Nalanda College, Colombo 10 Nalanda College, Colombo 10 Nalanda College, Colombo 10 Nalanda College, Colombo 10 Nalanda College, Colombo 10 Nalanda College, Colombo 10

නාලන්දා විද්‍යාලය - කොළඹ 10

NALANDA COLLEGE - COLOMBO 10

10 | S | I

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර උසස් පෙළ විභාගය 2015

අවසාන වාර පරීක්ෂණය - 2015 ජූලි

සංයුක්ත ගණිතය - I

13 ශ්‍රේණිය **කාලය : පැය 03 යි**

නම : .... පන්තිය : .... විභාග අංකය : ....

උපදෙස් :

* මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ.
  A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ **B කොටස** (ප්‍රශ්න 11 - 17)
* **A කොටස**
  සියලුම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකිය.
* **B කොටස**
  ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
* නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු **A** කොටස, **B** කොටසට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
* ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි **B** කොටස පමණක් විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙනයාමට ඔබට අවසර ඇත.

පරීක්ෂකගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(10) සංයුක්ත ගණිතය I		
කොටස	ප්‍රශ්න අංක	ලැබූ ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	
	ප්‍රතිශතය	

පත්‍රය I	
පත්‍රය II	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	

අවසාන ලකුණු

ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

සංකේත අංක

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක		
පරීක්ෂා කළේ:	1	
	2	
අධීක්ෂණය		

Scanned by CamScanner

A කොටස

01. ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය භාවිතයෙන්, සියළු $n \in Z^+$ සඳහා $1^2 + 3^2 + 5^2 + \ldots\ldots\ldots$ පද n හි ඓක්‍යය $\frac{n}{3}(4n^2 - 1)$ බව සාධනය කරන්න.

02. $a \neq b$ හා $a + b \neq 0$ විට $(a+b)x^2 - 2(a^2+b^2)x + a^3 + b^3 = 0$ හි මූල අතාත්වික හෝ තාත්වික වන්නේ a හා b හි ලකුණු සමාන විට හෝ ප්‍රතිවිරුද්ධ වනවිට බව පෙන්වන්න.

Scanned by CamScanner

03. $K \in \mathbb{R}$ විට $\left[x+\frac{K}{x^3}\right]^{20}$ හි ද්විපද ප්‍රසාරණයේ x වලින් ස්වායත්ත පදය $\frac{969}{2}$ වේ. K හි අගය සොයන්න.

04. $\lim_{x \to \frac{\pi}{3}} \frac{\tan x\left[\tan^2 x-3\right]}{\cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)}$ අගයන්න.

Scanned by CamScanner

05. $y = px^3 + qx^2 - 9x$ සඳහා $x = -1$ දී ස්ථාවර ලක්ෂ්‍යයක් ඇත. $x = 1$ දී, වක්‍රයට ඇඳි ස්පර්ශකය (0, 1) ලක්ෂ්‍යයේදී y අක්ෂය ඡේදනය කරයි. p හා q සොයන්න.

06. $\sum_{r=6}^{10} ar^2 + br + c = \frac{1}{2}$ ~~(660 a + 55 b + 12 c)~~ 5(66a + 8b + c) බව පෙන්වන්න. මෙහි a, b, c යනු r වලින් තොර නියත වේ.

Scanned by CamScanner

(3, 7) ලක්ෂ්‍යය හරහා යන $x - y + 1 = 0$ රේඛාව මත කේන්ද්‍ර පිහිටන සේ අරය ඒකක 3 ක් වන වෘත්ත 2 ක් ඇඳිය හැකි බව පෙන්වන්න.

08. ABC යනු B(2, 1) ලක්ෂ්‍යයේදී සෘජුකෝණයක් සහිත සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයකි. AC පාදයේ සමීකරණය $2x + y - 3 = 0$ වේ. AB හා BC පාදවල සමීකරණ සොයන්න.

Scanned by CamScanner

09. $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 20 = 0$ මගින් දැක්වෙන වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය 0 වේ. වෘත්තය මත වූ $p(1, 7)$ හා $R(4,-2)$ ලක්ෂ්‍යවලදී ඇඳින ලද ස්පර්ශක Q හිදී හමුවේ. OPQR චතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

10. $\frac{\cos x + 2\sin x + 1}{\cos x + \sin x}$ ප්‍රකාශනයට තාත්වික x සඳහා 1 හා 2 අතරට පිවිසිය නොහැකි බව පෙන්වන්න.

Scanned by CamScanner

10	S	I

නාලන්දා විද්‍යාලය - කොළඹ 10
NALANDA COLLEGE - COLOMBO 10
අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර උසස් පෙළ විභාගය 2015
අවසාන වාර පරීක්ෂණය - 2015 ජූලි
සංයුක්ත ගණිතය - I
13 ශ්‍රේණිය

* ප්‍රශ්න පහකට පිළිතුරු සපයන්න.

B කොටස

11. (a) $f(x)=ax^3+5x^2-10x+b$ යැයි ගනිමු. මෙහි $a, b \in \mathbb{R}$ වේ. $(3x-1)$ යන්න $f(x)$ හි සාධකයක් වේ නම් හා $f(x)$ යන්න $(x-3)$ න් බෙදූවිට ශේෂය -144 ද නම් a හා b වල අගයයන් සොයන්න. එමගින් $f(x)$ ඒකජ සාධකයක හා වර්ගජ සාධකයක ගුණිතයක් ලෙස ප්‍රකාශ කරන්න. තවද $x>\frac{1}{3}$ වන පරිදි වූ සියළු තාත්වික x සඳහා $f(x)<0$ බවද අපෝහනය කරන්න.

(b) (i) $x \neq 0$ වනවිට $x+\frac{1}{x}$ ප්‍රකාශනයට -2 ත් 2 ත් අතර කිසිම අගයක් ගත නොහැකි බව පෙන්වන්න.

(ii) $p \neq 0$ විට $px^2+qx+r=0$ වර්ග සමීකරණයේ මූල α හා β යැයි ගනිමු. $\alpha^3-\beta^3$ යන්න p, q, r ඇසුරින් සොයා, එය තාත්වික වීම සඳහා සපුරාලිය යුතු අවශ්‍යතාව සඳහන් කරන්න.

(iii) $a \neq 0$ වනවිට $ax^2+bx+c=0$ වර්ග සමීකරණයේ මූල α හා β වේ. $\alpha+\beta$ හා $\alpha\beta$ සඳහා ආදේශයන් සොයා නොගෙන $\frac{1}{\alpha+1}$ හා $\frac{1}{\beta+1}$ මූල ලෙස ඇති වර්ග සමීකරණය $(a-b+c)x^2+(b-2a)x+a=0$ බව පෙන්වන්න.

12. (a) U_r යනු $\frac{1}{2}+\frac{1.4}{2.5}+\frac{1.4.7}{2.5.8}+\frac{1.4.7.10}{2.5.8.11}+\ldots\ldots$ ශ්‍රේණියේ r වන පදය වේ. U_r ලියා, U_r ඇසුරින් U_{r+1} ප්‍රකාශ කරන්න.
$f(r)=(Ar+B)U_{r+1}$ වන අයුරින් වූ r හි ශ්‍රිතයකි.
$f(r)-f(r-1)=U_r$ වන පරිදි වූ A හා B සොයන්න.
එනයින් $\sum_{r=1}^{n}U_r=\frac{1}{2}\left[\frac{4.7.10.\ldots\ldots(3n+1)}{2.5.8.11.\ldots\ldots(3n-1)}-1\right]$ බව පෙන්වන්න.

(b) $y=|2x-1|$ සහ $y=2-3x$ ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාර එකම බණ්ඩාංක තලයක ඇඳ එනයින් පමණක් $|2x-1|+3x \le 2$ අසමානතාව තෘප්ත කරන x හි අගය කුලකය සොයන්න.

(c) "MAWATHAGAMA" යන වචනයේ අකුරු 3 ක් සමාන වන පරිදි අකුරු 5 ක් තෝරාගෙන කළහැකි සංයෝජන ගණනත් සංකරණ ගණනත් සොයන්න.

Scanned by CamScanner

13. (a) (i) $12+5i$ හි වර්ගමූල දෙක $a+ib$ ආකාරයෙන් සොයන්න.
මෙහි $a, b \in \mathbb{R}$

(ii) $|Z|=1$ විට $\dfrac{Z-1}{Z+1}$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව හුදෙක් අතාත්වික බව පෙන්වන්න.

$Z=i$ හා $Z=\dfrac{1}{\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{2}}i$ විට $\dfrac{Z-1}{Z+1}$ සංඛ්‍යාව අපෝහනය කරන්න.

(iii) $(1+3i)\,Z_1=5(1+i)$ නම් Z_1, $x+iy$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න. P යනු ආගන්ඩ් තලයේ Z සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව දක්වන ලක්ෂ්‍යයයි. $|Z-Z_1|=|Z_1|$ නම් P හි පථය ආගන්ඩ් සටහනේ කුමක්ද?

(b) $\underset{\sim}{A}=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ හා $\underset{\sim}{I}=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ නම් $\underset{\sim}{A}^2-(a+d)\underset{\sim}{A}=(bc-ad)\underset{\sim}{I}$ බව පෙන්වන්න.

$\underset{\sim}{B}=\begin{pmatrix} -d & b \\ c & -a \end{pmatrix}$ නම් $\underset{\sim}{A}\underset{\sim}{B}+(a+d)\underset{\sim}{A}=\underset{\sim}{A}^2$ බව සාධනය කරන්න.

14. (a) $1<x<\dfrac{3}{2}$ පරාසය තුළ $u=2\sin^{-1}\sqrt{x-1}$ හා $v=\sin^{-1}\left[2\sqrt{(x-1)\,(2-x)}\right]$ නම්

$\dfrac{d}{dx}(uv)=\dfrac{1}{\sqrt{(x-1)\,(2-x)}}\,(u+v)$ බව පෙන්වන්න.

(b) ප්‍රථම ව්‍යුත්පන්නය පරීක්ෂා කිරීමෙන් $x\neq 1$ හා $x\neq 4$ විට $\dfrac{x}{(x-1)\,(x-4)}$ ශ්‍රිතයේ ස්ථාවර ලක්ෂ්‍ය සොයන්න.

$y=\dfrac{x}{(x-1)\,(x-4)}$ වක්‍රයේ දළ ප්‍රස්තාරය අඳින්න.

(c) තුනී තහඩුවක් යොදාගෙන පියන රහිත පතුල සමචතුරස්‍රාකාර වන පරිදි නියත පරිමාවක් සහිත ටැංකියක් සෑදිය යුතුව ඇත. මේ සඳහා තහඩුවලට යන වියදම අවම වනසේ සෑදිය හැකි ටැංකියේ උස එහි පළලින් භාගයක් වන බව පෙන්වන්න.

15. (i) $\displaystyle\int_1^{\sqrt{3}} \frac{1}{x^2}\tan^{-1}\left(\frac{1}{x}\right)dx$ යන්න, සුදුසු ආදේශයක් භාවිතයෙන් $\dfrac{\pi\left(3\sqrt{3}-2\right)}{12\sqrt{3}}-\dfrac{1}{2}\ell n\left(\dfrac{3}{2}\right)$ ට සමාන බව පෙන්වන්න.

(ii) $\displaystyle\int_1^3 \frac{3x^3-18x^2+29x-4}{(x+1)(x-2)^3}\,dx$ අගයන්න.

(iii) $\displaystyle\int a^x\,dx=\frac{a^x}{\ell n a}+c$ බව පෙන්වා එනයින් $\displaystyle\int \frac{5^{\sqrt{x+4}}}{\sqrt{x+4}}\,dx$ අනුකලය අගයන්න.

(iv) $y=\sin x$, $y=\cos x$ ප්‍රස්තාර දෙකත් x - අක්ෂයත් ප්‍රථම වෘත්ත පාදකයේ සංවෘත කරන වර්ගඵලය ඒකක $\sqrt{2}\left(\sqrt{2}-1\right)$ බව පෙන්වන්න.

Scanned by CamScanner

16. (a) x අක්ෂය මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක සිට එකිනෙකට ලම්බ වන සේ පිහිටි ස්පර්ශක දෙකක් $x^2 + y^2 - 10x - 8y + 31 = 0$ වෘත්තයට ඇඳිනු ලැබේ. එවැනි ලක්ෂ්‍ය 2 ක් පවතින බව පෙන්වා, එක් එක් අවස්ථාවේ ස්පර්ශකවල සමීකරණ සොයන්න.

(b) $2g_1 g_2 + 2f_1 f_2 = c_1 + c_2$ නම් $x^2 + y^2 + 2g_1x + 2f_1y + c_1 = 0$ වෘත්තයත් $x^2 + y^2 + 2g_2x + 2f_2y + c_2 = 0$ වෘත්තයත් ප්‍රලම්බව ඡේදනය වන බව පෙන්වන්න.

$x^2 + y^2 = 1$ වෘත්තයේ පරිධිය සමච්ඡේද කරමින්ද, (2, 0) ලක්ෂ්‍යය හරහා යමින්ද, $x^2 + y^2 + 4y - 5 = 0$ වෘත්තය ප්‍රලම්බව ඡේදනය කරමින්ද යන වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.

17. (a) $A + B + C = \pi$ නම් $\cos A + \cos B + \cos C = 1 - 2\left[\sin\left(\frac{C}{2}\right) - \frac{1}{2}\cos\left(\frac{A-B}{2}\right)\right]^2 + \frac{1}{2}\cos^2\left(\frac{A-B}{2}\right)$ බව පෙන්වා එමගින් $\cos A + \cos B + \cos C \le \frac{3}{2}$ බව අපෝහනය කරන්න.

(b) (i) θ හි සියළු තාත්වික අගයන් සඳහා $\frac{\cos\theta + 2\sin\theta + 1}{\cos\theta + \sin\theta}$ ප්‍රකාශනයට 1 හා 2 අතර පිහිටිය නොහැකි බව පෙන්වන්න.

(ii) $7\cos^2 x + \sin x \cos x - 3 = 0$ සමීකරණය $\tan x$ හි වර්ගජ සමීකරණයක් ලෙස ලියා සාධාරණ විසඳුම සොයන්න.

(c) ත්‍රිකෝණයක විශාල පාද දෙකක දිග පිළිවෙලින් ඒකක 10 ක් හා ඒකක 9 ක් වේ. ත්‍රිකෝණයේ කෝණ සමාන්තර ශ්‍රේණියක පිහිටන බව දී ඇත්නම් ඉතිරි පාදයේ දිග සොයන්න.

❖❖❖

Scanned by CamScanner