

10 S I

අවසාන වාර පරික්ෂණය - 2014 ජූලි

අධිසරය පොදු සහතික පත්‍ර (උක්ස් පෙළු) විභාගය, 2015 අගෝස්තු

සංයුත්ත ගණීතය I
Combined Maths I

12 ගේනිසි

* B කොටසින් ප්‍රශ්න හතරකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

B කොටස

09. (i) විසඳුන්න. $(x - 5)(x - 7)(x + 6)(x + 4) = 504$
(ii) $(x - a)(x - b) + (x - b)(x - c) + (x - c)(x - a) = 0$ වර්ගෝ සම්කරණයේ මූල දෙකම තාත්ත්ව වන බවද, එම මූල සමාන වන්නේ $a = b = c$ වනවිට පමණක් බවද පෙන්වන්න.

(iii) $\ell x^2 + nx + n = 0$ සම්කරණයේ මූලවල අනුපාතය $\frac{p}{q}$ ම සමාන වේ නම්,

$$\sqrt{\frac{p}{q}} + \sqrt{\frac{q}{p}} + \sqrt{\frac{n}{\ell}} = 0 \quad \text{බව පෙන්වන්න.}$$

10. (i) $\log_a n = x$ සහ $\log_b n = y$ නම් $\frac{x-y}{x+y} = \frac{\log b - \log a}{\log b + \log a}$ බව පෙන්වන්න.
(ii) $x^2 + y^2 + z^2 - yz - zx - xy = \frac{1}{2} \left\{ (y-z)^2 + (z-x)^2 + (x-y)^2 \right\}$ බව පෙන්වන්න.
මෙහි $x \neq y \neq z$ වන තාත්ත්ව සංඛ්‍යා ලේ. තවද $x^2 + y^2 + z^2 > yz + zx + xy$ බවද පෙන්වන්න.
(iii) $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 3x + q$ යන බහුපදයෙහි q ගුණෘති නොවන නිවිලයකි. $(x - q)$ යන්න $f(x)$ සියාධිකයක් නම් q හි අගය සොයන්න. q හි මෙම අගය සඳහා $f(x)$ ඒකඟ සාධකවල ගුණිතයක් ලෙස දක්වන්න.
(iv) ගිණ්න හාගවලට වෙන් කරන්න.
$$\frac{x^3 + 4x^2 - 10x + 6}{(x-3)(x^2 + 4)}$$

11. (i) $6^x - 4(3^x) - 2^x + 4 = 0$ විසඳුන්න.

(ii) $3x \leq \frac{2x^2}{x+1} \leq x - 6$ අසමානතාව සපුරාලන ආගය තුළකය සොයන්න.

(iii) $y = x^3 + (a-1)x^2 + (b-a)x - b$ ලිඛියේ $(x-1)$ සාධකයේ බව පෙන්වන්න. ඉතිරි සාධකය දක්වන ක්‍රිතය $t(x)$ නම් $t(x) = x^2 + ax + b$ බව පෙන්වන්න. $t(x) = (x-A)^2 + B$ ආකාරයට දක්වා A හා B හි අගයන් a, b ඇපුරින් සොයන්න. $t(x)$ හි අවම අගය $x = 3$ එට, 6 නම් a හා b සොයන්න. $t(x)$ දළ ප්‍රසාදය අදින්න.

12. (i) සිමා අගයන්න. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{\pi} - \sqrt{\cos^{-1} x}}{\sqrt{x+1}}$

(ii) $y = (\tan x)^{\sin x} - (\sin x)^{\tan x}$ නම්

$$\frac{dy}{dx} = (\tan x)^{\sin x} [\sec x + \cos x \ln |\tan x|] - (\sin x)^{\tan x} [1 + \sec^2 x \ln |\sin x|]$$

බව පෙන්වන්න.

- (iii) PQRS සූපුරුණුකෝෂයකි. $PQ = p$ හා $QR = q$ වේ. මෙහි යාබදු සිරුතු තවත් සූපුරුණුපූදාක යාබදු පාද ඔස්සේ පිහිටියේ නම් දෙවන සූපුරුණුපූදායේ උපරිම වර්ගජලය $\frac{(p+q)^2}{2}$ බව පෙන්වන්න.

13. (i) $ax + by + c = 0$ රේඛාවේ මත (α, β) ලක්ෂණයේ ප්‍රතිඵිම්බයේ බණ්ඩාංක $\{\alpha + at, \beta + bt\}$ බව පෙන්වන්න. මෙහි $t = \frac{-2(a\alpha + b\beta + c)}{a^2 + b^2}$ වේ.

(ii) $ax + by + c = \theta$ රේඛාවේ මත $lx + my + n = 0$ රේඛාවේ ප්‍රතිඵිම්බ රේඛාවේ සම්කරණය සෞයන්න.

(iii) $x - y + 1 = 0$ රේඛාව, රෝම්බසයක විකර්ණයක් සම්කරණයක් වේ. එහි එක් පාදයක් $2x - y - 1 = 0$ වේ. රෝම්බසයේ සිරුතුයක් $(-1, 0)$ වන්නේ නම් ඉතිරි පාදවල සම්කරණ සෞයන්න.

14. (i) $A + B + C = \pi$ නම් $\frac{1 - \cos A + \cos B + \cos C}{1 + \cos A + \cos B - \cos C} = \frac{\tan A/2}{\tan C/2}$ බව පෙන්වන්න.

(ii) පහත දැක්වෙන ත්‍රිකෝණම්තික සම්කරණ විසඳුන්න.

(a) $\sin 2\theta + \sin 4\theta + \sin 6\theta = 0$

(b) $\tan^{-1}\left(\frac{x-1}{x-2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{x+1}{x+2}\right) = \frac{\pi}{4}$

(iii) සයින් ප්‍රමේය ප්‍රකාශ කරන්න.

සම්මත අංකනායෙන් ABC ත්‍රිකෝණයේ පාද a, b, c වනාවිට, $\frac{a+b}{5} = \frac{b+c}{7} = \frac{c+a}{6}$ නම්

$\frac{\sin A}{2} = \frac{\sin B}{3} = \frac{\sin C}{4}$ බව පෙන්වන්න.

❖❖❖



සංයුත්‍ය ගණිතය - II
Combined Maths - II

12 තේවීය

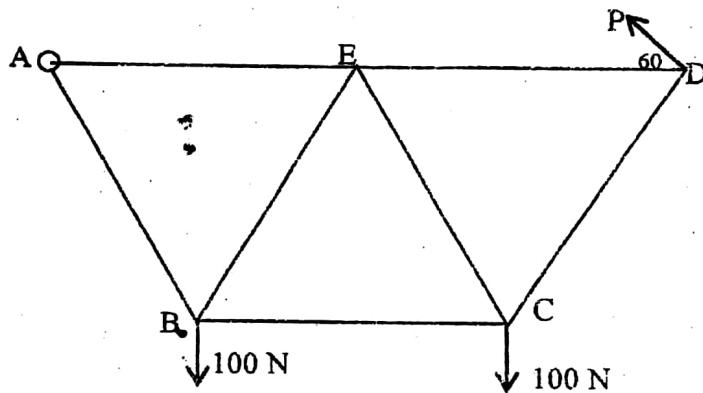
- B කොටසින් ප්‍රශ්න 4 කට පමණක් එමුදුරු සපයන්න.

B කොටස

09. (i) (a) සරල ටේබාවක් මඟසේ ඒකාකාර ත්වරණයකින් වැඩාත්‍ය වන අංශවක් t_1 හා t_2 අනුයාත කාල ප්‍රාන්තර දැඳී ඇතා බදුරුවල් ගමන් කරයි. වලින සම්කරණ යාවත් කර අංශවලි ත්වරණය $\frac{2(bt_1 - at_2)}{t_1 t_2(t_1 + t_2)}$ බව පෙන්වන්න. (b) තුළු t_1, t_2, t_3 නාල ඇතුළු මානා 36 මානා ගොඩ සේ ඉතුළු වේ. එහි සේවනයක් එහි වලිනයේ පළමු කොටස f නියත ත්වරණයකින්ද ඉත්පූජ්‍ය නියත ප්‍රවේගයකින්ද, අවසාන කොටස f නියත මත්දනයකින්ද වලින එහි ම්‍යුළුලාභාවයට පැමිණේ. ඉහළට ගමන් කරන ලද මුළු දුර s ද ඒ සඳහා ගතවූ කාලය t ද නම් සේවනය තීයක ප්‍රවේගයෙන් වලින තුළ කාලය $\sqrt{t^2 - \frac{4s}{f}}$ බව පෙන්වන්න.
- (ii) P හා Q අංශ 2 හේ සිරස් රේඛාවක පිහිටි A හා B උක්ෂා 2 ක සිංහ ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. AB = d වේ. P අංශව පිටි V ප්‍රවේගයෙන් AB සමඟ තිරසට ඔ ආනතියකින් යුතුව AB හරහා යන සිරස් තලයේ ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. Q අංශව B සිටි එම මොඩොත්ම 2V ප්‍රවේගයෙන් BA සමඟ තිරසට එක්ෂයකින් ආනතිව එම සිරස් තලයේ ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ.
- (i) ප්‍රක්ෂේපණයෙන් ඒ කාලයකට පසුව අංශ 2 අතර දුර සොයන්න.
- (ii) අංශ දෙක සිරස් තලයේ තුළ තුළුම්පයකදී ගැටෙම නම් $\sin\theta = \frac{1}{2} \sin\theta$ බව පෙන්වන්න.
- (iii) $\theta = \pi/3$ නම්, සහ $V > \frac{gd(\sqrt{13}-1)}{6\sqrt{3}}$ නම් ද අංශ දෙක උපිම උගේදී ගැටෙන බවක් පෙන්වන්න.
11. O හිදී එකිනෙකට ලම්බකට ජ්‍යෙෂ්ඨය වන මාරු දෙකක් දිගේ A පාරුදිකරුවෙක් U kmh^{-1} ප්‍රවේගයෙන් නැගෙනහිරට ද B පාරුදිකරුවෙක් V kmh^{-1} ප්‍රවේගයෙන් උතුරටද ගමන් කරයි. B ච සාපේක්ෂව A ගේ ප්‍රවේගය දකුණෙන් ඔ නැගෙනහිරට පිහිටි දියාවකට වේ. මෙහි $\tan\theta = 3/4$ වේ. A වලින දියාව වෙනස් නොකර 2 kmh^{-1} කින් වෙශය වැඩිකළ විට VA, B ප්‍රවේගය හිනිකොණ දියාවට වේ. U හා V සොයන්න. දහවල් 12.00 ට O සිට 3km ක් බටහිරින් A සිටින අතර O සිට 4km දකුණින් B පිහිටයි. A හා B ගමන් කරන ප්‍රවේග ඉහත U හා V ච අනුරුප අයයන් වන විට A හා B අතර කොට්ම දුරද එසේ පිහිටන වේලාටද සොයන්න.
12. (i) O අනුබද්ධයෙන් A, B හා C උක්ෂාවල පිහිටුම ගෙදසික මුදු හා ද වේ. AB \perp OC හා BC \perp OA වන්නේ නම් AC \perp OB බව පෙන්වන්න.
- (ii) ABCDEF යුතු කේත්දය O සහ පැත්තක දිග ම වන සටියි අඩුපූයකි. නිවින් P, 2P, 3P, 4P, 5P බල පහක් පිහිටුවා ඇතුළු $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DE}, \overline{EF}$ පාද දිගේ හිෂා කරයි. AFO හිෂායෙන් $\overline{AF}, \overline{FO}, \overline{OA}$ පාද දිගේ හිෂා කරන නිවින් Q, R, S අලුත් බල 3 ක් පදනම් එකතු කරනු ලබයි. සංයුත්‍ය පදනම් සම්බුද්‍ය වන පරිදි Q, R, S හේ අයයන් සොයන්න.

13. (a) ත්‍රිකෝණයක පාද මස්සේ ස්ථිරාකරන විශාලත්වයෙන් හා දිගාවෙන් ඩු ඒකතල බල 3 ක් මගින් විස්තුවක් සමඟූලිතතාවයේ පැවතිය හැකිද? පහද්නේ.
- (b) W බරති සමාන ඒකාකාර දඩු 5 ක් ඒවායේ නොලටරවල් සූමටට සන්ධි කර ABCDE සවිධී පාචාපුයක් සාදු එය A සන්ධියෙන් එල්ලා තිබේ. CD දැන්වී තිරස් වන පරිදි සිරස් තලයක සමඟූලිතව තබා ඇත්තේ BC හා DE හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යවලට සම්බන්ධ කරන සැහැල්පු තිරස් දැන්වීක ආධාරයෙනි.
- (i) CD දැන්වී මත C හෝ D සන්ධියෙන් සිරස් ප්‍රතික්ෂියාව $\frac{W}{2}$ බවද
- (ii) B සන්ධියෙන් ප්‍රතික්ෂියාවේ තිරස් හා සිරස් අගයන් පිළිලෙලින් $2w \cot 36^\circ$ සහ $\frac{3w}{2}$ බවද
- (iii) සැහැල්පු දැන්වී තෙරපුම $4w \cot 36^\circ + 2w \tan 18^\circ$ බව ද පෙන්වන්න.

14.



සූමට ලෙස සන්ධි කර ඇති සමාන දිගින් යුත් සැහැල්පු දඩු හතකින් සමන්වීත රාමු සැකිල්ලක් රුපසටහනේ දක්වේ. A හිදී සූමට ලෙස අයව් කර තිබේ. B හා C තිදී එක එකස් 100N ක් වන හාර දෙකක් දරයි. AE, ED හා BC දඩු තිරස් වන පරිදි, තිරසට 60° සාදන දිගාවේ D හිදී යොදන ලද P බලයක් මගින් රාමු සැකිල්ල සිරස් තලයක සමඟූලිතතාවයේ තබා ඇත. P හි අගය සොයා ගෙව් අංකනය හාවිතයෙන් එක් එක් දැන්වී ප්‍රතික්ෂාඛල සොයා ඒවා ආත්ති හා තෙරපුම් ලෙස වෙන් කර දක්වන්න.

