සියලුම හිමිකම් ඇවිරිණි / All Rights Reserved

දේවි බාලිකා විද්‍යාලය - කොළඹ
DEVI BALIKA VIDYALAYA - COLOMBO

දෙවන වාර පරීක්ෂණය - 2018 මාර්තු

12 ශ්‍රේණිය

සංයුක්ත ගණිතය I

Combined Maths I

Time : - $2\frac{1}{2}$ hrs

A කොටසේ සියලුම ප්‍රශ්නවලටත් B කොටසින් ප්‍රශ්න 4 කටත් පිළිතුරු සපයන්න.

A කොටස

(1) $y = 3^x$ ආදේශ යොදා ගනිමින්, $3^{2x+1} + 3^2 = 3^{x+3} + 3^x$ සමීකරණ විසඳන්න.

(2) $\dfrac{2\sin\alpha}{1+\cos\alpha+\sin\alpha} = \dfrac{1-\cos\alpha+\sin\alpha}{1+\sin\alpha}$ බව පෙන්වන්න.

(3) P ලක්ෂ්‍යය BC රේඛාව 1 : 2 අනුපාතයට අභ්‍යන්තරව බෙදයි. $B \equiv (-1, 1)$ හා $C \equiv (1, 4)$ නම් P ලක්ෂ්‍යය හා (2, 3) ලක්ෂ්‍යය හරහා යන සරල රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

(4) $\lim_{x \to \pi} \dfrac{1 + \cos x}{x^2 - \pi^2}$ සොයන්න.

Scanned by CamScanner

5) ABC ත්‍රිකෝණයකි. $\overrightarrow{AB} = 3\underline{i} + 4\underline{j}$ හා $\overrightarrow{BC} = 4\underline{i} + \lambda\underline{j}$ වේ. මෙහි λ යනු පරාමිතියකි. AC මත P ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇත්තේ $\overrightarrow{AP} = 7\underline{i} + \underline{j}$ වන සේය. $\lambda = -3$ බව පෙන්වන්න.

එමගින්

i) AB හා BC ලම්බක බව පෙන්වන්න.

ii) AP : PC අනුපාතය සොයන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

6) අංශුවක් මත ක්‍රියාකරන $\underline{F_1} = 2\underline{i} + \underline{j}$, $\underline{F_2} = -\underline{i} + 2\underline{j}$ හා $\underline{F_3} = -\underline{i} - 3\underline{j}$ බල සමතුලිත බව පෙන්වන්න. සෑම බල දෙකකම දිශා අතර කෝණය සොයන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

Scanned by CamScanner

7) ABCD අවිතන්‍ය තන්තුවක A හා D දෙකෙළවර තිරස් සිලිමක පිහිටි අචල ලක්ෂ්‍ය දෙකකට සම්බන්ධ කර ඇත. තන්තුවේ B හා C ලක්ෂ්‍යයන් දෙකේ W බැගින් බර අංශු දෙකක් එල්ලා ඇත. පද්ධතිය සමතුලිතව ඇති විට AB හා CD කොටස් පිළිවෙලින් සිරසට 30° හා 60° බැගින් ආනතය. තන්තුවේ BC කොටස් සිරසට ආනතිය සොයන්න.

8) අරය a ද බර W ද වන ඒකාකාර ගෝලයක් a දිග අවිතන්‍ය තන්තුවක් මගින් එල්ලා ඇත. තන්තුවේ එක් කෙළවරක් ගෝලයේ පරිධියේ ලක්ෂ්‍යයකට ද අනෙක් කෙළවර සුමට සිරස් බිත්තියක පිහිටි ලක්ෂ්‍යයකට ද සවි කර ඇත. ගෝලය බිත්තිය ස්පර්ශ කරමින් සමතුලිතව පවතී. ගෝලය මත ක්‍රියා කරන බල සඳහා බල ත්‍රිකෝණය ඇඳීමෙන් තන්තුවේ ආතතියත් බිත්තිය මගින් ගෝලය මත ක්‍රියාකරන ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වයත් සොයන්න.

Scanned by CamScanner

සියලුම හිමිකම් ඇවිරිණි / All Rights Reserved

B කොටස

ප්‍රශ්න 5 කට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

(9) a) $\lambda^2(x^2 - x) + 2\lambda x + 3 = 0$ වර්ගජ සමීකරණයේ මූල α, β වේ. $\dfrac{\alpha}{\beta} + \dfrac{\beta}{\alpha} = \dfrac{4}{3}$ සමීකරණය තෘප්ත කරන λ හි අගයන් 2ක් λ_1 හා λ_2 නම්, $\dfrac{\lambda_1^2}{\lambda_2}, \dfrac{\lambda_2^2}{\lambda_1}$ මූල වන වර්ගජ සමීකරණය සොයන්න.

b) $x^2 + px + 1 = 0$ සමීකරණයේ මූල a, b වේ. $x^2 + qx + 1 = 0$ වර්ගජ සමීකරණයේ මූල c, d වේ. $(a - c)(b - c)(a + d)(b + d) = q^2 - p^2$ බව පෙන්වන්න.

(10) a) $f(x) = x^5 + 3x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 3x + 1$ වේ.

i) $(x - 1)$ හෝ $(x + 1)$ යනු $f(x)$ හි සාධක නොවන බව පෙන්වන්න.

ii) $x^2 - 1$ මගින් $f(x)$ බෙදූ විට ශේෂය සොයන්න.

iii) $(x^2 + 1)$ මගින් $f(x)$ බෙදූ විට ශේෂය 2 බව පෙන්වා එනයින් $f(x) = 2$ හි එක් තාත්වික මූලයක් ලබා ගන්න.

b) f ශ්‍රිතයක් $f : x \to \dfrac{px + 5}{x - q}$ මගින් අර්ථ දක්වෙන අතර $x = 2$ හා $x = 4$ විට දී f යටතේ ප්‍රතිබිම්බයන් පිළිවෙලින් -9 හා 13 බව දී ඇත. p හා q නියතයන්හි අගයන් සොයන්න. p හා q මෙම අගයන් ගන්නා විට දී ඉහත ශ්‍රිතයේ වසම හා පරාසය සොයන්න.

(11) $ax + by + c = 0$ සරල රේඛාව මත $P_1(\alpha, \beta)$ ලක්ෂ්‍ය මගින් ඇතිකරන ප්‍රතිබිම්බයේ ඛණ්ඩාංක $P_2(h, k)$ සොයන්න. ABCD රොම්බසයේ AC විකර්ණය $x + y + 1 = 0$ මත පිහිටයි. $B = (3, 2)$ වේ. $2x + y - 2 = 0$ මත C පිහිටයි. රොම්බසයේ පාදවල හා අනෙක් විකර්ණයේ සමීකරණ සොයන්න. තවද එය සමචතුරස්‍රයක් වන බවද පෙන්වන්න.

(12) a) සියලු x සඳහා $\cos x + \sqrt{3}\sin x = R\cos(x - \alpha)$ ආකාරයට ප්‍රකාශ කරන්න.

i) සියලු x සඳහා $\cos x + \sqrt{3}\sin x + 2$ යන්න සෘණ නොවන බව පෙන්වන්න.

ii) $-x \le x \le \pi$ පරාසය තුළ $\cos x + \sqrt{3}\sin x + 1 = 0$ සමීකරණයේ විසඳුම් සොයන්න.

b) $2\tan^{-1}(\sin x) = \tan^{-1}(2\sec x)$ විසඳන්න.

Scanned by CamScanner

(13) a) sin සූත්‍රය හා cos සූත්‍රය ප්‍රකාශ කර sin සූත්‍රය සාධනය කරන්න.

b) $\sin A + \sin B = a$, $\cos A + \cos B = b$ නම්, $\tan\left(\frac{A-B}{2}\right) = \sqrt{\frac{4-(a^2+b^2)}{a^2+b^2}}$ බව පෙන්වන්න.

c) $\frac{(a+b+c)(b+c-a)(a+b-c)(a+b+c)}{4b^2c^2} = \sin^2 A$ බවද නම් සමාන්තර ශ්‍රේණියක බව පෙන්වන්න.

$a\cos^2 C + c\cos^2 \frac{A}{2} = \frac{3b}{2}$ නම් a, b, c සමාන්තර ශ්‍රේණියක බව පෙන්වන්න.

Scanned by CamScanner

සංයුක්ත ගණිතය II
Combined Maths II

Time :- $2\frac{1}{2}$ hrs

- A කොටසේ ප්‍රශ්න සියල්ලටම පිළිතුරු සපයන්න.
- B කොටසෙන් ප්‍රශ්න 4 කට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

A කොටස

1) ABC සරල රේඛීය මාර්ගයකි. AB = d ද BC = 2d ද වේ. A සිට C දෙසට ඒකාකාර ත්වරණයෙන් චලනය වන මෝටර් රථයක් A සිට B තෙක් ද B සිට C තෙක් ද චලනය වීමට සමාන T කාල අන්තර ගනී. චලිතය සඳහා සමීකරණ ලිවීමෙන් A හි දී මෝටර් රථයේ ප්‍රවේගය $\frac{d}{2T}$ බව පෙන්වන්න. මෝටර් රථයේ ත්වරණය සොයන්න.

....

2) සිරස් සරල රේඛාවක් මත A හා B ලක්ෂ්‍ය පිහිටා ඇත්තේ, B ට පහළින් A තිබෙන සේත් AB = h වන සේත් ය. කාලය t = 0 වන විට B සිට P අංශුවක් නිශ්චලතාවයෙන් මුදා හරින විට Q අංශුවක් A සිට සිරස්ව උඩු අතට $\sqrt{2gh}$ ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. ඒවා C ලක්ෂ්‍යයකදී හමුවේ. චලිත සමීකරණ භාවිතය කිරීමෙන් $t=\sqrt{\frac{h}{2g}}$ වන විට P හා Q හමුවන බව පෙන්වන්න. AC : CB = 3 : 1 බව පෙන්වන්න.

....

Scanned by CamScanner

3) නිශ්චලතාවයෙන් ගමන් අරඹන අංශුවක් f ඒකාකාර ත්වරණයෙන් කිසියම් කාලයක් චලනය වී එතැන් සිට ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් t_0 කාලයක් චලනය වී, 2f ඒකාකාර මන්දනයකින් නිශ්චලතාවයට පත්වන තෙක් චලනය වේ. ගමන් කළ මුළු දුර s නම් මුළු චලිතයට ගතවන කාලය $\sqrt{\frac{3s}{f}} + t_0$ බව පෙන්වන්න.

4) A, B හා C යනු සරල රේඛාවක් මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යය තුනකි. O ලක්ෂ්‍යයකට සාපේක්ෂව A, B හා C ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $2\underline{a} + \underline{b}$, $\underline{a} + 2\underline{b}$ හා $\lambda\underline{b} - \underline{a}$ වේ. $\lambda = 4$ බව පෙන්වන්න. AB : BC අනුපාතය සොයන්න.

Scanned by CamScanner

(5) $F : R \to R \quad F(x) = \dfrac{x}{2x+1}$ ශ්‍රිතයෙහි ප්‍රතිලෝමයත් පවතී නම් ප්‍රතිලෝම ශ්‍රිතය සොයන්න.

(6) $\tan\theta + \sec\theta = \dfrac{\tan\frac{\theta}{2} + 1}{1 - \tan\frac{\theta}{2}}$ බව පෙන්වන්න. එමගින් $\tan 22\frac{1}{2} = \sqrt{2} - 1$ බව සාධනය කරන්න.

Scanned by CamScanner

(7) $ax^2 + by^2 = 1$ හා $lx + my = 1$ සමීකරණවලට x ත් y ත් සඳහා එක් විසඳුමක් තිබීමට $\frac{l^2}{a} + \frac{m^2}{b} = 1$ විය යුතු බව සාධනය කරන්න.

(8) a, b, c ධන තාත්වික නියත විට

$$\frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} + \frac{a+b}{c} \geq 6$$ බව පෙන්වන්න.

Scanned by CamScanner

සියලුම හිමිකම් ඇවිරිණි / All Rights Reserved

- B කොටසේ ප්‍රශ්න 4 කට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

B කොටස

9) කාලය $t = 0$ වන විට P මෝටර් රථයක්, O ලක්ෂයකින් නිශ්චලතාවයෙන් ගමන් අරඹා, සරල රේඛීය මාර්ගයක් දිගේ f ඒකාකාර ත්වරණයෙන් $t = 2T$ වන තෙක් චලනය වේ. $t = T$ වන විට Q මෝටර් රථයක් O වලින් නිශ්චලතාවයෙන් ගමන් අරඹා ඒකාකාර ත්වරණයෙන් P චලනය වූ දෙසටම චලනය වේ. $t = 2T$ වන විට P හා Q හි ප්‍රවේග සමාන වේ. $t \geq 2T$ වන විට Q මෝටර් රථය ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් චලනය වේ. P හා Q හි චලිත සඳහා එකම සටහනක ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්තාර අඳින්න.
එමගින්

i) Q හි ත්වරණය $2f$ බව පෙන්වන්න.

ii) $t = 2T$ වන විට P හා Q අතර දුර සොයන්න.

iii) $t = 2T + t_0$ වන විට P හා Q හමුවෙයි නම් $t_0 = T$ බව පෙන්වන්න.
$t = 2T + t_0$ වන විට P හා Q හි ප්‍රවේග අතර වෙනස සොයන්න.

10) $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ යනු සමාන්තර නොවන දෛශික දෙකක් වන අතර $\underline{a} \neq \underline{0}$ හා $\underline{b} \neq \underline{0}$ ද වේ. $\alpha\underline{a} + \beta\underline{b} = \underline{0}$ නම් $\alpha = 0$ හා $\beta = 0$ බව පෙන්වන්න. ABC ත්‍රිකෝණයක $\overrightarrow{CA} = \underline{a}$ ද $\overrightarrow{CB} = \underline{b}$ ද වේ. CB හා CA රේඛා මත පිළිවෙලින් D හා E ලක්ෂ්‍යයන් පිහිටා ඇත්තේ $CD : DB = 2 : 1$ ද $CE : EA = 1 : 3$ ද වන සේය. AD හා BE රේඛා G ලක්ෂ්‍යයක දී හමුවේ. $\overrightarrow{CG}$ යන්න $\overrightarrow{CG} = \underline{a} + \lambda\left(\frac{2}{3}\underline{b} - \underline{a}\right) = \underline{b} + \mu\left(\frac{1}{4}\underline{a} - \underline{b}\right)$ ආකාරවලින් ප්‍රකාශ කළ හැකි බව පෙන්වන්න. මෙහි λ හා μ යනු අදිශ වේ.

i) $\lambda = \frac{9}{10}$ බවත් $\overrightarrow{CG} = \frac{\underline{a} + 6\underline{b}}{10}$ බවත් පෙන්වන්න.

ii) දික් කළ CG රේඛාව AB ට F හි දී හමුවේ. $\overrightarrow{CF}$ යන්න $\overrightarrow{CF} = \alpha(\underline{a} + 6\underline{b}) = \underline{a} + \beta(\underline{b} - \underline{a})$ ආකාරවලින් ප්‍රකාශ කරන්න.

β සොයා $\frac{AE}{EC} \cdot \frac{CD}{DB} \cdot \frac{BF}{FA} = 1$ බව අපෝහනය කරන්න.

Scanned by CamScanner

11) P_1 හා P_2 ලක්ෂ්‍යයන් OXY බණ්ඩාංක තලයේ පිහිටනුයේ $OP_1 = OP_2 = r$ වන සේය. OX සිට වාමාවර්තව මනින $X\hat{O}P_1 = \theta_1$ ද $X\hat{O}P_2 = \theta_2$ ද වේ. $\overrightarrow{OP_1} = r_1(\cos\theta_1\, \underline{i} + \sin\theta_1\, \underline{j})$ බව පෙන්වන්න. $\overrightarrow{OP_2}$ සඳහා ද එවැනිම ප්‍රකාශනයක් ලියන්න.

(i) $\overrightarrow{OP_1} \cdot \overrightarrow{OP_2}$ සැලකීමෙන් $\cos(\theta_1 - \theta_2) = \cos\theta_1 \cos\theta_2 + \sin\theta_1 \sin\theta_2$ බව පෙන්වන්න.

(ii) P යනු $P_1 P_2$ ලරේඛාවේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයයි.

$$\overrightarrow{OP_1} = r\cos\frac{(\theta_1 - \theta_2)}{2}\left[\cos\frac{(\theta_1+\theta_2)}{2}\underline{i} + \sin\frac{(\theta_1+\theta_2)}{2}\underline{j}\right]$$ බව අපෝහනය කරන්න.

$\overrightarrow{OP_1}$, $\overrightarrow{OP_2}$ ඇසුරෙන් $\overrightarrow{OP}$ සඳහා ප්‍රකාශනයක් ලිවීමෙන්

$$\cos\theta_1 + \cos\theta_2 = 2\cos\frac{(\theta_1+\theta_2)}{2}\cdot\cos\frac{(\theta_1-\theta_2)}{2}$$ බවත්

$$\sin\theta_1 + \sin\theta_2 = 2\sin\frac{(\theta_1+\theta_2)}{2}\cdot\cos\frac{(\theta_1-\theta_2)}{2}$$ බවත් පෙන්වන්න.

12) a) $\underline{P}$ හා $\underline{Q}$ යනු අංශුවක් මත ක්‍රියා කරන බල දෙකක් වන අතර $|\underline{Q}| = \sqrt{2}\,|\underline{P}|$ වේ. $\underline{P}$ හා $\underline{Q}$ බල දෙකේ සම්ප්‍රයුක්ත බලය $\underline{P}$ බලයට ලම්බක නම් $\underline{Q}$ හා $2\underline{P}$ බල දෙකේ සම්ප්‍රයුක්තය $\underline{Q}$ බලයට ලම්බක බව පෙන්වන්න.

b) ABC ත්‍රිකෝණයකි. අංශුවක් මත ක්‍රියාකරන විශාලත්ව $P\cos A$, $P\cos B$ හා $P\cos C$ වන බල පිළිවෙලින් $\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AC}$ හා $\overrightarrow{AB}$ දිශාවලට ක්‍රියා කෙරේ. සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය P බව පෙන්වා එහි දිශාව සොයන්න. (මෙහි $B\hat{A}C = A$, $A\hat{B}C = B$, $A\hat{C}B = C$ වේ.)

c) ABCD සෘජුකෝණාස්‍රයේ $AB = 4a$ m, $BC = 3a$ m වේ. විශාලත්ව නිවටන් 1, 2, 5, 1 හා 5 බැගින් වන බල අංශුවක් මත පිළිවෙලින් $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{DA}$ හා $\overrightarrow{AC}$ දිශාවලට ක්‍රියා කෙරේ. බල පද්ධතිය සමතුලිත බව පෙන්වන්න.

13) බර W ද දිග a ද වන AB ඒකාකාර දණ්ඩක් තිරසට 45° ක් ආනතව සමතුලිතව තබා ඇත්තේ A කෙළවර සුමට නාදත්තක ගැටෙමින් ද B කෙළවරට අවිතන්‍ය තන්තුවක කෙළවරක් සවි කිරීමෙනි. තන්තුවේ අනෙක් කෙළවර A හරහා යන තිරස් තලයේ පිහිටි C ලක්ෂ්‍යයකට සවි කර ඇත.

i) "කොට් ප්‍රමේයය" යෙදීමෙන් තන්තුවේ සිරසට ආනතිය $\tan^{-1}\frac{1}{3}$ බව පෙන්වන්න.

ii) AC දිග සොයන්න.

iii) "ලාමි ප්‍රමේයය" යෙදීමෙන් තන්තුවේ ආතතියත් නාදත්ත මගින් යොදන ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වයත් සොයන්න.

14) "බල ත්‍රිකෝණ ප්‍රමේයයේ විලෝමය" ප්‍රකාශ කර සාධනය කරන්න.
බර W ද දිග 2a ද වන ඒකාකාර දණ්ඩක A කෙළවර අචල ලක්ෂ්‍යයකට අසව් කර, B කෙළවර $2a\sqrt{3}$ දිග අවිතන්‍ය තන්තුවක කෙළවරකට සවිකර ඇත. තන්තුවේ අනෙක් කෙළවර A ට සිරස්ව ඉහළින් පිහිටි C අචල ලක්ෂ්‍යයකට සවි කර ඇත්තේ AC = AB වන සේය. පද්ධතිය සමතුලිතව ඇති විට, බල ත්‍රිකෝණයක් ඇඳීමෙන් තන්තුවේ ආතතියත් A අසව්වේ ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වයත් සොයන්න. මෙම ප්‍රතික්‍රියාවේ දිශාව කුමක් ද?

Scanned by CamScanner