



අවසාන වාර පරීක්ෂණය - 2014 ජූලි  
අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2015 අගෝස්තු

සංයුක්ත ගණිතය I  
Combined Maths I

12 ශ්‍රේණිය

\* B කොටසින් ප්‍රශ්න හතරකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

**B කොටස**

09. (i) විසඳන්න.  $(x - 5)(x - 7)(x + 6)(x + 4) = 504$
- (ii)  $(x - a)(x - b) + (x - b)(x - c) + (x - c)(x - a) = 0$  වර්ගජ සමීකරණයේ මූල දෙකම තාත්වික වන බවද, එම මූල සමාන වන්නේ  $a = b = c$  වනවිට පමණක් බවද පෙන්වන්න.
- (iii)  $lx^2 + nx + n = 0$  සමීකරණයේ මූලවල අනුපාතය  $\frac{p}{q}$  ට සමාන වේ නම්,  

$$\sqrt{\frac{p}{q}} + \sqrt{\frac{q}{p}} + \sqrt{\frac{n}{l}} = 0$$
 බව පෙන්වන්න.
10. (i)  $\log_a n = x$  සහ  $\log_b n = y$  නම්  $\frac{x - y}{x + y} = \frac{\log b - \log a}{\log b + \log a}$  බව පෙන්වන්න.
- (ii)  $x^2 + y^2 + z^2 - yz - zx - xy = \frac{1}{2}\{(y - z)^2 + (z - x)^2 + (x - y)^2\}$  බව පෙන්වන්න.  
 මෙහි  $x \neq y \neq z$  වන තාත්වික සංඛ්‍යා වේ. තවද  $x^2 + y^2 + z^2 > yz + zx + xy$  බවද පෙන්වන්න.
- (iii)  $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 3x + q$  යන බහුපදයෙහි  $q$  ශුන්‍ය නොවන නිඛිලයකි.  $(x - q)$  යන්න  $f(x)$  හි සාධකයක් නම්  $q$  හි අගය සොයන්න.  $q$  හි මෙම අගය සඳහා  $f(x)$  ඒකර සාධකවල ගුණිතයක් ලෙස දක්වන්න.
- (iv) නින්න භාගවලට වෙන් කරන්න. 
$$\frac{x^3 + 4x^2 - 10x + 6}{(x - 3)(x^2 + 4)}$$
11. (i)  $6^x - 4(3^x) - 2^x + 4 = 0$  විසඳන්න.
- (ii)  $3x \leq \frac{2x^2}{x+1} \leq x - 6$  අසමානතාව සපුරාලන  $x$  හි අගය කුලකය සොයන්න.
- (iii)  $y = x^3 + (a - 1)x^2 + (b - a)x - b$  ශ්‍රිතයේ  $(x - 1)$  සාධකයක් බව පෙන්වන්න. ඉතිරි සාධකය දක්වන ශ්‍රිතය  $t(x)$  නම්  $t(x) = x^2 + ax + b$  බව පෙන්වන්න.  $t(x) = (x - A)^2 + B$  ආකාරයට දක්වා  $A$  හා  $B$  හි අගයන්  $a, b$  ඇසුරින් සොයන්න.  $t(x)$  හි අවම අගය  $x = 3$  විට,  $6$  නම්  $a$  හා  $b$  සොයන්න.  $t(x)$  දළ ප්‍රස්තාරය අඳින්න.

12. (i) සීමා අගයන්න.  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{\cos^{-1} x}}{\sqrt{x+1}}$

(ii)  $y = (\tan x)^{\sin x} - (\sin x)^{\tan x}$  නම්

$\frac{dy}{dx} = (\tan x)^{\sin x} [\sec x + \cos x \ln |\tan x|] - (\sin x)^{\tan x} [1 + \sec^2 x \ln |\sin x|]$  බව පෙන්වන්න.

(iii) PQRS සෘජුකෝණාස්‍රයකි. PQ = p හා QR = q වේ. මෙහි යාබද ශීර්ෂ තවත් සෘජුකෝණාස්‍රයක යාබද පාද ඔස්සේ පිහිටයි නම් දෙවන සෘජුකෝණාස්‍රයේ උපරිම වර්ගඵලය  $\frac{(p+q)^2}{2}$  බව පෙන්වන්න.

13. (i)  $ax + by + c = 0$  රේඛාව මත  $(\alpha, \beta)$  ලක්ෂ්‍යයේ ප්‍රතිබිම්බයේ ඛණ්ඩාංක  $\{\alpha + at, \beta + bt\}$  බව පෙන්වන්න. මෙහි  $t = \frac{-2(a\alpha + b\beta + c)}{a^2 + b^2}$  වේ.

(ii)  $ax + by + c = 0$  රේඛාව මත  $lx + my + n = 0$  රේඛාවේ ප්‍රතිබිම්බ රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

(iii)  $x - y + 1 = 0$  රේඛාව, රොම්බසයක විකර්ණයක් සමීකරණයක් වේ. එහි එක් පාදයක්  $2x - y - 1 = 0$  වේ. රොම්බසයේ ශීර්ෂයක්  $(-1, 0)$  වන්නේ නම් ඉතිරි පාදවල සමීකරණ සොයන්න.

14. (i)  $A + B + C = \pi$  නම්  $\frac{1 - \cos A + \cos B + \cos C}{1 + \cos A + \cos B - \cos C} = \frac{\tan A/2}{\tan C/2}$  බව පෙන්වන්න.

(ii) පහත දැක්වෙන ත්‍රිකෝණමිතික සමීකරණ විසඳන්න.

(a)  $\sin 2\theta + \sin 4\theta + \sin 6\theta = 0$

(b)  $\tan^{-1}\left(\frac{x-1}{x-2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{x+1}{x+2}\right) = \frac{\pi}{4}$

(iii) සයින් ප්‍රමේය ප්‍රකාශ කරන්න.

සම්මත අංකනයෙන් ABC ත්‍රිකෝණයේ පාද a, b, c වනවිට,  $\frac{a+b}{5} = \frac{b+c}{7} = \frac{c+a}{6}$  නම්

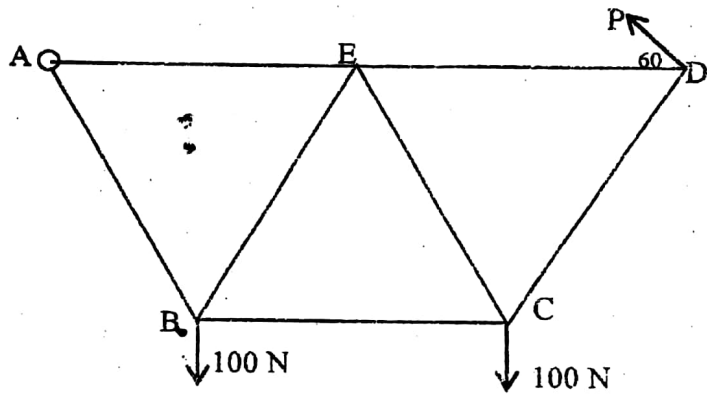
$\frac{\sin A}{2} = \frac{\sin B}{3} = \frac{\sin C}{4}$  බව පෙන්වන්න.





13. (a) ත්‍රිකෝණයක පාද ඔස්සේ ක්‍රියාකරන විශාලත්වයෙන් හා දිශාවෙන් වූ ඒකකල බල 3 ක් මගින් වස්තුවක් සමතුලිතතාවයේ පැවතිය හැකිද? පහදන්න.
- (b)  $W$  බරැති සමාන ඒකාකාර දඬු 5 ක් ඒවායේ කෙළවරවල් සුමටව සන්ධි කර ABCDE සවිධි පංචාස්‍රයක් සාදා එය A සන්ධියෙන් එල්ලා තිබේ. CD දණ්ඩ තිරස් වන පරිදි සිරස් තලයක සමතුලිතව තබා ඇත්තේ BC හා DE හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යවලට සම්බන්ධ කරන සැහැල්ලු තිරස් දණ්ඩක ආධාරයෙනි.
- (i) CD දණ්ඩ මත C හෝ D සන්ධියේ සිරස් ප්‍රතික්‍රියාව  $\frac{w}{2}$  බවද
  - (ii) B සන්ධියේ ප්‍රතික්‍රියාවේ තිරස් හා සිරස් අගයන් පිළිවෙලින්  $2w \cot 36^\circ$  සහ  $\frac{3w}{2}$  බවද
  - (iii) සැහැල්ලු දණ්ඩේ තෙරපුම  $4w \cot 36^\circ + 2w \tan 18^\circ$  බව ද පෙන්වන්න.

14.



සුමට ලෙස සන්ධි කර ඇති සමාන දිගින් යුත් සැහැල්ලු දඬු හතකින් සමන්විත රාමු සැකිල්ලක් රූපසටහනේ දක්වේ. A හිදී සුමට ලෙස අසව් කර තිබේ. B හා C හිදී එක එකක් 100N ක් වන භාර දෙකක් දරයි. AE, ED හා BC දඬු තිරස් වන පරිදි, තිරසට  $60^\circ$  සාදන දිශාවේ D හිදී යොදන ලද P බලයක් මගින් රාමු සැකිල්ල සිරස් තලයක සමතුලිතතාවයේ තබා ඇත. P හි අගය සොයා බෝ අංකනය භාවිතයෙන් එක් එක් දණ්ඩේ ප්‍රත්‍යාබල සොයා ඒවා ආතති හා තෙරපුම් ලෙස වෙන් කර දක්වන්න.

