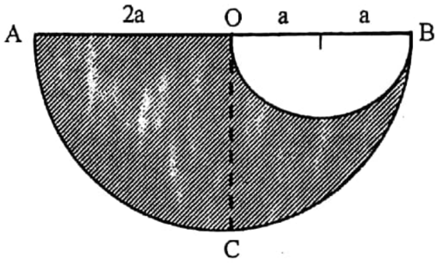
(b)



රූපයේ දක්වා ඇති රාමු කට්ටුව සැහැල්ලු දඬු හතකින් සමන්විත වේ. AC, BD හා DE තිරස් වේ. රාමු කට්ටුව අචල A ලක්ෂ්‍යයකට අසව් කර ඇති අතර E හිදී W භාරයක් දරයි. පද්ධතිය සමතුලිතතාවයේ තබා ඇත්තේ D ට සම්බන්ධ කළ තන්තුවකිනි. තන්තුවේ ආතතිය හා A හිදී ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය සොයන්න. බෝ අංකනය භාවිතයෙන් දඬුවල ආතති හා තෙරපුම් වෙන වෙනම දක්වමින් සොයන්න.

Scanned by CamScanner

16. (a) රූපයේ ආකාරයට ඇති අරය 2a වන ඒකාකාර ඝන අර්ධගෝලයෙන් අරය a වන ඝන අර්ධ ගෝලය ඉවත් කර ඇත. ඉතිරි කොටසේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය සොයන්න.
සන අර්ධ ගෝලයේ වක්‍ර පෘෂ්ඨය තිරස් තලයක් ස්පර්ශ වෙමින් ඉතිරි කොටස සමතුලිතතාවයේ ඇති නම් OA සිරසට ආනත කෝණය සොයන්න.



(b) පැත්තක දිග 2a බැගින් වන ඒකාකාර ABC ත්‍රිකෝණාකාර ආස්තරයක ස්කන්ධය m වේ. A ලක්ෂ්‍යය රළු තිරස් තලයක් ස්පර්ශව ආස්තරය සිරස් තලයේ වනසේද AB සිරස් වනසේද සමතුලිතව තබා ඇත්තේ BC පාදය දිගේ ක්‍රියාකරන T බලයක් මගිනි. $T = \frac{mg}{3}$ බව පෙන්වන්න. A හි ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය සොයන්න. සමතුලිත විට $\mu \geq \frac{\sqrt{3}}{5}$ බව පෙන්වන්න. μ යනු A සහ තලය ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යයේ ඝර්ෂණ සංගුණකය වේ.

17. (a) එක්තරා පුද්ගලයෙකු කමිසයක් මිලදී ගැනීමේ සම්භාවිතාව 0.2 ක් වන අතර කලිසමක් මිලදී ගැනීමේ සම්භාවිතාව 0.3 කි. ඔහු කලිසමක් මිලදී ගෙන ඇතැයි දී ඇතිවිට කමිසයක් මිලදී ගැනීමේ සම්භාවිතාව 0.4 කි. ඔහු කමිසයක් සහ කලිසමක් මිලදී ගැනීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න. ඔහු කමිසයක් මිලදී ගෙන ඇතැයි දී ඇතිවිට කලිසමක් මිලදී ගැනීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(b) එක්තරා පෙදෙසක විවිධ වයස් කාණ්ඩවලට අනුරූප පුද්ගලයින් ප්‍රමාණය දැක්වෙන වගුවක් පහත දැක්වේ.

එම දත්තවල
(i) සම්මත අපගමනය හා මධ්‍යන්‍ය සොයන්න.
(ii) අන්තශ්වතුර්ථක පරාසය සොයන්න.

වයස අවු.	පුද්ගලයින් සංඛ්‍යාව
20 - 30	3
30 - 40	61
40 - 50	132
50 - 60	153
60 - 70	140
70 - 80	51
80 - 90	2

□□□

Scanned by CamScanner