

b) $U_r = \frac{2r+3}{r^2(r+3)^2} \quad r \in \mathbb{Z}^+$ ලෙස ගනිමු.

$f(r) - f(r+3) = U_r$ වන සේ $f(r)$ ශ්‍රිතයක් සොයන්න.

$\sum_{r=1}^n U_r = f(1) + f(2) + f(3) - \{f(n+1) + f(n+2) + f(n+3)\}$ බව පෙන්වන්න.

$\sum_{r=1}^n U_r = \frac{49}{108} - \frac{1}{3} \left\{ \frac{1}{(n+1)^2} + \frac{1}{(n+2)^2} + \frac{1}{(n+3)^2} \right\}$ බව අපෝහනය කරන්න.

$\sum_{r=1}^n U_r$ අනන්ත පද ශ්‍රේණියක අභියාචිත බව පෙන්වා එහි පද අනන්තයේ ඵලය සොයන්න.

13) a) $A = \begin{bmatrix} 2 & b & 0 \\ b+1 & 3 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & b \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ සහ $C = \begin{bmatrix} 0 & 2b+1 \\ 4+b & 2b+3 \end{bmatrix}$ යයි ගනිමු.

මෙහි $b \in \mathbb{R}$

$BA^T - 2I = C$ බව පෙන්වන්න. මෙහි I යනු ස්‍රෝණික 2 ක වූ ඒකක න්‍යාසයකි.

C^{-1} පැවතීම සඳහා b ට ගත හැකි අගය කුලකය ලියා දක්වන්න.

$b = 0$ විට,

i) C^{-1} ලියා දක්වන්න.

ii) $CPC = 4CBA^T - 16I$ වන පරිදි P න්‍යාසය ලියා දක්වන්න.

b) i) $x^3 - 1 = 0$ සමීකරණයේ එක් අතාත්වික මූලයක් ω වේ. අනෙක් අතාත්වික මූලය ω^2 බව පෙන්වන්න.

එමගින්

$\omega^2 + \omega + 1 = 0$ හා

$(1 + \omega)(1 + \omega^2)(1 + \omega^4)(1 + \omega^8)(1 + \omega^{16})(1 + \omega^{32}) = 1$ බව පෙන්වන්න.

ii) $|Z - \omega|^2 = |z|^2 - 2 \operatorname{Re} z \bar{\omega} + |\omega|^2$ බව පෙන්වන්න.

iii) $z_1 = -1 + i$ හා $z_2 = 1 - \sqrt{3}i$ නම්, z_1 හා z_2 යන සංකීර්ණ සංඛ්‍යා

$r(\cos \theta + i \sin \theta)$ ආකාරයට ප්‍රකාශ කරන්න.

මෙහි $r > 0$ හා $-\pi < \theta < \pi$ වේ.

එනමින් $z_1^m z_2^n = 128$ වන පරිදි n සඳහා අගය, 'ද මුවාවර් ප්‍රමේයය' භාවිතයෙන් ලබා ගන්න.

14) a) $x \neq -2$ සඳහා $f(x) = \frac{(x-1)(3x+1)}{(x+2)^2}$ වේ. $f(x)$ හි ව්‍යුත්පන්නය $f'(x)$ යන්න $x \neq -2$ සඳහා

$$f'(x) = \frac{2(7x-1)}{(x+2)^3}$$
 මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

එනමින් $f(x)$ හි වැඩිවන ප්‍රාන්තරය හා $f(x)$ අඩුවන ප්‍රාන්තරය සොයන්න.

$f(x)$ හි හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ බණ්ඩාංක ද සොයන්න.

$x \neq -2$ සඳහා $f''(x) = \frac{2(17-13x)}{(x+2)^4}$ බව දී ඇත. ස්පර්ශනාන්තුව, හැරුම් ලක්ෂ්‍ය දක්වමින්

$y = f(x)$ ප්‍රස්ථාරයේ දල සටහනක් අඳින්න.

b) මුද්‍රණාලයක එක් පිටුවක් මුද්‍රණය කිරීමේදී එම පිටුවේ ඉහල, පහල සහ දකුණු පසින් ඒකක $1/2$ බැගින්ද, වම් පසින් ඒකක 1 ක් ද මායිම තබයි. මුද්‍ර පිටුවේ වර්ගඵලය වර්ග ඒකක 96 කි. මුද්‍රිත වර්ගඵලය උපරිම විට පිටුවේ දිග සහ පළල සොයන්න.

15) a) $\int \frac{1}{1-x^4} dx$ හින්න භාග මගින් අනුකලනය කරන්න.

b) $t = \sin \theta - \cos \theta$ ආදේශ කිරීමෙන්

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sin \theta + \cos \theta}{1 - \sin 2\theta} d\theta$$
 අගයන්න.

c) කොටස් වශයෙන් අනුකලනය කිරීමෙන් $\int e^{-2x} \sin 3x dx$ අගයන්න.

d) $\int_0^a f(x) dx = \int_0^a f(a-x) dx$ බව පෙන්වා එනමින් $\int_0^{\pi} \frac{x \tan x dx}{\sec x + \tan x} = \frac{\pi}{2} (\pi - 2)$ බව පෙන්වන්න.

16) I. (x_1, y_1) හා (x_2, y_2) ලක්ෂ්‍ය $lx + my + n = 0$ රේඛාවෙහි එකම පැත්තේ හෝ විරුද්ධ පැතිවල පිහිටන්නේ

$$(lx_1 + my_1 + n)(lx_2 + my_2 + n) \geq 0$$
 වීම අනුව බව පෙන්වන්න.

$x + y + 2 = 0$ හා $x - 7y - 6 = 0$ රේඛා දෙක අතර සුළු කෝණ සමවිච්ඡේදකයේ සමීකරණය සොයා $(3, 1)$ ලක්ෂ්‍ය රේඛා දෙක අතර මහා කෝණ කුල පිහිටන බව පෙන්වන්න.

II. $y = mx$ රේඛාව මගින් $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + C = 0$ වෘත්තය ස්පර්ශ වෙයි නම්,

$$(g + mf)^2 = C(1 + m^2)$$
 බව සාධනය කරන්න.

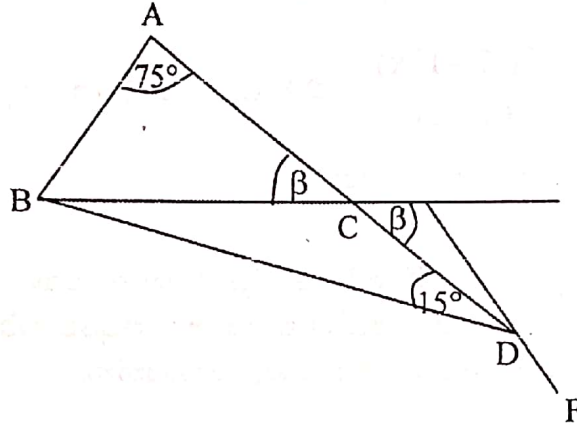
$x^2 + y^2 - 6x - 3y + 9 = 0$ වෘත්තයට මූල ලක්ෂ්‍යයේ සිට ඇඳි ස්පර්ශකවල සමීකරණ සොයා ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යවල බණ්ඩාංක සොයන්න.

17) a) $\sin(A - B)$ සමීකරණය ලියා දක්වන්න.
එනමින්

i) $\cos 75^\circ$ හි අගය සොයන්න.

ii) $\sin 75^\circ = (2 + \sqrt{3}) \cos 75^\circ$ බව පෙන්වන්න.

b) සුපුරුදු අංකනයෙන් ABC ත්‍රිකෝණය සඳහා සයින් නීතිය ප්‍රකාශ කරන්න.



රූපයේ දක්වා ඇති ABC ත්‍රිකෝණයේ $\hat{BAC} = 75^\circ$ හා $\hat{ACB} = \beta$ හා BCD ත්‍රිකෝණයේ $\hat{BDC} = 15^\circ$ වේ. $AC = CD$ වන අතර $2AB = BD$ වේ.

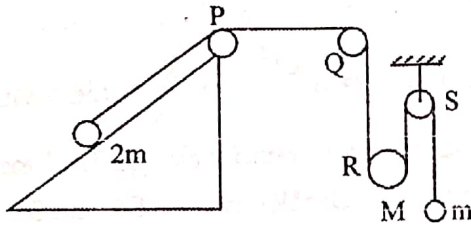
සුදුසු ත්‍රිකෝණ සඳහා සයින් නීතිය භාවිතයෙන් $\sin(75 + \beta) = 2 \sin(\beta - 15^\circ)$ බව පෙන්වන්න.

එනමින් $\cot \beta = \frac{2 \sin 75^\circ - \cos 75^\circ}{\sin 75^\circ + 2 \cos 75^\circ}$ බව පෙන්වන්න.

ඉහත (a) ii භාවිතයෙන් $\tan \beta = \frac{4 + \sqrt{3}}{3 + 2\sqrt{3}}$ බව පෙන්වන්න.

c) $y = 81^{\sin^2 x}$ නම්, $81^{\sin^2 x} + 81^{\cos^2 x} = 30$, $0 \leq x \leq \pi$ පරාසය තුළ විසඳන්න.

- 12) a) තිරසර 30° ක් ආනත සුමට අවල තලයක් මත ඇති ස්කන්ධය $2m$ වූ අංශුවක් සැහැල්ලු අවිනන්‍ය තන්තුවක එක් කෙළවරකට ගැටගසා එම තන්තුවේ අනෙක් කෙළවර ආනත තලයේ ඉහළම ශීර්ෂයේ වූ P අවල සුමට කප්පියක් මතින් ද ගොස් P හා එම මට්ටමේ ඇති Q සුමට අවල කප්පියක් මතින් ද ගොස් Q ට සිරස්ව පහළින් ඇති ස්කන්ධය M වූ R සුමට සවල කප්පියක් යටින් ගොස් Q මට්ටමට පහළින් ඇති S සුමට අවල කප්පියක් උඩින් ගමන් කර ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් දරයි. $QR = 2RS$ වන පරිදිය. පද්ධතිය සිරුවෙන් මුදාහළ විට t කාලයකට පසුව එක් එක් අංශුවේ ත්වරණය සෙවීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලියන්න. තන්තුවේ ආතතිය සෙවීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලියන්න.



- b) ස්කන්ධය $2m$ වූ P අංශුවක් a දිගැති සැහැල්ලු අවිනන්‍ය තන්තුවකට අමුණා ඇත. තන්තුවේ අනෙක් කෙළවර O අවල ලක්ෂ්‍යයකට අමුණා ඇත. O හරහා සිරස් සුමට කම්බියක් දිගේ චලනය වන ස්කන්ධය $3m$ වූ Q මුදුවක් ද තවත් සැහැල්ලු අවිනන්‍ය a දිගැති තන්තුවකින් අමුණා එම තන්තුවේ අනෙක් කෙළවර P අංශුවට ගැට ගසා තිබේ. P අංශුව OP යටි සිරසට $\pi/3$ කෝණයකින් ආනතව තිරස් වෘත්තයක් සලකුණු කරයි.

- i) OP හා PQ තන්තුවල ආතති සොයන්න.
- ii) P හි වේගය $\sqrt{6ag}$ බව පෙන්වන්න.

- 13) ප්‍රත්‍යස්ථ සැහැල්ලු, ස්වභාවික දිග $2l$ වන ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය $2mg$ වන තන්තුවක දෙකෙළවර සුමට තලය මත $4l$ දුරින් වන අවල P, Q ලක්ෂ්‍ය දෙකකට සවිකර ඇත. තන්තුවේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය O මත m ස්කන්ධය ඇති R අංශුව සවිකර ඇත. R අංශුව O සිට $\frac{3l}{2}$ දුරින් PQ රේඛාවේ වන L ලක්ෂ්‍යයේදී මුදා හරිනු ලැබේ. O සිට l දුරින් M පිහිටයි. L සිට M දක්වා චලිතය සරල අනුවර්තී බව පෙන්වා එහි කේන්ද්‍ර ලක්ෂ්‍යය හා විස්ථාරය සොයන්න. M හි දී ප්‍රවේගය සොයන්න.

M සිට නැවත O දෙසට චලිතය සරල අනුවර්තී බව පෙන්වා එහි කේන්ද්‍ර ලක්ෂ්‍යය හා විස්ථාරය සොයන්න.

අංශුවේ ආවර්ත කාලය $4 \sqrt{\frac{1}{g}} \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \tan^{-1} \left(\frac{3}{4} \right) + \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{2\sqrt{2}}{3} \right) \right]$ බව පෙන්වන්න.

14) a) i) A හා B හි පිහිටුම් දෛශික a හා b වේ. a හා b යනු සමාන්තර නොවන දෛශික වේ. D යනු OA හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය වන අතර $OB : BC = 1 : K - 1$ වන පරිදි දික්කල OB මත C පිහිටා ඇත. ($K > 1$ වන නියතයකි) M යනු AB හා CD හි ඡේදන ලක්ෂ්‍ය වේ. \overline{OM} a , b හා K ඇසුරෙන් සොයන්න.

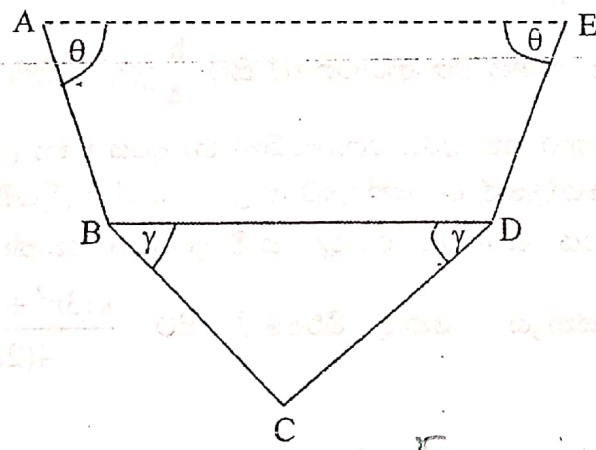
a , b ඒකාස්‍ර වෛදගික වේ.

ii) a හා b අතර කෝණය θ වේ නම් $\cos \frac{\theta}{2} = \frac{1}{2} |a + b|$ බව පෙන්වන්න.

b) ABCD යනු AB පාදය දිග $2a$ m වූ BC පාදය දිග a m වූ සෘජුකෝණාස්‍රයකි. නිව්ටන් $3P$, P , P , P බල පිළිවෙලින් AB, BC, DC හා AD ඔස්සේද $2\sqrt{2}P$ බලය AC ඔස්සේද ක්‍රියා කරයි. පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය, දිශාව හා සම්ප්‍රයුක්ත ක්‍රියා රේඛාව AB හමුවන ලක්ෂ්‍යය සොයන්න.

තලයේ පිහිටි ADC දිශාවට යොමු වූ $2Pa$ Nm විශාලත්වයක් ඇති යුග්මයක්ද, Q බලයක් ද පද්ධතියට යොදනු ලැබූ විට පද්ධතිය සමතුලිත වේ නම් Q බලයේ විශාලත්වයත්, දිශාවත් එහි ක්‍රියා රේඛාවට A ලක්ෂ්‍යයේ සිට ඇති දුරත් සොයන්න.

15) a) එක එකක් W බරැති හා සම දිගැති ඒකාකාර දඬු හතරක් B, C හා D හිදී සුමටව සන්ධි කර, A හා E හිදී එකම තිරස් මට්ටමකින් සැකිල්ල සුමටව අසව් කර ඇත. AB හා ED දඬු තිරසට θ ද, BC හා CD දඬු තිරසට γ ද ආනතව ඇත. B හා D ලුහු අවිනත්‍ය තන්තුවක් මගින් සම්බන්ධ කර රූපයේ පරිදි එල්ලා ඇත.

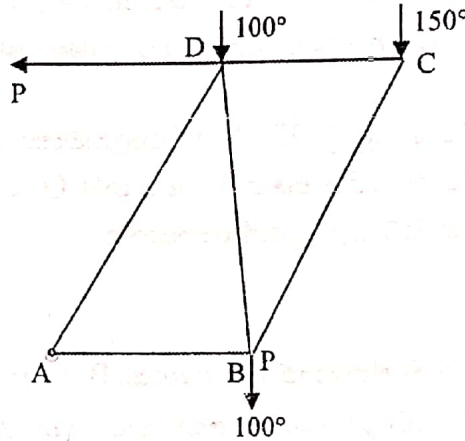


- i) C සන්ධියේ ප්‍රතික්‍රියාවේ සංරචක W හා θ ඇසුරෙන් සොයන්න.
- ii) A සන්ධියේ ප්‍රතික්‍රියාවේ සංරචක W හා θ ඇසුරෙන් සොයන්න.
- iii) තන්තුව තදව පැවතීමට $\tan \gamma > \frac{1}{3} \tan \theta$ විය යුතු බව පෙන්වන්න.

b) සැහැල්ලු සුමට දඬු 5න් යුත් රාමු සැකිල්ල රූපයේ දක්වේ. එය A අවල ලක්ෂ්‍යයකට සුමටව සන්ධි කර ඇත. රාමු සැකිල්ල A අවල ලක්ෂ්‍යයකට සුමටව සන්ධිකර ඇති අතර, D හි දී P තිරස් බලයක් යොදමින්ද, B, C හා D හි දී පිළිවෙලින් සිරස්ව 100 N , 150 N , 100 N බල යොදමින් සැකිල්ල සමතුලිතව සිරස් තලයක පවතී. AB හා DC දඬු තිරස් හා BD සිරස්ව පිහිටයි. AD හා BC දඬු

AB ට $\frac{\pi}{4}$ කෝණයෙන් ආනත වේ.

- P බලයේ විශාලත්වය සොයන්න.
- A හි ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය හා දිශාව සොයන්න.
- එක් එක් දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල සොයා ඒවා ආතතිද / තෙරපුම් ද යන්න දක්වන්න.



16) අරය r වූ ඒකාකාර ඝන අර්ධ ගෝලයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, එහි සමමිතික අක්ෂය මත අර්ධගෝලයේ ආධාරකයේ සිට $\frac{3r}{8}$ බව හා උස h වූ ඒකාකාර ඝන සෘජු වෘත්තාකාර කේතුවක

ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, එහි සමමිතික අක්ෂය මත ආධාරකයේ සිට $\frac{h}{4}$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

ක්‍රීඩා භාණ්ඩයක් අරය r වූ ඒකාකාර ඝන අර්ධ ගෝලයකින් හා අරය r හා උස h වූ ඒකාකාර ඝන කේතුවකින් සමන්විතය. අර්ධ ගෝලයේ හා කේතුවේ තල දාරයන් මැලියම් යොදා එකට අලවා තිබේ. අර්ධ ගෝලය සෑදි ද්‍රව්‍යයේ ඝනත්වය, කේතුව සෑදි ද්‍රව්‍යයේ ඝනත්වය මෙන් k ගුණයකි.

ක්‍රීඩා භාණ්ඩයේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය, කේතුව ශීර්ෂයේ සිට $\frac{k(3r^2 + 8rh) + 3h^2}{4(2kr + h)}$ දුරින් බව

පෙන්වන්න.

- ක්‍රීඩා භාණ්ඩය පොදු දාරයේ වූ ලක්ෂ්‍යයකින් එල්ලා ඇති විට එහි අක්ෂය ශීර්ෂ සිරසට θ කෝණයකින් ආනත නම් $\tan \theta$ සොයන්න.
- $h = 2r$ නම් ක්‍රීඩා භාණ්ඩය, එහි අර්ධ ගෝලයේ වක්‍ර පෘෂ්ඨය සුමට තිරස් තලයක ස්පර්ශ වන සේ තැබිය හැකි නම් K හි අගය සොයන්න.

17) a) A, B, C මල් ඉති තුනක පිළිවෙලින් පිපුණු මල් 3, 2, 2 බැගින් ද පරවූ මල් 2, 1, 2 බැගින් ද ඇත. මල් කැඩීමට ගිය දරුවකු සසම්භාවීව මල් ඉත්තක් තෝරා එම ඉත්තෙන් මලක් කඩා ගත්තේ නම්

- i) කැඩූ මල පරවූ එකක් වීමේ,
- ii) කැඩූ මල පරවූ එකක් නම් එය A ඉත්තෙන් වීමේ සම්භාවිතාවය සොයන්න.

b) මිනිසුන් 50 දෙනෙකුගේ බර පිළිබඳ සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් පහත වගුවේ දක්වේ.

බර (kg)	30 - 35	35 - 40	40 - 45	45 - 50	50 - 55	55 - 60
සංඛ්‍යාතය	6	13	14	4	3	10

මාතය, මධ්‍යන්‍ය සහ සම්මත අපගමනය සොයන්න.

පසුව 55-60 පන්ති ප්‍රාන්තරයේ සිටින පිරිසක් බර අඩුකර ගැනීම සිදුවිය. එම නිසා 55-60 බර පන්තියේ සංඛ්‍යාතය 10 සිට 4 දක්වා අඩුවන අතර 45-50 බර පන්තියේ සංඛ්‍යාතය 4 සිට 10 දක්වා වැඩිවේ. නව සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍ය මාතය සහ සම්මත අපගමනය සොයන්න.