

3. ගැහැණු දෙදෙනෙකු එක ලග නොසිටින සේ පිරිමි m සංඛ්‍යාවක් හා ගැහැණු n සංඛ්‍යාවක් පේලියකට වාඩි කරවිය හැකි ආකාර ගණන $\frac{m!(m+1)!}{(m+1-n)!}$ බව පෙන්වන්න. මෙහි $m > n$ වේ.

4. n ඉරට්ටේ විට පහත ශ්‍රේණියේ පළමු n පදවල එකතුව $1^2 + 2 \times 2^2 + 3^2 + 2 \times 4^2 + 5^2 + 2 \times 6^2 + \dots + 2n^2 = \frac{n}{2}(n+1)^2$ ලෙස දී ඇත. n ඔත්තේ විට පළමු n පදවල එකතුව $\frac{n^2}{2}(n+1)$ බව පෙන්වන්න.

5. m හා n ධන පූර්ණ සංඛ්‍යා වන විට $(1+x)^{m+n}$ ප්‍රසාරණයේ x^m හා x^n අඩංගු පදවල සංගුණක සමාන බව පෙන්වන්න.

6. අගයන්න. $\lim_{x \rightarrow 1} (1-x) \tan \frac{\pi}{2} x$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(1-x) \sin \left(\frac{\pi}{2} x\right)}{\cos \frac{\pi}{2} x}$$

7. අගයන්න. $\int \frac{\sin x}{\sin x - \cos x} dx$

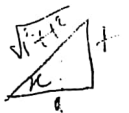
$$\int \frac{\sin x}{\sin x - \cos x} dx$$

$$\int \frac{\tan x}{\tan x - 1} dx$$

$$t = \tan x \quad \int \frac{t}{t-1} \sec^2 t dx$$

$$\int \frac{\cos x}{t-1} dt$$

$\frac{t}{t-1}$
 $\tan x = t$
 $dt = \sec^2 t dx$
 $dx = \frac{dt}{\sec^2 t}$



8. ත්‍රිකෝණාස්‍රයක ශීර්ෂ 2 ක ඛණ්ඩාංක (5, -1) හා (-2, 3) වේ. ත්‍රිකෝණයේ ලම්බ කේන්ද්‍රය, මූල ලක්ෂ්‍යය නම් ඉතිරි ශීර්ෂයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

9. A හා B ලක්ෂ්‍යයන් 2 හි පාඨකයන් $x^2 + 2ax - b^2 = 0$ යන වර්ග සමීකරණයෙහි මූලයන් දැන ඒවායේ කෝඨකයන් $x^2 + 2px - q^2 = 0$ සමීකරණයෙහි මූලයන්ද නම් AB විෂ්කම්භය වන වෘත්තයේ සමීකරණය $x^2 + y^2 + 2ax + 2py - b^2 - q^2 = 0$ බව පෙන්වන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

10. $\sin \frac{\pi}{18} \sin \frac{5\pi}{18} \sin \frac{7\pi}{18} = \frac{1}{8}$ බව පෙන්වන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



අනන්ත විද්‍යාලය කොළඹ 10

10	S	I
----	---	---

දෙවන වාර පරීක්ෂණය - 2012 මාර්තු
අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2012 අගෝස්තු

සංයුක්ත ගණිතය I
Combined Maths I

13 ශ්‍රේණිය

පැය තුනයි
Three hours

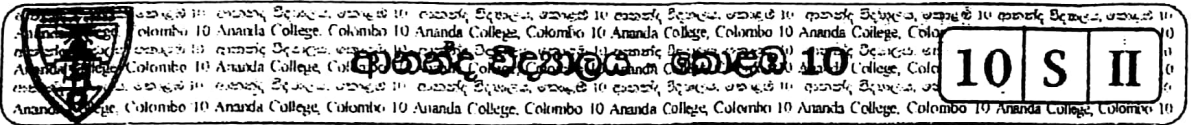
* A කොටස ප්‍රශ්න සියල්ලම සහ B කොටස ප්‍රශ්න පහක් පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

B කොටස

නිකුත් කිරීමේ ක්‍රමය k=2 ට

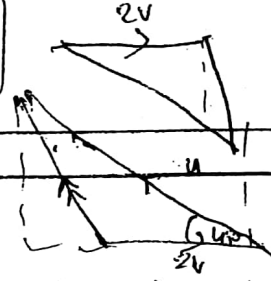
11. (i) α හා β යනු $x^2 - bx + c = 0$ වර්ගජ සමීකරණයේ මූල යන $S_n = \alpha^n + \beta^n$ නම් $S_{n+1} = bS_n - cS_{n-1}$ බව පෙන්වන්න.
 එනමින් $\alpha^4 + \beta^4$ හි අගය සොයන්න.
- (ii) $(x^2 + x + 1)k - x^2 + x - 1 = 0$ සමීකරණයෙහි මූල තාත්වික නම් k හි අගය පරාසය සොයන්න.
 මූලවල ඵලය හා ගුණිතය නොසොයා $\alpha + 2$ හා $\beta + 2$ මූල වන වර්ගජ සමීකරණය සොයන්න.
- (iii) විසඳන්න. $2\sqrt{\frac{x}{a}} + 3\sqrt{\frac{a}{x}} = \frac{b}{a} + 6\frac{a}{b}$
12. (i) $(x+1)$ යනු $x^4 + (p-3)x^3 - (3p-5)x^2 + (2p-9)x + 6$ යන බහුපදයේ සාධකයක් නම් p හි අගය සොයන්න.
 p හි මෙම අගය සඳහා ඉතිරි සාධකයන් ද සොයන්න.
- (ii) $f(x)$ බහුපදය $(x-a)^2$ න් බෙදූ විට ශේෂය $(x-a)f'(a) + f(a)$ බව පෙන්වන්න. මෙහි $f'(x) = \frac{d}{dx} f(x)$ වේ. එනමින් $4x^3 + 2x^2 - 5x + 1$ බහුපදය $(x+2)^2$ වලින් බෙදූ විට ශේෂය සොයන්න.
- (iii) x හි සියළු තාත්වික අගයන් සඳහා $\frac{x^2 + ax + 1}{x^2 + x + 1} < 3$ යන අසමානතාවය තෘප්ත කරන a හි අගය සොයන්න.
13. (i) ගණිත අභ්‍යන්තර මූලධර්මය භාවිතා කර n හි සියළු ධන පූර්ණ සංඛ්‍යා සඳහා

$$\left(1 - \frac{1}{2^2}\right)\left(1 - \frac{1}{3^2}\right)\left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \dots \dots \dots \left(1 - \frac{1}{(n+1)^2}\right) = \frac{n+2}{2n+2}$$
 බව සාධනය කරන්න.
- (ii) $U_r = \frac{1}{r^2(r+2)(r+4)^2}$ නම් $U_r = f(r) - f(r+2)$ වන පරිදි $f(r)$ නිර්ණය කරන්න.
 එනමින් $\sum_{r=1}^n [f(r) - f(r+2)]$ සොයන්න.
 පද අනන්තය දක්වා ඵලය සොයන්න.
- (iii) ද්විපද ප්‍රසාරණය භාවිතා කර සියළු ධන නිඛිල n සඳහා $25^{n+1} - 24n + 5735$ යන්න $(24)^2$ මගින් බෙදෙන බව පෙන්වන්න.



දෙවන වාර පරීක්ෂණය - 2012 මාර්තු
අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2012 අගෝස්තු

සංයුක්ත ගණිතය II
Combined Maths II **13 ශ්‍රේණිය**



B කොටස

11. (a) ඒකාකාර u ප්‍රවේගයෙන් චලනය වන P නම් මෝටර් රථයක් X නම් ස්ථානයක් පසුකරන මොහොතේදී එම ස්ථානයේ සිට Q නම් තවත් මෝටර් රථයක් V ප්‍රවේගයෙන් චලිතය අරඹා f ඒකාකාර ත්වරණයෙන් එම දිශාවට ගමන් කරයි.
 Y නම් ස්ථානයකදී Q රථය P රථය පසුකරයි. ඉන්පසු Q රථය ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් ගමන් කරන අතර P රථය එතැන් සිට ඒකාකාර ත්වරණයෙන් ගමන් කරයි.
 එකම සටහනක රථ දෙකෙහි චලිතය සඳහා ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්තාර අඳින්න.
 එමගින්,

- (i) X සහ Y ස්ථාන දෙක අතර රථ දෙකෙහි වැඩිතම පරතරය $\frac{(u-v)^2}{2f}$ බව පෙන්වන්න.
- (ii) $YZ = XY$ වන පරිදි වූ Z නම් ස්ථානයකදී P රථය Q පසු කරයි නම් P හි ත්වරණයේ විශාලත්වය සොයන්න.

(b) බයිසිකල් කරුවෙක් V ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් නැගෙනහිර දිශාවට පැද යනවිට දකුණු දෙසින් සුළඟක් හමන්නාසේ දැනේ. ඔහුගේ වේගයේ දිශාව වෙනස් නොකර එය දෙගුණ කළේ නම් සුළඟ ගිනිකොණ දිශාවෙන් හමන්නා සේ දැනේ සුළගේ සත්‍ය ප්‍රවේගය සොයන්න. ඔහුගේ වේගය එම දිශාවටම තෙගුණ කළ විට ඔහුට දැනෙන සුළඟ හමන දිශාවද සොයන්න.

12. (a) සුමට තිරස් තලයක් මත නිදහසේ චලනය විය හැකි ස්කන්ධය nm වූ කුඤ්ඤයේ තිරසට α කෝණයෙන් ආනත සුමට තලය මත ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් තබා ඇත. උපරිම ආනත බැවුම් රේඛාව හරහා වූ ස්කන්ධය කේන්ද්‍රය දිශාවට විශාලත්වය kmg වූ තිරස් බලයක් කුඤ්ඤයට දෙනු ලබයි නම්

- (i) කුඤ්ඤයේ ත්වරණය සොයන්න.
- (ii) කුඤ්ඤයට සාපේක්ෂව අංශුව ත්වරණයෙන් චලනය නොවේ නම් $k = (n+1) \tan \alpha$ බව පෙන්වන්න.

(b) ස්කන්ධය $1000m \text{ kg}$ වන මෝටර් රථයක ජවය $H \text{ kw}$ වන අතර එය 1 ට n ආනත වූ තලයක පහළ දිශාවට චලනය වනවිට උපරිම වේගය $V \text{ km h}^{-1}$ වේ.
 ආනත තලය මත ප්‍රතිරෝධය ප්‍රවේගයේ වර්ගයට සමානුපාතික වේ. රථය ආනත තලයේ ඉහළට චලනය වන විට උපරිම ප්‍රවේගය $\frac{V}{2} \text{ km h}^{-1}$ නම් $\frac{Hn}{Vm} = \frac{35}{18}$ බව පෙන්වන්න. ($g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$)

13. (i) අංශු දෙකක් O ලක්ෂ්‍යයක සිට එකම මොහොතේ u ප්‍රවේගයකින් තිරසට α හා β කෝණවලින් ආනතව ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. අංශු දෙකම A නම් ලක්ෂ්‍යයක් පසු කරගෙන යයි. එක් අංශුවක් A ලක්ෂ්‍යය පසුකර $\frac{2u}{g} \left(\frac{\tan \alpha - \tan \beta}{\sec \alpha + \sec \beta} \right)$ කාලයකට පසු දෙවන අංශුවද A ලක්ෂ්‍යය පසුකර යන බව පෙන්වන්න.

$\frac{2u}{g} \left[\frac{\sin \alpha + \sin \beta \cos \alpha}{\cos \alpha \cos \beta + \cos \alpha \cos \beta} \right]$
 $\frac{2u}{g} \frac{\sin(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta)}{2 \cos \alpha \cos \beta \cos(\alpha - \beta)}$

(ii) ස්කන්ධය m වූ A නම් ගෝලයක් u ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේපණය කළ විට නිශ්චලතාවයේ ඇති ස්කන්ධ $2m$ වූ B ගෝලයක සරල ලෙස ගැටේ. එම ගැටීමෙන් පසු B ගෝලය V ප්‍රවේගයෙන් චලනය ප්‍රතිවිරුද්ධ දිශාවට ku ප්‍රවේගයෙන් චලනය වන ස්කන්ධය m වූ C නම් තුන්වන ගෝලය සමග ගැටේ. දෙවන ගැටීමෙන් පසු c ගෝලය නිශ්චල වේ නම් සහ ගෝල අතර ප්‍රත්‍යාගතී සංගුණකය e නම් V හි අගය e හා u ඇසුරෙන් සොයන්න. තවද k හි අගය e ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.

14. ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් දිග a වූ සැහැල්ලු අප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක් මගින් O අවල ලක්ෂ්‍යයකින් එල්ලා ඇත. ආරම්භයේදී තන්තුව නොබුරුල්ලිව P නිසලව තිබියදී ප්‍රවේගයක් OP ට ලම්බ දිශාවට P ට යොදනු ලැබේ. අංශුව උච්චතම ලක්ෂ්‍යයට ලඟා වීමට පෙර තන්තුව බුරුල් වී ගුරුත්වය යටතේ පසුව සිදුවන නිදහස් චලිතයේදී P

හි පෙත ආරම්භ ලක්ෂ්‍යය හරහා යයි නම් ප්‍රක්ෂේපන ප්‍රවේගය $\left(\frac{7ga}{2}\right)^{1/2}$ බව පෙන්වන්න. ඉන්පසු තන්තුව

තද වී අංශුව ආරම්භ ලක්ෂ්‍යයේ සිට $\frac{a}{16}$ සිරස් උසින් පිහිටන ලක්ෂ්‍ය දෙකක් අතර දෝලනය වන බව පෙන්වන්න.

15. (i) ඒකතල බල පද්ධතියක් බල හකරකින් සමන්විත වන අතර, ඒවා ක්‍රියා කරනුයේ පහත දැක්වෙන ලෙස නියමිත ලක්ෂ්‍යවලදී ය.

ලක්ෂ්‍යය	පිහිටුම් දෛශිකය	බලය
A	$3i - j$	$P(i - 4j)$
B	$2i + 2j$	$P(3i + 6j)$
C	$-i - j$	$P(-9i + j)$
D	$-3i + 4j$	$P(5i - 3j)$

$U_i - V = e u$

මෙහි i සහ j මගින් පිළිවෙලින් ox, oy අක්ෂ දිගේ වූ ඒකක දෛශික වේ.

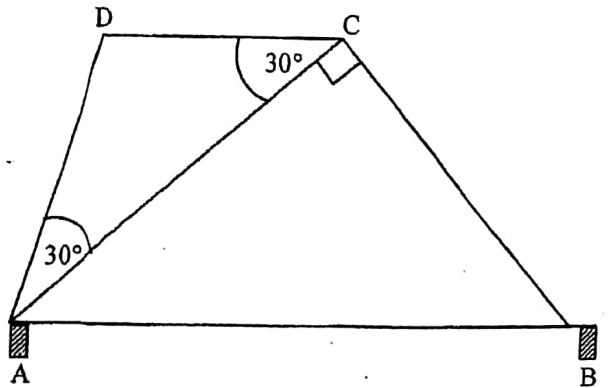
- (1) බල පද්ධතිය යුග්මයකට උභ්‍යන්තය වන බව පෙන්වන්න.
- (2) එම යුග්මයේ විශාලත්වය සහ අභි දිශාවද සොයන්න.
- (3) හකරවන බලය ඉවත් කර පළමු බලය $i - 8j$ ලක්ෂ්‍යයට ප්‍රතිස්ථාපනය කළ විට පද්ධතිය තනි බලයකට කුලය බව පෙන්වන්න. එය දෛශික ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.

(ii) $\vec{OA} = 3i + 4j$ සහ $\vec{OB} = 2i \cos \theta + 2j \sin \theta$ ලෙස දී ඇත. $\vec{OA} + \vec{OB} = 3\vec{OC}$ නම් θ හි ඕනෑම අගයන සඳහා C හි පථය වෘත්තයක් බව පෙන්වා එහි කේන්ද්‍රය සහ අරයද සොයන්න.

16. (i) සැහැල්ලු දඬු පහකින් රාමු සැකිල්ල තනා ඇත. D හිදී 900 N භාරයක් දරයි. සැකිල්ල A හා B හිදී සුමට ආධාරක දෙකක් මත AB තිරස් වනසේ තබා ඇත.

ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් ඇඳීමෙන් පමණක්

- (1) දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල නිර්ණය කරන්න.
- (2) A හා B සන්ධිවල ප්‍රතික්‍රියාද ලබාගන්න.



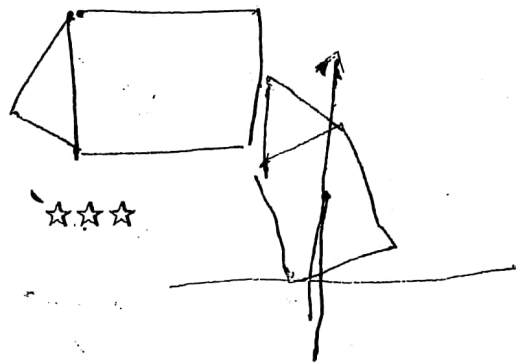
(ii) $AB = AC = 2a$ වූද $\hat{BAC} = 2\alpha$ වූද ඒකක දිගක බර W වූද AB, AC හා BC ඒකාකාර දඬු තුනකින් සමන්විතවූ ABC ත්‍රිකෝණාකාර සැකිල්ල තනා, එය A කෙළවරින් නිදහසේ එල්ලා සමතුලිතතාවයේ ඇත. B හා C සන්ධිවල ප්‍රතික්‍රියා සොයන්න.

17. (i) උස h වූ ඒකාකාර සහ සෘජු වෘත්තාකාර පතුලේ අරය r වූ කේතුවක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය එහි සමමිතික අක්ෂය මත ශීර්ෂයේ සිට $\frac{3h}{4}$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

එවැනි ඝන කේතුවක් සහ එම ලෝහයෙන්ම තනන ලද අරය r සහ උස x වූ සෘජු වෘත්තාකාර සිලින්ඩරයක් තල මුහුණත් සමපාත වන පරිදි සංයුක්ත වස්තුවක් සාදා ඇත. එම වස්තුවේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයේ පිහිටීම සොයන්න.

(ii) $h^2 \leq 6x^2$ නම් එම ඝන වස්තුව එහි සිලින්ඩරාකාර කොටසේ වක්‍ර පෘෂ්ඨය තිරස් තලයක් හා ස්පර්ශ වී සමතුලිතතාවයේ පැවතිය හැකි බව පෙන්වන්න.

(iii) $h = x$ බව දී ඇත්නම් එම ඝන වස්තුවේ කේතුවේ වක්‍ර පෘෂ්ඨය තිරස් තලයක් ස්පර්ශ වන සේ සමතුලිතතාවයේ පැවතිය හැක්කේ $h^2 \leq \frac{16r^2}{5}$ නම් බව පෙන්වන්න.

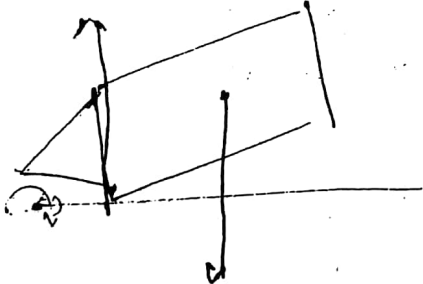


$$\frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$\frac{4h^2 + 12h^2}{\sqrt{6}}$$

$$\frac{9h^2 + 12h^2}{4(4h)}$$

$$\frac{21h^2}{16h} = \frac{21}{16}h$$



$$\frac{3h^2 + \frac{12h^2}{\sqrt{6}} + h^2}{4(\sqrt{6}h)}$$

B කොටස

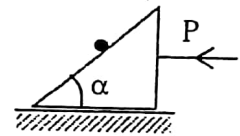
(11) a) තිරස් තලයක පිහිටි O ලක්ෂ්‍යයක සිට අංශුවක් $5u$ ප්‍රවේගයෙන් තිරසරව $\tan^{-1}(3/4)$ ක් ආනතව ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. අංශුව තිරස් තලයේ සිටුවා ඇති උස $2a$ වන සිරස් තුළුණක මුදුනේ වූ P ,ක්ෂ්‍යය හරහා යයි. O සිට තුළුණට තිරස් දුර $3a$ වේ. P හිදී ප්‍රවේගයේ දිශාව තිරසර ආනතව උඩු අතට ඇත. අංශුවේ තිරස් හා සිරස් වලිතවලට ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්තාර වෙන වෙනම අදින්න. ප්‍රස්තාර භාවිත කරමින් මේවා සාධනය කරන්න.

i) $8u^2 = 9ga$ බව

ii) P හිදී ප්‍රවේගයෙන් සිරස් සංරචකය $7u/3$ බව

b) කාලය $t = 0$ වන විට A හා B වලනය වන නැව් දෙකක් පිළිවෙලින් P හා Q ලක්ෂ්‍යවල පිහිටයි. PQ දුර නාවික සැතපුම් d වේ. A නැව් නොව $5u$ ප්‍රවේගයෙන් PQ ට ලම්බක දිශාවකට යාත්‍රා කරයි. B නැව් නොව $3u$ ප්‍රවේගයෙන් සරල රේඛීය මාර්ගයක වලනය වන්නේ A ට හැකි තරම් ආසන්නව ගමන් කරන සේය. B නැව් PQ ට $\tan^{-1}(3/4)$ ආනත දිශාවකට ගමන් කළ යුතු බව පෙන්වන්න. නැව් දෙක ඉතාමත් ආසන්න වීමට ගතවන කාලය සොයන්න.

(12) a) ස්කන්ධය M වන පුමට කුඤ්ඤයක්-පුමට තිරස් තලයක් මත තබා ඇති අතර ස්කන්ධය m වන අංශුවක් කුඤ්ඤයේ තිරසරව α ආනත මුහුණත මත තබා ඇත. කුඤ්ඤය එය මත යොදා ඇති තිරස් P බලය නිසා මේසය දිගේ වලනය වේ. කුඤ්ඤයේ ත්වරණය $\frac{P - mg \sin \alpha \cos \alpha}{M + m \sin^2 \alpha}$ බව පෙන්වන්න. අංශුව හා කුඤ්ඤය අතර ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය සොයන්න.



b) ස්කන්ධය 1000kg වන මෝටර් රථයක් තිරසරව $\sin^{-1}(1/5)$ ආනත මාර්ගයක ඉහලට 15ms^{-1} උපරිම වේගයෙන් ගමන් කරයි. එය මත එහි බරෙන් $\frac{1}{10}$ කට සමාන සර්ෂණ ප්‍රතිරෝධී බලයක් ක්‍රියා කරයි. මෝටර් රථයේ ජවය ඉහත අවස්ථාවේ මෙන්ම පවතී නම් එය තිරස් මාර්ගයක වලනය වන උපරිම වේගය සොයන්න. එම ආනත තලයේම පහලට මෝටර් රථය ගමන් කරන විට එන්ජිමේ ජවය මුල් අගයෙන් $\frac{1}{2}$ ක් නම් එය 30ms^{-1} ප්‍රවේගයෙන් වලනය වන විට එහි ත්වරණය සොයන්න. (සර්ෂණ ප්‍රතිරෝධී බලය සෑම අවස්ථාවකට එකම අගයකි)

(13) a) කුඩා සුමට අවල කප්පියක් මතින් ගමන් කරන සැහැල්ලු අවිනත්‍ය තන්තුවක දෙකෙළවරට ස්කන්ධ පිළිවෙලින් m හා $2m$ වන P හා Q අංශු දෙකක් සවි කර, Q අංශුව කප්පියට පහල තිරස් තලයක් මත තබා ඇති අතර අනෙක එල්ලෙහින් ඇත. කප්පිය ස්පර්ශ නොකරන තන්තු කොටස් සිරස්ය. P අංශුව මත විශාලත්වය $m\sqrt{gh}$ වන ආවේගයක් ඇතිවන සහරක් සිරස්ව යට අතට දෙනු ලැබේ. මේවා සාධනය කරන්න.

- i) Q අංශුව චලිතය අරඹන ප්‍රවේගය $2m\sqrt{gh}/3$ බව
- ii) Q අංශුව ගමන් කරන උපරිම උස $h/6$ බව

b) ස්කන්ධය $2m$ වන අරය කුඩා සුමට A ගෝලයක් තිරස් මේසයක් මත u ප්‍රවේගයෙන් චලනය වෙමින්, එය මත තිශ්වලව තබා ඇති ස්කන්ධය m වන අරයෙන් සමාන B ගෝලයක සරලව ගැටේ. ගෝල අතර ප්‍රත්‍ය ගතික සංගුණකය e නම් ගැටුමට පසු ගෝල දෙකේ ප්‍රවේග සොයන්න. ඉන්පසුව B ගෝල පරිපූර්ණ ප්‍රත්‍යස්ථ සිරස් බිත්තියක ගැටී පොලා පැන නැවත A සමඟ සරලව ගැටේ. මෙම ගැටුමට පසු B වල ප්‍රවේගය $2u(1+e)^2/9$ බව පෙන්වන්න.

(14) a) දිග l වන අවිනත්‍ය තන්තුවක දෙකෙළවර සවිකර ඇති සමාන ස්කන්ධ වලින් යුත් A, B අංශු දෙකක් තිරස් මේසයක් මත තබා ඇත. දත් A අංශුව $\sqrt{10gl}$ ප්‍රවේගයෙන් සිරස්ව උඩු අතට ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. එය නැවත මේසය කරා එන විට එහි ප්‍රවේගය $2\sqrt{gl}$ බව පෙන්වන්න.

b) වෘත්තාකාර මාර්ගයක් තිරස්ව α ආනතව සකසා ඇත්තේ මෝටර් රථයක් u ප්‍රවේගයෙන් ගමන් කරන විට එහි පැත්තට ලිස්සීම ඉතා වන සේය. රථය $v(>u)$ ප්‍රවේගයෙන් යන විට එය පැත්තට නොලිස්සීම සඳහා මාර්ගයේ සර්පණ සංගුණකය අඩුම ගණනේ $(v^2 - u^2)\tan \alpha / (v^2 \tan^2 \alpha + u^2)$ වත් විය යුතු බව පෙන්වන්න.

(15) අරය a වන ගෝලයක පිට පැත්තේ ඉහලම ලක්ෂ්‍ය මත තබන ලද අංශුවක් $\sqrt{ga}/2$ ප්‍රවේගයෙන් තිරස්ව ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. අංශුව ගෝලයේ පෘෂ්ඨය හැර යාමට පෙර එය චලනය වන සිරස් විස්තාපනය සොයන්න. එය ගෝලය හැර යාමෙන් පසුව, ගෝලයේ කේන්ද්‍රය හරහා යන තිරස් තලයට හමුවන ලක්ෂ්‍යය කේන්ද්‍රයේ සිට ඇති තිරස් දුර $(9\sqrt{34} + 7\sqrt{7})a/64$ බව පෙන්වන්න.

(16) a) AB හා BC යනු පිළිවෙලින් w හා $3w$ බැගින් බඳැති සමාන දිගැති ඒකාකාර දඬු දෙකකි. ඒවා B හිදී සුමටම හා සුවලව සන්ධි කර ඇත. දඬුවල A හා C කෙළවරවල තිරස රේඛාවක් මත පිහිටි අවල ලක්ෂ්‍ය දෙකකට අසවි කර ඇත. AC ට පහලින් B තිබෙන සේත් ABC කෝණය 120° වන සේත් දඬු සමතුලිතව පවතී. B සන්ධියෙන් $2w$ බර අංශුවක් එල්ලා ඇත.

මේවා සොයන්න.

- i) A අසවිවේ ප්‍රතික්‍රියාවේ තිරස් හා සිරස් සංරචක
- ii) AB මත B සන්ධියේදී ක්‍රියා කරන ප්‍රතික්‍රියාවේ තිරස් හා සිරස් සංරචක

b) බර දණ්ඩක් සීමාකාරී සමතුලිතතාවයේ තබා ඇත්තේ B කුඩා රළු නාදුන්නකට උඩින් ද A කුඩා රළු නාදුන්නකට යටින් ද තිබෙන සේය. දණ්ඩේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයට A සිට ඇති දුර $a (\cot \theta - \mu) / 2\mu$ බව පෙන්වන්න. මෙහි μ යනු A හා B හිදී සර්ඡණ සංගුණකය ද θ යනු දණ්ඩේ සිරසට ආනතිය ද $BA = a$ ද වේ.

- (17) a) O යනු මූල ලක්ෂ්‍යයයි. O ට සාපේක්ෂව A, B හා C ලක්ෂ්‍ය වල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $3\mathbf{i}$, $3\mathbf{i}+4\mathbf{j}$ හා $4\mathbf{j}$ වේ. $7\overline{OA}$, $6\overline{AB}$, $2\overline{BC}$, $4\overline{CO}$ හා $5\overline{OB}$ මගින් පූර්ණ වශයෙන් දැක්වෙන බල පද්ධතියක් ඇත. මෙම සියලුම බල \mathbf{i} , \mathbf{j} පද වලින් දැක්වන්න. මේවාට අමතරව මෙහිම තලයේ OCBA අතට ක්‍රියා කරන විශාලත්වය 16 වන බල යුග්මයක් ද ඇත. මෙම බල පද්ධතිය තනි බලයකට තුල්‍ය බව පෙන්වා එහි විශාලත්වය සහ සම්ප්‍රයුක්ත බලයේ ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.
- b) අභ්‍යන්තරය සුමට කුහර ගෝලයක් තුල බර w වන සෘජු AB දණ්ඩක් සමතුලිතව තබා ඇත. දණ්ඩ මගින් ගෝලයේ කේන්ද්‍රයේ ආපාතනය කරන කෝණය 120° කි. G යනු දණ්ඩේ ස්කන්ධය කේන්ද්‍රය වන අතර $AG ; GB = 3 : 1$ නම් දණ්ඩ සිරසට ආනත කෝණය සොයන්න.

(18) a) රූපවාහිනී යන්ත්‍ර මාදිලි දෙකක ජීව කාලය සඳහා පහත වගුව දී ඇත.

ජීව කාලය (අවුරුදු)	රූපවාහිනී ගණන	
	A මාදිලිය	B මාදිලිය
0 - 2	5	2
2 - 4	16	7
4 - 6	13	12
6 - 8	7	19
8 - 10	5	9
10 - 12	4	1

A මාදිලියේ රූපවාහිනීන් B මාදිලියේ රූපවාහිනීන් සඳහා ජීව කාලයේ මධ්‍යන්‍යයන්, සම්මත අපගමනයන් හා විචලන සංගුණකයන් වෙන වෙනම සොයන්න. වඩා පිරිමැසුම් දායක රූපවාහිනී වර්ගය කුමක්ද?

b) මෙම වගුව භාවිතය කර අය ගණන්වල වතුර්ථක සොයන්න.

විකුණුම් (රුපියල්)	සංඛ්‍යාතය
10 - 20	30
20 - 30	195
30 - 40	240
40 - 50	115
50 - 60	54
60 - 70	10
70 - 80	6
80 - 90	15
90 - 100	15

එමගින් අන්තස් වතුර්ථක පරාසය සොයන්න.