Prepared by Engineering students of the 2017, 2018, 2019 and 2020 batches of Royal College

3^{rd} Term Test - Online Paper

රාජකීය විද්‍යාලය - කොළඹ 07

13 ශ්‍රේණිය

සංයුක්ත ගණිතය I
Combined Mathematics I

පැය තුනයි
Three hours

Part A

- A කොටසේ ප්‍රශ්න සියල්ලටමද, B කොටසේ ප්‍රශ්න පහකට පිළිතුරු සපයන්න.

(1) $\sin n \neq 0$ බව දී ඇත්නම් සියලුම ධන නිඛිල සඳහා $\cos x.\ \cos 2x \ .... \cos\ 2^{n-1} x = \dfrac{\sin 2^n x}{2^2 \sin x}$ බව පෙන්වීම ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය භාවිතා කරන්න.

(2) $\left(1+\dfrac{x}{2}\right)^n$ ප්‍රසාරණයේ x^7 හා x^8 පදවල සංගුණක සමාන නම් n සොයන්න.

(3) ඕනෑම නිශ්ශුන්‍ය A, B සමචතුරස්‍ර න්‍යාස දෙකක් සඳහා

$A^2 = I, \quad B^2 = I$ හා

$(AB)^2 = I$ නම්

$AB = BA$ බව පෙන්වන්න

(4) සුපුරුදු අංකනයෙන් $n \varepsilon Z^+$ වන $(1+x)^n$ හි ද්විපද ප්‍රසාරණය ප්‍රකාශ කරන්න.

එනයින් $n \varepsilon Z^+$ වන $(1-x)^n$ හි ද්විපද ප්‍රසාරණය අපෝහනය කරන්න.

$(1+x)^n \, (1-x)^n$ හි ප්‍රසාරණයේ x^0 හි සංගුණකය සලකා,

$\sum_{r=0}^{n} (-1)^r \; {}^nC_{r^2}$ හි අගය n ඔත්තේ වන විට ශූන්‍ය බවත්, n ඉරට්ටේ විට ${}^nC_{n/2}$ වන බවත් පෙන්වන්න.

(5) α, β යනු $ax^2 + bx + c = 0$ මූල විට $\lim_{x \to a} 1 - \frac{\cos(ax^2 + bx + c)}{(x-\alpha)^2} = \frac{a^2}{2}(\alpha - \beta)^2$

(6) $x = e^{-t}$ $y = t^3$ (t = පරාමිතියක්) $\left(\frac{dy}{dx}\right)_{t=0}$ හි අගය සොයන්න.

(7) $I = \int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\cos x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}}$ අගයන්න

(8) $x + 3y + 5 = 0$ හා $2x - 3y + 8 = 0$ සරල රේඛාව $lx + my + n = 0$ මගින A හා B හිදී ඡේදනය වේ. O මූලය නම් OA හා OB ලම්භකද නම්, $7n^2 + 18ln + 9mn = 40\,(l^2 + m^2)$ බව පෙන්වන්න.

(9) g හා f හි සියලු අගයන් සඳහා $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy - r^2 = 0$ වෘත්තය $x^2 + y^2 - r^2 = 0$ වෘත්තයේ පරිධිය සමච්ඡේදනය වන බව පෙන්වන්න. $y = -5$ සරල රේඛාව ස්පර්ශ කරමින් $x^2 + y^2 - 9 = 0$ වෘත්තයේ පරිධිය සමච්ඡේදනය කරමින් (1, 1) ලක්ෂ්‍යය ඔස්සේ වෘත්ත කීයක් ඇඳිය හැකිදැයි පෙන්වන්න.

(10) $\tan\left(\frac{\pi}{7}+3\theta\right).\tan\left(\frac{2\pi}{7}-2\theta\right).\tan\left(\frac{4\pi}{7}-\theta\right) = \tan\left(\frac{\pi}{7}+3\theta\right)+\tan\left(\frac{2\pi}{7}-2\theta\right)+\tan\left(\frac{4\pi}{7}-\theta\right)$ බව පෙන්වන්න.

B - කොටස

(11) a) $f(x) = ax^2 + bx + c$ සහ $a \neq 0$ යැයි ගනිමු.

(i) සියලුම x සඳහා $f(x) \geq 0$ වීමට අවශ්‍යතාව කුමක් ද?

(ii) සියලුම x සඳහා $f(x) \leq 0$ වීමට අවශ්‍යතාව කුමක් ද?

(iii) සියලුම x, y සඳහා $x^2 + axy + by^2 - \frac{1}{8}x - y - \frac{1}{4} \geq 0$ වේනම්

$b + 32a + 256 < 0$ බව පෙන්වන්න.

b) $x^2 + 10x + c = 0$ සමීකරණයෙහි, එක් මූලයක් අනෙක් මූලයෙහි ඝනය වේ නම්,
$\alpha^6 - 100\alpha^2 - 10c\alpha + c = 0$ බව පෙන්වන්න.

c) $f(x) = x^3 + \lambda x^2 + \mu x + \theta$ බහු පදය $(x-1)^2$ න් බෙදෙන අතර එය $(x+1)$ න් බෙදූ විට ශේෂය 4කි.

i) $f(x)$ බහු පදය $(x-3)$ න් බෙදූ විට ශේෂ ය 20 බව පෙන්වා මෙම බහුපදය ඒකජ සාධකවල ගුණිතයක් ලෙස ලියන්න.

(12) a) වට මේසයක් සහ පුටු කට්ටලයක් පවතින්නේ, ඕනෑම තනි පුද්ගලයෙකු මේසය වටා අසුන් ගැන්විය හැකි එකිනෙකට වෙනස් ආකාර ගණන 1ක් වන පරිදිය.

i) වට මේසය වටා පවතින පුටු n සංඛ්‍යාව මත එකිනෙකට වෙනස් මිනිසුන් k සංඛ්‍යාවක් අසුන් ගැන්විය හැකි එකිනෙකට වෙනස් ආකාර ගණන කොපමණ ද? $(1 \leq k \leq n,\ k, n \in Z^+)$

ii) එනයින්, පුටු n සංඛ්‍යාව මත එකිනෙකට වෙනස් මිනිසුන් n සංඛ්‍යාවක් අසුන් ගැන්විය හැකි එකිනෙකට වෙනස් ආකාර ගණන $(n-1)!$ බව පෙන්වන්න.

දැන් එකිනෙකට ආසන්නව පවතින සර්වසම වට මේස යුගළක් සලකන්න. එක් වට මේසයක් වටා පුටු l සංඛ්‍යාවක් ද අනෙක වටා පුටු $(n-1)$ සංඛ්‍යාවක් ද පිළියෙල කර ඇත්තේ වෙන් වෙන්ව තැබූ කළ එක් එක් වට මේස සහ පුටු කට්ටල ඉහත ආරම්භයේ කී ගුනාංගය සපුරාලන පරිදිය. $(n \neq 2l)$

i) මෙම වට මේස ද්විත්වය වටා එකිනෙකට වෙනස් මිනිසුන් k සංඛ්‍යාවක් අසුන් ගැන්විය හැකි එකිනෙකට වෙනස් ආකාර ගණන කොපමණ ද? $(1 \leq k \leq n, k, n \in Z^+)$

ii) මෙම වට මේස ද්විත්වය වටා එකිනෙකට වෙනස් මිනිසුන් n සංඛ්‍යාවක් අසුන් ගැන්විය හැකි එකිනෙකට වෙනස් ආකාර ගණන $n!$ බව පෙන්වන්න.

b) $r \in Z^+$ සඳහා $U_r = \dfrac{2r+1}{r(r+2)(r+4)}$ හා $V_r = \dfrac{Ar+B}{r(r+2)}$ යැයි ගනිමු. මෙහි $A, B \in R$ වේ.

$r \in Z^+$ සඳහා $U_r = V_r - V_{r+2}$ වන පරිදි A හා B අගයන් සොයන්න.

එනයින් $\sum_{r=1}^{n} Ur = \dfrac{67}{96} - \dfrac{4n+5}{4(n+1)(n+3)} - \dfrac{4n+9}{4(n+2)(n+4)}$ බව පෙන්වන්න.

$\sum_{r=1}^{n} Ur$ අපරිමිත ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව පෙන්වා එහි ඓක්‍යය සොයන්න.

දැන්, $r \varepsilon Z$ සඳහා $Wr = U_r + \quad U_{r+1}$ යැයි ගනිමු. $\sum_{r=1}^{n} W_r = 2\sum_{r=1}^{n} U_r + U_{n+1} - U_r$ බව පෙන්වන්න.

$\sum_{r=2}^{\infty} W_r$ අපරිමිත ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව අපෝහනය කර එහි ඓක්‍යය සොයන්න.

(13) a) $(A)_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & -3 \end{pmatrix}$

$(A)_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} 7 & -2 & 3 \\ 6 & 15 & -3 \\ 5 & -7 & -9 \end{pmatrix}$ ලෙස දී ඇත.

3 x 3 ඒකක න්‍යාසය I නම්,
B x A = 39I බව පෙන්වන්න.
එනයින් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ
$-x + 2y - z = 4$
$3x - y - 3z = 4$
$4x + y + z = 5$ $\qquad x, y, z \in R$
ඉහත සමගාමී සමීකරණ පද්ධතිය විසඳා x, y, z ගණනය කරන්න.

b) ඕනෑම $z, \omega \in C$ සඳහා

1) $\omega\overline{\omega} = |\omega|^2$

2) $\omega + \overline{\omega} = 2Re(\omega)$

3) $\omega - \overline{\omega} = 2i\, Im(\omega)$ බව පෙන්වන්න.

එනයින්

$|z + \omega|^2 - |z - \overline{\omega}|^2 = 4Re(z)\, Re(\omega)$ හා

$|z + \omega|^2 - |z + \overline{\omega}|^2 = 4Im(z)\, Im(\omega)$ බව පෙන්වන්න.

c) $z = \cos\alpha + i\sin\alpha$

$\omega = \cos\beta + i\sin\beta$

$\psi = \cos\gamma + \sin\gamma$ ලෙස වන z, ω, ψ සංකීර්ණ සංඛ්‍යා 3ක් සඳහා

$\cos\alpha + \cos\beta + \cos\gamma = 0$

$\sin\alpha + \sin\gamma + \sin\beta = 0$ වේ නම්

$\frac{1}{z} + \frac{1}{\omega} + \frac{1}{\psi} = 0$ බව පෙන්වා

මුවාවර් ප්‍රමේයය භාවිතයෙන්

$\cos(2\alpha) + \cos(2\beta) + \cos(2\gamma) = 0$ බව පෙන්වන්න.

(14) a) $f(x) = \frac{8x}{x^2+1}$ වේ. $f'(x) = \frac{8(1-x^2)}{(x^2+1)^2}$ හා

$f''(x) = \frac{16x(x^2-3)}{(x^2+1)^3}$ බව පෙන්වමින් තිරස් ස්පර්ශෝන්මුඛ හැරවුම් ලක්ෂ්‍ය හා නතිවර්තක ලක්ෂ්‍ය සඳහන් කරමින් f(x) ප්‍රස්තාරය අඳින්න.

b) P නම් ලක්ෂීය ආලෝක ප්‍රභවයක් H වූ උසක සිට නියත V ආන්ත ප්‍රවේගයකින් සිරස්ව පහළට වැටේ. මෙය පොළොව මත පතිත වන ලක්ෂ්‍යය O වේ. O සිට මනින ලද විස්ථාපනය y ද මිනිසාගේ සෙවනැල්ලේ දිග x නම්, සෙවනැල්ලේ දිග වෙනස්වන සීඝ්‍රතාවය y හි ශ්‍රිතයක් ලෙස වූ $\dot{x} = \frac{Vhd}{(y-h)^2}$ මගින් දෙන බව පෙන්වන්න. මිනිසාගේ උස h වේ.

(15) i) $\int_0^1 x^a(1-x)^b\,dx = \int_0^1 x^b(1-x)^a\,dx$ බව සාධනය කරන්න.

ඒ නයින්

$\int_0^1 x(1-x)^4\,dx$ අගයන්න.

ii) කොටස් වශයෙන් අනුකලනයෙන් $\int \frac{xe^x}{(1+x)^2}dx$ සොයන්න.

iii) y = x රේඛාව හා y = x (2 – x) වක්‍රයෙන් පර්යන්ත වර්ගඵලය සොයන්න.

(17) a) $\tan(x+\theta).\cot(x-\theta) = t$ හා $t = 0$ වේ නම්, $\sin\theta \le \frac{t-1}{t+1}$ බව පෙන්වන්න.

b) $4x^3 - 9x^2 - 2x + 1 = 0$ සමීකරණයෙහි එක් මූලයක් $\frac{1}{4}$ බව පෙන්වන්න.

එනයින්, $4\cos^2\theta + \tan^2\theta = 10$ සමීකරණය, $0 \le \theta \le 2\pi$ පරාසය තුළ විසඳන්න.

c) සුපුරුදු අංකනයෙන් ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා sin ප්‍රමේයය හා cos ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කරන්න.

ABC ත්‍රිකෝණයේ $A\hat{B}C = 30°$ ද D යනු BC හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයද වේ. E යනු AE : ED = m : 2 වන පරිදි මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයකි. මෙහි m > 0 වේ. $E\hat{C}D = \theta$ ද $C\hat{E}D = \alpha$ ද වේ.

i) $AD = \frac{1}{2}\sqrt{(a-\sqrt{3}c)^2 + c^2}$ බව පෙන්වන්න.

ii) $\frac{9a^2}{\sin^2\alpha}\sin^2\theta = (a - \sqrt{B}\,c)^2 + c^2$ වන පරිදි m සොයන්න.

d) $\sin^{-1}(1-x) + \sin^{-1}(x) = \cos^{-1}(x)$ සමීකරණය විසඳන්න.

Prepared by Engineering students of the 2017, 2018, 2019 and 2020 batches of Royal College

3rd Term Test - Online Paper

රාජකීය විද්‍යාලය - කොළඹ 07
Royal College – Colombo 07

රාජකීය විද්‍යාලය - කොළඹ 07

කොළඹ 07 රාජකීය විද්‍යාලය
Colombo 07 Royal College

13 **ශ්‍රේණිය**

සංයුක්ත ගණිතය II
Combined Mathematics II

පැය තුනයි
Three hours

A කොටස

- A කොටසේ ප්‍රශ්න සියල්ලටමද, B කොටසේ ප්‍රශ්න පහකට පිළිතුරු සපයන්න.

1) පිළිවෙළින් ස්කන්ධ m සහ 4 m වූ A සහ B නම් ඒකාකාර කුඩා සුමට ගෝල දෙකක් පිළිවෙළින් 2a සහ 6a ප්‍රවේගවලින් එකිනෙක දෙසට චලනය වේ. ගෝල අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $\frac{1}{2}$ වේ.

   i) ගැටුමෙන් පසු එහි ප්‍රවේගය ගණනය කරන්න.

   ii) එක් ගෝලයකින් අනෙකට සංක්‍රමණය වූ ගම්‍යතාව ගණනය කරන්න.

2) සුපුරුදු අංකයෙන් O අචල මූලයකට අනුබද්ධයෙන් A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙකක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් $-3\underline{i} + 6\underline{j}$ සහ $3\underline{i} - 2\underline{j}$ වේ. $A\hat{O}C = A\hat{O}D = \frac{\pi}{2}$ හා $AB = DC$ ද $DO : OC = 2 : 3$ ද වේ. C හා D ලක්ෂ්‍ය දෙකේ පිහිටුම් දෛශික සොයන්න.

3) ස්වාභාවික දිග a හා ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය 4 mg වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක් එක් කෙළවර අචල O ලක්ෂ්‍යයකටද, අනෙක් කෙළවර ස්කන්ධය m වූ, P අංශුවකටද ගම්‍යව ඇත. P අංශුව O හි සිට නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ. P අංශුව A ලක්ෂ්‍යය පසු කර යන විට ප්‍රවේගය සොයන්න.

$$OA = \frac{3a}{2} \text{ වේ.}$$

4) ස්කන්ධය M kg වූ මෝටර් රථයක් ස්කන්ධය m හා මෝටර් බයිසිකලයක් සෘජු පාරක් දිගේ ඇදගෙන යනු ලබන්නේ මෝටර් රථයේ හා මෝටර් බයිසිකලයේ චලිත දිශාවට සමාන්තර වූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය කේබලයක් ආධාරයෙනි. මෝටර් රථයේ හා මෝටර් බයිසිකලයේ චලිතයට ප්‍රතිරෝධය R_1 හා R_2 වේ. එක්තරා මොහොතකදී මෝටර් රථයේ හා මෝටර් බයිසිකලයේ ප්‍රවේගය $V \text{ ms}^{-1}$ වේ. එම මොහොතේ මෝටර් රථයේ පථය P kW නම්, කේබලයේ ආතතිය $\dfrac{1000Pm - V(mR_1 - MR_2)}{(M+m)V}$ බව පෙන්වන්න.

5) එක් නැවක් $2u\ kmh^{-1}$ වේගයෙන් නැගෙනහිර දිශාවට ගමන් කරන අතර දෙවන නැවක් දකුණින් 30^0 නැගෙනහිර දිශාවට $u\ kmh^{-1}$ වේගයෙන් ගමන් කරයි. දවල් 12.00 ට පළමු වන නැව දෙවන නැවේ සිට කිලෝමීටර d km දුරින් දකුණු දිශාවේ දිස් වේ.

i) B ට සාපේක්ෂ ව A හි ප්‍රවේගය සොයන්න.

ii) නැව් දෙක අතර ඇති වන අඩු ම දුර සහ ඒ සඳහා ගත වන කාලය නිර්ණය කරන්න.

....

6) අංශුවක් තිරසට α ආනතියකින් u ප්‍රවේගයකින් O මිට ප්‍රක්ෂේපණය කරයි. අංශුව මෙම D දුරකදී H උසකින් ද O සිට d දුරකදී l දුරකින්ද පිළිවෙළින් ගමන් කරයි. (පළමුව H උසකින්) H > h බව දී ඇත්නම්,

$(D + d)\, g \tan^2 \alpha - 2u^2 \tan \alpha + g\,(D + d) > 0$ බව දක්වන්න.

....

7) දිග 2a ද ස්කන්ධය w ද වූ ඒකාකාර AB දණ්ඩක A, අචල ලක්ෂ්‍යයකට සවි කර ඇත. B හි ක්‍රියා කරන විශාලත්වය P වූ බලයක් මඟින් යටි සිරස සමඟ $\tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$ කෝණයක් සාදමින් මෙම දණ්ඩ සමතුලිතතාව තබා ඇත. බල ත්‍රිකෝණය උපයෝගී කර ගනිමින්,

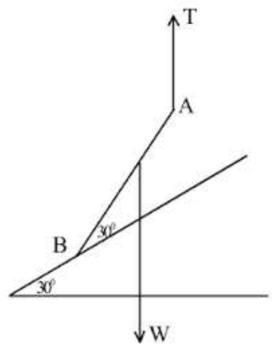
i) P හි බලය තිරස් ව ඇති විට P හි විශාලත්වය සොයන්න.

ii) P හි අවම අගය සහ එවිට එහි දිශාව සොයන්න.

8) බර W වන ඒකාකාර AB දණ්ඩක් සිරස් තලයක සමතුලිතතාව ඇත්තේ රූපයේ දැක්වෙන පරිදි ය. සිරස් ලණුවක් A ලක්ෂ්‍යයට සම්බන්ධ කර ඇත.

i) W ඇසුරෙන් T අගය සොයන්න.

ii) සමතුලිතතාව සඳහා μ හි කුඩාතම අගය සොයන්න. (μ යනු B හි දී සර්ෂණ සංගුණකය වේ.)



9) f_1, f_2, f_3...... f_n සංඛ්‍යාත වලින් ඇති දත්ත නියැදියක දත්ත සංඛ්‍යාත ද්විපද ප්‍රසාරණයේ සංගුණක වලට අනුලෝමව සමානුපාතික වේ. තව ද ඊට අනුරූප දත්ත 1, 2, 3.....n දක්වා වේ නම් දත්ත කුලකයේ මධ්‍යන්‍ය සොයන්න.

10) නිරීක්ෂණ 100ක මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය පිළිවෙලින් 30 හා 4.1 ලෙස ගණනය කර ඇත. එක් නිරීක්ෂණයක් නිවැරදි අගය 30 වෙනුවට 40 සාවද්‍ය ලෙස ලේඛනගත කර ඇති බව පසුව සොයාගෙන ඇත. නිරීක්ෂණ 100 හි නිවැරදි මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය ගණනය කරන්න.

රාජකීය විද්‍යාලය - කොළඹ 07 **රාජකීය විද්‍යාලය - කොළඹ 07** කොළඹ 07 රාජකීය විද්‍යාලය
Royal College – Colombo 07 ... olombo 07 Royal College

13 **ශ්‍රේණිය**

සංයුක්ත ගණිතය II
Combined Mathematics II

පැය තුනයි
Three hours

B කොටස

- B කොටසේ ප්‍රශ්න පහකට පිළිතුරු සපයන්න.

11) a) දිග මීටර L වන බස් රථයක් දිග මීටර d වන පාලමක් පසු කරන චලිතය මෙලෙස වේ. චලිතයේ ආරම්භ හා අවසාන ලක්ෂ්‍ය පහත රූපයේ දැක්වේ.

ආරම්භක ලක්ෂ්‍යය අවසාන ලක්ෂ්‍යය

නිශ්චලතාවයෙන් ගමන් අරඹන බස් රථය තත්පර වර්ගයට මීටර a ත්වරණයෙන් ගමන් කර $2V\ ms^{-1}$ ප්‍රවේගයක් ලබා ගනී. ඉන්පසු යම්කිසි කාලයක් ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් ගමන් කරන තිරිංග තර කර a මන්දනයකින් ගමන් කර නිශ්චලතාවයට පත් වේ.

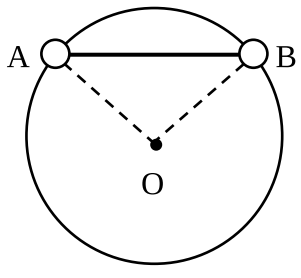
i) ත්වරණයෙන් ගමන් කළ කාලය කොපමණද?

ii) මන්දනයේ ගමන් කළ කාලය කොපමණද?

iii) ගමනට ගත වූ මුළු කාලය $\dfrac{3V^2 + a(d+l)}{2aV}$ බව පෙන්වන්න.

B) පදික වේදිකාවේ සිටින මිනිසෙකුට, උතුරින් d දුරකින් ද බටහිරින් l දුරකින්ද ඇති මෝටර් රථයක් නැගෙනහිර දිශාවට නියත $14.4\ kmh^{-1}$ ප්‍රවේගයකින් ගමන් කරමින් සිටින මොහොතේදී මිනිසා උතුරු දිශාවට $10.8\ kmh^{-1}$ නියත ප්‍රවේගයකින් ගමන් කර මාරු වීමට සූදානම්ය.
මිනිසා සහ වාහනය නොගැටීමට $3(l + t) < 4d < 3t - 4b$ බව පෙන්වන්න. මෙහි b හා l පසු මෝටර් රථයේ පළල හා දිග වේ.

12) a) ස්කන්ධ M හා m වූ සුමට A හා B පබළු දෙකක් කේන්ද්‍රය O වන වෘත්තාකාර කම්බි පුඩුවක චලිත වන්නේ l දිගැති තන්තුවක ($l <$ d) දෙකෙළවර පිහිටමිනි. තන්තුව සැහැල්ලු අවිතන්‍ය වන අතර d යනු වෘත්තාකාර පුඩුවේ විෂ්කම්භයයි. අංශු ආරම්භයේ තිරස් රේඛාවක පිහිටුවා I ආවේගයක් එක් වස්තුවක් මතට ස්පර්ශීයව ලබා දේ.



i) A හා B ගමන් අරඹන ප්‍රවේග සොයන්න.

ii) OB ට සාපේක්ෂ දක්ෂිණාවර්තී අතට චලිත වන පද්ධතියේ සාධාරණ θ පිහිටුමක දී ස්පර්ශීය ප්‍රවේගය V හා තන්තුවේ ආතතිය T සඳහා ප්‍රකාශන ලබාගන්න.

iii) එවිට A, B අංශුව මත අභිලම්භ ප්‍රතික්‍රියා සොයන්න.

b) ස්කන්ධ M_1, M^1, m_1, m_2 වන කප්පි හතරක් අටවා ඇත්තේ සිවිලිමට ගැටගැසූ තවත් කප්පියක් වටා දැමූ තන්තුවකට M_1 හා M^1 ගැටගසා M^1 වටා දැමූ තන්තුවකට m_1 හා m_2 ගැට ගසමිනි. පද්ධතිය නිසලතාවයෙන් මුදා ගලේ නම්, කප්පි වල ත්වරණ වෙන වෙනම සොයන්න.

$M^1 = 0$ හා $\dfrac{4}{M_1} = \dfrac{1}{m_1} + \dfrac{1}{m_2}$ නම් $a_{M1} = 0$ බවද පෙන්වන්න.

මෙහි a_{M1} යනු M_1 හි ත්වරණයයි.

13) එක් කෙළවරකකට ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් ගැටගසන ලද ස්වභාවික දිග l වූ ද, ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය mg වූ තන්තුවක, අනෙක් කෙළවර බිම සිට n උසැති සිවිලිමක A ලක්ෂ්‍යයට අමුණා ඇත. අංශුව නිදහසේ එල්ලා ඇති විට සමතුලිත පිහිටීම C නම් C හිදී තන්තුවේ විතතිය ගණනය කරන්න.

දැන් ස්කන්ධය m වූ තවත් Q අංශුවක් A ලක්ෂ්‍යයේ තබා ගුරුත්වය යටතේ නිසලතාවයෙන් මුදා හරිනු ලැබේ. P හා Q අංශු දෙක එකිනෙක ගැටී බද්ධ වේ යැයි උපකල්පනයෙන් බද්ධ වූ අංශු දෙක ගමන් අරඹන ප්‍රවේගය සොයන්න.

ඉන්පසු ඇතිවන චලිතයේදී $h \geq (3 + \sqrt{3})\, l$ නම් පද්ධතිය පූර්ණ සරල අනුවර්තීය චලිතයක් ඇතිකරන බව පෙන්වා එහි ආවර්ත කාලය $T = 2\pi \sqrt{\dfrac{2l}{g}}$ බව පෙන්වන්න.

තවද,

$h = \dfrac{7l}{2}$ නම් PQ අංශු පද්ධතිය C ට එළඹීමේදී ක්ෂණික නිසලතාවයට පත්වීම සඳහා පොළොව හා අංශු අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $e = \sqrt{\dfrac{3}{11}}$ විය යුතු බව පෙන්වන්න.

14) i) <u>a</u> හා <u>b</u> යනු සමාන්තර නොවන්නා වූත් ශූන්‍ය නොවන්නා වූත් දෛශික 2කි. $a\alpha + b\beta = 0$ නම් $\alpha = 0$ හා $\beta = 0$ බවත් පෙන්වන්න.

ii) O, A, B, C යනු ඒක රේඛීය නොවන ලක්ෂ්‍යය 4 කි. α හා β නිඡ්ශූන්‍ය .... විට $\overrightarrow{OA} = a$ හා $\overrightarrow{OB} = b$, $\overrightarrow{OC} = \alpha a + \beta b$ ලෙස වේ.

a) OA රේඛාව මත D නම් ලක්ෂ්‍යයක් ගෙන ඇත්තේ $\overrightarrow{OD} = \gamma a$ හා $\overrightarrow{DC} = \delta b$ වන පරිදිය. γ හා δ හි අගයන් α හා β ඇසුරින් දක්වන්න.

b) $\alpha + \beta = 1$ නම් A, B, C ඒක රේඛීය වන බව පෙන්වන්න. A ත් B ත් අතර C පිහිටයි නම් α ඇසුරින් AC : CB අනුපාතය සොයා, $0 < \alpha < 1$ බව පෙන්වන්න.

b) i) OXY තලයේ වූ බල පද්ධතියක් පිළිවෙලින් (-α, 0), (-d, α), (α, α) (2α, α) ලක්ෂ්‍යවලදී ක්‍රියා කරන 4Pi + 6Pj, - 2Pi + Pj, Pi + Pj, 3pi – 2pj යන බල තුනෙන් සමන්විත වේ. මෙහි P හා α හි හි විටත් හා මීටර වලින් මනින ලද + රාශී වේ. O ලක්ෂ්‍යය (මූලය) වටා දක්ෂිණාවර්ත ඝූර්ණය 8pα Nm බව පෙන්වන්න.

ii) පද්ධතිය 10 PN වූ තනි සම්ප්‍රයුක්ත බලයකට තුල්‍ය වන බව පෙන්වා, එහි දිශාව හා ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

iii) අතිරේක බලයක් ඇතුළත් කිරීමෙන් පද්ධතිය යුග්මයකට තුල්‍ය වේ නම් එම යුග්මයේ අගය 16 Pα Nm නම් අතිරේඛ බලයේ විශාලත්වය, දිශාව හා ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

15) a) බර පිළිවෙලින් 3W හා W වූ සමාන දිගින් යුත් ඒකාකාර AB හා AC දඬු දෙකක් A හි දී සුමට ලෙස සන්ධි කර ඇත. B හා C කෙළවරවල් රළු තිරස් තලයක රැඳෙන සේ ඒවා සිරස් තලයක සමතුලිත ව ඇත. B හි හා C හිදී ඝර්ෂණ සංගුණකය μ වේ. R හා S යනු පිළිවෙලින් AB හි සහ AC හිදී තලයෙන් මතුවන අභිලම්බ ප්‍රතික්‍රියා ද, $B\hat{A}C = 2\theta$ ද නම්,

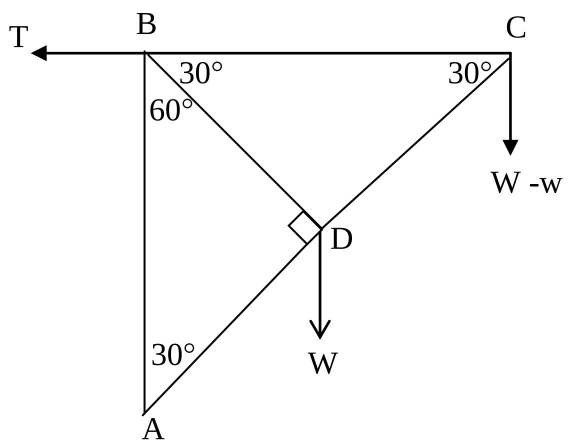
i) $R = \frac{5}{2}w$, $S = \frac{3}{2}w$ බව පෙන්වන්න.

θ හි අගය බින්දුවේ සිට වැඩි වන විට B හා C කෙළවර දෙකෙන් සීමාකාරී අවස්ථාවට පැමිණෙන්නේ කමන ලක්ෂ්‍යය දැයි සොයන්න.

ii) $\tan\theta = \frac{3\mu}{2}$ බව පෙන්වා එක් දණ්ඩක් මඟින් අනෙක් දණ්ඩ මත ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාව සිරස සමඟ $\tan^{-1}(3\mu)$ කෝණයක් සාදන බව පෙන්වන්න.

b) A සුමට අසව්වකි. B, C, D සුමට සන්ධි වේ. B හි තන්තුවේ ආතතිය T නම්,

$T = \frac{\sqrt{2}}{4}(2W - w)$ බව පෙන්වන්න. A හි ක්‍රියාව සොයන්න. $W = 100\sqrt{3}$ N සහ $w = 25\sqrt{3}$ N නම් AD, DC දඬුවල ප්‍රත්‍ය බල සොයා ඒවා ආතති, තෙරපුම් බව ලබා ගන්න.



16) a) ඝන අර්ධ ගෝලීය පත්‍රයක් සාදා ඇත්තේ අරය $2a$ වන ඝන අර්ධ ගෝලයකින් අරය a වන ඝන අර්ධ ගෝලයක් හාරා ඉවත් කිරීමෙනි. ඝන අර්ධ ගෝල දෙකෙහිම කේන්ද්‍රය O නම් පාත්‍රයේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයට O සිට ඇති දුර සොයන්න.

i) පාත්‍රය පිටත දාරයේ ලක්ෂයකින් එල්ලූ විට තල මුහුණත තිරස සමඟ සාදන කෝණය α නම් $\alpha = \tan^{-1}\left[\frac{112}{45}\right]$ බව පෙන්වන්න.

ii) තිරසට θ කෝණයකින් ආනත තලයක් මත වක්‍ර පෘෂ්ඨය ගැටෙමින් පාත්‍රය සමතුලිතව ඇත්නම් හා තලය ස්පර්ශය ලිස්සා යාම වැළැක්වීමට තරම් රළු නම් θ හි උපරිම අගය සොයන්න.

b) ඝනත්වය p ද, අරය r ද උස $4r$ වන ඍජු ඝන කේතුවක වක්‍ර පෘෂ්ඨය අරය r ද ඝනත්වය σ වන ඝන අර්ධ ගෝලයක වෘත්තාකාර පෘෂ්ඨය හා සමාපාත කිරීමෙන් ඝන වස්තුවක් සාදා ඇත. එම ඝන වස්තුවේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයට වෘත්තකාර පෘෂ්ඨයේ සිට ඇති දුර $\frac{r}{8}\left[\frac{16p-3\sigma}{2p+\sigma}\right]$ බව පෙන්වන්න.

$p = \sigma$ නම් ඝන වස්තුව තල පෘෂ්ඨ සම්බන්ධ වන මායිමේ ලක්ෂ්‍යයකින් එල්ලූ විට ඝන වස්තුව සිරසට ආනත වන කෝණය සොයන්න.

17) a) $P\left(\frac{A}{D}\right)$ අසම්භාව්‍ය සම්භාවිතාව දෙන්නා වූ බේස් ප්‍රමේයයේ සරල ආකාරය ප්‍රකාශ කරන්න. මෙහි $t = 1, 2, 3$ සඳහා A යනු එක්තරා පරීක්ෂණයක S නියැදි අවකාශය මේලය වශයෙන් ඇති අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධි තුනක් බවක් D යනු $P(D) > O$ වන සේ ඇති S හි අභිමත සිද්ධියක් බවත් දී ඇත. (සූත්‍රය සාධනය අපේක්ෂා නොකෙරේ.)

කර්මාන්ත ශාලාවක් A_1, A_2, A_3 යන්ත්‍ර තුනක් යොදාගනිමින් සමාන භාණ්ඩ නිෂ්පාදනය කරනු ලැබේ. එම යන්ත්‍ර තුනෙන් දිනකට නිපදවන ඒකක ගණන පිළිවෙලින් 20, 175 සහ 125 වේ. දීර්ඝ කාලයක් සොයාගෙන ඇති පරිදි නිෂ්පාදනයේ දෝෂ සහිත ප්‍රතිශතය A_1, A_2 සහ A_3 යන්ත්‍ර සඳහා පිළිවෙළින් 4%, 4% සහ 6% වේ.

i) කර්මාන්ත ශාලාවේ නිෂ්පාදනයෙන් ඒකකයක් සසම්භාවවී ව තෝරාගත් විට එය සදොත් එකක් වීමේ සම්භාවිතාව 0.045 බව පෙන්වන්න.

ii) කර්මාන්ත ශාලාවේ නිෂ්පාදනයෙන් සසම්භාවී තෝරාගත් ඒකකයක් සදොස් එකක් බව සොයාගත්තේ නම්, එය A_1 වයන්ත්‍රයෙන් නිපදවා තිබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න. එය නිපදවීමට වඩාත් මම ඉඩ ඇත්තේ කුමන් යන්ත්‍රයෙන් ද? ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

iii) වෙනස් දින තුනදී එක් එක් දවසේ කර්මාන්ත ශාලාවේ නිෂ්පාදනයෙන් ඒකකයක් බැගින් සසම්භාවීව තෝරාගනු ලැබේ. ඒවායින් හරියටම එකක් සදොස් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

iv) එක්තරා දිනකදී එක් එක් යන්ත්‍රයේ නිෂ්පාදනයෙන් වන ඒකකයක් බැගින් සසම්භාවී ව තෝරාගනු ලැබේ නම් ඒවායින් හරියටම එකක් සදොස් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

b) විභාගයක දී සිසුන් සමූහයක් සංයුක්ත ගණිතය විෂය සඳහා ලබාගත් ලකුණුවල තොරතුරු පහත පරිදි ඉදිරිපත් කරන්න.

ලකුණු	ශිෂ්‍ය සංඛ්‍යාව
10 ට අඩු	4
20 ට අඩු	6
30 ට අඩු	24
40 ට අඩු	1
50 ට අඩු	67
60 ට අඩු	86
70 ට අඩු	96
80 ට අඩු	99
90 ට අඩු	100

i) ශිෂ්‍යයන්ගේ ලකුණු වල මාත අගය 38 ක් වෙයි නම් f සොයන්න.

ii) ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යස්ථ ලකුණු ගණනය කරන්න.

iii) සුදුසු රේඛීය පරිමාණයක් මඟින් මධ්‍යනය, විචලතාවය ගණනය කරන්න.

PART 1 (STRUCTURED)

(01)

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha,$$

for any number α.

Let $P(n)$: $\cos x \cdot \cos 2x \cdots \cos 2^{n-1}x = \dfrac{\sin 2^n x}{2^n \sin x}$, if $\sin x \neq 0$.

- Firstly,

$$\text{LHS of } P(1) = \cos x = \frac{2\sin x\cos x}{2\sin x}, \text{ (since } \sin x \neq 0)$$
$$= \frac{\sin 2x}{2^1 \sin x} = \text{RHS of } P(1).$$

So $P(1)$ is true. [5]

- Now assume $P(k)$ is true, for some natural number k, i.e.

$$\cos x \cdot \cos 2x \cdots \cos 2^{k-1}x = \frac{\sin 2^k x}{2^k \sin x}, \text{ if } \sin x \neq 0 \quad [5]$$

and deduce $P(k+1)$:

$$\begin{aligned}
\text{LHS of } P(k+1) &= \cos x \cdot \cos 2x \cdots \cos 2^{k-1}x . \cos 2^k x \quad [5]\\
&= (\text{LHS of } P(k)) . \cos 2^k x\\
&= (\text{RHS of } P(k)) . \cos 2^k x, \text{ (by inductive assumption)}\\
&= \frac{\sin 2^k x}{2^k \sin x} \cdot \cos 2^k x\\
&= \frac{\sin 2^{k+1} x}{2 . 2^k \sin x}\\
&= \frac{\sin 2^{k+1} x}{2^{k+1} \sin x}\\
&= \text{RHS of } P(k+1). \quad [5]
\end{aligned}$$

So $P(k+1)$ is true, *if $P(k)$ is true.*

- Hence, by induction $P(n)$ is true for all natural numbers n. [5]

(02)

$$\left(2 + \frac{x}{2}\right)^n = {}^nC_0 2^n + {}^nC_1 2^{n-1}\left(\frac{x}{2}\right) + \cdots$$

$$T_r = {}^nC_r \, 2^{n-r} \frac{x^r}{2^r} \quad [5]$$

$$[T_7] = [T_8]$$

$$\therefore \; {}^nC_7 \, 2^{n-7} \times \frac{1}{2^7} = {}^nC_8 \, 2^{n-8} \times \frac{1}{2^8} \quad [10]$$

$$\frac{4 . \cancel{n!}}{\cancel{7!}(n-\cancel{7})!} = \frac{\cancel{n!}}{8\cancel{7!}(n-8)!} \quad [5]$$

$$32 = n - 8$$

$$n = 40 \quad [5]$$

(03)

NOVEMBER 2021

05 Friday

04. $(1+x)^n = \sum_{r=0}^{n} {}^nC_r x^r \; ; \; n, r \in \mathbb{Z}^+$

x, $\frac{1}{x}$ මගින් ප්‍රතිස්ථාපනයෙන්

$\left(1-\frac{1}{x}\right)^n = \sum_{r=0}^{n} {}^nC_r \left(-\frac{1}{x}\right)^r \; ; \; n, r \in \mathbb{Z}^+$ [5]

$(1+x)^n\left(1-\frac{1}{x}\right)^n = (x+1)^n\frac{(x-1)^n}{x^n} = \frac{(x^2-1)^n}{x^n} = \frac{\sum_{r=0}^{n} {}^nC_r (x^2)^r (-1)^{n-r}}{x^n}$

$(1+x)^n\left(1-\frac{1}{x}\right)^n = \sum_{r=0}^{n} \frac{{}^nC_r (x^2)^r (-1)^{n-r}}{x^n} = \left[\sum_{r=0}^{n} {}^nC_r x^r\right] \times \left[\sum_{r=0}^{n} {}^nC_r (-1)^r \left(\frac{1}{x}\right)^r\right]$

[5]

06 Saturday

$\therefore (1+x)^n\left(1-\frac{1}{x}\right)^n$ හි x^0 හි සංගුණකය $= \sum_{r=0}^{n} (-1)^r \, {}^nC_r^2$

$(1+x)^n\left(1-\frac{1}{x}\right)^n = \sum_{r=0}^{n} \frac{{}^nC_r (x^2)^r}{x^n} (-1)^{n-r}$ ලැබේ, ද,

[5]

$r \in \mathbb{Z}^+$ නිසා, $(x^2)^r$ ඉරට්ටේ ලැබේ,
n ඔත්තේ විට
x^0 හි සංගුණකය ශුන්‍ය වේ

07 Sunday

n ඉරට්ටේ විට, x^0 හි සංගුණකය $= \frac{{}^nC_{\frac{n}{2}} (x^2)^{\frac{n}{2}} (-1)^{n-\frac{n}{2}}}{x^n}$

$= (-1)^{\frac{n}{2}} \, {}^nC_{\frac{n}{2}}$ [5]

$\therefore$ n ඔත්තේ විට, $\sum_{r=0}^{n} (-1)^r \, {}^nC_r^2$ ශුන්‍ය වන අතර,
n ඉරට්ටේ විට එය $(-1)^{\frac{n}{2}} \, {}^nC_{\frac{n}{2}}$ වේ.

[5]

COMMERCIAL BANK

(04)

$A^2 = I$
$A \cdot A = I$
$A = A^{-1}$ [5]

$B^2 = I$
$B \cdot B = I$
$B = B^{-1}$ [5]

$(AB)^2 = I$
$(AB)(AB) = I$
$(AB) = (AB)^{-1}$ [5]

එන $(AB)^{-1} = B^{-1} \cdot A^{-1}$ වේ [5]

$\therefore \; AB = B^{-1} \cdot A^{-1}$

$AB = BA$ [5]

$\boxed{25}$

(05)

$$\lim_{x\to\infty} \frac{1-\cos[a(x-\alpha)(x-\beta)]}{[x-\alpha]^2}$$ [5]

$$\lim_{x\to\alpha} \frac{2\sin^2\left[\frac{a(x-\alpha)(x-\beta)}{2}\right]}{\frac{(x-\alpha)^2(x-\beta)^2(a^2)}{4}} \times \left[\frac{(x-\beta)^2 a^2}{4}\right]$$ [5]

$$\lim_{x\to\alpha} 2\left(\frac{\sin\left[\frac{a(x-\alpha)(x-\beta)}{2}\right]}{\frac{a(x-\alpha)(x-\beta)}{2}}\right)^2 \times \frac{(x-\beta)^2 a^2}{4}$$ [10]

$$\to \frac{(\alpha-\beta)^2 a^2}{2}$$ [5]

(06)

$$x = e^{-t} \qquad y = t^3$$

$$\frac{dx}{dt} = e^{-t}(-1)$$ [5] $$\frac{dy}{dt} = 3t^2$$ [5]

$$\frac{dy}{dx} = \left(\frac{dy}{dt}\right)\cdot\left(\frac{dt}{dx}\right)$$ දාම නීතිය

$$= 3t^2\left(\frac{-1}{e^{-t}}\right)$$ [5]

$$\left(\frac{dy}{dx}\right) = -3t^2 e^t$$ [5] $$= \left(\frac{dy}{dx}\right)_{t=0} = 0$$ [5]

(07)

$$I = \int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\cos x}}{\sqrt{\sin x}+\sqrt{\cos x}}\,dx$$

$$I = \int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\cos(\pi/2 - x)}}{\sqrt{\sin(\pi/2-x)}+\sqrt{\cos(\pi/2-x)}}\,dx$$ [5]

$$I = \int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\cos x}+\sqrt{\sin x}}$$

$$2I = \int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\cos x}+\sqrt{\sin x}} + \frac{\sqrt{\cos x}}{\sqrt{\sin x}+\sqrt{\cos x}}\,dx$$ [10]

$$2I = \int_0^{\pi/2} 1\,dx =$$ [5]

$$I = \frac{(x)_0^{\pi/2}}{2} = \frac{\pi}{4}$$ [5]

8,9,10 check page

(10)

$\pi = \frac{\pi}{7} + \frac{2\pi}{7} + \frac{4\pi}{7}$

$\pi = \frac{\pi}{7} + 3\theta + \frac{2\pi}{7} - 2\theta + \frac{4\pi}{7} - \theta$ [5]

$\pi - \left(\frac{\pi}{7} + 3\theta\right) = \frac{2\pi}{7} - 2\theta + \frac{4\pi}{7} - \theta$ [5]

$\tan\left(\pi - \left(\frac{\pi}{7} + 3\theta\right)\right) = \tan\left(\frac{2\pi}{7} - 2\theta + \frac{4\pi}{7} - \theta\right)$

$-\tan\left(\frac{\pi}{7} + 3\theta\right) = \dfrac{\tan\left(\frac{2\pi}{7} - 2\theta\right) + \tan\left(\frac{4\pi}{7} - \theta\right)}{1 - \tan\left(\frac{2\pi}{7} - 2\theta\right) \cdot \tan\left(\frac{4\pi}{7} - \theta\right)}$

[10]

$\tan\left(\frac{\pi}{7} + 3\theta\right)\tan\left(\frac{2\pi}{7} - 2\theta\right)\tan\left(\frac{4\pi}{7} - \theta\right)$
$= \tan\left(\frac{\pi}{7} + 3\theta\right) + \tan\left(\frac{2\pi}{7} - 2\theta\right) + \tan\left(\frac{4\pi}{7} - \theta\right)$

[5]

RATHNA

(11)

11.

i. $a > 0$ හා $\Delta x \leq 0$

$a > 0$ හා $b^2 - 4ac \leq 0$ 5

ii. $a < 0$ හා $\Delta x \leq 0$

$a < 0$ හා $b^2 - 4ac \leq 0$ 5

iii.

$$x^2 + axy + by^2 - \frac{1}{8}x - y - \frac{1}{4}$$

$$= x^2 + \left(ay - \frac{1}{8}\right)x + by^2 - y - \frac{1}{4}$$

මෙම ප්‍රකාශනය x හි විචල්‍ය වර්ගජ ශ්‍රිතයක් ලෙස ගෙන. ~~[illegible]~~, සියලු x ට ප්‍රකාශනය ≥ 0 නිසා,

$$\Delta x \leq 0$$

$$\left(ay - \frac{1}{8}\right)^2 - 4\left(by^2 - y - \frac{1}{4}\right) \leq 0$$

$$a^2y^2 - \frac{1}{4}ay + \frac{1}{64} - 4by^2 + 4y + 1 \leq 0$$

$$y^2(a^2 - 4b) + y\left(4 - \frac{1}{4}a\right) + \frac{65}{64} \leq 0$$

මෙම ප්‍රකාශනය y හි විචල්‍ය වර්ගජ ශ්‍රිතයක් ලෙස ~~[illegible]~~, සියලු y ට ප්‍රකාශනය ≤ 0 නිසා,

$\Delta y \leq 0$ හා $a^2 - 4b < 0$ 20

Date

$a^2-4b<0$ $\quad \Rightarrow \left(4-\frac{1}{4}a\right)^2-4(a^2-4b)\frac{65}{64}\leq 0$

$a^2<4b$ $\quad \Rightarrow 16-2a+\frac{1}{16}a^2-\frac{65a^2}{16}+\frac{65b}{16}\leq 0$

— (1)

$\cancel{16-2a+\frac{1}{16}a^2-4a^2+16b}$

$16-2a-\frac{64a^2}{16}+\frac{65}{16}b\leq 0$

$16-2a-4a^2+\frac{65}{16}b\leq 0$

$16-2a+\frac{65}{16}b\leq 4a^2<4b$

(1) ñ)

$\therefore 16-2a+\frac{65}{16}b<4b$

$256-32a+65b<64b$

$256-32a+b<0$

20

b.

$x^2+10x+c=0$

එක් මූලයක් α ලෙස ගනිමු.

එවිට අනෙක් මූලය α^3 වේ. 10

$\therefore \alpha^2+10\alpha+c=0$ (α මූලයක් නිසා) $-①$

$\alpha^6+10\alpha^3+c=0$ (α^3 මූලයක් නිසා) $-②$ 10

$① \times \alpha \quad \alpha^3+10\alpha^2+c\alpha=0 \quad -③$

$③ \times 10 \quad 10\alpha^3+100\alpha^2+10c\alpha=0 \quad -④$ 15

$② - ④ \quad \alpha^6+\cancel{10\alpha^3}+c-\cancel{10\alpha^3}-100\alpha^2-10c\alpha=0$

$\alpha^6-100\alpha^2-10c\alpha+c=0$ 15

c. $f(x)=x^3+\lambda x^2+\mu x+\theta$

$f(x)=(x-1)^2(Ax+B)=(x^2-2x+1)(Ax+B)$
($f(x)$, $(x-1)^2$ න් බෙදේ නිසා) $-①$

$f(x)=(x+1)g(x)+4$
($f(x)$, $(x+1)$ න් බෙදූ විට ශේෂය 4 කි නිසා). $-②$ 20

① ii.

x^3 සංගුණක සැසඳීම, x^2 සංගුණක සැසඳීම,

$A = 1$ — ③ $\lambda = -2A + B$

$\lambda = -2 + B$ — ④

x^1 සංගුණක සැසඳීම, x^0 සංගුණක සැසඳීම,

$\mu = A - 2B$ $\theta = B$ — ⑥

$\mu = 1 - 2B$ — ⑤

② ii. $x = -1$ ආදේශයෙන්. 15

$-1 + \lambda - \mu + \theta = 4$

④, ⑤, ⑥,

$-1 - 2 + B - (1 - 2B) + B = 4$

$-3 + B - 1 + 2B + B = 4$

$4B = 8$

$B = 2$

$\therefore f(x) = (x+1)^2 (x+2)$

$\therefore$ $(x-3)$ න් බෙදූ විට ශේෂය $= f(3)$

$= (3+1)^2 (3+2)$

$= 20.$

15

(12)

01 Monday

12. (a) i/ වෙනස් ඇණවුම් ගණන $= {}^{n-1}C_{k-1} \times (k-1)!$

$$= \frac{(n-1)!}{(n-k)!\cancel{(k-1)!}} \times \cancel{(k-1)!}$$

$$= \frac{(n-1)!}{(n-k)!}$$ 15

ii/ මෙවිට $k=n$ වේ

$\therefore$ වෙනස් ඇණවුම් ගණන $= \frac{(n-1)!}{(n-n)!} = (n-1)!$ 15

02 Tuesday

i/ වෙනස් ඇණවුම් ගණන $= {}^{n}C_{k} \times k!$

$$= \frac{n!}{(n-k)!\cancel{k!}} \times \cancel{k!} = \frac{n!}{(n-k)!}$$

20

ii/ මෙවිට $k=n$ වේ

$\therefore$ වෙනස් ඇණවුම් ගණන $= \frac{n!}{(n-n)!} = n!$ 20

(b) $U_r = V_r - V_{r+2}$

$$\frac{2r+1}{r(r+2)(r+4)} = \frac{(Ar+B)}{r(r+2)} - \frac{[Ar+2A+B]}{(r+2)(r+4)}$$

$$= \frac{(Ar+B)(r+4) - r[Ar+2A+B]}{r(r+2)(r+4)}$$ 20

$2r+1 = 2Ar + 4B \Rightarrow 2A = 2$ & $4B = 1$

$V_r = \frac{4r+1}{4r(r+2)} \Leftarrow \boxed{A=1}$ $\boxed{B = \frac{1}{4}}$

$$\sum_{r=1}^{n} U_r = V_1 - \cancel{V_3} = V_1 + V_2 - V_{n+1} - V_{n+2}$$

$V_2 - \cancel{V_4}$

$\cancel{V_3} - \cancel{V_5}$

$\cancel{V_{n-2}} - \cancel{V_{n}}$

$\cancel{V_{n-1}} - V_{n+1}$

$\cancel{V_n} - V_{n+2}$

$$\sum_{r=1}^{n} U_r = \frac{(4\times1)+1}{4\times1\times3} + \frac{(4\times2)+1}{4\times2\times4} - \frac{[4(n+1)+1]}{4(n+1)(n+3)} - \frac{[4(n+2)+1]}{4(n+2)(n+4)}$$

$$= \frac{5}{12} + \frac{9}{32} - \frac{(4n+5)}{4(n+1)(n+3)} - \frac{(4n+9)}{4(n+2)(n+4)}$$

$$= \frac{67}{96} - \frac{(4n+5)}{4(n+1)(n+3)} - \frac{(4n+9)}{4(n+2)(n+4)}$$ 10

22 Friday

$$\sum_{r=1}^{\infty} U_r = \lim_{n\to\infty} \sum_{r=1}^{n} U_r = \lim_{n\to\infty}\left[\frac{67}{96} - \frac{(4n+5)}{4(n+1)(n+3)} - \frac{(4n+9)}{4(n+2)(n+4)}\right]$$

$$= \lim_{n\to\infty}\frac{67}{96} - \lim_{n\to\infty}\frac{(4n+5)}{4(n+1)(n+3)} - \lim_{n\to\infty}\frac{(4n+9)}{4(n+2)(n+4)}$$

$$= \frac{67}{96} - 0 - 0 = \frac{67}{96}$$

$\therefore \sum_{r=1}^{\infty} U_r$ ශ්‍රේණිය අභිසාරී වන අතර එහි

ඓක්‍යය $\frac{67}{96}$ වේ 20

23 Saturday

$$W_r = U_r + U_{r+1}$$

$$\sum_{r=1}^{n} W_r = \sum_{r=1}^{n}(U_r + U_{r+1}) = \sum_{r=1}^{n} U_r + \sum_{r=1}^{n} U_{r+1}$$

$$= \sum_{r=1}^{n} U_r + U_1 + \sum_{r=1}^{n} U_{r+1} - U_{n+1}$$

$$+ U_{n+1} - U_n$$

24 Sunday

$$= 2\sum_{r=1}^{n} U_r + U_{n+1} - U_n$$ 10

$$\sum_{r=\phi}^{\infty} W_r = \lim_{n\to\infty} 2\sum_{r=1}^{n} U_r + \lim_{n\to\infty} U_{n+1} - \lim_{n\to\infty} U_n$$

$$= 2\sum_{r=1}^{\infty} U_r + 0 \cancel{+} - 0 = 2\times\frac{67}{96} = \frac{67}{48}$$

$\therefore \sum_{r=1}^{\infty} W_r$ ශ්‍රේණිය අභිසාරී වන අතර

එහි ඓක්‍යය $\frac{67}{48}$ වේ 20

(13)

$$B \times A = \begin{pmatrix} 7 & -2 & 3 \\ 6 & 15 & -3 \\ 5 & -7 & -9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & -3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 28+2+9 & 7-4-3 & 7+2-9 \\ 24-15-9 & 6+30+3 & 6-15+9 \\ 20+7-27 & 5-14+9 & 5+7+27 \end{pmatrix}$$

10

$$= \begin{pmatrix} 39 & 0 & 0 \\ 0 & 39 & 0 \\ 0 & 0 & 39 \end{pmatrix}$$

$$= 39 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$B \times A = 39\,I$ // 10

$4x + y + z = 5$
$-x + 2y - z = 4$
$3x - y - 3z = 4$

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$$

ඉහත සමීකරණයේ

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & -3 \end{pmatrix}$$ ලෙස.

10

$$\left(\frac{1}{39} B\right) . A = I$$

$$\therefore A^{-1} = \frac{1}{39} B$$ 10

$$\therefore A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = A^{-1} \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$I \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \frac{1}{39} \begin{pmatrix} 7 & -2 & 3 \\ 6 & 15 & -3 \\ 5 & -7 & -9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \frac{1}{39} \begin{pmatrix} 39 \\ 78 \\ -39 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$x = 1,\ y = 2,\ z = -1$ // 10 50

(18) (b) $\omega = x + iy$

$\bar{\omega} = x - iy$

$|\omega| = \sqrt{x^2 + y^2}$

$\omega \cdot \bar{\omega} = (x + iy)(x - iy) = x^2 + y^2$

$= |\omega|^2$ // 5

$\omega + \bar{\omega} = x + iy + x - iy$

$= 2x = 2Re(\omega)$ // 5

$\omega - \bar{\omega} = x + iy - x + iy$

$= 2iy$

$= 2i\,Im(\omega)$ // 5

$= |z + \omega|^2 - |z - \bar{\omega}|^2$

$= (z + \omega)(\overline{z + \omega}) - (z - \bar{\omega})(\overline{z - \bar{\omega}})$

$= (z + \omega)(\bar{z} + \bar{\omega}) - (z - \bar{\omega})(\bar{z} - \omega)$

$= z\bar{z} + z\bar{\omega} + \omega\bar{z} + \omega\bar{\omega} - z\bar{z} + z\omega + \bar{\omega}\bar{z} - \bar{\omega}\omega$

$= z\bar{\omega} + z\omega + \omega\bar{z} + \bar{\omega}\bar{z}$

$= z(\omega + \bar{\omega}) + \bar{z}(\omega + \bar{\omega})$

$= (z + \bar{z})(\omega + \bar{\omega})$

$= 2Re(z)\ 2Re(\omega)$

$= 4\,Re(z)\ Re(\omega)$ // 10

$= |z + w|^2 - |z + \bar{\omega}|^2$

$= (z + \omega)(\overline{z + \omega}) - (z + \bar{\omega})(\overline{z + \bar{\omega}})$

$= (z + \omega)(\bar{z} + \bar{\omega}) - (z + \bar{\omega})(\bar{z} + \omega)$

$= z\bar{z} + z\bar{\omega} + \omega\bar{z} + \omega\bar{\omega} - z\bar{z} - z\omega - \bar{\omega}\bar{z} - \bar{\omega}\omega$

$= z\bar{\omega} - z\omega + \omega\bar{z} - \bar{\omega}\bar{z}$

$= -z(\omega - \bar{\omega}) + \bar{z}(\omega - \bar{\omega})$

$= -(z - \bar{z})(\omega - \bar{\omega})$ 10

$= [i(z - \bar{z})][i(\omega - \bar{\omega})]$

$= 2i^2\,Im(z)\ .\ 2i^2\,Im(\omega)$

$= 4\,Im(z)\,Im(\omega)$ 15 50

(c)

$i\sin\alpha + i\sin\gamma + i\sin\beta = 0 \quad — ②$

$\cos\alpha + \cos\beta + \cos\gamma = 0 \quad — ①$ 10

① − ②

$(\cos\alpha - i\sin\alpha) + (\cos\beta - i\sin\beta) + (\cos\gamma - i\sin\gamma) = 0$

$\frac{1}{\cos\alpha + i\sin\alpha)} + \frac{1}{(\cos\beta + i\sin\beta)} + \frac{1}{(\cos\gamma + i\sin\gamma)} = 0$

$\frac{1}{z} + \frac{1}{\omega} + \frac{1}{\varphi} = 0$

$$\frac{\varphi\omega + z\omega + z\varphi}{z\varphi\omega} = 0$$

10

$$\Rightarrow \varphi\omega + z\omega + z\varphi = 0$$

by ① + ②

$$z + \omega + \varphi = 0$$

$$(z + \omega + \varphi)^2 = 0$$

$$z^2 + \omega^2 + \varphi^2 + 2(\underbrace{z\omega + z\varphi + \omega\varphi}_{0}) = 0$$

15

$$\therefore z^2 + \omega^2 + \varphi^2 = 0$$

$$(\cos\alpha + i\sin\alpha)^2 + (\cos\beta + i\sin\beta)^2 + (\cos\gamma + i\sin\gamma)^2 = 0$$

using De Moivre's law

$$(\cos 2\alpha + i\sin 2\alpha) + (\cos 2\beta + i\sin 2\beta) + \cos 2\gamma + i\sin(2\gamma) \equiv 0$$

$$(\cos 2\alpha + \cos 2\gamma + \cos 2\beta) + i(\sin 2\alpha + \sin 2\gamma + \sin 2\beta) = 0$$

$$\therefore \cos 2\alpha + \cos 2\beta + \cos 2\gamma = 0$$

15

$\boxed{50}$

(14)

(14).

a) $y = \frac{8x}{x^2+1}$

$x = 0$ so $y = 0$ $\qquad$ $y = 0$ so $x = 0$

$$y = \frac{8x}{(x^2+1)}$$

$$(x^2+1)\frac{dy}{dx} + y(2x) = 8$$

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)(x^2+1) = 8 - 2yx$$

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)(x^2+1) = 8 - \frac{2(8x)(x)}{(x^2+1)}$$

$$\left(\frac{dy}{dx}\right) = 8\left[\frac{x^2+1-2x^2}{(x^2+1)^2}\right]$$

$$\left(\frac{dy}{dx}\right) = \frac{8(1-x^2)}{(1+x^2)^2}$$

30

$$(1+x^2)^2\left(\frac{dy}{dx}\right) = 8(1-x^2)$$

$$(1+x^2)^2\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right) + \left(\frac{dy}{dx}\right)(2)(1+x^2)(2x) = 8(-2x)$$

$$(1+x^2)^2\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right) + \frac{8(1-x^2)}{\cancel{(1+x^2)^2}}(2)\cancel{(1+x^2)}(2x) = 8(-2x)$$

$$(1+x^2)^2\frac{d^2y}{dx^2} = -16x - \frac{16x \times 2(1-x^2)}{(1+x^2)}$$

10

$$(1+x^2)^2 \frac{d^2y}{dx^2} = -16x\left[\frac{(1+x^2)+2x^2}{(1+x^2)}\right]$$

$$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right) = \frac{-16x(3-x^2)}{(1+x^2)^3}$$

$$\underline{\underline{\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right) = \frac{16x(x^2-3)}{(1+x^2)^3}}}$$

$\left(\frac{dy}{dx}\right) = 0$ කිරීම හැරුම් ලක්ෂය සෙවීම

$$0 = \frac{8(1-x^2)}{(x^2+1)^2}$$

$(1-x^2) = 0$

$(1-x)(1-x) = 0$

$\underline{\underline{x=1}}$, $\underline{\underline{x=-1}}$

$x = 1$ ට $\underline{\underline{4}}$ $\qquad$ $\underline{x=-1}$ = $\underline{\underline{-4}}$

	$-\infty < x < -1$	$-1 < x < 1$	$1 < x < \infty$
$\left(\frac{dy}{dx}\right)$ ලක්ෂණ	(−) ↘	(+) ↗	(−) ↘

$x = -1$ ස්ථානය අවම $\qquad$ 20

$x = +1$ ස්ථානය උපරිම

$\frac{d^2y}{dx^2} = 0$ කිරීම නතිවර්තන ලක්ෂ සෙවීම

$$0 = \frac{16(x)(x^2-3)}{(x^2+1)^3}$$

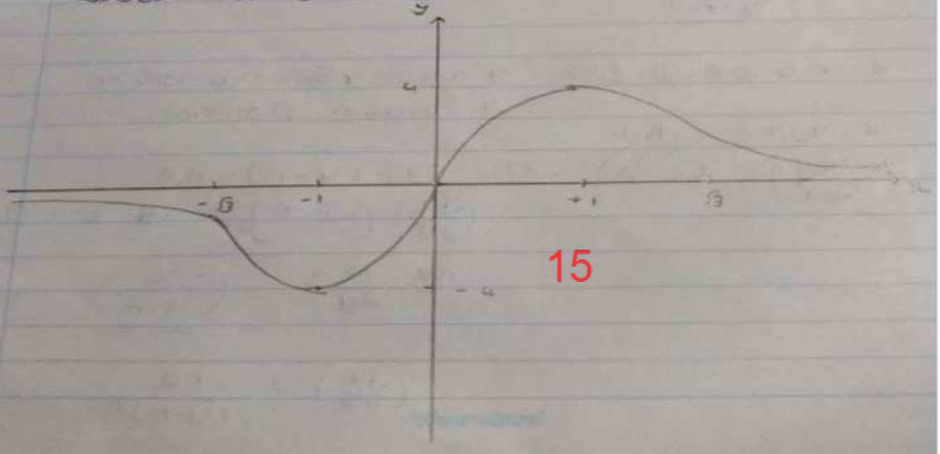
$x = 0$ හෝ $(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3}) = 0$

$x = \sqrt{3}$ $\quad$ $x = -\sqrt{3}$

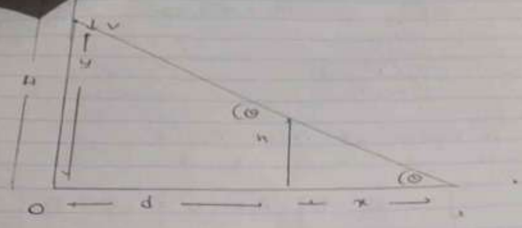
	$-\infty < x < -\sqrt{3}$	$-\sqrt{3} < x < 0$	$0 < x < \sqrt{3}$	$x > \sqrt{3}$
20 $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)$ ලක්ෂණ	(−) යටි අවතල	(+) උඩු අවතල	(−) යටි අවතල	(+) උඩු අවතල

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{3x}{x^2+}\right) = \lim_{x\to\infty}\frac{x(3)}{x^2(1+1/x^2)}$$ 5

තිරස් ස්පර්ශෝන්මුඛය $\rightarrow \underline{\underline{0}}$



15



සමරූපී ත්‍රිකෝණ නිසා

$\left(\frac{y}{H}\right) = \left(\frac{x}{h}\right)$

$\frac{y}{h} = \left(\frac{d+x}{x}\right)$

$xy = hd + xh$

$x(y-h) = hd$ 10

$x = \frac{hd}{(y-h)}$

~~y = x වෙනස්වන නිසා~~ y සමග x විචලනය වන්නේ
y විශයෙන් අවකලනය

$x(y-h) = hd$

$x\left(\frac{dy}{dx}\right) + (y-h) = 0$

$(x)(y-h) = hd$

$\left(\frac{dx}{dy}\right)[y-h] + (1)x = 0$

$\left(\frac{dx}{dy}\right) = \left(-\frac{x}{y-h}\right)$

10 $\left(\frac{dx}{dy}\right) = \frac{-hd}{(y-h)^2}$

පහළට යවීමට ගතවන කාලය $t = \left(\frac{H-y}{v}\right)$

කාලය y සමග වෙනස්වන නිසා $tv = H - y$

$= \left(\frac{dt}{dy}\right)v + 0 = -1$

$= \left(\frac{dt}{dy}\right) = -\frac{1}{v}$

$\left(\frac{dx}{dt}\right) \cdot d \quad \left(\frac{dx}{dt}\right) = \left(\frac{dx}{dy}\right)\cdot\left(\frac{dy}{dt}\right)$ දාම නීතිය

$= \frac{-hd}{(y-h)^2} \times v(-)$

$= \frac{vhd}{(y-h)^2}$ 10

* $x = e^{-t} \qquad y = t^3$

$\frac{dx}{dt} = e^{-t}(-1) \qquad \frac{dy}{dt} = 3t^2$

$\frac{dy}{dx} = \left(\frac{dy}{dt}\right)\cdot\left(\frac{dt}{dx}\right)$ දාම නීතිය

$= 3t^2\left(\frac{-1}{e^{-t}}\right)$

$\left(\frac{dy}{dx}\right) = -3t^2e^t \qquad = \left(\frac{dy}{dx}\right)_{t=0} = 0$ 20

(15)

(13) i) $\int_0^1 x^a(1-x)^b\,dx = \int_0^1 x^b(1-x)^a\,dx$ නම්

$- x(2-x)y$

$(1-x) = t$

$-dx = dt$ $\qquad x=0$ විට $t=1$

$\qquad\qquad\quad x=1$ විට $t=0$

$$= \int_1^0 (1-t)^a (t)^b (-)\,dt$$

$$= \int_0^1 (t)^b (1-t)^a\,dt \qquad \int_a^b f(x) = -\int_b^a f(x)\,dx \text{ මගින}$$

$= \int_0^1 x^b(1-x)^a\,dx$; නිශ්චිත අනුකලනය විචලයයෙන් ස්වායත්ත වේ. 15

$$I = \int_0^1 (x)(1-x)^4\,dx \quad \text{—— (1)}$$

$$I = \int_0^1 (x)^4(1-x)\,dx \quad \text{—— (2)} \qquad 10$$

(1) + (2)

$$2I = \int_0^1 (x)(1-x)^4\,dx + \int_0^1 (x^4)(1-x)\,dx$$

$$= \int_0^1 (x)(1-x)\left[(1-x)^3 + x^3\right]dx$$

$$= \int_0^1 (x)(1-x)\left[1 - 3x + 3x^2 - x^3 + x^3\right]dx$$

$$2I = \int_0^1 (x)(1-x)\left[1 - 3x + 3x^2\right]dx$$

25

$$2I = \int_0^1 (x)\left[1 - 3x + 3x^2 - x + 3x^2 - 3x^3\right]dx$$

$$2I = \left[\frac{x^2}{2}\right]_0^1 - 4\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^1 + 6\left[\frac{x^4}{4}\right]_0^1 - 3\left[\frac{x^5}{5}\right]_0^1$$

$$2I = \frac{1}{2} - \frac{4}{3} + \frac{3}{2} - \frac{3}{5}$$

$$2I = 2 - \frac{29}{15}$$

$$I = \frac{1}{30} \qquad 25$$

(i)

$$\int \frac{x e^x}{(1+x)^2}\,dx$$

$u = x e^x \qquad dv = \frac{1}{(1+x)^2}dx$

$du = (x e^x + e^x)dx \qquad v = \frac{-1}{(1+x)}$

$$= \frac{-x e^x}{(1+x)} - \int \frac{(-)(x+1)e^x}{(1+x)}\,dx$$

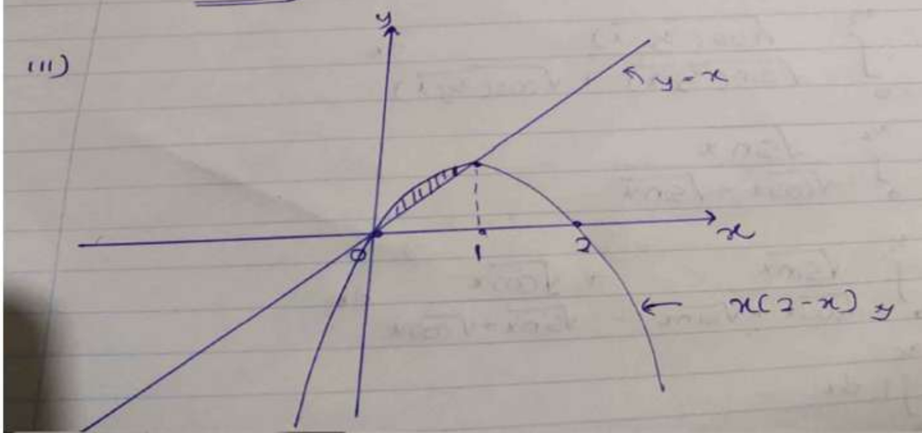
$$= -\frac{x e^x}{(1+x)} + \int e^x\,dx$$

$$= -\frac{x e^x}{(1+x)} + e^x + C$$ C යනු අභිමත නියතයකි

$$= \frac{e^x}{1+x} + C$$

25

(iii)



වර්ගඵලය $= \int_0^1 (x)(2-x)\,dx - \int_0^1 x\,dx$

$= \int_0^1 2x - x^2 - x\,dx$

$= \int_0^1 (x - x^2)\,dx$

$= \left[\frac{x^2}{2}\right]_0^1 - \left[\frac{x^3}{3}\right]_0^1$

$= \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ වර්ග ඒකක

50

(17)

17.

a. $\tan(x+\theta)\cdot\cot(x-\theta) = t$; $t > 1$

$$\frac{\sin(x+\theta)\cos(x-\theta)}{\cos(x+\theta)\sin(x-\theta)} = t$$

$$\frac{\frac{1}{2}\left(\sin(2x) + \sin(2\theta)\right)}{\frac{1}{2}\left(\sin(2x) - \sin(2\theta)\right)} = t$$

$$\sin(2\theta)(t+1) = \sin(2x)(t-1)$$

$$\sin(2\theta)\frac{(t+1)}{(t-1)} = \sin(2x)$$

$$-1 \le \sin(2x) \le 1$$

$$\sin(2x) \le 1$$

$$\sin(2\theta)\frac{(t+1)}{(t-1)} \le 1$$

25 $\sin(2\theta) \le \frac{(t-1)}{(t+1)}$; $(t-1) > 0$

$\Rightarrow (t+1) > 0$

RATHNA

Scanned with CamScanner

b.

$4x^3 - 9x^2 - 2x + 1 = 0$ සමීකරණය සලකමු.

$x = \frac{1}{4}$ විට,

$$L.H.S = 4\left(\frac{1}{4}\right)^3 - 9\left(\frac{1}{4}\right)^2 - \frac{2}{4} + 1$$

$$= \frac{1}{16} - \frac{9}{16} - \frac{8}{16} + \frac{16}{16}$$

$$= \frac{17 - 17}{16} = 0.$$

$\therefore \frac{1}{4}$ මෙම සමීකරණයේ මූලයක් වේ. — ①

10

$$4\cos^2\theta + \tan^4\theta = 10 \quad , \quad 0 \le \theta \le 2\pi$$

$$4\cos^2\theta + \frac{\sin^4\theta}{\cos^4\theta} = 10$$

$\times \cos^4\theta$,

$$4\cos^6\theta + \sin^4\theta = 10\cos^4\theta$$

$$4\cos^6\theta + (\sin^2\theta)^2 = 10\cos^4\theta$$

$$4\cos^6\theta + (1 - \cos^2\theta)^2 = 10\cos^4\theta$$

$$4\cos^6\theta + 1 - 2\cos^2\theta + \cos^4\theta = 10\cos^4\theta$$

$$4\cos^6\theta - 9\cos^4\theta - 2\cos^2\theta + 1 = 0$$

25

$\cos^2\theta = x$ ආදේශයෙන්,

$4x^3 - 9x^2 - 2x + 1 = 0$

$\therefore \frac{1}{4}$ මෙහි මූලයකි.

$\therefore (4x-1)(x^2-2x-1) = 0$

$\therefore 4x-1=0$ හෝ $x^2-2x-1=0$

$x = \frac{1}{4}$ $\qquad$ $x = \frac{+2 \pm \sqrt{4+4}}{2}$

$\cos^2\theta = \frac{1}{4}$ $\qquad$ $x = \frac{2 \pm 2\sqrt{2}}{2}$

$\cos\theta = \frac{+1}{\sqrt{2}}$; $0 \le \theta < \frac{\pi}{2}$ $\qquad$ $x = 1 \pm \sqrt{2}$

නමුත්

$x \neq 1+\sqrt{2}$ $(\cos^2\theta = x \le 1)$

$\therefore x \neq 1-\sqrt{2}$ $(1-\sqrt{2} < 0 \le \cos^2\theta)$

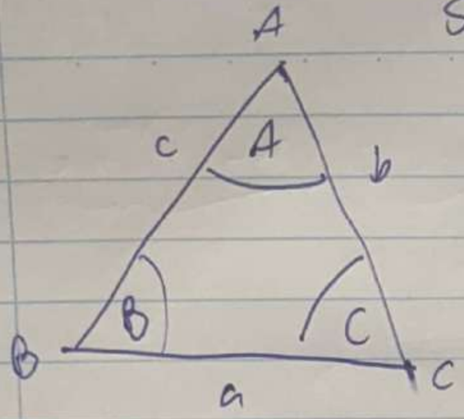
$\cos\theta = \cos(45^\circ)$

~~$\theta = 2n\pi \pm 45^\circ$~~

$\therefore \theta = 2n\pi \pm \frac{\pi}{4}$; $n \in \mathbb{Z}$

15

c.



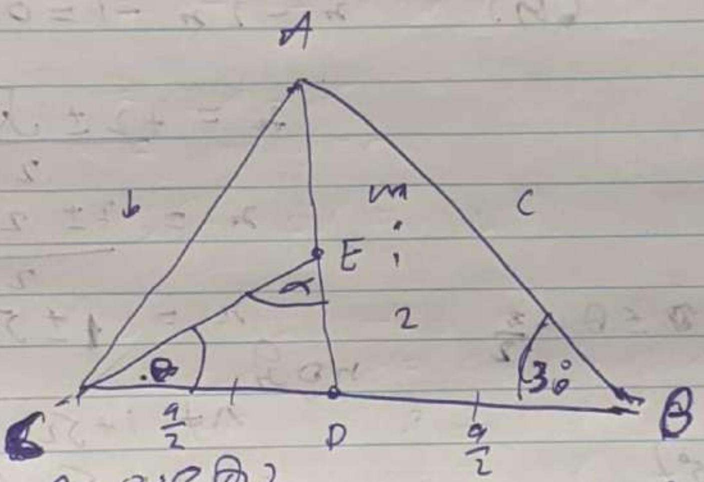
Sin ප්‍රමේයය.

$$\frac{\sin(A)}{a} = \frac{\sin(B)}{b} = \frac{\sin(C)}{c}$$

Cos ප්‍රමේයය.

$$\cos(A) = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

20



ADB Δ වලින්,

i. $$\cos(30) = \frac{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + c^2 - AD^2}{2 \times \frac{a}{2} \times c}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\frac{a^2}{4} + c^2 - AD^2}{ac}$$

$$AD^2 = \frac{a^2}{4} + c^2 - \frac{\sqrt{3}ac}{2} = \frac{1}{4}\left(a^2 - 2\sqrt{3}ac + 4c^2\right)$$

$$AD^2 = \frac{1}{4}\left((a - 2\sqrt{3}c)^2 + c^2\right)$$

$AD = \frac{1}{2}\sqrt{(a-2\sqrt{3}c)^2 + c^2}$; $AD > 0$

ii. CED Δ ಇಂದ,

$$\frac{DE}{\sin\theta} = \frac{CD}{\sin\alpha}$$

$$DE = \frac{CD \sin\theta}{\sin\alpha}$$

$$\left(\frac{2}{m+2}\right) AD = \frac{a}{2} \frac{\sin\theta}{\sin\alpha}$$

$$\left(\frac{2}{m+2}\right)^2 AD^2 = \frac{a}{4} \frac{\sin^2\theta}{\sin^2\alpha}$$

$$AD^2 = \frac{(m+2)^2}{\cancel{4}} \frac{a}{4} \frac{\sin^2\theta}{\sin^2\alpha}$$

$$\frac{1}{\cancel{4}}\left((a-2\sqrt{3}c)^2 + c^2\right) = \frac{(m+2)^2}{\cancel{4}} \frac{a}{\cancel{4}} \frac{\sin^2\theta}{\sin^2\alpha}$$

$$\left((a-2\sqrt{3}c)^2 + c^2\right) = \frac{(m+2)^2}{4} a \frac{\sin^2\theta}{\sin^2\alpha}$$

$$\therefore \left(\frac{m+2}{4}\right)^2 = 9$$

$$(m+2)^2 = 36$$

$$m+2 = \pm 6$$

$m > 0$ ನಿಂದ, $m = 6-2 = 4$ 30

d.

$$\underbrace{\sin^{-1}(1-x)}_{\alpha} + \underbrace{\sin^{-1}(x)}_{\beta} = \underbrace{\cos^{-1}(x)}_{\theta}$$

$$\alpha + \beta = \theta$$

$\sin(\alpha) = 1 - x$

$$\begin{aligned} \cos^2(\alpha) &= 1 - (1-x)^2 \\ &= 1 - (1 - 2x + x^2) \\ &= 2x - x^2 \\ &= x(2-x) \end{aligned}$$

$\sin(\beta) = x$

$\cos^2(\beta) = 1 - x^2$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\theta$$

$$\cos\alpha \cdot \cos\beta - \sin\alpha \sin\beta = \cos\theta$$

$$\cos\alpha \cdot \cos\beta = \cos\theta + \sin\alpha \cdot \sin\beta$$

$$\cos\alpha \cdot \cos\beta = x + (1-x)x$$

$$\cos\alpha \cdot \cos\beta = x(2-x)$$

$$\cos^2\alpha \cdot \cos^2\beta = x^2(2-x)^2$$

$$x(2-x)(1-x^2) = x^2(2-x)^2$$

$$x(2-x)(1 - x^2 - x(2-x)) = 0$$

$$x(2-x)(1-2x) = 0$$

$-1 \le x = \cos\theta \le 1$ නිසා,

$2 - x \neq 0$

$\therefore x = 0$ හෝ $1 - 2x = 0$

$x = 0$ හෝ $x = \frac{1}{2}$

APPLIED PART 1

01.

පද්ධතිය සඳහා $I = \Delta mv$ යෙදවීමෙන්

$\leftarrow m(v_1 - 2u) + 4m(v_2 - 6u) = 0 \qquad \therefore mv_1 + 4mv_2 = 4m \times 6u - m \times 2u$ (10)

$v_1 + 4v_2 = 22u$ ——————— (1)

නිව්ටන්ගේ ප්‍රත්‍යාගති නියමය යෙදීමෙන්

$v_1 - v_2 = \frac{1}{2}(6u + 2u)$

$v_1 - v_2 = 4u$

$v_2 = \frac{18u}{5}$ ——————— (2) (5)

$\underline{I} = \Delta(m\underline{v})$ යෙදීමෙන්

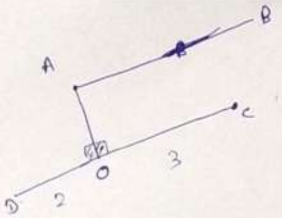
$\xleftarrow{B}, \quad -I_1 = 4m(v_2 - 6u)$ (5)

$= 4m\left(\frac{18u}{5} - 6u\right)$

$I = \frac{48mu}{5}$

(5) $\frac{48mu}{5}$ $\boxed{25}$

02.



$\vec{AB} = \vec{AO} + \vec{OB}$

$= 3\underline{i} - 6\underline{j} + 3\underline{i} - 2\underline{j}$

$\vec{AB} = 6\underline{i} - 8\underline{j}$

$|\vec{AB}| = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$ (5)

$|\vec{DC}| = 10 \Rightarrow |\vec{DO}| = 4$ හා $|\vec{OC}| = 6$

OC ⊥ OA $\quad \vec{OC} \cdot \vec{OA} = 6$; $\vec{OC} = x_1\underline{i} + y_1\underline{j}$

$(x_1\underline{i} + y_1\underline{j}) \cdot (-3\underline{i} + 6\underline{j}) = 6$

$x_1 - 2y_1 = 6$

$x_1 = 2y_1$

$|\vec{OC}| = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$ (5)

$6 = \sqrt{4y_1^2 + y_1^2}$

$y_1 = \frac{6}{\sqrt{5}}$ $\quad x_1 = \frac{12}{\sqrt{5}}$ $\quad \boxed{\vec{OC} = \frac{6}{\sqrt{5}}(2\underline{i} + \underline{j})}$ (5)

DO ⊥ OA $\quad \vec{DO} \cdot \vec{OA} = 0$; $\vec{DO} = x_2\underline{i} + y_2\underline{j}$

$(x_2\underline{i} + y_2\underline{j})(-3\underline{i} + 6\underline{j}) = 0$

$-3x_2 + 6y_2 = 0 \Rightarrow \boxed{x_1 = 2y_1}$ (5)

$|\vec{DO}| = 4$

$\sqrt{y_1^2 + 4y_1^2} = 4$

$y_1 = \frac{4}{\sqrt{5}}$ $\quad x_1 = \frac{8}{\sqrt{5}}$ $\quad \boxed{\vec{DO} = \frac{4}{\sqrt{5}}(2\underline{i} + \underline{j})}$

~~$\vec{DC} = \vec{DO} + \vec{OC}$~~

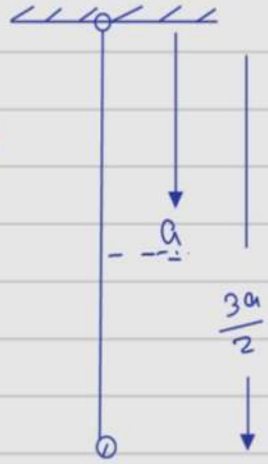
~~$= \frac{1}{\sqrt{5}}(2\underline{i} + \underline{j})\{4 + 6\} = \frac{1}{\sqrt{5}}(10)(2\underline{i} + \underline{j})$~~

~~$\vec{DC} = 2\sqrt{5}(2\underline{i} + \underline{j})$~~

$\vec{OD} = -\frac{4}{\sqrt{5}}(2\underline{i} + \underline{j})$ (5)

03.

ශක්ති සංස්ථිතියෙන් $\quad PE = 0$



$0 + 0 + 0 = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}\frac{4mg}{a}\left(\frac{a}{2}\right)^2 - mg\frac{3a}{2}$

[15]

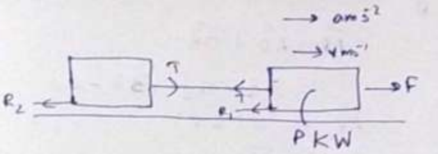
$V^2 = 3ga - ga$

$V^2 = 2ga$

$V = \sqrt{2ga}$ [10]

$\boxed{25}$

04.



$H = PV$

$\boxed{F = \dfrac{1000P}{V}}$ [5]

ලොරිය සඳහා $\rightarrow \underline{F} = m\underline{a}$

$F - T - R_1 = Ma$ —(1) [5]

ට්‍රේලරය සඳහා $\rightarrow \underline{F} = m\underline{a}$

$T - R_2 = ma$ —(2) [5]

~~(1)+(2) $F - (R_1 + R_2) = (M+m)a$~~

(1)/(2) $\dfrac{F - T - R_1}{T - R_2} = \dfrac{M}{m}$ [5]

$F - T - R_1 = \dfrac{M}{m}(T - R_2)$

$F - R_1 + \dfrac{M}{m}R_2 = \dfrac{M}{m}T + T$

$\dfrac{1000Pm}{V} - mR_1 + MR_2 = MT + mT$

[5] $\boxed{T = \dfrac{1000PM - V(mR_1 - MR_2)}{(M+m)V}}$

25

05.

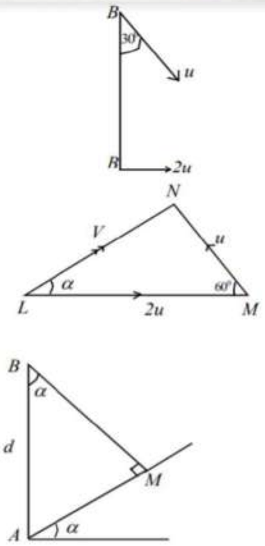
$V_{A,E} = \rightarrow 2u$

$V_{B,E} =$

$V_{A,B} = V_{A,E} + V_{E,B}$

$V = \xrightarrow{2u} +$

[5]



$v^2 = LN^2 = (2u)^2 + (u)^2 - 2\times 2u \times u.\cos 60$

$= 3u^2$ [5]

$V = \sqrt{3}u$

$\dfrac{u}{\sin\alpha} = \dfrac{v}{\sin 60}$

$\dfrac{u}{\sin\alpha} = \dfrac{\sqrt{3}u \times 2}{\sqrt{3}}$

$\sin\alpha = \dfrac{1}{2}$

$\alpha = 30^0$ [5]

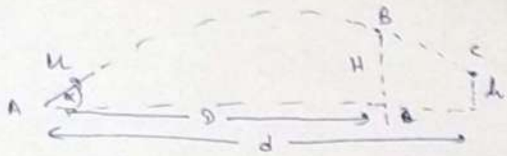
කෙටි ම දුර $= d\cos\alpha = d\cos 30 = \dfrac{\sqrt{3}d}{2}$ [5]

ගත වූ කාලය $= \dfrac{d\sin 30}{v} = \dfrac{d}{2\sqrt{3}u}$ [5]

25

06.

(3)



A-B $\rightarrow$ $s = ut + \frac{1}{2}at^2$

$D = u\cos\alpha\, t_1$

$t_1 = \dfrac{D}{u\cos\alpha}$ [5]

A-B $\uparrow$ $s = ut + \frac{1}{2}at^2$

$\boxed{H = u\sin\alpha \dfrac{D}{u\cos\alpha} - \dfrac{1}{2}g\dfrac{D^2}{u^2\cos^2\alpha}}$ —(1) [5]

A-C $\rightarrow$ $s = ut + \frac{1}{2}at^2$

$d = u\cos\alpha\, t_2$

$t_2 = \dfrac{d}{u\cos\alpha}$

A-C $\uparrow$ $s = ut + \frac{1}{2}at^2$

$\boxed{h = u\sin\alpha \dfrac{d}{u\cos\alpha} - \dfrac{1}{2}g\dfrac{d^2}{u^2\cos^2\alpha}}$ —(2) [5]

(1) − (2) $H - h = \dfrac{\cancel{u}\sin\alpha}{\cos\alpha}(D - d) - \dfrac{1}{2}g\dfrac{1}{u^2\cos^2\alpha}(D^2 - d^2)$

$H - h = \tan\alpha(D - d) - \dfrac{g}{2u^2}\sec^2\alpha(D - d)(D + d)$

$H > h$ [5]

$H - h > 0$

$\tan\alpha(D - d) - \dfrac{g}{2u^2}\sec^2\alpha(D - d)(D + d) > 0$; $D > d$

$\tan\alpha - \dfrac{g}{2u^2}(1 + \tan^2\alpha)(D + d) > 0$

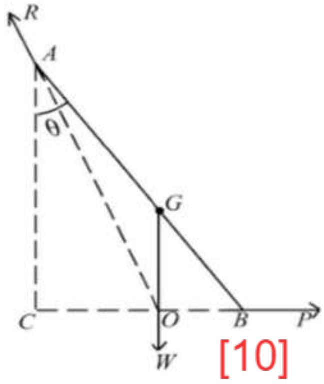
$2u^2\tan\alpha - g(D + d) - g(D + d)\tan^2\alpha > 0$

$(D + d)g\tan^2\alpha - 2u^2\tan\alpha + g(D + d) < 0$ [5]

25

07.

20. දණ්ඩෙහි ක්‍රියාකාරක බල
(i) බර W
(ii) තිරස් බලය P
(iii) Aහි ප්‍රතික්‍රියාව



[10]

බල ත්‍රිකෝණය OAC සැලකීමෙන්

$R \longrightarrow OA$ (OA මගින් R නිරූපණය වේ)
$W \longrightarrow AC$ (AC මගින් w නිරූපණය වේ)
$P \longrightarrow CO$ (CO මගින් P නිරූපණය වේ)

$\tan\theta = \frac{3}{4}$

$\frac{R}{OA} = \frac{W}{AC} = \frac{P}{CO}$ [5]

$AB = 2a$ නම්

$AC = 2a\sin\theta = \frac{8a}{5}$

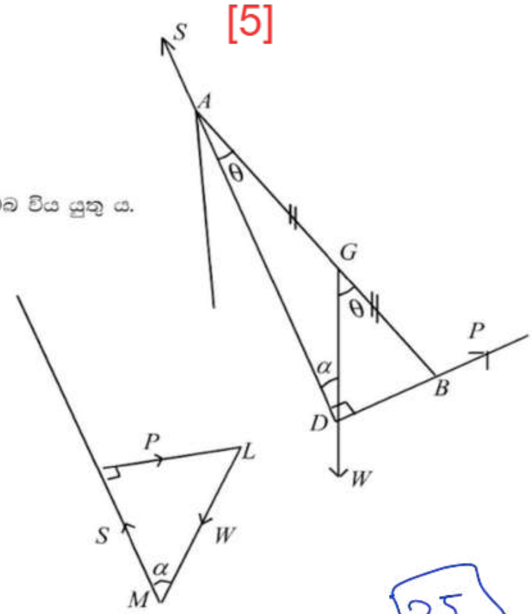
$CB = 2a\sin\theta = \frac{6a}{5}$

$CO = \frac{3a}{5}$

$P = W.\frac{CO}{AC} = \frac{3W}{8}$

AB හි සමතුලිතතාවට w, p, s එක ම ලක්ෂ්‍යය හරහා යා යුතු යි.

[5]



බල ත්‍රිකෝණය සැලකීමෙන්
P අවමය වීමට නම් P හා S ලම්බ විය යුතු ය.

ADB ත්‍රිකෝණයේ
$AG = GB$, and $\underline{|ADB} = 90^0$
$\therefore\ AG = GB = GD$

$\alpha = \frac{\theta}{2}$

$P = W\sin\alpha = W\sin\frac{\theta}{2}$

[5]

ගෝලයේ සමතුලිතතාවට බල
(i) බර w G.

25

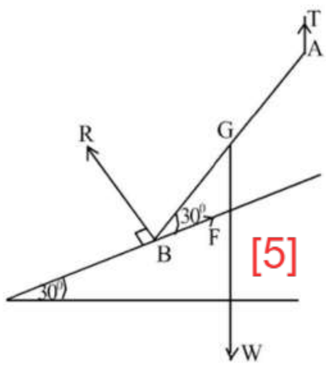
08.

25. AB දණ්ඩේ සමතුලිතාව සඳහා

[5]

$F + T\cos 60 - W\sin 30 = 0$ ——— (1)


$R + T\sin 60 - W\cos 30 = 0$



[5]

B වටා ඝූර්ණය ශූන්‍ය වේ.
$T.2a\cos 60 - Wa\cos 60 = 0$ [5]

$T = \frac{W}{2}$ [5]

$F = W\sin 30 - T\cos 60 = \frac{W}{4}$

$R = W\cos 30 - T\sin 60 = \frac{W\sqrt{3}}{4}$

$\frac{F}{R} \le \mu,\ \ \mu \ge \frac{1}{\sqrt{3}},\ \mu\ \text{min}\ \frac{1}{\sqrt{3}}$ [5]

25

09.

9)

$f_i \propto {}^nC_i$

$f_i = k\,{}^nC_i$

[5]

[illegible] $(\mu) = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} f_i \cdot i}{\sum_{i=1}^{n} f_i} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} k\,{}^nC_i\, i}{\sum_{i=1}^{n} k\,{}^nC_i}$

$= \dfrac{\cancel{k} \sum_{i=1}^{n} {}^nC_i \cdot i}{\cancel{k} \sum_{i=1}^{n} {}^nC_i}$ [5]

$(1+x)^n = \sum_{i=0}^{n} {}^nC_i \cdot x^i$ — ①

$x=1;\quad 2^n = \sum_{i=0}^{n} {}^nC_i$

$= {}^nC_0 + \sum_{i=1}^{n} {}^nC_i$

$2^n = 1 + \sum_{i=1}^{n} {}^nC_i$

$\Rightarrow \sum_{i=1}^{n} {}^nC_i = 2^n - 1$ — ② [5]

① x [illegible]

$n(1+x)^{n-1} = \sum_{i=0}^{n} {}^nC_i\, i\, x^{i-1}$

$x=1;\quad n\,2^{n-1} = \sum_{i=0}^{n} {}^nC_i\, i$

$n\,2^{n-1} = {}^nC_0 \cdot 0 + \sum_{i=1}^{n} {}^nC_i \cdot i$

$\sum_{i=1}^{n} {}^nC_i \cdot i = n\,2^{n-1}$ — ③ [5]

②,③ [illegible] $\mu = \dfrac{n\,2^{n-1}}{2^n - 1}$ [5]

$\boxed{25}$

10.

10)

$\bar{x} = 30$

[illegible]

$\dfrac{\sum_{i=1}^{100} x_i}{100} = 30$

$\sum_{i=1}^{100} x_i = 3000$ [5]

$\dfrac{\sum_{i=1}^{100} x_i^2}{100} - \bar{x}^2 = (4.1)^2 = 16.81$

$\sum_{i=1}^{100} x_i^2 - 30^2 = 1681$

$\sum_{i=1}^{100} x_i^2 = 2581$

[5]

[illegible] $\mu = \dfrac{\sum_{i=1}^{100} x_i - 40 + 30}{100}$

$= 29$ [5]

$\sigma^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^{100} x_i^2 - 40^2 + 30^2}{100} - 29^2$ [5]

$= \dfrac{2581 - 1600 + 59}{100}$

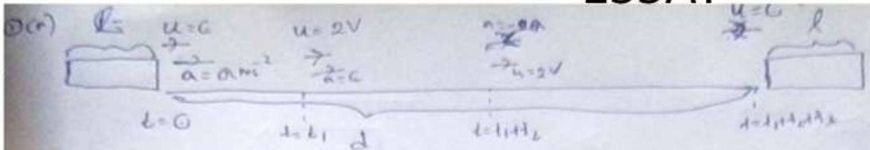
$= 10.4$

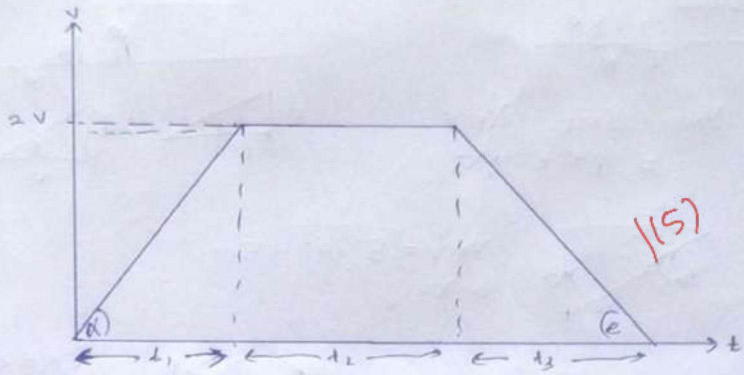
$\sigma = 3.23$ [5]

$\boxed{25}$

ESSAY

11. (i)(a)





(15)

$\tan\alpha = \frac{2v}{t_1}$

$a = \frac{2v}{t_1} \Rightarrow \boxed{t_1 = \frac{2v}{a}}$ (5)

$\tan\theta = \frac{2v}{t_3}$

$\boxed{t_3 = \frac{v}{a}}$ (5)

$d + l = \frac{1}{\cancel{2}} t_1 \cancel{2}v + 2v t_2 + \frac{1}{\cancel{2}} t_3 \cancel{2}v$ (10)

$= \frac{2v^2}{a} \cancel{+ 2v t_2}$

$d + l = t_1 v + 2v t_2 + t_3 v$

$\frac{d+l}{v} = t_1 + 2t_2 + t_3$ (10)

$t_1 + 2t_2 + t_3 + t_1 + t_3 = \frac{d+l}{v} + t_1 + t_3$ (10)

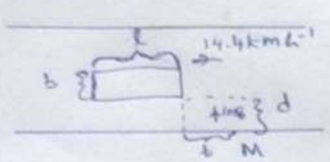
$2\underbrace{(t_1 + t_2 + t_3)}_{T} = \frac{d+l}{v} + \frac{2v}{a} + \frac{v}{a}$

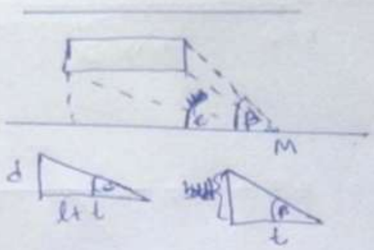
$2T = \frac{ad + al + 2v^2 + v^2}{av}$

$$T = \frac{3v^2 + a(d+l)}{2av}$$ (20)

75

(b) $t = 0$





$\underline{v}_{MV} = \underline{v}_{ME} + \underline{v}_{EV}$ (10)

$= \uparrow 3\,ms^{-1} + \overleftarrow{4\,ms^{-1}}$

(15)

$v_{MV} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5\,ms^{-1}$ (10)

$\tan\alpha = \frac{3}{4}$

[illegible] $\theta > \alpha$ and (5) $\alpha > \beta$ (5) ; $\alpha, \beta, \theta < 90^\circ$

$\tan\theta > \tan\alpha$ and $\tan\alpha > \tan\beta$

$\frac{d}{l+t} > \frac{3}{4}$ and $\frac{3}{4} > \frac{b+d}{t}$

$d > \frac{3(l+t)}{4}$ and $3t > 4b + 4d$

$d > 3\left(\frac{l+t}{4}\right)$ (10)

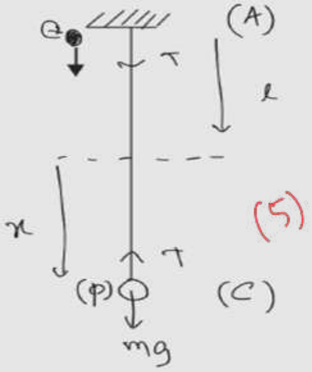
$d < \frac{3t - 4b}{4}$ (10)

$\frac{3(l+t)}{4} < d < \frac{3t - 4b}{4}$

$3(l+t) < 4d < 3t - 4b$ (10)

75

13.



(5)

$\downarrow F = ma$

$mg - T = 0$

$mg = \frac{\lambda}{l} x = \frac{mg}{l} x$

$\underline{x = l}$ (5)

Q සඳහා $\downarrow$ $v^2 = u^2 + 2as$
C දක්වා

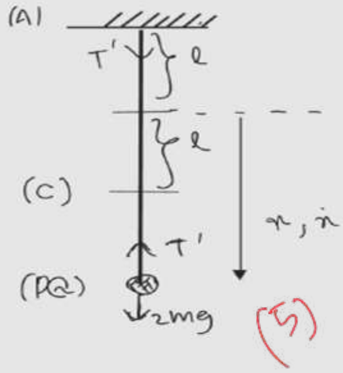
$v^2 = 2g2l$

$v = 2\sqrt{gl}$ (5)

ගම්‍යතා සංස්ථිතිය $\downarrow$

$m \cdot 2\sqrt{gl} = 2m V_2$

$V_2 = \sqrt{gl}$ // (10)



(5)

PQ සඳහා

$\downarrow F = ma$

$2mg - T = 2m\ddot{x}$ (5)

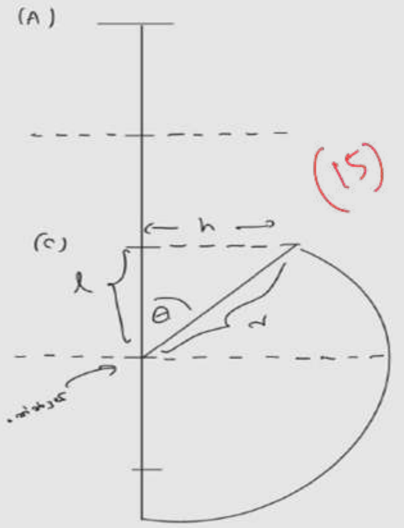
$2mg - \frac{mg}{l} x = 2m\ddot{x}$ (5)

$\ddot{x} = -\frac{g}{2l}(x - 2l)$ (5)

∴ මෙය සරල අනුවර්තීය චලිතයකි

$\omega = \sqrt{\frac{g}{2l}}$ (5), කේන්ද්‍රය $\rightarrow x = 2l$ (5)

අනුරූප වෘත්ත චලිතය සලකමු.



(15)

$V = h\omega$

$h = \frac{\sqrt{gl}}{\sqrt{g}} \sqrt{2l}$ (5)

$h = \sqrt{2}l$ //

$r^2 = l^2 + 2l^2$

$r = \sqrt{3}l$ (5)

∴ ඉහළ උපරිම ලක්ෂ්‍යය B නම් (10)

$AB = 3l - \sqrt{3}l$

$AB = (3 - \sqrt{3})l > l$

∴ ඉහළින් තන්තුව ඉහිල් නොවේ.

∴ අංශුව පූර්ණ සරල අනුවර්තීය නම් (5)
පහළම ලක්ෂ්‍යය h ට ඉහළින් පිහිටයි.

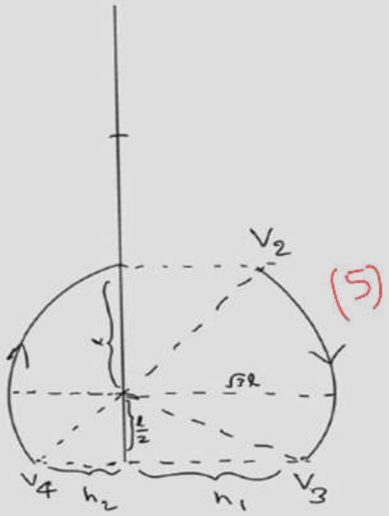
∴ $3l + r = 3l + \sqrt{3}l \leq h$

$h \geq (3 + \sqrt{3})l$ // (10)

$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{2l}{g}}$ // (10)

$h = \frac{7}{2}l$ නම්

$r_2 = \left(\frac{7}{2} - 3\right)l = \frac{1}{2}l$ // (5)



$h_2 = \sqrt{l^2 - \frac{l^2}{4}}$

$h_2 = \frac{\sqrt{3}\,l}{2}$ // (5)

$V_C = 0$ වන විට

∴ තන්තුව ඇද නොවේ

$r = l$ වේ.

$\therefore\ h_1\omega = V_3$ (5)

$h_2\omega = V_4$

$h_1 = \sqrt{(\sqrt{3}l)^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2}$

$= \sqrt{\left(\frac{12-1}{4}\right)}\,l$

$h_1 = \frac{\sqrt{11}}{2}\,l$ (5)

ස. යු. නි යෙදීමෙන්

$V_4 = eV_3$

$\frac{\sqrt{3}l}{2}\,\omega = e \cdot \frac{\sqrt{11}\,l}{2}\,\omega$

$e = \sqrt{\frac{3}{11}}$ // (10)

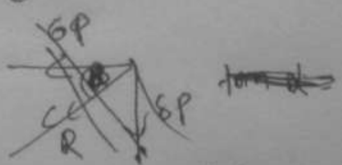
14. (a) (i) $\alpha a + \beta b = 0$ වේ

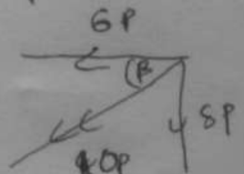
$\alpha a = -\beta b$

$\alpha, \beta \neq 0$ වේයැයි ගනිමු $a = -\frac{\beta}{\alpha} b$

$a \parallel b$ ~~#~~ $a \nparallel b$ නිසා $\alpha = 0$ හා $\beta = 0$ වේ. (15)

සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය $= 10P$ එය දිශාව





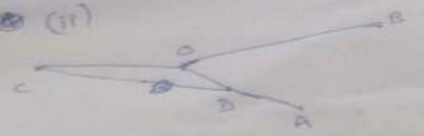
$\tan\beta = \frac{8P}{6P}$

$\boxed{\tan\beta = \frac{4}{3}}$ (5)

ක්‍රියා රේඛාව : $\frac{4}{3} = \frac{y-0}{x-\alpha}$

$\boxed{3y - 4x + 4\alpha = 0}$ (10)

(ii)



$\vec{OD} = \gamma a$

$\vec{OC} = \vec{OD} + \vec{DC}$

$\vec{OC} = \gamma a + \delta b$ — ① (5)

$\vec{OC} = \vec{OB} + \vec{AC}$

$= a + \vec{AO} + \vec{OC}$

$\vec{OC} = a + -a + \alpha a + \beta b$

$\vec{OC} = \alpha a + \beta b$ — ② (5)

$\gamma a + \delta b = \alpha a + \beta b$

(5) $\gamma = \alpha$ [illegible] $\beta = \delta$ (5)

$\vec{AB} = \vec{AO} + \vec{OB} = -a + b \Rightarrow \vec{AB} = b - a$ (5)

$\vec{AC} = \vec{AO} + \vec{OC} = -a + \alpha a + \beta b \Rightarrow \vec{AC} = a(\alpha - 1) + \beta b$

A, B, C [illegible]

$AB \parallel AC$

$\therefore \lambda \vec{AB} = \vec{AC}$

$\lambda(b - a) = a(\alpha - 1) + \beta b$

$-\lambda = \alpha - 1$ ① $\lambda = \beta$ (5)

① $\Rightarrow -\beta = \alpha - 1$

$\boxed{\alpha + \beta = 1}$ (5)

$\boxed{\lambda = 1 - \alpha} \longrightarrow$

A $1-\alpha$ C α B

$(1 - \alpha)\vec{AB} = \vec{AC}$

$\frac{\vec{AC}}{\vec{AB}} = 1 - \alpha$

$\frac{\vec{AC}}{\vec{CB}} = \frac{(1 - \alpha)\vec{AB}}{\alpha \vec{AB}} \Rightarrow \frac{\vec{AC}}{\vec{CB}} = \frac{1 - \alpha}{\alpha}$ (5)

$\vec{AC} : \vec{CB}$

$1 - \alpha : \alpha$

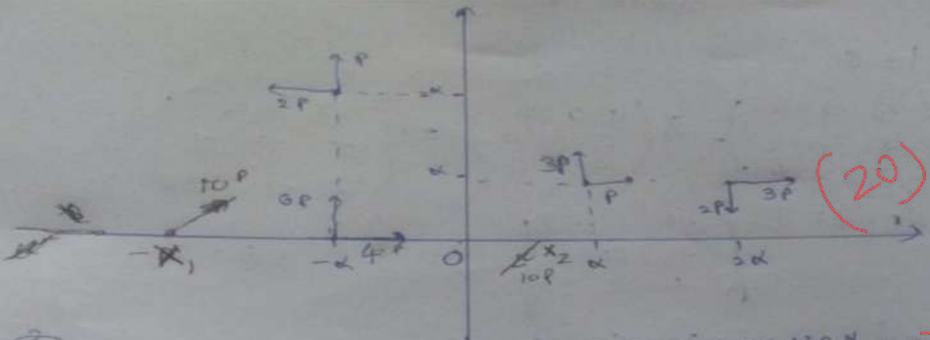
$AC < \vec{AB} \therefore \quad 1 - \alpha < 1$ [illegible] $1 - \alpha > 0$

$\alpha > 0$ [illegible] $\alpha < 1$

$0 < \alpha < 1$ (5)

75

(i) (i)



(20)

$\overset{\curvearrowleft}{G_O} = 6P\alpha + P\alpha - 2P\,2\alpha - 3P\alpha + P\alpha + 2P\,2\alpha + 3P\alpha$ (10)

$= 8P\alpha$ Nm

(ii) $\vec{X} = 4P - 2P + P + 3P$ $Y\uparrow = P + 6P + 3P - 2P$

$\vec{X} = 6P$ (5) $Y\uparrow = 8P$ (5)

$R = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10P$

$\tan\theta = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$ (10)

[illegible] $(-x, 0)$ [illegible]

$\overset{\curvearrowleft}{G_O} = 8Px_1$; $\overset{\curvearrowleft}{G_O} = 8P\alpha$

$8P\alpha = 8Px_1$

$x_1 = \alpha$ (5)

$\therefore$ [illegible] $\tan\theta = \frac{y - y_1}{x - x_1}$ (5)

$\frac{4}{3} = \frac{y - 0}{x + \alpha}$

$3y = 4x + 4\alpha$ (5)

$\boxed{3y - 4x = +4\alpha}$

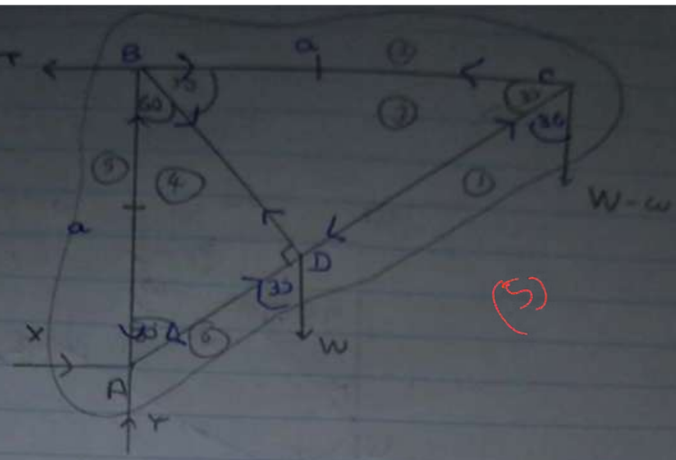
(iii) [illegible] 10P [illegible]

$8P(x_2 + \alpha) = 16P\alpha$

$x_2 = \alpha$ (10)

75

15 (A)



(5)

$(T)(a) = (W)\sin(30)\, a\cos(30) + (2a\cos 30)(W-w)\sin 30$

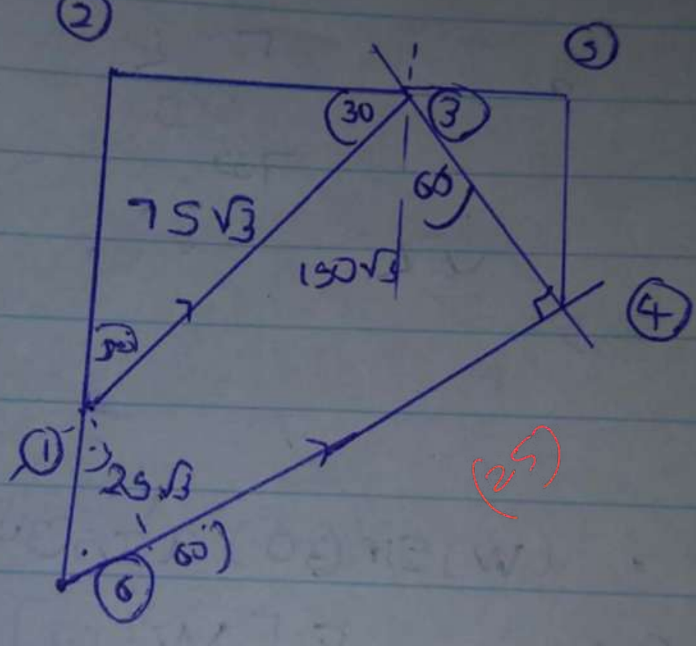
$T = \frac{\sqrt{3}w}{4} + \frac{\sqrt{3}}{2}[W-w]$

$T = \frac{\sqrt{3}}{4}\left[2W - w\right]$

↑ බල විභේදනය = W

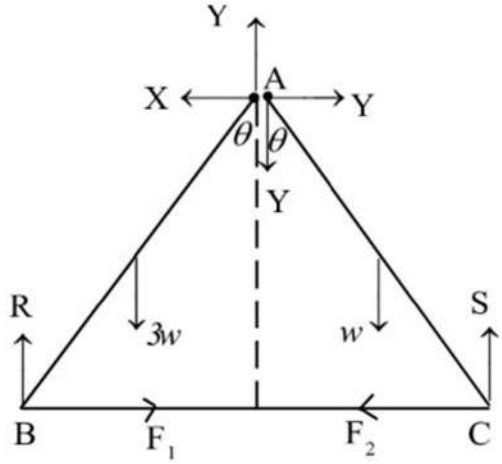
→ බල විභේදනය : $T = \frac{\sqrt{3}}{4}[2W - w]$ (5)

දණ්ඩ	අංකනය	ආතතිය	තෙරපුම	ප්‍රත්‍යාබලය
BC	② ③	✓	(5)	75 (5)
DC	① ③		✓	$150\sqrt{3}$ (5)
BD	④ ③	✓ (5)	(5)	$25\sqrt{3}/2$ (5)
BA	⑤ ④		✓ (5)	$25\sqrt{3}/4$
AD	⑥ ④		✓	$50\sqrt{3}/2$ (5)



15 (B)

10. (*a*) AB හා ACහි සමතුලිතතාවට



$\uparrow \quad R + S - 4w = 0$

$R + S = 4w$ (5)

$B \circlearrowleft = 0$

$S.4a\sin\theta - w.3a\sin\theta - 3w.a\sin\theta = 0$

$S = \frac{3w}{2}, \quad R = \frac{5w}{2}$ (5)

$\longrightarrow \quad F_1 - F_2 = 0; \quad F_2 = F_2 \quad (=F, \text{ say})$ (5)

ABහි සමතුලිතතාවට $\quad A \circlearrowleft = 0$

$F.2a\cos\theta - R.2a\sin\theta + 3w.a\sin\theta = 0$

$F = w\tan\theta$

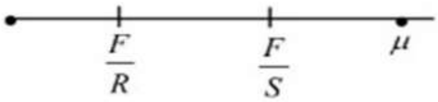
$\frac{5w}{2} > \frac{3w}{2}$ (5)

$R > S$

$\frac{1}{R} < \frac{1}{S}$

$\frac{F}{R} < \frac{F}{S}$ (5)

සමතුලිතතාවට , $\frac{F}{R} \le \mu$ හා $\frac{F}{S} \le \mu$ (10)



i.e $\frac{F}{R} < \frac{F}{S} \le \mu$

θ වැඩි වන විට $\frac{F}{S}$ මුලින් μ ට ළඟා වේ.

මුලින් ම C සීමාකාරී වේ.

දැන් $\quad \frac{F}{R} = \frac{w\tan\theta \times 2}{5w} = \frac{2\tan\theta}{5}$ (10)

$\frac{F}{S} = \frac{w\tan\theta \times 2}{3w} = \frac{2\tan\theta}{3}$

එනම්, $\frac{F}{S} \le \mu$ (5)

$2\frac{\tan\theta}{3} \le \mu$

$\tan\theta \le \frac{3\mu}{2}$ (10)

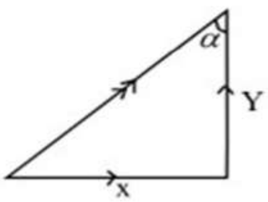
AB සඳහා

$\longrightarrow \quad F - X = 0$

$X = F = w\tan\theta$

$\uparrow \quad Y + R - 3w = 0$ (5)

$Y = \frac{w}{2}$



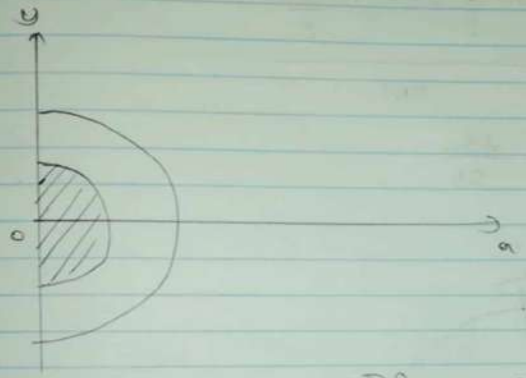
$\tan\alpha = \frac{X}{Y} = 3\mu$ (10)

$\alpha = \tan^{-1}(3\mu)$

175

16.

a)



x අක්ෂය වටා සමමිතික නිසා G, x අක්ෂය මත පිහිටයි.

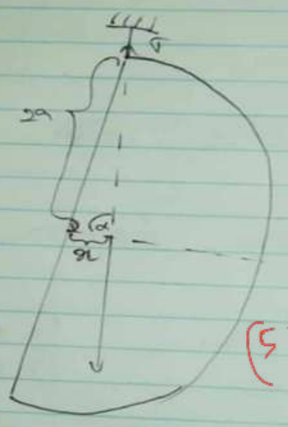
ρ - ඒකක පරිමාවක ස්කන්ධය

	ස්කන්ධය	y අක්ෂයේ සිට G ට දුර	
	$\frac{4}{3}\pi(2a)^3\frac{\rho}{2} = 8M$	$\frac{3}{8}(2a)$	(10)
	$\frac{4}{3}\pi a^3\frac{\rho}{2} = M$	$\frac{3a}{8}$	(10)
	$7M$	$\bar{x}$	(10)

$$\bar{x} = \frac{8M\cdot\frac{3}{8}2a - M\frac{3a}{8}}{7M} \quad (15)$$

$$= \frac{45a}{56} \quad (5)$$

i)

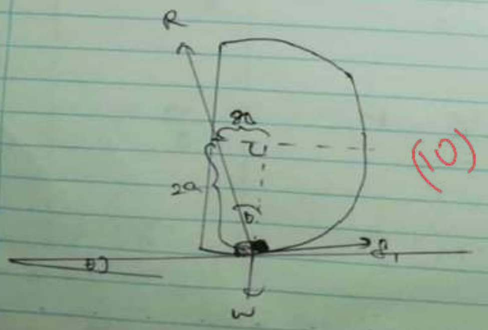


$$\tan\alpha = \frac{2a}{x} \quad (5)$$

$$= 2a\cdot\frac{56}{45a}$$

$$= \frac{112}{45}$$

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{112}{45}\right) \quad (5)$$



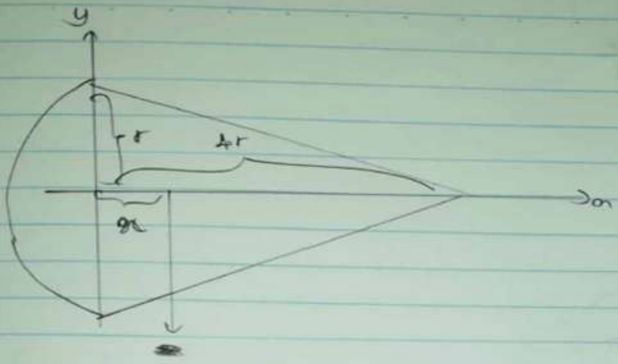
$$\sin\theta = \frac{x}{2a} \quad (5)$$

$$= \frac{45a}{56}\cdot\frac{1}{2a}$$

$$= \frac{45}{112} \quad (5)$$

$$\theta = \sin^{-1}\frac{45}{112}$$

$$(15) \quad \theta_{max} = \sin^{-1}\left(\frac{45}{112}\right)$$



වස්තුව x අක්ෂය වටා සමමිතික බැවින් ගු.කේ. එය මත පිහිටයි.

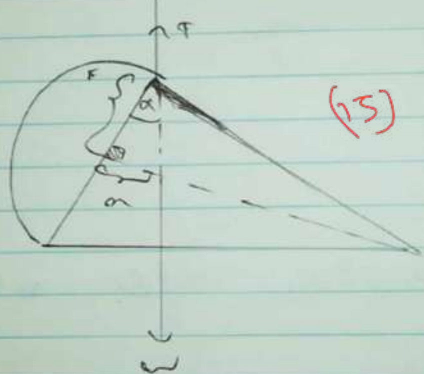
	ස්කන්ධය	y අක්ෂයේ සිට ගු.කේන්ද්‍රයට දුර
	$\frac{1}{3}\pi r^2 4r\rho = 2M\rho$	$\frac{4r}{4} = r$
	$\frac{4}{3}\pi r^3 \frac{\sigma}{2} = M\sigma$	$\frac{-3}{8}r$
	$M(2\rho+\sigma)$	$\bar{x}$

(10)

$$\bar{x} = \frac{2M\rho\cdot r + M\sigma\cdot\frac{-3r}{8}}{M(2\rho+\sigma)} = \frac{2\rho r - \frac{3}{8}r\sigma}{2\rho+\sigma}$$

$$= \frac{r}{8}\left(\frac{16\rho - 3\sigma}{2\rho - \sigma}\right)$$ (10)

$\rho = \sigma, \quad \bar{x} = \frac{5r}{8}$ (5)



(15)

$$\tan\alpha = \frac{\bar{x}}{r}$$

$$= \frac{5r}{8}\,\frac{1}{r}$$

$$= \frac{5}{8}$$

(5)

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{5}{8}\right)$$

17 (A)

(17) a) $P(A_i/D) = \dfrac{P(A_i \cap D)}{P(D)}$

$= \cancel{\dfrac{P(A_i/D).P(D)}{\sum_{j=1}^{3} P(A_j \cap D)}} \quad \dfrac{P(A_i).P(D/A_i)}{\sum_{j=1}^{3} P(A_j).P(D/A_j)}$ (5) (5)

b) නිෂ්පාදන ගණන,

$NA_1 = 200$
$NA_2 = 175$
$NA_3 = 125$

$P(A_1) = \dfrac{NA_1}{500} = \dfrac{200}{500} = \dfrac{2}{5}$

$P(A_2) = \dfrac{NA_2}{500} = \dfrac{175}{500} = \dfrac{7}{20}$

$P(A_3) = \dfrac{NA_3}{500} = \dfrac{125}{500} = \dfrac{1}{4}$

දෝෂ සහිත වීම - E

$P(E/A_1) = \dfrac{4}{100} = \dfrac{1}{25}$

$P(E/A_2) = \dfrac{4}{100} = \dfrac{1}{25}$ (5)

$P(E/A_3) = \dfrac{6}{100} = \dfrac{3}{50}$

i) $P(E) = \sum_{i=1}^{3} P(A_i).P(E/A_i)$

$= \dfrac{2}{5} \times \dfrac{1}{25} + \dfrac{7}{20} \times \dfrac{1}{25} + \dfrac{1}{4} \times \dfrac{3}{50}$ (5)

$= \dfrac{45}{1000} = 0.045$

ii) $P(A_1/E) = \dfrac{P(A_1 \cap E)}{P(E)} = \cancel{\dfrac{P(A_1).P(E)}{P(E)}} \quad \dfrac{P(A_1).P(E/A_1)}{P(E)}$

$= \dfrac{\frac{2}{5} \times \frac{1}{25}}{\frac{45}{1000}}$ (5)

$= \dfrac{16}{45}$

එලෙස

$P(A_2/E) = \dfrac{\frac{7}{20} \times \frac{1}{25}}{\frac{45}{1000}} = \dfrac{14}{45}$ (5)

$P(A_3/E) = \dfrac{\frac{1}{4} \times \frac{3}{50}}{\frac{45}{1000}} = \dfrac{1}{3} = \dfrac{15}{45}$ (5)

$P(A_1/E) > P(A_3/E) > P(A_2/E)$ (5)

∴ එක නිෂ්පාදනය වැඩිම ඉඩ ඇත්තේ A_1 යන්ත්‍රයෙනි.

iii) දිනකට D_1, D_2, D_3

$P(E/D_1) = P(E/D_2) = P(E/D_3) = 0.045$ (5)

දින තුනේ 1ක් පමණක් සදොස් වීම - J

$P(J) = 0.045 \times (1-0.045) \times (1-0.045) \times {}^3C_1$

$= 0.045 \times 0.955^2 \times 3$

$= 0.123$ (10)

iv). $P(X_i) = A_i$ යන්ත්‍රයේ නිෂ්පාදිතය පමණක් සදොස් වීම.

~~P(K) = A1 යන්ත්‍රයේ නිෂ්පා~~ $\cancel{\sum_{i=1}^{3}}$ ~~A1 යන්ත්‍රයේ~~

$\therefore P(K) = \sum_{i=1}^{3} P(X_i)$ (15)

$= P(E/A_1).[1-P(E/A_2)].[1-P(E/A_3)] +$

$P(E/A_2).[1-P(E/A_1)].[1-P(E/A_3)] +$ (5)

$P(E/A_3).[1-P(E/A_1)].[1-P(E/A_1)]$

$= \dfrac{1}{25}.\left[\dfrac{24}{25}\right]\left[\dfrac{47}{50}\right] + \dfrac{1}{25}\left[\dfrac{24}{25}\right]\left[\dfrac{47}{50}\right] + \dfrac{3}{50}.\left[\dfrac{24}{25}\right]^2$

$= 0.127$ (10)

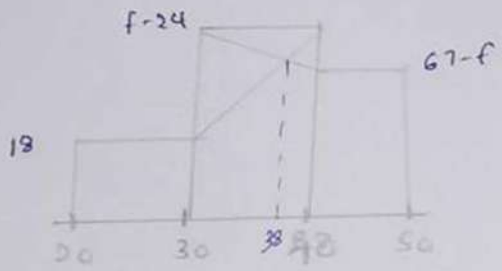
17 (B)

b)

පන්ති ප්‍රාන්තර	f_i	x_i	$u_i = \frac{x_i - 35}{10}$	$f_i u_i$	$f_i u_i^2$	F_i
0 - 10	4	5	-3	-12	36	4
10 - 20	2	15	-2	-4	8	6
20 - 30	18	25	-1	-18	18	24
30 - 40	$f-24 =$ 22	35	0	0	0	46
40 - 50	$67-f =$ 21	45	1	21	21	67
50 - 60	19	55	2	38	76	86
60 - 70	10	65	3	30	90	96
70 - 80	3	75	4	12	48	99
80 - 90	1	85	5	5	25	100
	$\Sigma f_i = 100$			$\Sigma f_i u_i = 72$ (10)	$\Sigma f_i u_i^2 = 322$ (10)	

$-34\{-12, -4, -18\}$; $106\{21, 38, 30, 12, 5\}$

i)

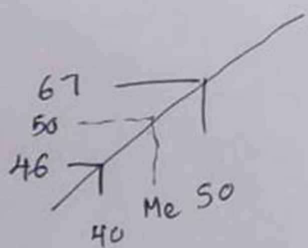


$$\frac{f-24-18}{38-30} = \frac{f-24-(67-f)}{40-38}$$

$$\frac{f-42}{4} = 2f-91 \quad (10)$$

$$f = 46$$

ii) $\frac{100+1}{2} \to$ 50 වන දත්තය.



$$\frac{Me-40}{50-46} = \frac{50-40}{67-46} = \frac{10}{21}$$

$$Me = 41.94 \quad (10)$$

iii). $\cancel{\mu = \Sigma fi}$

$$x_i = 10u_i + 35$$

$$\mu = \frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i} = \frac{10\Sigma f_i u_i + (35.\Sigma f_i)}{100}$$

$$= \frac{10 \times 72}{100} + 35$$

$$= 42.2$$

iv). $\sigma_x^2 = (10\sigma_u)^2$

$$= 100\left\{\frac{\Sigma f_i u_i^2}{\Sigma f_i} - \left[\frac{\Sigma f_i u_i}{\Sigma f_i}\right]^2\right\}$$

$$= 100\left\{\frac{322}{100} - \left(\frac{72}{100}\right)^2\right\}$$

$$\sigma_x^2 = 270.16 \quad (10)$$